

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ АЭРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им проф Н Е Жуковского

СПРАВОЧНИК АВИАКОНСТРУКТОРА

ТОМ III

Прочность самолета

Редактор Справочника А А ГОРЯИНОВ

Редактор III тома М Л ЛУРЬЕ

ИЗДАНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО АЭРО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ИНСТИТУТ
им проф Н Е ЖУКОВСКОГО

Москва

1939

АВТОРЫ СПРАВОЧНИКА АВИАКОНСТРУКТОРА

Авторы I тома Аэродинамика самолета

1 Белостоцкий В В	11 Мартынов А К	21 Солодкин Е Е
2 Гласс Ф Г	12 Минухин Б Л	22 Станкевич Ю К
3 Гроссман Е П	13 Николаенко В Г	23 Тайц М А
4 Журавченко А Н	14 Марьямов Н Б	24 Титов В М
5 Зак С Л	15 Остославский И В	25 Ушаков Б А
6 Калачев Г С	16 Панов Д Ю	26 Халезов Д В
7 Колосов Е И	17 Пышнов В С	27 Чесалов А В
8 Красильщиков П П	18 Риз П М	28 Щербаков Г А
9 Макаревский А И	19 Рисберг А Б	29 Юрьев Б Н
10 Матвеев В М	20 Сильман А И	

Авторы II тома Гидромеханика гидросамолета

1 Абрамов И П	5 Лотов А Б	9 Тулупов Н М
2 Веселовский М Н	6 Перельмутр А С	10 Эпштейн Л А
3 Зверев В Н	7 Повицкий А С	
4 Кулагин Д Г	8 Седов Л И	

Авторы III тома Прочность самолета

1. Аваев В А	11 Еленевский Г С	21 Макаров С Я
2. Агладзе А Г	12 Зволинский Н В	22 Меерович И И
3 Ананьев И В	13 Кан С Н	23 Минаев К А
4. Байков В Т	14 Кондаков Ф М	24 Носов С А
5 Белоус А А	15 Корчемкин Н Н	25 Ромашевский А Ю
6 Белоусов Е И	16 Костяков Д С	26 Сафронов Г А
7 Благодетелев Н И	17 Крамер В В	27 Смирчек А В
8 ВИАМ (Борисов А А)	18 Локтев И В	28 Стригунов В М
9 Гольбродский И Н	19 Лурье М Л	
10 Горяинов А А	20 Макаревский А И	

РЕДАКТОРЫ I тома Аэродинамика самолета

Мартынов А. К

II тома Гидромеханика гидросамолета

Коллектив

III тома Прочность самолета

Лурье М Л

Редактор Справочника *Горяинов А А*

*Том III „Прочность самолета“ является последним томом первого издания „Справочника авиаконструктора“, составленного ЦАГИ по личному указанию незабвенного руководителя тяжелой промышленности т **Г. К. Орджоникидзе.***

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Рэс	G	Радиус кривизны	ρ
Вес единицы объема	γ	Статический момент сечения относительно оси x	S_x
Масса	$m(M)$	Момент инерции сечения относительно оси x	I_x
Перегрузка	n	Момент сопротивления сечения относительно оси x	W
Внешняя сила	P	Центробежный момент инерции сечения относительно осей x и y	I_{xy}
Внутренняя сила; осевая сила	S	Радиус инерции сечения относительно оси x	$i_x (x_c)$
Погонная поперечная нагрузка	q	Полярный момент инерции сечения	I_p
Удельная нагрузка; давление	p	Модуль упругости	E
Момент	M	Модуль сдвига	G
Критическая сила	$P_{кр}$	Коэффициент Пуассона	μ
Перерезывающая сила	Q	Нормальное напряжение	σ
Погонная касательная нагрузка	T	Касательное напряжение	τ
Работа	$W(A)$	Абсолютная продольная деформация при растяжении или сжатии	Δl
Потенциальная энергия	U	Относительная продольная деформация при растяжении или сжатии	ε
Время	$t(\tau)$	Относительный сдвиг	γ
Мощность $л. с.$	N	Угол закручивания	φ
$кг м/с$	P	Угол закручивания относительный (на единицу длины); крутка	θ
Число оборотов	n	Стрелка прогиба	f
Коэффициент полезного действия	η	Индекс растяжения	ρ
Тяга винта	T	Индекс сжатия	σ
Ускорение	a	Индекс изгиба	σ
Ускорение свободного падения	g	Индекс сдвига	σ
Угловое или дуговое перемещение	φ	Индекс временного сопротивления	b
Угловая скорость	ω	Индекс предела упругости	e
Угловое ускорение	ε	Индекс предела пропорциональности	p
Температура $град. С$	t	Индекс предела текучести	s
$абс.$	T	Обозначение центра тяжести ц. т.	
Частота колебаний	$\nu(f)$	Обозначение центра жесткости ц. ж.	
Угловая частота	$\omega(p)$	Обозначение центра давления ц. д.	
Период колебаний	T		
Амплитуда	A		
Объем	V		
Площадь поперечного сечения	$F(f)$		
Длина	L, l		
Диаметр сечения	D, d		
Радиус сечения	R, r		
Высота сечения	H, h		
Толщина стенки, — листа	δ		
Длина дуги кривой	s		
Эксцентриситет	e		

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр	Строка	Напечатано	Должно быть
2	12 сверху	Матвеев В М	Матвеев В Н
46	10 сверху	$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}$	$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_z - I_y}$
101	4 5 6 и 7 снизу	d	∂ (всюду частные производные)
201	9 снизу	$M_r = k_3 p b$	$M_r = k_3 p b^2$
203	7 снизу	$\chi = \frac{24(1 - \mu^2)}{a\delta^3}$	$\chi = \frac{24(1 - \mu^2)}{a\delta^3} I$
	8 снизу	$N_{v \text{ макс}} = 0,775 \frac{p_0 b^2}{\delta^2}$	$N_{v \text{ макс}} = 0,775 \frac{p_0 b^2}{\delta}$
	9 снизу	$N_{r \text{ макс}} = 0,775 \frac{p_0 b^2}{\delta^2}$	$N_{r \text{ макс}} = 0,775 \frac{p_0 b^2}{\delta}$
212	3 сверху	$N_{1 \text{ кр}} = \frac{D\pi^2}{b^2} \frac{\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^2 + 2 \frac{D_1}{bD}}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(1 + \frac{F_1}{b\delta}\right)}$	$N_{1 \text{ кр}} = \frac{D\pi^2}{b^2} \frac{\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^2 + 2 \frac{D_1}{bD}}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(1 + \frac{F_1}{b\delta}\right)}$
	11 сверху	$\frac{a}{d}$	$\frac{a}{b}$
248	Фиг 267	$F_{\text{стр}} = 2,25 \text{ м}^2$	$F_{\text{стр}} = 2,25 \text{ см}^2$
464	Фиг 462	Перевернута левая часть фигуры	
500	8 снизу	$f = f_c + f_c$	$f = f_n + f_c$
529	4 снизу	$n = \sqrt[4]{\frac{(n+1)D}{64k}}$	$n = \sqrt[4]{\frac{(n+1)}{64D}}$

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

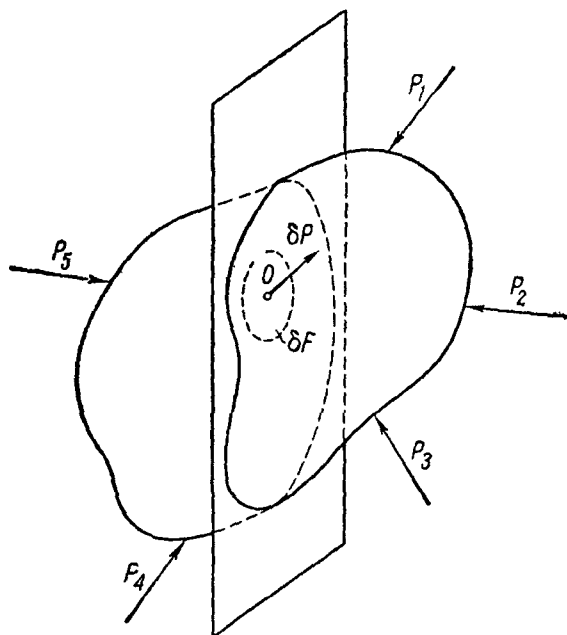
Напряжение

Напряжением ($\bar{\sigma}$) называется внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади взятой поверхности в теле, находящемся под воздействием системы сил

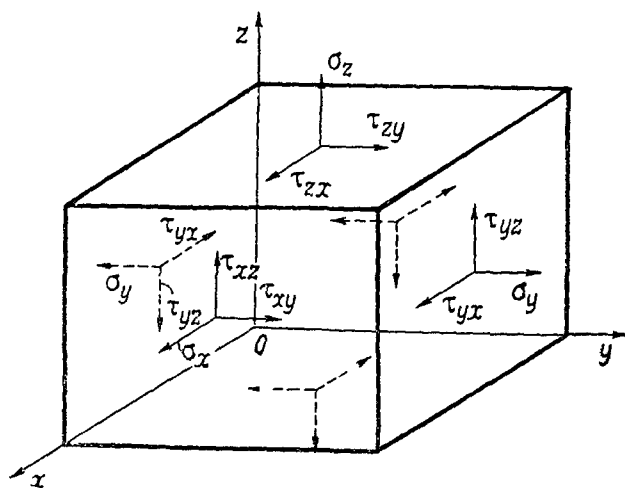
Напряжение есть вектор, в общем случае наклонный по отношению к поверхности (площадке, например, δF на фиг 1), на которой оно имеется, его обычно раскладывают на составляющие

нормальное напряжение (σ)
и касательное напряжение (τ)

Напряжение в точке (O , например, на фиг 1) определяется по величине предельным отношением $\frac{\delta P}{\delta F}$ при непрерывном уменьшении δF , оставляя все время точку O внутри δF , а по направлению — соответствующим предельным направлением. При этом если система сил, имеющих на площадке δF , приводится кроме силы δP и к паре δM , предполагается, что отношение $\frac{\delta M}{\delta F}$ стремится к нулю



Фиг 1



Фиг 2

Обозначения составляющих напряжения. На фиг 2 показаны обозначения составляющих напряжений на гранях малого элемента объема тела, взятого у точки O в виде куба, стороны которого параллельны осям координат $Oxyz$. На фиг 2 показаны положительные направления составляющих

Правило обозначения составляющих напряжения следующее

для нормальных напряжений

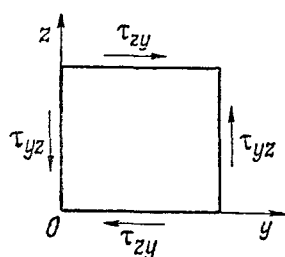
нормальное напряжение на грани обозначается буквой σ с индексом той оси, к которой эта грань перпендикулярна,

для касательных напряжений

касательное напряжение на грани имеет при τ индекс из двух букв, первая из которых есть индекс той оси, к которой эта грань перпендикулярна, а вторая есть индекс той оси, которой параллельна обозначаемая составляющая

Усилие, действующее на какую-либо грань элементарного объема, можно считать равным напряжению в центре грани, помноженному на площадь этой грани

Условия равновесия дают (фиг 2 и 3)



Фиг 3

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy},$$

т.е. равенство касательных напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам (парность касательных напряжений)

Напряжение на любой площадке в точке можно выразить через

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \text{ и } \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$$

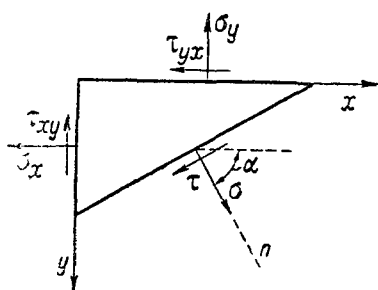
Главные напряжения Для любой точки внутри тела, подверженного действию системы сил, можно найти три взаимно перпендикулярные плоскости, для которых τ равно нулю, нормальные напряжения, действующие по этим площадкам, называются главными напряжениями, их направления — главными осями и плоскости — главными плоскостями. В плоском напряженном состоянии (т.е. когда напряжения параллельны одной плоскости) можно найти две взаимно перпендикулярные плоскости, для которых касательное напряжение равно нулю, нормальные напряжения, действующие по этим площадкам, будут главными напряжениями, а их направления — главными осями или главными направлениями.

Формулы для определения напряжения в точке на площадке, наклоненной под любым углом к выбранным направлениям (фиг 4 — схема напряжений на гранях бесконечно малой трехгранной призмы) следующие

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\tau = \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + (\sigma_y - \sigma_x) \sin \alpha \cos \alpha$$

Главные направления определяются из уравнения



Фиг 4

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Если оси координат — главные, то

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha,$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha$$

Наибольшее касательное напряжение действует в плоскости, разделяющей пополам угол между двумя главными напряжениями (т.е. при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ в последнем случае) и равно

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}.$$

Главные напряжения в плоском напряженном состоянии являются: одно—наибольшим, и другое—наименьшим нормальными напряжениями из всех напряжений по любому направлению в данной точке.

Деформации

Деформация тела под воздействием системы внешних сил может быть представлена состоящей из перемещений частиц его. Расположение отдельных частиц деформированного тела определяется изменением длин элементов тела между ними и углов направления этих длин (по отношению к взятым ранее).

Приращение длины элемента называется абсолютным удлинением (или абсолютным укорочением) и обозначается через Δl . (Слово „абсолютное“ обычно опускается.)

Отношение удлинения (или укорочения) к первоначально взятой длине, для которой измерено приращение длины называется относительным удлинением (или относительным укорочением) и обозначается через ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Относительным сдвигом называется угол, определяющий перекося элемента (фиг. 5),— обозначается через γ .

Сдвиг (cc') стороны cd элемента, представленного на фиг. 5, может быть получен, как отрезок, равный:

$$\gamma dx.$$

Составляющие деформации. Составляющие малого перемещения частицы тела, параллельные осям координат Ox , Oy и Oz , обозначаются соответственно через u , v и w .

Приращение длины элемента (удлинение или укорочение) может быть представлено с помощью составляющих перемещения:

Если u —перемещение точки O (фиг. 6), то перемещение в том же направлении точки A , лежащей на оси Ox и находящейся на расстоянии dx от точки O , будет:

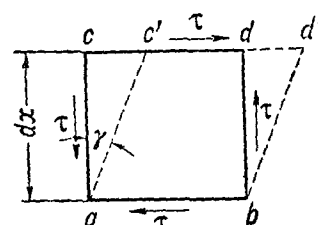
$$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx = u + \varepsilon_x dx$$

(при условии непрерывного изменения перемещения).

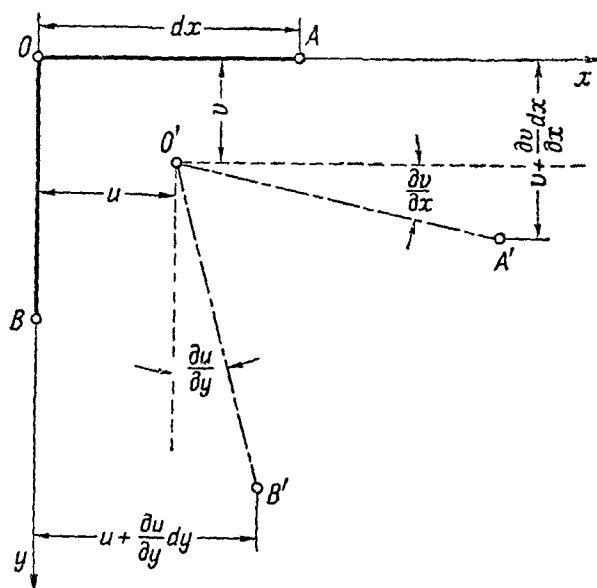
Здесь

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx \text{ — удлинение;}$$

$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ — относительное удлинение в точке O в направлении оси Ox (аналогично будут представлены и выражения для удлинений в направлениях других осей).



Фиг. 5



Фиг. 6

Деформация сдвига между плоскостями xz и yz определяется относительным сдвигом γ_{xy} (фиг. 6):

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y},$$

Составляющими деформации называются следующие шесть величин:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \end{aligned}$$

они позволяют определить удлинение по любому направлению и изменение угла между любыми двумя направлениями.

Основные принципы

Принцип наложения (сложения действия сил). Напряжения и деформации, возникающие при действии на тело системы сил, равны суммам напряжений и деформаций, определяемых для тех же точек при действии составляющих систему сил в отдельности.

Принципом сложения действия сил можно пользоваться лишь в случаях, когда деформации от действия одних сил не сказываются на действии других, входящих в ту же систему сил.

Принцип Сен-Венана. Деформации и напряжения в теле на большом расстоянии от места приложения сил по сравнению с размерами поверхности, на которой действуют силы, не зависят от распределения сил; от распределения сил зависят лишь деформации и напряжения местные и в близко расположенных точках.

Закон Гука. В случае растяжения бруса из изотропного материала равномерно распределенными силами, не превосходящими некоторой величины, экспериментально установлена следующая зависимость:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E},$$

которая носит название закона Гука. Величина E называется модулем упругости (иногда ее называют модулем Юнга).

При растяжении наблюдается укорочение поперечных размеров:

$$\epsilon_y = -\mu \frac{\sigma_x}{E}.$$

Коэффициент μ носит название коэффициента Пуассона (или отношения Пуассона).

В случае чистого сдвига—напряженного состояния элемента, на гранях которого действуют только касательные напряжения, а нормальные равны нулю,—зависимость между относительным сдвигом и касательным напряжением будет:

$$\gamma = \frac{\tau}{G},$$

где G —модуль сдвига.

Модуль сдвига теоретически определяется с помощью E и μ так:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Эти выражения легко находятся при рассмотрении находящегося в состоянии чистого сдвига элемента, вырезанного из прямоугольного параллелепипеда, растянутого и сжатого, как показано на фиг 7

В общем случае нагружения (фиг 2) деформация может быть определена на основании принципа сложения действия сил из следующих выражений составляющих деформации

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z)] , \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} ,$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z)] , \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} ,$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)] , \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

Составляющие напряжения через составляющие деформации могут быть представлены в виде

$$\sigma_x = \lambda \Delta + 2 G \epsilon_x , \quad \tau_{xy} = \gamma_{xy} G ,$$

$$\sigma_y = \lambda \Delta + 2 G \epsilon_y , \quad \tau_{yz} = \gamma_{yz} G ,$$

$$\sigma_z = \lambda \Delta + 2 G \epsilon_z , \quad \tau_{zx} = \gamma_{zx} G ,$$

где

$$\lambda = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} ,$$

$$\Delta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

Зависимость между относительным объемным расширением и суммой нормальных напряжений следующая

$$\Delta = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \frac{3(1 - 2\mu)}{E}$$

Величина $\frac{E}{3(1 - 2\mu)}$ называется модулем объемного расширения

Потенциальная энергия упругого тела

Работа внутренних сил упругого тела называется потенциальной энергией его (или работой деформаций)

Потенциальная энергия упругого тела равна всей работе внешних сил, вызывающих деформации при статическом нагружении

Потенциальная энергия элементарного параллелепипеда выражается формулой

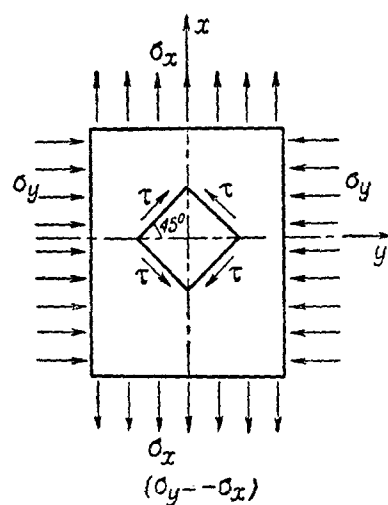
$$dU = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) dx dy dz$$

Полная энергия деформации упругого тела будет

$$U = \iiint dU$$

Общие уравнения задачи о плоском напряженном состоянии

Для решения задачи о плоском напряженном состоянии в общем случае составляют систему уравнений равновесия, условий на контуре и совместности



Фиг 7



Дифференциальные уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y = 0.$$

Здесь X и Y — составляющие объемной силы (силы, распределенной по объему тела; например, силы тяжести, силы инерции и т. п.). Если объемной силой является только вес тела, то дифференциальные уравнения представляются в виде.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho g = 0$$

(ρ — плотность тела и g — ускорение свободного падения).

Условия на контуре:

$$X_n = \sigma_x \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta;$$

$$Y_n = \sigma_y \cos \beta + \tau_{xy} \cos \alpha.$$

Здесь X_n и Y_n — составляющие поверхностных сил, отнесенных к единице площади, для данной точки;

α и β — углы между нормалью и X_n и Y_n

Условие совместности. Между составляющими перемещения u и v , через которые выражаются составляющие деформации, должна быть определенная связь, что приводит к необходимости удовлетворить условие совместности (выраженное через составляющие деформации):

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}.$$

Функция напряжений (функция Эри). Для решения задачи о плоском напряженном состоянии обычно вводят некоторую функцию напряжений φ — функцию Эри. В случае, когда объемной силой является только собственный вес, функция Эри должна удовлетворять уравнению:

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0;$$

решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям на контуре, даст решение рассматриваемой задачи.

Теории прочности

Для суждения о прочности тела, находящегося под воздействием сложной нагрузки (например, изгиб + кручение), по имеющимся опытным данным при простом нагружении предложено несколько теорий прочности. Здесь перечисляются четыре из них:

1. Теория наибольших напряжений. По этой теории должно производиться сравнение наибольшего напряжения с наибольшим напряжением при простом растяжении, или наименьшее — с наименьшим при простом сжатии, причем за наибольшее или наименьшее напряжение берется

предел текучести, соответственно при растяжении и сжатии; начало текучести, таким образом, по этой теории определяется равенством:

$$\sigma_x = \sigma_{sp},$$

или

$$\sigma_z = \sigma_{сж}$$

при

$$\sigma_x > \sigma_y > \sigma_z.$$

(Здесь и дальше рассматривается случай нагружения тела по трем взаимноперпендикулярным направлениям).

Этой теорией теперь почти не пользуются; она дает большие расхождения с опытом во многих случаях сложного нагружения.

2. Теория наибольших деформаций. Теория предполагает, что заключение о прочности можно выводить из сравнения наибольших относительных удлинений при данной сложной нагрузке с относительным удлинением при простом растяжении (или наибольших относительных укорочений — с относительным укорочением при простом сжатии); начало текучести, таким образом, по этой теории определяется равенством:

$$\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) = \frac{\sigma_{sp}}{E}$$

или

$$\frac{\sigma_z}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{\sigma_{сж}}{E}.$$

Этой теорией пользуются редко, так как во многих случаях сложного нагружения она не согласуется с опытами.

3. Теория наибольших касательных напряжений. По этой теории считается, что следует сравнить касательные напряжения. Предполагается, что предел текучести при сложной нагрузке наступает, когда касательное напряжение будет равно касательному напряжению при пределе текучести в случае простого растяжения:

$$\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_z) = \frac{\sigma_{sp}}{2}.$$

Этой теорией пользуются часто; она лучше согласуется с опытами, чем 1 и 2 теории, в особенности для пластических материалов.

4. Теория удельной работы. По этой теории должны сравниваться энергия, накопленная телом в единице объема при сложной нагрузке, с энергией, накопленной телом в единице объема при простом растяжении; начало текучести, таким образом, по этой теории определяется равенством:

$$\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}{2E} - \frac{\mu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z)}{E} = \frac{\sigma_{sp}^2}{2E}.$$

Эта теория при сравнении с опытами дает, примерно, такие же результаты, как и теория наибольших касательных напряжений, но последней пользуются чаще, вследствие большей простоты применения.

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

В случае растяжения или сжатия призматического тела в одном на направлении применяются следующие расчетные формулы

Напряжение на площадке, нормальной к сечению (фиг 8)

$$\sigma = \frac{P}{F},$$

абсолютное удлинение Δl

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF}$$

относительное удлинение ε

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$$

Если площадка наклонена к вертикали под углом α , то напряжения на ней будут

нормальное

$$\sigma_n = \sigma \cos^2 \alpha,$$

касательное

$$\tau_\alpha = \sigma \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

При $\alpha = 45^\circ$ будет $\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$

Если имеется растяжение (или сжатие) по двум взаимноперпендикулярным направлениям то для параллелепипеда имеют место следующие формулы (фиг 9)

нормальное напряжение на площадке наклоненной под углом α к оси x

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha$$

касательное напряжение

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha,$$

относительные удлинения

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \frac{\sigma_y}{E}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu \frac{\sigma_x}{E}$$

Формулы для определения напряжений по относительным удлинениям имеют вид

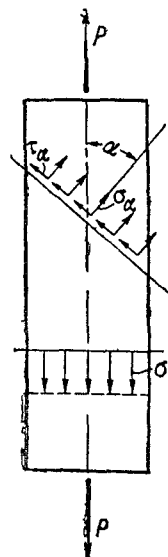
$$\sigma_x = \frac{\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y}{1 - \mu^2} E, \quad \sigma_y = \frac{\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x}{1 - \mu^2} E$$

Формулами для определения потенциальной энергии упругой деформации в случае простого растяжения (сжатия) являются

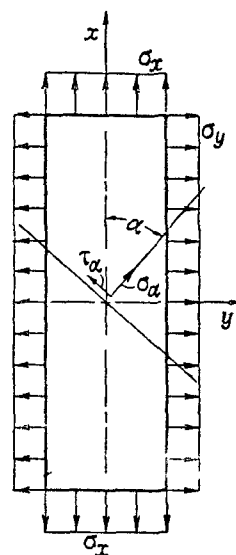
$$U = \frac{P \Delta l}{2} = \frac{P^2 l}{2EF} = \frac{(\Delta l)^2 EF}{2l} = \frac{\sigma^2 l F}{2E},$$

удельная работа (потенциальная энергия единицы объема)

$$a = \frac{U}{lF} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E \varepsilon^2}{2}$$



Фиг 8



Фиг 9

Простое растяжение (сжатие) стержня переменного сечения

Напряжение в сечении

$$\sigma = \frac{P}{F}.$$

Удлинение

$$\Delta l = \int_0^l \frac{P dx}{EF} = \frac{1}{E} \int_0^l \sigma dx$$

Потенциальная энергия деформации

$$U = \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{P^2}{F} dx$$

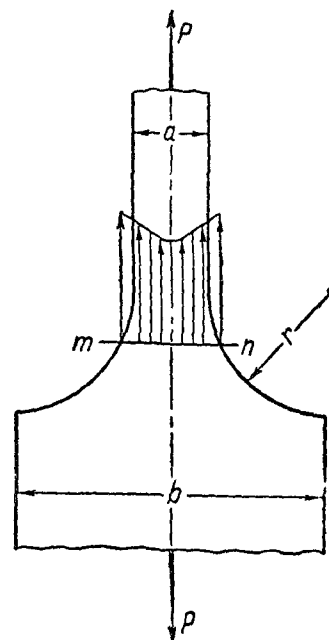
В случае растяжения пластины с довольно быстро меняющейся по дуге окружности шириной напряжение в сечении *mn* (фиг 10) определяется по формуле

$$\sigma_{\text{макс}} = k \frac{P}{F},$$

где *k* — коэффициент, определяемый из табл 1

Таблица 1

$\frac{b}{a}$ \ $\frac{r}{a}$	1/8	3/16	1/4	3/8	1/2
6	2,7	2,3	2,0	1,8	1,6
3	2,7	2,3	2,0	1,8	1,6
2,5	2,6	2,2	1,9	1,7	1,5
2	2,3	2,0	1,7	1,5	1,4
1,5	2,0	1,8	1,6	1,4	1,3



Фиг 10

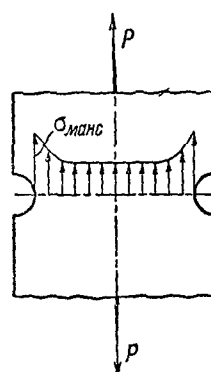
Влияние отверстий и вырезов

В случае вырезов небольших радиусов (фиг 11) напряжение в месте вырезов определяется по формуле

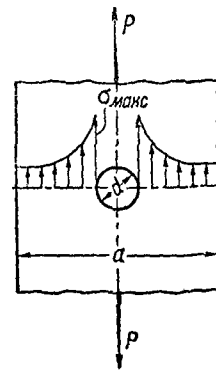
$$\sigma_{\text{макс}} = 2 \frac{P}{F}$$

В случае малых отверстий в пластине ($\frac{a}{d} > 5$) (фиг 12) максимальное напряжение в сечении с отверстием определяется по формуле

$$\sigma_{\text{макс}} = 3 \frac{P}{F}$$



Фиг 11



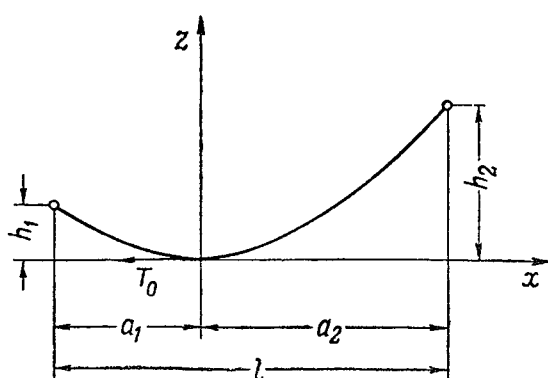
Фиг 12

Все приведенные формулы, относящиеся к концентрации напряжений, действительны только до перехода предела пропорциональности В зоне

пластических деформаций концентрация напряжений сильно падает. Концентрация напряжений опасна главным образом для хрупких материалов. Поэтому в частях конструкции, у которых имеет место резкий переход, необходимо применять материал с достаточными пластическими свойствами.

Расчет гибкой нити

В случае разной высоты точек подвеса нити (фиг. 13) расчетными будут следующие соотношения:



Фиг. 13

$$z = \frac{qx^2}{2T_0},$$

$$a_1 = \frac{l}{2} - \frac{T_0(h_2 - h_1)}{ql}, \quad h_1 = \frac{qa_1^2}{2T_0},$$

$$a_2 = \frac{l}{2} + \frac{T_0(h_2 - h_1)}{ql}, \quad h_2 = \frac{qa_2^2}{2T_0},$$

$$T_x = T_0 + qz,$$

где q — вес единицы длины нити,
 T_0 — натяжение в низшей точке.

При $h_2 = h_1$ будет $a = \frac{l}{2}$ и стрелка провисания $f = \frac{ql^2}{8T_0}$, а натяжение в наинизшей точке —

$$T_0 = \frac{ql^2}{8f}.$$

СДВИГ

В простейших случаях нагружения сдвигом принимают равномерное распределение напряжений по сечению и определяют напряжение по формуле:

$$\tau = \frac{P}{F};$$

относительный сдвиг определяется по формуле:

$$\gamma = \frac{\tau}{G};$$

потенциальная энергия:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \tau \gamma dV$$

(V — объем тела),

или для прямоугольного параллелепипеда:

$$U = \frac{GF l}{2} \gamma^2 = \frac{P^2 l}{2FG},$$

где l — высота ребра, перпендикулярного грани, к которой приложена сила P ;

удельная работа:

$$a = \frac{1}{2} \tau \gamma = \frac{\tau^2}{2G}.$$

Обычно, сдвиг имеет место одновременно с другими деформациями. В таких случаях указывается принятое распределение касательных напряжений и даются расчетные формулы.

КРУЧЕНИЕ

Задача о кручении призматического бруса обычно решается в предположении свободного искажения сечений (т. е. в условиях применимости решения Сен-Венана)

Получаемое таким путем напряженное состояние отличается от действительного лишь местными напряжениями вблизи заделки и вблизи места приложения внешних сил

Кручение круглых сплошных и полых стержней

Поперечное сечение круглого стержня при скручивании не искажается. Напряжение пропорционально расстоянию от оси (фиг. 14)

$$\tau = \frac{Mr}{I_p}$$

(где $I_p = \int_F r^2 dF$ — полярный момент инерции сечения, стр. 45),

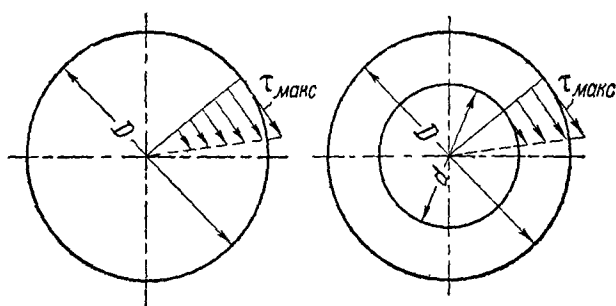
$$\tau_{\max} = \frac{MD}{2I_p} = \frac{MR}{I_p},$$

для сплошного круглого сечения

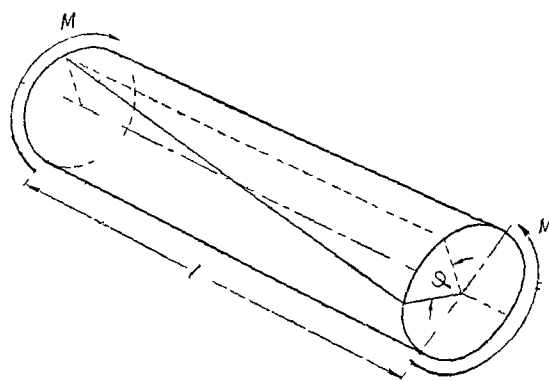
$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} \quad \text{и} \quad \tau_{\max} = \frac{16 M}{\pi D^3},$$

для кольцевого сечения

$$I_p = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32} \quad \text{и} \quad \tau_{\max} = \frac{16 MD}{\pi (D^4 - d^4)}$$



Фиг. 14



Фиг. 15

Деформация кручения характеризуется углом поворотов одного сечения стержня относительно другого на расстоянии l (фиг. 15) и выражается следующей формулой

$$\varphi = \frac{Ml}{GI_p}.$$

Формула для относительного угла закручивания имеет вид.

$$\theta = \frac{M}{GI_p}.$$

Расчетные данные и приближенные формулы для круглых сечений даны на стр. 25—27

Кручение брусков произвольного сечения

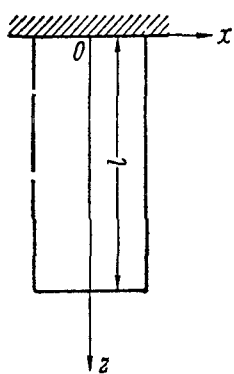
Теория Сен-Венана

При кручении бруса произвольного сечения часть слагающих напряжений обращается в нуль

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0, \quad \tau_{xy} = 0,$$

кроме того, распределение напряжений не зависит от координаты z (фиг. 16). Распределение касательных напряжений τ_{xz} и τ_{yz} по сечению определяется функцией напряжений $\varphi(x, y)$ так, что

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$



Функция напряжений $\varphi(x, y)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -2G\theta,$$

где через θ обозначен относительный угол закручивания, и условию

$$\varphi = 0$$

на контуре поперечного сечения (для односвязного сечения)

Момент, скручивающий брус, определяется из выражения

$$M = \iint (\tau_{yz}x - \tau_{xz}y) dx dy = - \iint \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} y \right) dx dy = 2 \iint \varphi dx dy$$

Фиг. 16

(Двойные интегралы распространяются на площадь поперечного сечения)

Точное решение задачи кручения удастся найти для немногих практически интересных случаев. Для приближенного решения удобно применять метод Ритца. Он основан на свойстве функции напряжений обращать в минимум следующий интеграл, распространенный по площади сечения

$$J = \iint \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] - 2G\theta\varphi \right\} dx dy$$

Для приближенного решения неизвестная функция φ задается в виде ряда с неопределенными коэффициентами

$$\varphi = a_0\varphi_0 + a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2 +$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ — подходящим образом выбранные функции, обращающиеся в нуль на контуре. После подстановки этого ряда в интеграл J и выполнения интегрирования, значения коэффициентов ищутся из системы линейных уравнений

$$\frac{\partial J}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial a_2} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial a_3} = 0$$

Перемещение при кручении. В отличие от кручения круглого бруса, в общем случае первоначально плоские поперечные сечения перестают быть плоскими. Искажение плоскости поперечных сечений одно и то же по всей длине бруса.

Форма поперечного сечения при кручении не искажается и сечение поворачивается на некоторый угол, как целое.

Перемещение при кручении выражается формулами:

$$u = -\theta z(y - y_k); \quad v = \theta z(x - x_k); \quad w = \theta \bar{\psi}(x, y) - x y_k + y x_k.$$

Входящая в последнюю из этих формул функция $\bar{\psi}(x, y)$ есть гармоническая, сопряженная с функцией

$$\psi = \varphi + \frac{x^2 + y^2}{2} G\theta,$$

а x_k и y_k — суть координаты оси, вокруг которой происходит вращение плоскостей поперечных сечений.

Эта ось называется осью кручения, а точка пересечения ее с плоскостью какого-либо поперечного сечения — центром кручения. О центре кручения см. также стр. 92.

Относительный угол закручивания (для бруса постоянного сечения) есть величина, не зависящая от координаты z ; он определяется по формуле:

$$\theta = \frac{M}{C}.$$

Константа C , называемая жесткостью кручения бруса, зависит от формы поперечного сечения и прямо пропорциональна модулю сдвига. Значения C для ряда случаев даны на стр. 27—28.

Такие же значения C могут быть приняты и для брусев переменного сечения в случаях плавного и медленного изменения сечения по длине.

Исследование целого ряда сплошных сечений позволило Сен-Венану сделать следующие общие выводы:

При одной и той же площади поперечного сечения жесткость на кручение увеличивается, если полярный момент инерции уменьшается. Такое же заключение справедливо и для максимальных касательных напряжений. Для приближенного вычисления жесткости кручения различных сечений может служить формула:

$$C = \frac{G}{4\pi^2} \frac{F^4}{I_p},$$

справедливая строго для эллиптического сечения.

Аналогия с мембраной

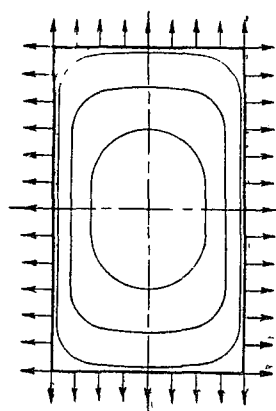
Для уяснения характера явления кручения, а также для экспериментальных исследований может быть применена аналогия задачи кручения с задачей провисания нерастяжимой гибкой пленки-мембраны. Если такую пленку натянуть на контур, представляющий собой контур поперечного сечения, нагрузить поперечной равномерно распределенной нагрузкой p на единицу площади и удерживать в равновесии равномерно распределенными по контуру усилиями q на единицу длины, то прогиб w мембраны, как функция координат x, y , будет удовлетворять дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{p}{q}.$$

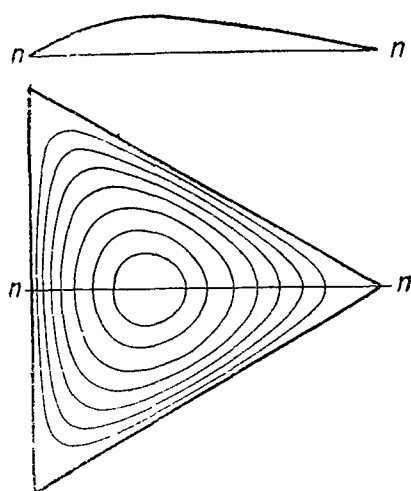
Отсюда следует, что ординаты упругой поверхности мембраны изображают с точностью до коэффициента подобия значения функции напря-

точности равны. В виде примеров на фиг. 17 и 18 даны в горизонталях поверхности провисания мембраны, натянутой на прямоугольник и на равносторонний треугольник.

Рассмотрение аналогии между задачей кручения и задачей провисания мембраны позволяет сделать следующие заключения:



Фиг. 17



Фиг. 18

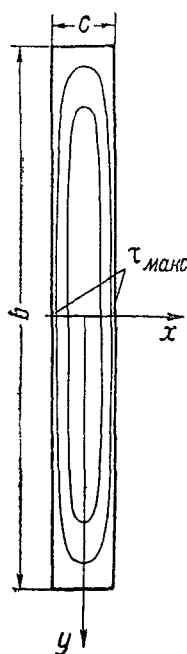
а) Направление касательной в любой точке к горизонтали совпадает с направлением касательного напряжения в этой точке.

б) Величина напряжения в некоторой точке пропорциональна уклону поверхности мембраны (густоте горизонталей).

с) Величина скручивающего момента дается удвоенным объемом холмика, образованного провисающей мембраной.

Мембранная аналогия позволяет получить приближенное решение

задач кручения для ряда случаев. Так, в случае бруса, поперечное сечение которого представляет длинный и узкий прямоугольник, можно приближенно отбросить влияние концов сечения; в средней же части упругая поверхность будет близка к поверхности параболического цилиндра (фиг. 19):



Фиг. 19

$$w = \frac{1}{2} \frac{p}{q} \left(\frac{c^2}{4} - x^2 \right),$$

а функция напряжений (вдали от концов сечения):

$$\varphi = G \theta \left(\frac{c^2}{4} - x^2 \right).$$

Максимальное значение касательного напряжения будет:

$$\tau_{\max} = c G \theta = \frac{M}{\frac{bc^2}{3}}$$

и скручивающий момент:

$$M = \frac{bc^3}{3} G \theta.$$

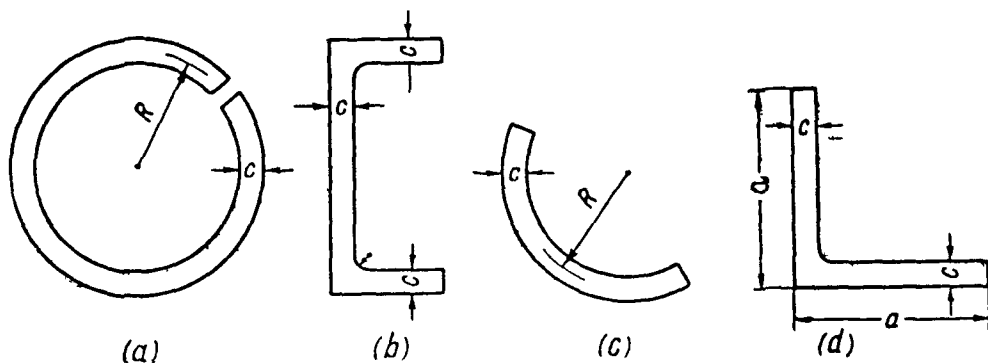
Жесткость кручения для сечения в виде узкого прямоугольника будет:

$$C = \frac{bc^3}{3} G.$$

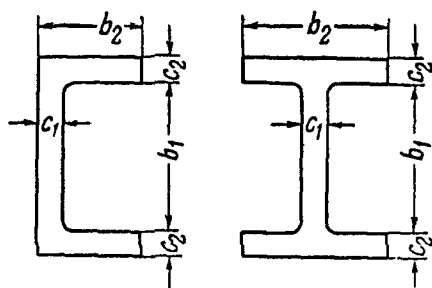
Приведенные формулы для узкого прямоугольника могут быть применены к тонкостенным стержням, сечения которых даны на фиг. 20, считая за длину прямоугольника b развернутую длину сечения (например, для сечения фиг. 20, d надо взять $b = 2a - c$).

Для швеллера и двутаврового сечения (фиг. 21) приближенно можно принять, что жесткость на кручение равна сумме жесткостей на кручение трех прямоугольников, и тогда

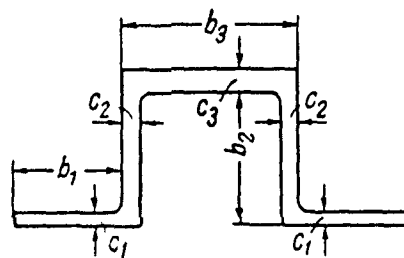
$$\theta = \frac{M}{\frac{1}{3}(b_1 c_1^3 + 2 b_2 c_2^3) G},$$



Фиг 20



Фиг 21



Фиг 22

а для профиля фиг 22

$$\theta = \frac{M}{\frac{1}{3}(2 b_1 c_1^3 + 2 b_2 c_2^3 + b_3 c_3^3) G}.$$

Жесткость кручения во всех подобных случаях сечений, составленных из узких прямоугольников, будет

$$C = \frac{G}{3} \sum_i c_i^3 b_i,$$

Эксперименты дают поправочный коэффициент к этой формуле³

$$C = \eta \frac{G}{3} \sum_i c_i^3 b_i.$$

Значение η зависит от конфигурации сечения, для некоторых случаев значения η приведены в табл 2

Таблица 2

Форма профиля	L	U	└	T	I
η	0,86—1,08	0,98—1,25	1,13—1,20	0,92—1,25	1,16—1,44

Если отвлечься от перенапряжений (стр. 24), возникающих во входящих углах, то для максимального напряжения, имеющего место в прямоугольнике с наибольшей толщиной, справедлива формула:

$$\tau_{\max} = \frac{M c_{\max}}{\eta \frac{1}{3} \sum c_i^3 b_i}.$$

Гидродинамическая аналогия

Задачу о кручении можно решать с помощью аналогии с задачей о вращении жидкости в цилиндрическом сосуде с таким же сечением, как и сечение скручиваемого стержня. Аналогия заключается в том, что компоненты скорости жидкости в некоторой точке пропорциональны соответствующим компонентам напряжений и траектории касательных напряжений совпадают с линиями тока вращающейся жидкости.

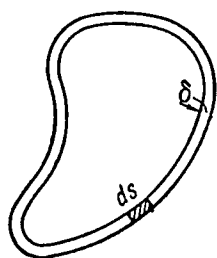
Теорема Стокса в обозначениях задачи кручения выражается формулой:

$$\oint \tau_s ds = 2 G \theta F.$$

Интеграл, стоящий слева, берется по любому замкнутому контуру, расположенному внутри сечения, F есть площадь, ограниченная этим контуром, а τ_s — проекция вектора касательного напряжения в точке контура, на направление элемента ds . Особенно удобно при помощи гидродинамической аналогии исследовать кручение многосвязных тонкостенных профилей.

Кручение многосвязных тонкостенных профилей

Профиль называется односвязным, если всякая замкнутая линия, целиком лежащая внутри сечения, может быть стянута в точку, не выходя из пределов сечения. Такой профиль ограничен одним контуром. Примеры односвязных профилей представляют сплошные профили. Трубчатое сечение является примером двухсвязного профиля. Оно ограничено двумя различными контурами: внутренним и внешним. Трехсвязный профиль ограничен тремя контурами: одним внешним и двумя внутренними, не связанными друг с другом.



Фиг. 23

Для двухсвязного тонкостенного сечения (фиг. 23) подсчет дает следующую формулу для касательного напряжения:

$$\tau = \frac{M}{2 F \delta}.$$

Касательное напряжение τ для такого профиля можно считать постоянным по толщине стенки и зависящим только от координаты s . Действительно, вследствие малой толщины профиля распределение скоростей при вращении жидкости в сосуде соответствующей формы будет близко к равномерному по ширине. Величина F в формуле для напряжения обозначает площадь, ограниченную средней между внешней и внутренней границами сечения линией. Пользуясь теоремой Стокса, легко получить относительный угол закручивания (формула Бредта):

$$\theta = \frac{\oint \tau_s ds}{2 G F} = \frac{M}{4 G F^2} \oint \frac{ds}{\delta}.$$

Интеграл берется здесь по средней линии сечения
Для сечения постоянной толщины будет

$$\theta = \frac{Ms}{4GF^2\delta},$$

где s — длина средней линии сечения

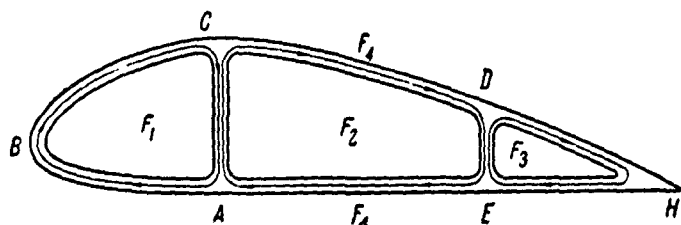
Если поперечное сечение имеет не одну, а большее число полостей (многосвязное сечение), то решение усложняется. Для определения напряжений и угла закручивания приходится решать систему линейных алгебраических уравнений, число уравнений равно числу внутренних полостей сечения. Ниже приводится расчет многосвязного профиля (фиг. 24). Схема расчета остается той же самой при любом числе внутренних полостей и форме сечения.

Обычно через F_1, F_2, F_3 обозначаются площади, ограниченные средними линиями, охватывающими соответственные полости. Величины (напряжения, толщины стенок, длины дуг), относящиеся к участку стенки, разграничивающему области F_i и F_k , обозначаются двумя индексами i, k . Поток, циркулирующий внутри области, занятой сечением, можно представить как сумму трех потоков, каждый из которых охватывает одну из полостей.

Поток в каждой из внутренних стенок представится как разность двух основных потоков, протекающих через эту стенку. Переход от скоростей к напряжениям дает для последних соотношения

$$\tau_{12}\delta_{12} = \tau_{14}\delta_{14} - \tau_{24}\delta_{24}$$

$$\tau_{23}\delta_{23} = \tau_{24}\delta_{24} - \tau_{34}\delta_{34}$$



Фиг. 24

Применение теоремы Стокса к трем контурам, каждый из которых охватывает лишь одну из полостей, приводит к трем уравнениям

$$\tau_{14}\delta_{14} \int_{ABC} \frac{ds_{14}}{\delta_{14}} + (\tau_{14}\delta_{14} - \tau_{24}\delta_{24}) \int_{CA} \frac{ds_{12}}{\delta_{12}} = 2G\theta F_1,$$

$$(\tau_{14}\delta_{14} - \tau_{24}\delta_{24}) \int_{AC} \frac{ds_{12}}{\delta_{12}} + \tau_{24}\delta_{24} \int_{CD+EA} \frac{ds_{24}}{\delta_{24}} + (\tau_{24}\delta_{24} - \tau_{34}\delta_{34}) \int_{DE} \frac{ds_{23}}{\delta_{23}} = 2G\theta F_2,$$

$$(\tau_{24}\delta_{24} - \tau_{34}\delta_{34}) \int_{ED} \frac{ds_{23}}{\delta_{23}} + \tau_{34}\delta_{34} \int_{DHE} \frac{ds_{34}}{\delta_{34}} = 2G\theta F_3$$

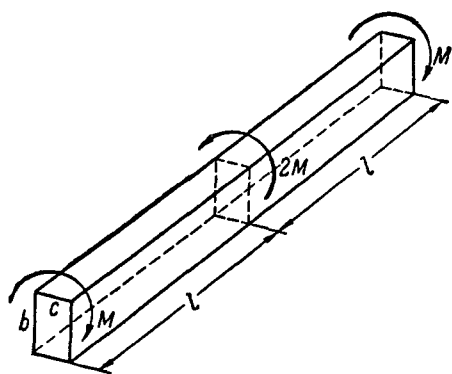
Кроме того

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = 2\tau_{14}\delta_{14}F_1 + 2\tau_{24}\delta_{24}F_2 + 2\tau_{34}\delta_{34}F_3,$$

где M_1, M_2, M_3 — моменты, передаваемые каждой из полостей, а M — полный скручивающий момент. Присоединение этого уравнения к трем, ранее приведенным, дает возможность найти напряжения и угол закручивания. Для многосвязных профилей можно различным способом выбирать основные потоки. Выбор их не влияет на окончательный результат, но система линейных уравнений, служащих для определения напряжений, может иногда быть значительно упрощена подходящим выбором основных потоков.

Кручение стержня с одним неизменяемым сечением

Встречаются случаи, когда вследствие условий нагрузки или закрепления существует поперечное сечение бруса, сохраняющее при кручении свою плоскую форму и первоначальное положение. Вследствие симметрии приложенных сосредоточенных моментов, например, среднее поперечное сечение остается плоским (фиг. 25).



Фиг. 25

В подобных случаях теория кручения Сен-Венана не применима. Если разрезать брус по неизменяемому сечению, то, чтобы предотвратить искажение последнего, нужно приложить систему нормальных усилий σ_z , как-то распределенных по сечению. Эта система нормальных усилий имеет равнодействующую, равную нулю. Будучи местными, эти напряжения быстро затухают по мере удаления от неизменяемого сечения.

Решение для прямоугольника⁵ (фиг. 25) основано на предположении, что искомые нормальные усилия в этом сечении пропорциональны в каждой точке тому смещению w , которое имеет место в этой точке при свободном искажении. Кроме того, предполагается затухание нормальных напряжений по закону показательной функции. Эти два предположения дают:

$$\sigma_z = -m E \theta e^{-mz} xy.$$

Принцип минимума энергии позволяет определить константу m . Для узкого прямоугольника ($b \gg c$) приближенно получается значение:

$$m^2 = \frac{20}{(1 + \mu) b^2}.$$

В этих же предположениях может быть определен и угол скручивания φ :

$$\varphi = \frac{3 M}{G b c^3} \left[l - \frac{\sqrt{5(1 + \mu)}}{12} b \right].$$

Последняя формула показывает, что полное закрепление одного конца бруса повышает жесткость на кручение по сравнению с той ее величиной, которая получается при применении теории Сен-Венана.

Концентрация напряжений

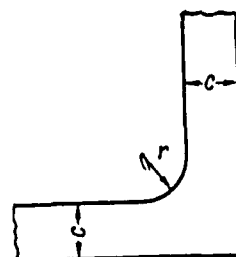
В тех случаях, когда контур поперечного сечения имеет входящие углы или входящие участки с большой кривизной, в них могут возникнуть значительные перенапряжения материала. Напряжение во входящих углах теоретически равно бесконечности. На самом деле, вблизи входящих углов появляется область пластических деформаций. Такое явление имеет место, например, для профилей, образованных удлиненными прямоугольниками. Для понижения величины напряжений во входящих углах, эти углы сглаживаются при помощи закругления небольшого радиуса. Концентрация напряжений в таких случаях может быть приближенно исследо-

вана с помощью мембранной аналогии. Если τ_1 — напряжение на границе контура вдали от закругления, то для закругления радиуса r (фиг. 26)

$$\tau_{\text{макс}} = \tau_1 \left(1 + \frac{c}{4r} \right)$$

Для малых радиусов закругления ($r \approx 0,1 c$) Треффцем получена следующая формула⁵.

$$\tau_{\text{макс}} = 1,74 \tau_1 \sqrt[3]{\frac{c}{r}}.$$



Фиг. 26

Опыты с мыльной пленкой, основанные на идее мембранной аналогии, также позволяют подойти к вопросу о концентрации напряжений в рассматриваемом случае. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

$\frac{r}{c}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{\tau_{\text{макс}}}{\tau_1}$	2,50	2,25	2,00	1,75

Малые продольные отверстия в скручиваемом стержне также вызывают концентрацию напряжений. Так, малое круглое отверстие при кручении круглого вала повышает максимальное напряжение в два раза. Такое же влияние оказывает полукруглый паз на поверхности круглого вала. Эллиптическое отверстие дает особенно значительную концентрацию напряжений, если большая ось расположена радиально. Этим объясняется сильное понижение прочности вала вследствие появления радиальных трещин.

Графо-аналитический способ вычисления углов закручивания брусев переменного сечения

Эпюра скручивающих моментов M получается интегрированием (планиметрированием) эпюры погонных скручивающих моментов m , эпюра относительных углов закручивания θ — делением ординат эпюры M на ординаты эпюры жесткости кручения C , и эпюра углов закручивания φ — интегрированием эпюры θ .

Данные для расчета на кручение труб

При кручении труб они обычно разрушаются вследствие потери устойчивости.

Расчетные напряжения в трубах зависят от отношения диаметра трубы к толщине стенки и определяются по формуле

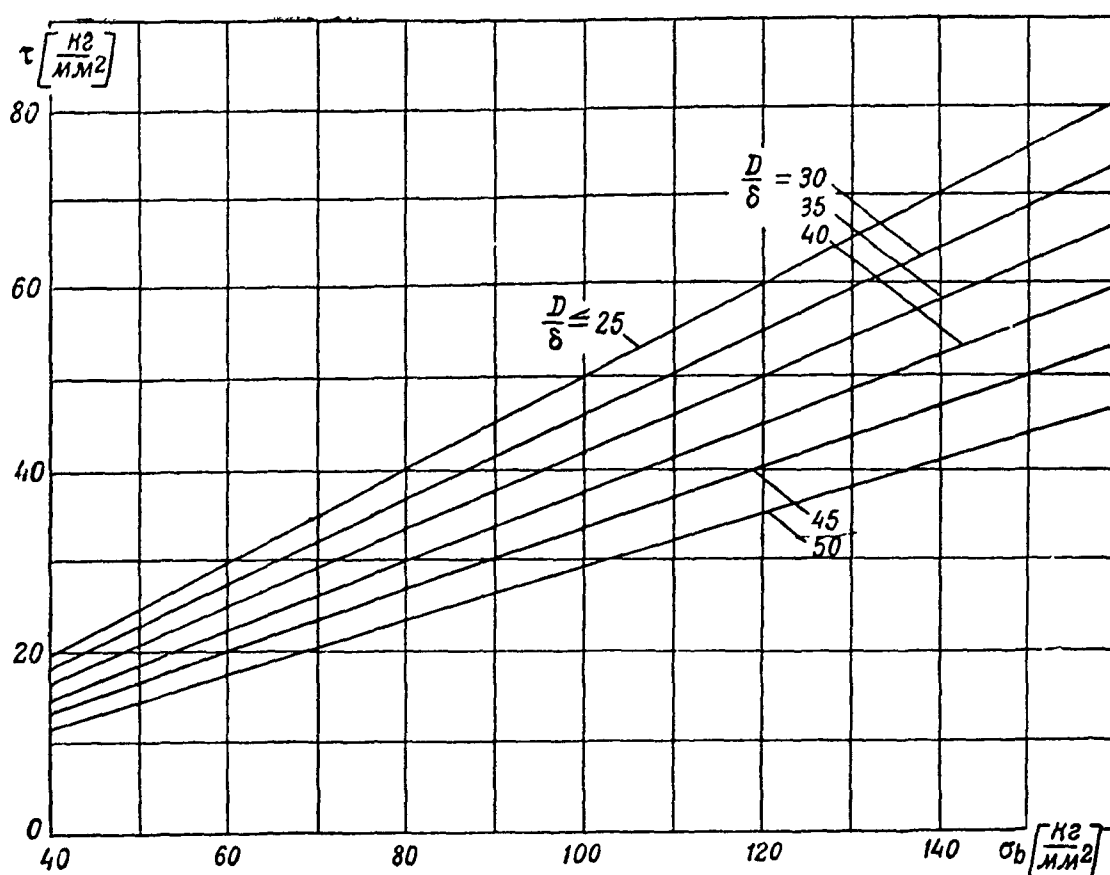
$$\tau_{\text{макс}} = \frac{\sigma_b}{2} \left(1,416 - 0,0167 \frac{D}{\delta} \right),$$

если

$$25 \leq \frac{D}{\delta} \leq 50$$

При $\frac{D}{\delta} \leq 25$

$$\tau_{\text{макс}} = \frac{\sigma_b}{2}.$$



Фиг 27

На фиг 27 дан график, соответствующий этим формулам. Полученное значение $\tau_{\text{макс}}$ должно удовлетворять неравенству

$$\tau_{\text{макс}} \geq \frac{M_{\text{кр}} D}{1,6 D^3_{\text{ср}} \delta}$$

Потенциальная энергия кручения

Потенциальная энергия стержня постоянного сечения определяется по формуле

$$U = \frac{M_{\text{кр}}^2 l}{2 G I_{\text{кр}}} = \frac{G I_{\text{кр}}}{2 l} \varphi^2,$$

где $G I_{\text{кр}}$ — жесткость на кручение ($I_{\text{кр}}$ — см табл 4)

БИБЛИОГРАФИЯ

- Runge C Graphische Lösung der Randwertaufgabe — Nachrichten v d Gesellschaft d Wissenschaften zu Göttingen 1911
- 2 Cicala P Il centro di taglio nei solidi cilindrici — Atti d Accademia d scienze di Torino 1934—35 v LXX t 1 Dispensa 3 p 356—371
- 3 Серенсен С В Основы технической теории упругости — Харьков—Киев НТИ Украины 1934
- 4 Панов Д Ю О кручении стержней, поперечное сечение которых ограничено двумя коническими сечениями — Труды ЦАГИ 1935 № 209
- 5 Тимошенко С П Теория упругости — Л—М, ГТТИ 1934 (пер с англ)
- 6 Панов Д Ю Расчет воздушного винта на прочность — Труды ЦАГИ 1937, № 288 (приложение 2)
- 7 Лурье М Л Расчетные напряжения в авиационных трубах на кручение — Труды ЦАГИ 1939, № 407

Таблица 4

Расчетные данные на кручение для стержней различных сечений

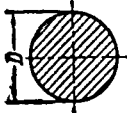
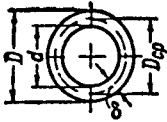
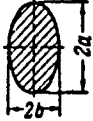
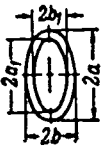
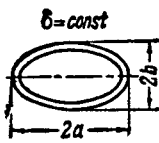
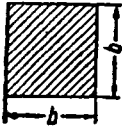
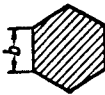
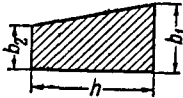
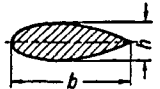
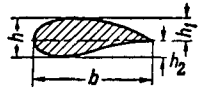
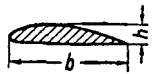
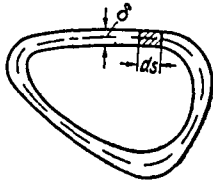
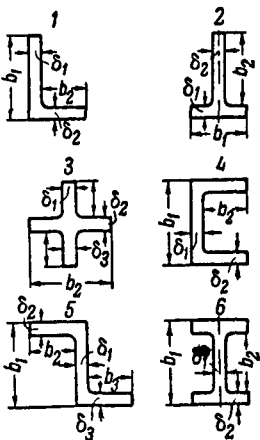
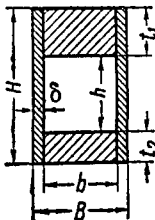
Сечение	$I_{кр} = \frac{C}{G}$	$\tau_{\max}$
	$\frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1 D^4$	$\frac{16 M}{\pi D^3} \approx \frac{M}{0,2 D^3}$
	$\frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}$ При $\frac{D}{\delta} > 6$ можно пользоваться формулой $0,8 D^3_{\text{ср}} \delta$ (с ошибкой, меньшей 3%)	$\frac{16 M D}{\pi (D^4 - d^4)}$ При $\frac{D}{\delta} > 6$ можно пользоваться формулой $\frac{M D}{1,6 D^3_{\text{ср}} \delta}$ (с ошибкой, меньшей 3%)
$a \ b = n,$  $n > 1$	$\pi \frac{n^3}{1 + n^2} b^4$	$\frac{2 M}{n \pi b^3}$ на концах малой оси
$a \ b =$ $= a_1 \ b_1 = n,$  $n > 1$	$\pi \frac{n^3}{1 + n^2} (b^4 - b_1^4)$	$\frac{2 M b}{\pi n (b^4 - b_1^4)}$ на концах малой оси
$\delta = \text{const}$ 	$\approx \frac{4 \pi^2 \delta a^2 b^2}{(a + b) \left[1 + 0,27 \frac{(a - b)^2}{(a + b)^2} \right]}$	$\frac{M}{2 \pi a b \delta}$
$b \ c = n, \ n \geq 1$ 	$\frac{1}{3} \left(n - 0,630 + \frac{0,052}{n^4} \right) c^4$ $n k c^4$ n k 1,0 0,1407 1,2 0,166 1,5 0,196 2,0 0,229 2,5 0,249 n k 3 0,263 4 0,281 5 0,291 10 0,312	$\frac{M c \left(1 - \frac{0,65}{1 + n^3} \right)}{\frac{1}{3} \left(n - 0,630 + \frac{0,052}{n^4} \right) c^4}$ $\frac{M}{n m c^3}$ n m 1,0 0,208 1,2 0,219 1,5 0,231 2,0 0,246 2,5 0,258 n m 3 0,267 4 0,282 5 0,291 10 0,312 на середине длинной стороны
	$0,1404 \ b^4$	$\frac{M}{0,208 \ b^3}$ на серединах сторон
	$1,035 \ b^4$	$\frac{1,09 \ M}{b^3}$
	$\frac{b^4}{46,2}$	$\frac{20,0 \ M}{b^3}$ на серединах сторон

Таблица 4 (продолжение)

Сечение	$I_{кр} = \frac{C}{G}$	$\tau_{\max}$
	$\frac{1}{12} \frac{h (b_1^4 - b_2^4)}{b_1 - b_2} - 0,105 (b_1^4 + b_2^4)$ при $h > 4 b_1$	$\frac{M b_1}{I_{кр}}$
	$\frac{0,162 h^3 b}{1 + 1,43 \left(\frac{h}{b}\right)^2}$	$2,5 \frac{M}{I_{кр}} h$
	$\frac{0,162 h^3 b}{1 + 1,9 \frac{h_1^2 + h_1 h_2 + h_2^2}{b^2}}$	$2,5 \frac{M}{I_{кр}} h$
	$\frac{0,167 h^3 b}{1 + 1,9 \left(\frac{h}{b}\right)^2}$	$2,5 \frac{M}{I_{кр}} h$
	$\frac{b^3}{3} (l - 0,63 b)$	$\frac{3 M}{b^2 (l - 0,63 b)}$
	При δ переменном $\frac{4 F_0^2}{\int \frac{ds}{\delta}}$, При $\delta = \text{const}$ $\frac{4 F_0 \delta}{s}$,	$\frac{M}{2 F_0 \delta_{\min}}$, где F_0 — площадь, ограниченная средней линией контура s — длина контура по средней линии
	$\frac{1}{3} \eta \sum b \delta^3$ фиг 1 2 3 4 5 6 $\eta_{\text{ср}}$ 0,97 1,08 1,17 1,3 1,17 1,3 см стр 21	
	$\frac{4 F_0^2 \delta}{s} + k_1 b t_1^3 + k_2 b t_2^3$, где $s = 2 (h + b + \delta) + t_1 + t_2$, $F_0 = \left(h + \frac{t_1 + t_2}{2}\right) (b + \delta)$ Значения k_1 и k_2 в зависимости от отношений $\frac{b}{t_1}$ и $\frac{b}{t_2}$ берутся по данным этой таблицы для прямоугольника	

ИЗГИБ

Определение изгибающих моментов и перерезывающих сил при поперечном изгибе

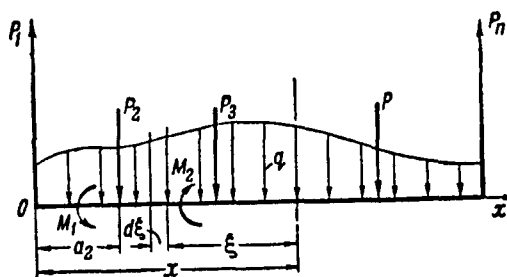
Условия равновесия требуют, чтобы внутренние силы и их моменты в любом сечении балки уравнивали внешние силы, передающиеся на это сечение и их моменты

Изгибающим моментом в данном сечении x будет сумма моментов всех сил и пар сил, лежащих с одной стороны сечения (фиг 28)

$$M(x) = \int_0^x q \xi d\xi + \sum P_i(x - a_i) + \sum M_i.$$

Момент уравнивается моментом нормальных напряжений в сечении x . Перерезывающей силой в данном сечении будет сумма всех сил, лежащих с одной стороны сечения

$$Q(x) = \sum P_i + \int_0^x q d\xi$$



Фиг 28

Перерезывающая сила $Q(x)$ в балке постоянного сечения уравнивается касательными напряжениями в сечении x . Предполагается, что деформации малые, упругие. Опорные реакции определяются из условий равновесия балки, в статически неопределимых случаях для определения опорных реакций к условиям равновесия присоединяют условия деформации балки.

Дифференциальное уравнение упругой линии (изогнутой оси балки)

$$\frac{M(x)}{EI_y} = \rho(x),$$

где E — модуль упругости,

I_y — осевой момент инерции сечения x относительно оси y (нейтральной оси),

$\rho(x)$ — радиус кривизны упругой линии в точке x ,

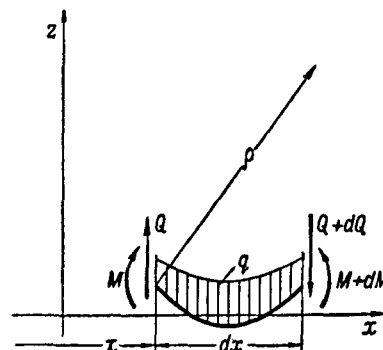
$M(x)$ — изгибающий момент в сечении x ,

или

$$EI_y z'' = \pm M(x),$$

принимая для малых деформаций

$$\rho = \frac{z''}{[1 + (z')^2]^{\frac{3}{2}}} \approx z''$$



Фиг 29

При составлении дифференциального уравнения упругой линии можно пользоваться следующим правилом знаков положительным считается момент $M(x)$, изгибающий балку так, что радиус кривизны упругой линии направлен от точки упругой линии, абсцисса которой есть x , в сторону положительной оси z . На иллюстрирующей это правило фиг 29 все величины показаны положительными

Угол наклона упругой линии к оси x (угол поворота сечения) может быть найден из решения дифференциального уравнения

Для балки постоянного сечения получается

$$EI_y z' = \int_{x_l}^x M(x) dx + C_1$$

Прогиб в любой точке по длине балки найдется соответственно из уравнения

$$EI_y z = \int_{x_l}^x \left(\int_{x_l}^x M(x) dx + C_1 \right) dx + C_2$$

Интегрирование ведется в пределах от координаты x_l начального сечения участка балки, для которого составлено уравнение, до соответствующего значения x , определяющего место искомой величины в том же участке балки

Постоянные C_1 и C_2 определяются из начальных условий

Связь между уравнениями изгибающих моментов, перерезывающих сил, упругой линии, углов поворота и распределенной нагрузки

$$q = EI_y \frac{d^4 z}{dx^4} = \frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx},$$

$$Q = EI_y \frac{d^3 z}{dx^3} = \frac{dM}{dx} = \int_0^x q d\xi + C,$$

$$M = EI_y \frac{d^2 z}{dx^2} = \int_0^x Q dx + C_1,$$

$$EI_y \frac{dz}{dx} = \int_0^x M dx + C_2,$$

$$EI_y z = \int_0^x \left(\int_0^x M dx + C_2 \right) dx + C_3$$

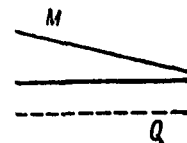
(нижний предел здесь соответствует положению начала координат в начальном сечении участка балки, для которого составлено уравнение, см выше)

Эпюры моментов и перерезывающих сил

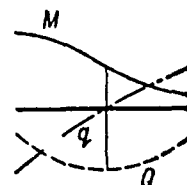
Эпюры моментов и перерезывающих сил представляют собой графики, показывающие изменение $M(x)$ и $Q(x)$ по длине балки соответственно уравнениям $M(x)$ и $Q(x)$ для всех участков балок

При построении эпюр удобно пользоваться следующими зависимостями (фиг 30)

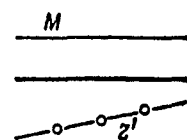
при $q=0$ на всей длине участка будет на этом участке $Q=\text{const}$ и M —наклонная прямая,



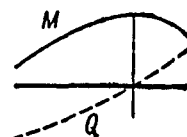
при $q=0$ в данном сечении (если эпюра q пересекает ось), в этом сечении будет $Q_{\text{макс}}$ или $Q_{\text{мин}}$, и точка перегиба эпюры M ,



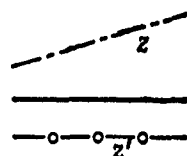
при $Q=0$ на всей длине участка будет на этом участке $q=0$, $M=\text{const}$, а $\frac{dz}{dx}$ — наклонная прямая,



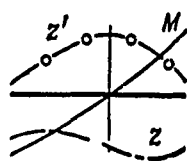
при $Q=0$ в данном сечении, в этом сечении будет $M_{\text{макс}}$ или $M_{\text{мин}}$, а $\frac{dz}{dx}$ имеет точку перегиба,



при $M=0$ на всей длине участка на этом участке будет $Q=0$, $q=0$; $\frac{dz}{dx}=\text{const}$ и упругая линия прямая,



при $M=0$ в данном сечении, в этом сечении будет $\left(\frac{dz}{dx}\right)_{\text{макс}}$ или $\left(\frac{dz}{dx}\right)_{\text{мин}}$ и точка перегиба упругой линии



Фиг 30

Эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил даны для разных случаев поперечного изгиба балок в табл 5 и 6

Таблицы формул для расчета балок на поперечный изгиб

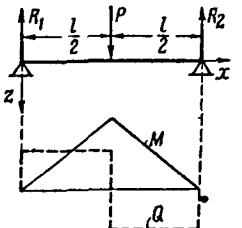
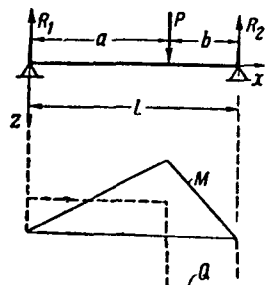
В табл 5 приведены расчетные формулы на поперечный изгиб статически определимых балок. В таблице даны схема нагружения (P и q), эпюры моментов и перерезывающих сил (M и Q), реакции опор (R_n и M_n), формулы для определения $M(x)$ — изгибающего момента в сечении, отстоящем на расстоянии x от начала координат, формулы для определения углов поворота в виде z' , и формулы для определения прогибов z . В большинстве случаев дается значение $M_{\text{макс}}$ по абсолютной величине, а также и $z_{\text{макс}}$, кроме того, даются выражения для определения углов поворота сечений у опор. Эпюры моментов показаны сплошными линиями, а эпюры перерезывающих сил — пунктирными. Для балок, имеющих несколько участков нагружения, в выражениях z' и z введен знак $\parallel$ с индексом, показывающим, что все члены выражения, стоящие справа от этого знака, берутся только для сечений, имеющих координату x большую, чем указано индексом у знака $\parallel$.

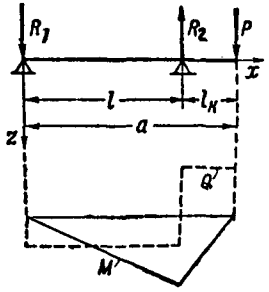
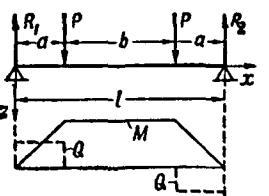
В табл 6 приведены расчетные формулы на поперечный изгиб статически неопределимых балок. Знак $\parallel$ с индексом имеет такой же смысл, как и в табл 5.

Данными табл 5 и 6 можно пользоваться в других более сложных (комбинированных) случаях нагружения поперечным изгибом, применяя принцип сложения действия сил (стр 10).

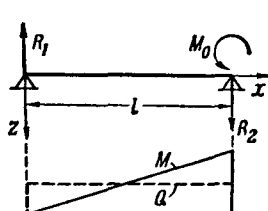
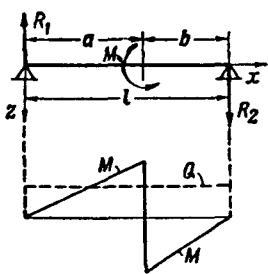
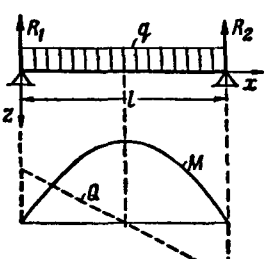
Таблица 5

Формулы для расчета балок на изгиб

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающие моменты	Углы	Прогибы
	$R_1 = \frac{P}{2}$ $R_2 = \frac{P}{2}$	$M = -\frac{P}{2} x \text{ для } x \leq \frac{l}{2}$ $M = -\frac{P}{2} (l-x) \text{ для } x \geq \frac{l}{2}$ $ M _{\text{макс}} = \frac{Pl}{4} \text{ при } x = \frac{l}{2}$	$z = \frac{Pl^2}{16EI} \left[1 - 4 \frac{x^2}{l^2} + \right.$ $\left. + \left\ \frac{8}{l} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right)^2 \right\ \right]$ $z_0 = \frac{Pl^2}{16EI} \text{ при } x = 0$ $z_l = -\frac{Pl^2}{16EI} \text{ при } x = l$	$z = \frac{Pl^3}{16EI} \left[-\frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} + \right.$ $\left. + \left\ \frac{8}{l} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right)^3 \right\ \right]$ $z_{\text{макс}} = \frac{Pl^3}{48EI}$ при $x = \frac{l}{2}$
	$R_1 = P \frac{b}{l}$ $R_2 = P \frac{a}{l}$	$M = -Pb \frac{x}{l} \text{ для } x \leq a$ $M = -Pa \left(1 - \frac{x}{l} \right) \text{ для } x \geq a$ $ M _{\text{макс}} = \frac{Pab}{l} \text{ при } x = a$	$z = \frac{Pl^2}{6EI} \left[\frac{b}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{b^2}{l} - 3 \frac{x^2}{l^2} \right] +$ $+ \left\ \frac{3}{l} \left(\frac{x-a}{l} \right)^2 \right\ $ $z'_0 = \frac{Pab}{6EI} \left(1 + \frac{b}{l} \right) \text{ при } x = 0$ $z_l = -\frac{Pab}{6EI} \left(1 + \frac{a}{l} \right) \text{ при } x = l$ $z_{0\text{макс}} = 0.03629 \frac{Pl^2}{EI} \text{ при } a = 0.4226 l$	$z = \frac{Pl^3}{6EI} \left[\frac{b}{l} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{b^2}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right] +$ $+ \left\ \frac{3}{l} \left(\frac{x-a}{l} \right)^3 \right\ $ $z_a = \frac{Pa^2b^2}{3EI} \text{ при } x = a$ $z_{\text{макс}} = 0.0641 \frac{Pbl^2}{EI} \left(1 - \frac{b^2}{l^2} \right)^{3/2}$ при $x = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}}$ если $a > b$

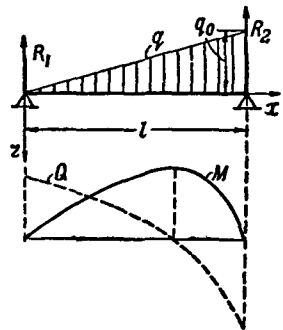
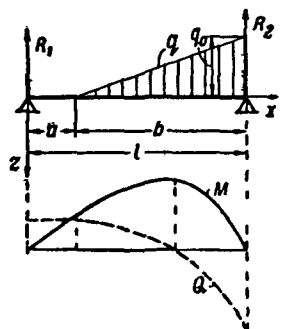
	$R_1 = -\frac{Pl_k}{l}$ $R_2 = +\frac{Pa}{l}$	$M = Pl_k \frac{x}{l} \quad \text{для } x \leq l$ $M = P(a - x) \quad \text{для } x \geq l$ $ M _{\text{макс}} = Pl_k \quad \text{при } x = l$	$z' = \frac{Pl_k}{6EI} \left[\frac{l_k}{l} \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) - \left\ 3 \frac{a}{l} \left(\frac{x-l}{l} \right)^2 \right\ \right]$ $z'_0 = -\frac{Pl_k}{6EI} \quad \text{при } x = 0$ $z'_l = \frac{Pl_k}{3EI} \quad \text{при } x = l$ $z_a = \frac{Pl_k}{6EI} \left(2 \frac{l_k}{l} + 3 \frac{l_k^3}{l^3} \right) \quad \text{при } x = a$	$z = \frac{Pl_k}{6EI} \left[\frac{l_k}{l} \frac{x}{l} \left(\frac{x^2}{l^2} - 1 \right) - \left\ \frac{a}{l} \left(\frac{x-l}{l} \right)^3 \right\ \right]$ $z_a = \frac{Pl_k}{3EI} \left(\frac{l_k^3}{l^3} + \frac{l_k^3}{l^3} \right) \quad \text{при } x = a$
	$R_1 = R_2 = P$	$M = -Px \quad \text{для } x \leq a$ $M = -Pa \quad \text{для } a \leq x \leq a+b$ $M = -P(l-x) \quad \text{для } x \geq a+b$ $ M _{\text{макс}} = Pa \quad \text{при } a \leq x \leq a+b$	$z' = \frac{Pl^2}{2EI} \left\{ \frac{a(a+b)}{l^2} - \frac{x^2}{l^2} + \left\ a \left(\frac{x-a}{l} \right)^2 + \left\ _{a+b} \left[\frac{x-(a+b)}{l} \right]^2 \right\ \right\} \right\}$ $z'_0 = -z'_l = -\frac{Pab}{2EI}$	$z = \frac{Pl^2}{6EI} \left\{ \frac{x}{l} \left(3 \frac{a(a+b)}{l^2} - \frac{x^2}{l^2} + \left\ a \left(\frac{x-a}{l} \right)^3 + \left\ _{a+b} \left[\frac{x-(a+b)}{l} \right]^3 \right\ \right) \right\}$ $z_a = \frac{Pla^2}{6EI} \left(3 \frac{b}{l} - \frac{a}{l} \right) \quad \text{при } x = a,$ $z_{\text{макс}} = \frac{Pl^2 a}{6EI} \left(\frac{3}{4} - \frac{a^2}{l^2} \right) \quad \text{при } x = \frac{l}{2}$

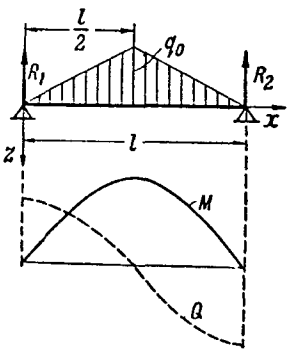
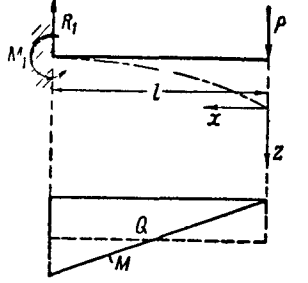
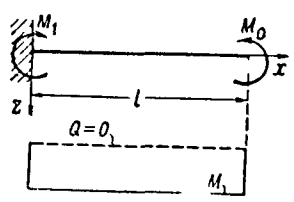
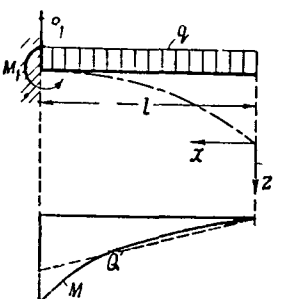
Т а б л и ц а 5 (продолжение)

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающие моменты	Углы	Прогибы
	$R_1 = + \frac{M_0}{l}$ $R_2 = - \frac{M_0}{l}$	$M = - M_0 \frac{x}{l}$ $ M _{\text{макс}} = M_0 \text{ при } x = l$	$z' = \frac{Ml}{6EI} \left(1 - 3 \frac{x^2}{l^2} \right)$ $z'_0 = \frac{M_0 l}{6EI} \text{ при } x = 0$ $z'_l = - \frac{M_0 l}{3EI} \text{ при } x = l$	$z = - \frac{M_0 l^2}{6EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right)$ $z_{\text{макс}} = 0,0778 \frac{M_0 l^2}{EI}$ при $x = 0,05774l$
	$R_1 = + \frac{M_0}{l}$ $R_2 = - \frac{M_0}{l}$	$M = - M_0 \frac{x}{l} \text{ для } x \leq a$ $M = M_0 \left(1 - \frac{x}{l} \right) \text{ для } x \geq a$ $ M _{\text{макс}} = M_0 \frac{a}{l}$ или $ M _{\text{макс}} = M_0 \frac{b}{l}$	$z' = \frac{M_0 l}{6EI} \left[1 - 3 \frac{b^2}{l^2} - 3 \frac{x^2}{l^2} + \right.$ $\left. + 6 \frac{(x-a)^2}{l^2} \right]$ $z'_0 = \frac{M_0 l}{6EI} \left(1 - 3 \frac{b^2}{l^2} \right) \text{ при } x = 0$ $z'_l = \frac{M_0 l}{6EI} \left(1 - 3 \frac{a^2}{l^2} \right) \text{ при } x = l$ $z'_a = \frac{M_0 l}{6EI} \left(3 \frac{ab}{l^2} - 1 \right) \text{ при } x = a$	$z = \frac{M_0 l^2}{6EI} \left[\frac{x}{l} \left(1 - 3 \frac{b^2}{l^2} - \frac{x^2}{l^2} \right) + \right.$ $\left. + 6 \frac{(x-a)^2}{l^2} \right]$ $z_a = \frac{M_0 ab}{3EI} \left(\frac{a-b}{l} \right)$ Если момент приложен вблизи середины пролета ($0,1227 < \frac{a}{l} < 0,5773$) то упругая линия имеет максимум минимум и точку перегиба. Если момент приложен левее указанного интервала упругая линия имеет только минимум, а если правее — только максимум.
	$R_1 = R_2 = \frac{ql}{2}$	$M = - \frac{ql^2}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right)$ $ M _{\text{макс}} = \frac{ql^2}{8}$ при $x = \frac{l}{2}$	$z' = \frac{ql^3}{24EI} \left(1 - 6 \frac{x^2}{l^2} + 4 \frac{x^3}{l^3} \right)$ $z'_0 = - z'_l = \frac{ql^3}{24EI}$	$z = \frac{ql^4}{24EI} \left(\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $z_{\text{макс}} = \frac{5ql^4}{384EI} \text{ при } x = \frac{l}{2}$

	$R_1 = \frac{qb^2}{2l}$ $R_2 = qb \left(1 - \frac{b}{2l}\right)$	$M = -\frac{qb^2}{2} \frac{x}{l} \quad \text{для } x \leq a$ $M = -\frac{qbl}{2} \left[\frac{b}{l} \frac{x}{l} - \frac{l}{b} \left(\frac{x-a}{l} \right)^2 \right] \quad \text{для } x \geq a$ $ M _{\text{макс}} = \frac{ql^2}{8} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right)^2$ при $x = \frac{l}{2} \left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right)$	$z' = \frac{qlb^2}{24EI} \left[1 + 2 \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2} - 6 \frac{x^2}{l^2} + \left\ _a 4 \frac{(x-a)^3}{lb^2} \right\ \right]$ $z'_0 = \frac{qlb^2}{24EI} \left(1 + 2 \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right)$ $z'_l = -\frac{qlb^2}{24EI} \left(1 + \frac{a}{l}\right)^2$	$z = \frac{ql^2b^2}{24EI} \left[\frac{x}{l} \left(1 + 2 \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2} - 2 \frac{x^2}{l^2}\right) + \left\ _a \frac{(x-a)^4}{l^2b^2} \right\ \right]$
	$R_1 = \frac{q(l^2 - l_k^2)}{2l}$ $R_2 = \frac{q(l + l_k)^2}{2l}$	$M = -\frac{q}{2} (l + l_k) l \left[\frac{l - l_k}{l} \frac{x}{l} - \frac{l}{l + l_k} \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] \quad \text{для } x \leq l$ $M = \frac{q}{2} (l + l_k - x)^2 \quad \text{для } x \geq l$	$z' = \frac{q(l + l_k)l^2}{12EI} \left[2 \frac{l}{l + l_k} \left(\frac{x}{l} \right)^3 - 3 \frac{l - l_k}{l} \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \frac{l^2 - 2l_k^2}{2(l + l_k)l} - \left\ _l 3 \frac{l + l_k}{l} \frac{(x-l)^2}{l^2} \right\ \right]$ $z'_0 = \frac{q(l + l_k)}{24EI} \frac{l(l^2 - 2l_k^2)}{l + l_k}$ $z'_l = -\frac{q(l + l_k)l^2}{24EI} \left(8 \frac{l + l_k}{l} - 3 \frac{l}{l + l_k} - 4 \right)$	$z = \frac{q(l + l_k)l^3}{12EI} \left[\frac{l}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^4 \frac{1}{l + l_k} - \frac{l - l_k}{l} \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{l^2 - 2l_k^2}{2(l + l_k)l} \frac{x}{l} - \left\ _l \frac{l + l_k}{l} \left(\frac{x-l}{l} \right)^3 \right\ \right]$

таблица 3 (продолжение)

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающие моменты	У г л ы	Прогибы
	$R_1 = \frac{q_0 l}{6}$ $R_2 = \frac{q_0 l}{3}$	$M = -\frac{q_0 l^2}{6} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$ $ M _{\text{макс}} = 0,1283 \frac{q_0 l^2}{2}$ при $x = 0,5773l$	$z' = \frac{q_0 l^3}{360 EI} \left(7 - 30 \frac{x^2}{l^2} + 15 \frac{x^4}{l^4} \right)$ $z'_0 = \frac{7 q_0 l^3}{360 EI}$ $z'_l = -\frac{q_0 l^3}{45 EI}$	$z = \frac{q_0 l^4}{360 EI} \left(7 \frac{x}{l} - 10 \frac{x^3}{l^3} + 3 \frac{x^5}{l^5} \right)$ $z_{\text{макс}} = 0,01304 \frac{q_0 l^4}{2 EI}$ при $x = 0,5193 l$
	$R_1 = \frac{q_0 b^2}{6l}$ $R_2 = \frac{q_0 b}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{b}{l} \right)$	$M = -\frac{q_0 b^2}{6} \frac{x}{l} \text{ для } x \leq a$ $M = -\frac{q_0 b^2}{6} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x-a}{b} \right)^3 \right] \text{ для } x \geq a$ $ M _{\text{макс}} = \frac{q_0 b^2}{6} \left[\frac{a}{l} + 2 \left(\frac{b}{3l} \right)^{3/2} \right] \approx \frac{q_0 b^2}{6} \left[\frac{a}{l} + 0,3849 \left(\frac{b}{l} \right)^{3/2} \right]$ при $x = a + b \sqrt{\frac{b}{3l}}$	$z' = \frac{q_0 b l^2}{360 EI} \left[\frac{b}{l} \left(7 + 6 \frac{a}{l} - 3 \frac{a^2}{l^2} - 30 \frac{x^2}{l^2} \right) + 15 \frac{(x-a)^4}{l^2 b^2} \right]$ $z'_0 = \frac{q_0 l b^2}{360 EI} \left(7 + 6 \frac{a}{l} - 3 \frac{a^2}{l^2} \right)$ $z'_l = -\frac{q_0 l b^2}{360 EI} \left(8 + 9 \frac{a}{l} + 3 \frac{a^2}{l^2} \right)$	$z = \frac{q_0 b l^3}{360 EI} \left[\frac{b}{l} \left(7 + 6 \frac{a}{l} - 3 \frac{a^2}{l^2} - 10 \frac{x^3}{l^3} \right) \frac{x}{l} + 3 \frac{(x-a)^5}{l^3 b^2} \right]$

	$R_1 = R_2 = \frac{q_0 l}{4}$	$M = -\frac{q_0 l^2}{12} \left(3 - 4 \frac{x^2}{l^2} \right) \frac{x}{l}$ для $x \leq \frac{l}{2}$ $ M _{\text{макс}} = \frac{q_0 l^2}{12}$ при $x = \frac{l}{2}$	$z' = \frac{q_0 l^3}{192 EI} \left(5 - 24 \frac{x^2}{l^2} + 16 \frac{x^4}{l^4} \right)$ для $x \leq \frac{l}{2}$ $z'_0 = -z'_l = \frac{5 q_0 l^3}{192 EI} \approx$ $\approx 0,02604 \frac{q_0 l^3}{EI}$	$z = \frac{q_0 l^4}{60 EI} \frac{x}{l} \left(1,5625 - 2,5 \frac{x^2}{l^2} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $z_{\text{макс}} = \frac{q_0 l^4}{120 EI}$ при $x = \frac{l}{2}$
	$R_1 = P$ $M_1 = Pl$	$M = Px$ $M_{\text{макс}} = Pl$	$z' = -\frac{Pl^2}{2EI} \left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right)$ $z'_0 = \frac{Pl^2}{2EI}$ $z'_l = 0$	$z = -\frac{Pl^3}{6EI} \left(3 \frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right)$ $ z _{\text{макс}} = \frac{Pl^3}{3EI} \text{ при } z = l$
	$R_1 = 0$ $M_1 = M_0$	$M = -M_0$	$z' = -\frac{M_0 x}{EI}$ $z'_0 = 0$ $z'_l = -\frac{M_0 l}{EI}$	$z = -\frac{M_0 x^2}{2EI}$ $ z _{\text{макс}} = \frac{M_0 l^2}{2EI}$ при $x = l$
	$R_1 = ql$ $M_1 = \frac{ql^2}{2}$	$M = \frac{qx^2}{2}$ $M_{\text{макс}} = \frac{ql^2}{2} \text{ при } x = l$	$z' = -\frac{ql^3}{6EI} \left(1 - \frac{x^3}{l^3} \right)$ $z'_0 = -\frac{ql^3}{6EI}$ $z'_l = 0$	$z = -\frac{ql^4}{6EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \frac{x^4}{l^4} \right)$ $ z _{\text{макс}} = \frac{ql^4}{8EI} \text{ при } x = l$

22

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающие моменты	Углы	Прогибы
	$R_1 = P$ $M_1 = -M_2 = \frac{Pl}{2}$	$M = -Pl \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right)$ $M_{\text{макс}} = \frac{Pl}{2}$ при $x = 0$ и $x = l$	$z' = \frac{Pl^2}{2EI} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right)$ $z'_0 = z'_l = 0$ $z_{\frac{l}{2}} = \frac{Pl^2}{8EI}$ при $x = \frac{l}{2}$	$z = \frac{Pl^3}{12EI} \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3} \right)$ $z_0 = 0$ при $x = 0$ $z_l = \frac{Pl^3}{12EI}$ при $x = l$
	$R = qb$ $M_1 = \frac{qb(a+l)}{2}$	$M = -\frac{qbl}{2} \left(1 + \frac{a}{l} - 2 \frac{x}{l} \right)$ для $x \leq a$ $M = \frac{ql^2}{2} \left(1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right)$ для $x \geq a$ $M_{\text{макс}} = \frac{qb(a+l)}{2}$ при $x = 0$	$z' = -\frac{qbl^2}{2EI} \left[\left(1 + \frac{a}{l} \right) \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} + \right] \left\ _a \frac{(x-a)^3}{3bl^2} \right]$ $z'_0 = 0$ при $x = 0$ $z'_l = \frac{qbl^2}{6EI} \left(1 + \frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2} \right)$ при $x = l$ $z'_a = \frac{qb la}{2EI}$ при $x = a$	$z = \frac{qbl^3}{24EI} \left[6 \left(1 + \frac{a}{l} \right) \frac{x^2}{l^2} - 4 \frac{x^3}{l^3} + \right] \left\ _a \frac{(x-a)^4}{bl^3} \right]$ $z_l = \frac{qbl^3}{24EI} \left(2 + 6 \frac{a}{l} + \frac{b^3}{l^3} \right)$ при $x = l$ $z_a = \frac{qb la^2}{4EI} \left(1 + \frac{a}{3l} \right)$ при $x = a$

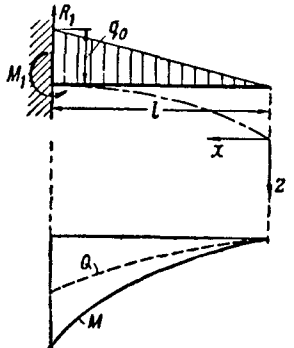
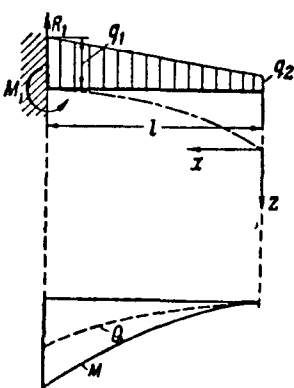
	$R = \frac{q_0 l^2}{2}$ $M_1 = -\frac{q_0 l^2}{6}$	$M = -\frac{q_0 x^3}{6l}$ $M_{\text{макс}} = -\frac{q_0 l^2}{6}$ при $x = l$	$z' = -\frac{q_0 l^3}{24 EI} \left(1 - \frac{x^4}{l^4} \right)$ $z'_0 = -\frac{q_0 l^3}{24 EI}$ при $x = 0$ $z'_l = 0 \quad \text{при } x = l$	$z = -\frac{q_0 l^4}{120 EI} \left(5 \frac{x}{l} - \frac{x^5}{l^5} \right)$ $z_0 = 0 \quad \text{при } x = 0$ $z_l = -\frac{q_0 l^4}{30 EI} \quad \text{при } x = l$
	$R_1 = \frac{(q_1 + q_2) l}{2}$ $M_1 = -\frac{(q_1 + 2q_2) l^2}{6}$	$M = -\frac{q_2 x^2}{2} +$ $+ \frac{(q_1 - q_2) x^3}{6l}$	$z' = -\frac{l^3}{24 EI} \left[4 \left(\frac{x}{l} \right)^3 - \right.$ $\left. - (q_1 - q_2) \left(\frac{x}{l} \right)^4 - \right.$ $\left. - q_1 - 3q_2 \right]$ $z_0 = -\frac{l^3(q_1 + 3q_2)}{24 EI}$ при $x = 0$ $z_l = 0$ при $x = l$	$z = \frac{l^4}{120 EI} \left[5q_2 \left(\frac{x}{l} \right)^4 + \right.$ $\left. + (q_1 - q_2) \left(\frac{x}{l} \right)^5 - \right.$ $\left. - (5q_1 + 15q_2) \frac{x}{l} \right]$ $z_0 = 0$ при $x = 0$ $z_l = -\frac{l^4}{120 EI} (4q_1 +$ $+ 11q_2)$ при $x = l$

Таблица 5 (продолжение)

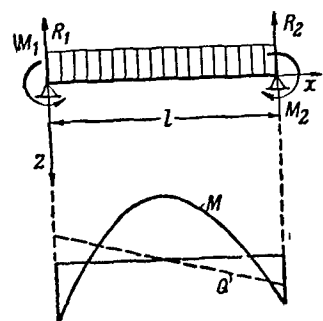
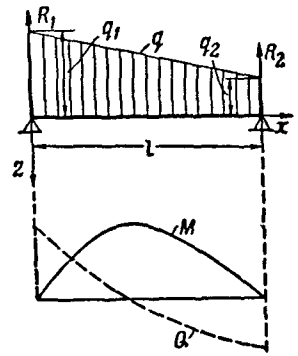
Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающие моменты	Углы	Прогибы
	$R_1 = \frac{M_1 - M_2}{l} + \frac{ql}{2}$ $R_2 = \frac{M_2 - M_1}{l} + \frac{ql}{2}$	$M = M_1 - \frac{M_1 - M_2}{l} x - \frac{ql}{2} x + \frac{qx^2}{2}$	$z' = \frac{(M_2 - M_1)l^2}{6EI} \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) + \frac{M_1 l}{2EI} \left(2 \frac{x}{l} - 1 \right) + \frac{ql^3}{24EI} \left(1 - 6 \frac{x^2}{l^2} + 4 \frac{x^3}{l^3} \right)$	$z = \frac{M_1 l^2}{2EI} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l} \right) + \frac{(M_2 - M_1)l^2}{6EI} \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{x}{l} \right) + \frac{ql^4}{24EI} \left(\frac{x^4}{l^4} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x}{l} \right)$
	$R_1 = \left(\frac{q_1}{2} - \frac{q_1 - q_2}{6} \right) l$ $R_2 = \left(\frac{q_1}{2} - \frac{q_1 - q_2}{3} \right) l$	$M = -\frac{q_1 l^2}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right) + \frac{(q_1 - q_2) l^2}{6} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right)$	$z' = \frac{q_1 l^3}{24EI} \left(1 - 6 \frac{x^2}{l^2} + 4 \frac{x^3}{l^3} \right) - \frac{(q_1 - q_2) l^3}{360EI} \left(7 - 30 \frac{x^2}{l^2} + 15 \frac{x^4}{l^4} \right)$ $z'_0 = \left[\frac{q_1}{24} - \frac{7(q_1 - q_2)}{360} \right] \frac{l^3}{EI}$ $z'_l = - \left(\frac{q_1}{24} + \frac{q_1 - q_2}{45} \right) \frac{l^3}{EI}$	$z = \frac{q_1 l^4}{24EI} \left(\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right) - \frac{(q_1 - q_2) l^4}{360EI} \left(7 \frac{x}{l} - 10 \frac{x^3}{l^3} + 3 \frac{x^5}{l^5} \right)$

Таблица 6

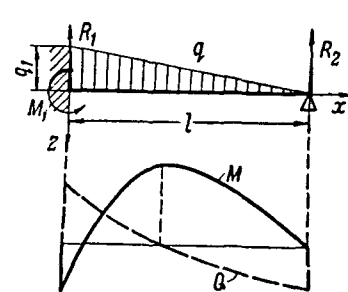
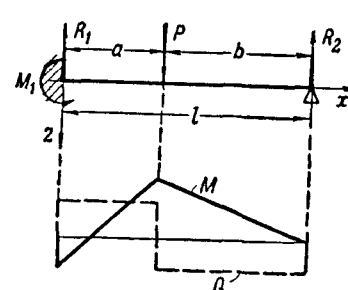
Формулы для расчета статически неопределимых балок на изгиб

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающий момент и перерезывающая сила	Упругая линия балки
	$R_1 = \frac{b^2}{l^3} (3a + b) P$ $R_2 = \frac{a^2}{l^3} (a + 3b) P$ $M_1 = \frac{ab^2}{l^2} P$ $M_2 = \frac{a^2b}{l^2} P$	$M = P \frac{b^2}{l} \left(\frac{a}{l} - \frac{3a+b}{l} \frac{x}{l} \right) + \parallel_a P(x-a)$ $Q = -P \frac{b^2}{l^2} \frac{3a+b}{l} + \parallel_a P$	$z = \frac{Pl^3}{6EI} \frac{b^2}{l^2} \frac{x^2}{l^2} \left(3 \frac{a}{l} - \frac{3a+b}{l} \frac{x}{l} \right) + \parallel_a \frac{Pl^3}{6EI} \left(\frac{x-a}{l} \right)^3$ $z_a = \frac{Pl^3}{3EI} \frac{a^3}{l^3} \frac{b^3}{l^3} \text{ при } x = a$ Максимальный прогиб при $x = \frac{2al}{3a+b}$ $z_{\text{макс}} = \frac{2}{3EI} Pl^3 \frac{a^3b^2}{l^3(3a+b)^2}$
	$R_1 = \frac{ql}{2}$ $R_2 = \frac{ql}{2}$ $M_1 = \frac{ql^2}{12}$ $M_2 = \frac{ql^2}{12}$	$M = \frac{ql^2}{12} \left(1 - 6 \frac{x}{l} + 6 \frac{x^2}{l^2} \right)$ в середине пролета $M_{\frac{l}{2}} = \frac{ql^2}{24}$ $Q = \frac{ql}{2} \left(-1 + 2 \frac{x}{l} \right)$	$z = \frac{ql^4}{24EI} \frac{x^2}{l^2} \left(1 - 2 \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right)$ Максимальный прогиб при $x = \frac{l}{2}$ $z_{\text{макс}} = \frac{1}{384} \frac{ql^4}{EI}$

Таблица 6 (продолжение)

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающий момент и перерезывающая сила	Упругая линия балки
	$R_1 = 0,15 q_2 l$ $R_2 = 0,35 q_2 l$ $M_1 = \frac{q_2 l^2}{30}$ $M_2 = \frac{q_2 l^2}{20}$	$M = \frac{q_2 l^2}{60 EI} \left(10 \frac{x^3}{l^3} - 9 \frac{x}{l} + 2 \right)$ Максимальный в пролете при $x = 0,548 l$. $ M _{\text{макс}} = \frac{q_2 l^2}{46,6}$ $Q = \frac{q_2 l}{20} \left(10 \frac{x^2}{l^2} - 3 \right)$	$z = \frac{q_2 l^4}{120 EI} \frac{x^2}{l^2} \left(\frac{x^3}{l^3} - 3 \frac{x}{l} + 2 \right)$ При $x = \frac{l}{2}$ $z_{\frac{l}{2}} = \frac{q_2 l^4}{768 EI}$ При $x = 0,525 l$. $z_{\text{макс}} \approx \frac{q_2 l^4}{764 EI}$
	$R_1 = \frac{5}{8} q l$ $R_2 = \frac{3}{8} q l$ $M_1 = -\frac{q l^2}{8}$	$M = \frac{q l^2}{8} \left(1 - 5 \frac{x}{l} + 4 \frac{x^2}{l^2} \right)$ $ M _{\text{макс}} = \frac{9}{128} q l^2$ при $x = 0,625 l$ $Q = -q l \left(\frac{5}{8} - \frac{x}{l} \right)$	$z = \frac{q l^4}{24 EI} \cdot \frac{x^2}{l^2} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{x}{l} + \frac{3}{2} \right)$ При $x = \frac{l}{2}$: $z_{\frac{l}{2}} = \frac{q l^4}{192 EI}$ При $x = 0,579 l$ $z_{\text{макс}} \approx \frac{q l^4}{185 EI}$

Таблица 6 (продолжение)

Схема нагружения	Опорные реакции	Изгибающий момент и перерезывающая сила	Упругая линия балки
	$R_1 = 0,4 q_1 l$ $R_2 = 0,1 q_1 l$ $M_1 = \frac{q_1 l^2}{15}$	$M = \frac{q_1 l^2}{30} \left(2 - 12 \frac{x}{l} + 15 \frac{x^2}{l^2} - 5 \frac{x^3}{l^3} \right),$ $ M _{\max} = \frac{q_1 l^2}{33,6},$ при $x = 0,553 l$ $Q = -\frac{q_1 l}{10} \left(4 - 10 \frac{x}{l} + 5 \frac{x^2}{l^2} \right)$	$z = \frac{q_1 l^4}{120 EI} \frac{x^2}{l^2} \left(4 - 8 \frac{x}{l} + 5 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right)$ $z_{\frac{l}{2}} = \frac{q_1 l^4}{426,6 EI} \quad \text{при } x = \frac{l}{2}$ $z_{\max} = \frac{q_1 l^4}{418,6 EI} \quad \text{при } x = 0,552 l$
	$R_1 = P \left[1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right) \right]$ $R_2 = P \frac{a^2}{2 l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right)$ $M_1 = \frac{P}{2} \frac{ab}{l} \left(1 + \frac{b}{l} \right)$	$M = \frac{Pl}{6} \left\{ 3 \frac{ab}{l^2} \left(1 + \frac{b}{l} \right) - \left[1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right) \right] \frac{6x}{l} \right\} +$ $+ \int_a^x P(x-a)$ $Q = -P \left[1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{b}{l} \right) \right] + \int_a^x P$	$z = \frac{Pl^3}{6 EI l^2} \left\{ \frac{3}{2} \frac{ab}{l^2} \left(1 + \frac{b}{l} \right) - \left[1 - \frac{a^2}{2 l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right) \right] \frac{x}{l} \right\} +$ $+ \int_a^x \frac{Pl^3}{6 EI} \frac{(x-a)^3}{l^3}$

Определение нормальных напряжений при поперечном изгибе

Изгиб в главной плоскости

Нормальные напряжения до предела пропорциональности определяются по формуле

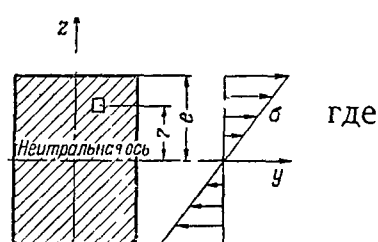
$$\sigma = \frac{Mz}{I_y},$$

где M — момент поперечных сил, лежащих в плоскости xz , относительно рассматриваемого сечения,

I_y — осевой момент инерции площади сечения относительно оси y , совпадающей с нейтральной осью,

z — расстояние от оси y до точки, в которой определяется σ (фиг 31)

Наибольшие по абсолютной величине нормальные напряжения определяются по формуле

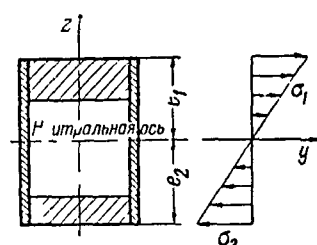


Фиг 31

$$\sigma = \pm \frac{M}{W_y},$$

$$W_y = \frac{I_y}{e}$$

где W_y — момент сопротивления площади сечения. В случае несимметричного относительно оси y сечения, W_y должно быть взято для того крайнего волокна, в котором определяется напряжение, подстановкой в формулу для W_y соответствующего значения e (фиг 32)



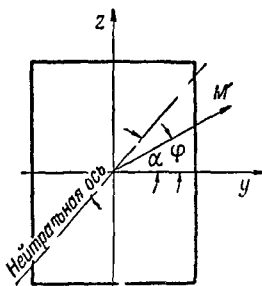
Фиг 32

$$\sigma_1 = \frac{M}{W_1}, \quad \text{где } W_1 = \frac{I_y}{e_1},$$

$$\sigma_2 = \frac{M}{W_2}, \quad \text{где } W_2 = \frac{I_y}{e_2}$$

Знак (+) выбирается обычно для растянутых волокон, а (—) — для сжатых

На нейтральной оси волокна не изменяют своей длины, и $\sigma = 0$. Нейтральная ось при деформациях до предела пропорциональности проходит через центр площади сечения



Фиг 33

Косой изгиб

В случае косоугольного изгиба (когда силы, вызывающие изгиб, не лежат в главных плоскостях сечения) нормальное напряжение в точке (y, z) (фиг 33) определяется по формуле

$$\sigma = \pm \frac{M \cos \varphi}{I_y} z \pm \frac{M \sin \varphi}{I_z} y$$

Наибольшие напряжения будут в наиболее удаленных точках от нейтральной оси. Угол наклона нейтральной оси к оси y (фиг 33) определяется по формуле

$$\tan \alpha = \frac{I_y}{I_z} \tan \varphi$$

Моменты инерции сечений

Осевым моментом инерции площади сечения относительно оси y называется интеграл

$$I_y = \int_F z^2 dF,$$

где интегрирование распространяется на всю площадь F сечения (фиг 34)

Если известен момент инерции I_0 относительно оси, проходящей через центр тяжести, то момент инерции относительно параллельной оси равен

$$I = I_0 + a^2 F,$$

где a — расстояние между параллельными осями

Момент инерции фигуры, составленной из нескольких частей относительно какой-либо оси, равен сумме моментов инерции составляющих частей относительно той же оси

Полярным моментом инерции I_p относительно точки O называется интеграл вида

$$I_p = \int_F r^2 dF,$$

Здесь r — расстояние от элемента площади dF до точки O

Полярный момент инерции относительно какой-нибудь точки равен сумме полярного момента инерции относительно z и произведения квадрата расстояния между обеими точками на площадь

$$I_p = I_{p0} + r_0^2 F$$

Если известны осевые моменты инерции I_y и I_z , то полярный момент инерции I_p можно определить по формуле,

$$I_p = I_y + I_z$$

Центробежным моментом инерции называется выражение вида

$$I_{yz} = \int_F zy dF,$$

где y и z — координаты элемента площади dF

Для центробежного момента инерции относительно осей y_1 z_1 имеет место равенство

$$I_{y_1 z_1} = I_{yz0} + Fab,$$

где I_{yz0} — центробежный момент инерции относительно параллельных осей, проходящих через центр тяжести

a и b — координаты точки O_1

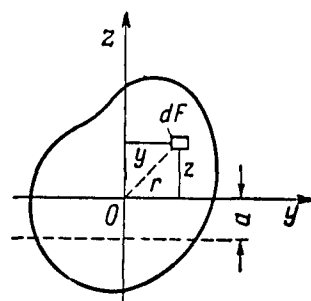
Центробежный момент инерции сечения относительно осей, из которых хотя бы одна есть ось симметрии, равен нулю

Если известны осевые и центробежный моменты инерции относительно каких-либо прямоугольных осей координат, то моменты инерции относительно системы координат (v, w) с тем же началом, повернутой на положительный угол α относительно прежних осей, определяются по формулам (фиг 35)

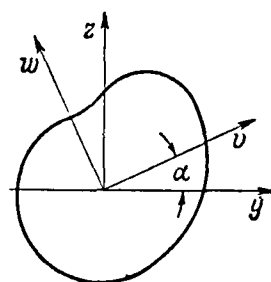
$$I_v = I_y \cos^2 \alpha + I_z \sin^2 \alpha - I_{yz} \sin 2\alpha,$$

$$I_w = I_y \sin^2 \alpha + I_z \cos^2 \alpha + I_{yz} \sin 2\alpha,$$

$$I_{vw} = \frac{1}{2} (I_y - I_z) \sin 2\alpha + I_{yz} \cos 2\alpha$$



Фиг 34



Фиг 35

Из этих равенств следует, что для нахождения центробежного момента инерции относительно осей y и z следует вычислить осевые моменты относительно данных осей и осей v и w , расположенных под углом 45° . Центробежный момент I_{yz} определится по формуле

$$I_{yz} = \frac{I_w - I_v}{2}$$

Те направления осей, при которых центробежный момент инерции равен нулю, называются главными. Для них один из осевых моментов инерции достигает максимума, а другой — минимума. Направления главных осей v и w определяются по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}$$

При этом

$$I_{\max} = \frac{1}{2}(I_y + I_z) + \frac{1}{2}\sqrt{(I_y - I_z)^2 + 4I_{yz}^2},$$

$$I_{\min} = \frac{1}{2}(I_y + I_z) - \frac{1}{2}\sqrt{(I_y - I_z)^2 + 4I_{yz}^2}$$

Главные оси инерции, проходящие через центр тяжести, называются главными центральными осями.

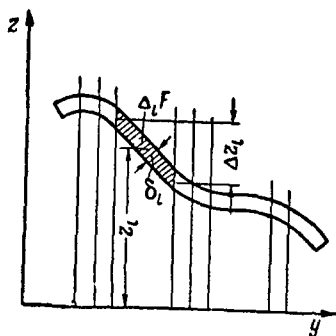
Радиусом инерции сечения называется величина

$$\iota_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}}$$

Графо-аналитический способ определения моментов инерции тонких сечений

Достаточную для расчетов точность определения моментов инерции тонких сечений дает следующий способ: сечение разбивается на достаточно большое число частей, которые можно принять прямолинейными (фиг. 36), подсчитываются значения $\Delta_i F z_i^2$ и момент инерции определяется, как сумма этих произведений

$$I_y = \sum \Delta_i F z_i^2,$$



Фиг. 36

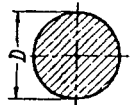
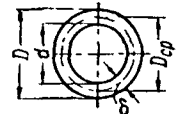
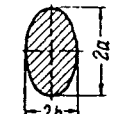
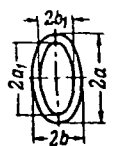
при этом моментами инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести $\Delta_i F$ пренебрегают. Ошибка в моменте инерции элемента будет тем меньше, чем больше z_i по сравнению с Δz_i . Можно считать, что для тонких сечений при $\Delta z_i = z_i$ и при $\delta_i = 0,1 z_i$ ошибка будет приблизительно 7,5%, а при $\Delta z_i = 0,5 z_i$ будет 2%, она быстро уменьшается при уменьшении отношений $\Delta z_i / z_i$ и δ_i / z_i .

Таблицы для определения моментов инерции сечений

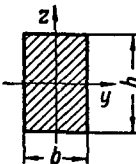
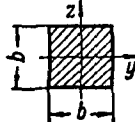
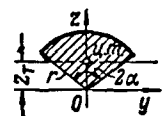
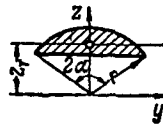
В табл. 7, 8, 9 и 15 приведены расчетные формулы, вспомогательные коэффициенты для определения моментов инерции различных сечений и другие данные их для расчета на изгиб.

Таблица 7

Таблица осевых моментов инерции, моментов сопротивления, радиусов инерции и площадей различных сечений

Сечение	Момент инерции I	Момент сопротивления W	Радиус инерции i	Площадь F	y_T z_T
	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0,05 D^4$	$\frac{\pi D^3}{32} \approx 0,1 D^3$	$\frac{D}{4}$	$\frac{\pi D^2}{4}$	
	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) \approx 0,05 (D^4 - d^4)$ При $\frac{D}{\delta} > 6$ можно пользоваться формулой $0,4 D_{cp}^3 \delta$ (с ошибкой, меньшей 3%)	$\frac{\pi}{32 D} (D^4 - d^4) \approx \frac{0,1}{D} (D^4 - d^4)$ При $\frac{D}{\delta} > 6$ можно пользоваться формулой $\frac{0,8 D_{cp}^3 \delta}{D}$ (с ошибкой, меньшей 3%)	$\frac{\sqrt{D^4 - d^4}}{4}$ $\approx 0,355 D_{cp}$	$\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$ $= \pi D_{cp} \delta$	
	$I_a = \frac{\pi a b^3}{4}$ $I_b = \frac{\pi a^3 b}{4}$	$W_a = \frac{\pi a b^2}{4}$ $W_b = \frac{\pi a^2 b}{4}$	$i_a = \frac{b}{2}$ $i_b = \frac{a}{2}$	$\pi a b$	
	$I_a = \frac{\pi}{4} (a b^3 - a_1 b_1^3)$ $I_b = \frac{\pi}{4} (a^3 b - a_1^3 b_1)$	$W_a = \frac{\pi}{4 b} (a b^3 - a_1 b_1^3)$ $W_b = \frac{\pi}{4 a} (a^3 b - a_1^3 b_1)$		$\pi (a b - a_1 b_1)$	

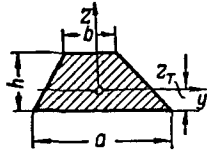
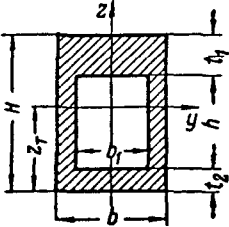
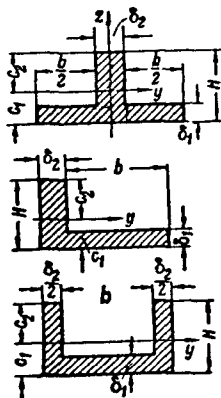
Т а б л и ц а 7 (продолжение)

Сечение	Момент инерции I	Момент сопротивления W	Радиус инерции i	Площадь F	y_T z_T
	$I_y = \frac{bh^3}{12}$ $I_z = \frac{b^3h}{12}$	$W_y = \frac{bh^2}{6}$ $W_z = \frac{b^2h}{6}$	$i_y = \frac{h}{2\sqrt{3}} \approx 0,2866h$ $i_z = \frac{b}{2\sqrt{3}} \approx 0,2886b$	bh	
	$I_y = I_z = \frac{b^4}{12}$	$W_y = W_z = \frac{b^3}{6}$	$i_y = i_z = 0,2886b$		
	$I_{y_1} = \frac{bh^3}{36}$ $I_y = \frac{bh^3}{12}$	$W_{y_1} = \frac{bh^2}{12}$ $W_{y_2} = \frac{bh^2}{24}$	$i_{y_1} = \frac{h}{3\sqrt{2}} = 0,2357h$	$\frac{bh}{2}$	$z_T = \frac{h}{3}$
	$I_z = \frac{ar^4}{4} \left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$ $I_y = \frac{ar^4}{4} \left(1 + \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$			ar^2	$y_T = 0$ $z_T = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$
	$I_z = \frac{1}{4} Fr^2 \times$ $\times \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\sin^2 \alpha \sin 2\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}\right)$ $I_y = \frac{1}{4} Fr^2 \times$ $\times \left(1 + \frac{2 \sin^2 \alpha \sin 2\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}\right)$			$\frac{r^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha)$	$y_T = 0$ $z_T = \frac{4}{3} \frac{r \sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$

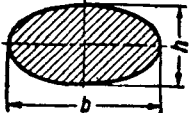
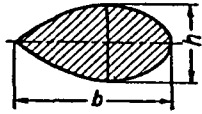
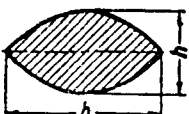
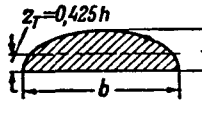
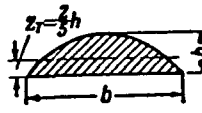
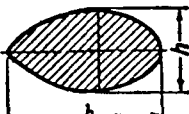
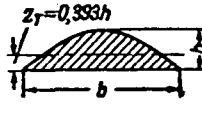
	$I_z = I_y = \frac{\pi r^4}{8} \approx 0,4 r^4$			$\frac{\pi r^2}{2}$	$y_T = 0$ $z_T = \frac{4}{3\pi} r \approx 0,4244 r$
	$I_y = \frac{4}{15} ab^3$ $I_z = \frac{4}{7} a^3 b$			$\frac{4}{3} ab$	$y_T = \frac{3}{5} a$ $z_T = 0$
	Относительно оси, проходящей через ц т и параллельной оси y $\approx 0,1098(R^4 - r^4) -$ $\frac{0,283 R^2 r^2 (R - r)}{R + r}$ При малом $\frac{\delta}{R}$ $\approx 0,3 r_{cp}^3 \delta$, где $r_{cp} = \frac{R + r}{2}$			$\frac{\pi}{2} (R^2 - r^2)$	$z_T \approx 0,5756 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$
	$\frac{2}{3} l^3 \sin^2 \alpha$				
	$I_y = ar^3 \left(1 + \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$ $I_z = ar^3 \left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$				$z_T = \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$ $y_T = 0$

Таблица 7 (продолжение)

54

Сечение	Момент инерции I	Момент сопротивления W	Радиус инерции i	Площадь F длина L	y_T, z_T
	$I_y = \frac{a^2 + b^2 + 4ab}{36(a + b)} h^3$ Для равнобокой трапеции $I_z = \frac{(a + b)(a^2 + b^2)}{48} h$			$\frac{a + b}{2} h$	$z_T = \frac{h}{3} \frac{a + 2b}{a + b}$ (см таблицу 12)
	$I_y = \frac{b}{3} \left[z_T^3 + (H - z_T)^3 \right] -$ $- \frac{b_1}{3} \left[(z_T - t_2)^3 + \right.$ $\left. + (H - z_T - t_1)^3 \right]$			$bH - b_1h$	$z_T = \frac{b \frac{H^2}{2} - b_1h \left(t_2 + \frac{h}{2} \right)}{bH - b_1h}$
	$I_y = \frac{1}{3} (Bc_1^3 - bh^3 + \delta_2 c_2^3),$ где $b + \delta_2 = B$ $c_1 - \delta_1 = h$				$c_1 = \frac{1}{2} \frac{\delta_2 H^2 + b \delta_1^2}{\delta_2 H + b \delta_1}$

Т а б л и ц а 8

Сечение	$\frac{F}{bh}$	$\frac{I}{bh^3}$	$\frac{W}{bh^2}$	Сечение	$\frac{F}{bh}$	$\frac{I}{bh^3}$	$\frac{W}{bh^2}$
Эллипс 	0,785	0,0491	0,0982	Ветви синусоиды Половина эллипса 	0,694	0,0407	0,0814
Две параболы 	0,667	0,0381	0,0762	Половина эллипса 	0,785	0,0549	0,0964
Две синусоиды 	0,637	0,0354	0,0704	Парабола 	0,667	0,0457	0,0762
Ветви параболы Половина эллипса 	0,716	0,0426	0,0853	Синусоида 	0,637	0,0433	0,0713

Т а б л и ц а 9

Моменты инерции сплошных прямоугольных сечений

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0 083	0 1667	0 250	0 333	0 417	0 500	0 583	0 667	0 750
11	0 111	0 222	0 333	0 444	0 555	0 666	0 776	0 887	0 998
12	0 144	0 288	0 432	0 576	0 720	0 864	1 008	1 152	1 296
13	0 183	0 66	0 549	0 732	0 915	1 098	1 282	1 465	1 648
14	0 229	0 457	0 686	0 915	1 143	1 372	1 601	1 829	2 058
15	0 281	0 563	0 844	1 125	1 406	1 688	1 969	2 250	2 531
16	0 341	0 683	1 024	1 365	1 707	2 048	2 389	2 731	3 072
17	0 409	0 819	1 228	1 638	2 047	2 457	2 866	3 275	3 685
18	0 482	0 972	1 458	1 944	2 430	2 916	3 402	3 888	4 374
19	0 572	1 143	1 715	2 286	2 858	3 429	4 001	4 573	5 144
20	0 667	1 333	2 000	2 667	3,333	4 000	4 667	5 333	6 000
21	0 772	1,544	2 315	3 087	3 859	4 631	5 402	6 174	6 946
22	0 887	1 775	2 662	3 549	4 437	5 324	6 211	7 099	7 986
23	1 014	2 028	3 042	4 056	5 070	6 084	7 097	8 111	9 125
24	1 152	2 304	3 456	4 608	5 760	6 912	8 064	9 216	10 368
25	1 302	2 604	3 906	5 208	6 510	7 812	9 115	10 417	11 719
26	1 465	2 929	4 394	5 859	7 323	8 788	10 253	11 717	13 182
27	1 640	3 281	4 91	6 561	8 201	9 842	11 482	13 122	14 762
28	1 829	3 659	5 488	7 317	9 147	10 976	12 805	14 635	16 464
29	2 032	4 065	6 097	8 130	10,162	12 194	14 227	16 259	18 292
30	2 250	4 500	6 750	9 000	11 250	13 500	15 750	18,000	20 250
31	2 483	4 965	7 448	9 930	12 413	14 805	17 378	19 861	22 343
32	2 731	5 461	8 192	10 923	13 653	16,384	19 115	21 845	24 576
33	2 995	5 990	8 984	11 979	14 974	17 969	20 963	23 958	26 953
34	3 275	6 551	9 826	13 101	16 377	19 652	22 927	26 203	29 478
35	3 573	7 146	10 719	14 292	17 865	21 438	25 010	28 583	32 156
36	3 888	7 776	11 664	15 552	19 440	23,328	27 216	31 104	34 992
37	4 221	8 442	12 663	16 884	21 105	25 326	29 548	33 769	37 990
38	4 573	9 145	13 718	18 291	22 863	27 436	33 009	36 581	41 154
39	4 943	9,887	14 830	19 773	24 716	29 660	34 603	39 546	44 489
40	5 333	10 667	16 000	21 333	26 667	32 000	37 333	42 667	48 000
41	5 743	11 487	17 230	22 974	28 717	34 461	40 204	45 947	51 691
42	6 174	12 348	18 522	24 696	30 870	37 044	43 218	47,392	55 566
43	6 626	13 251	19 877	26 502	33 128	39 753	46 379	53 005	59 630
44	7 099	14 197	21 296	28 395	35 493	42 592	49 691	56 789	63 888
45	7 594	15 188	22 781	30 375	37 969	45 563	53 156	60 750	68 344
46	8 111	16 223	24 334	32 445	40 557	48 668	56 779	64 891	73 002
47	8 652	17 304	25 956	34 608	43 260	51 912	60 563	69 215	77 867
48	9 216	18 432	27 648	36 864	46 080	55,296	64 512	73 728	82 944
49	9 804	19 608	29 412	39 216	49 020	58 824	68 629	78 433	88 237
50	10 417	20 833	31 250	41,667	52,083	62 500	72 917	83 333	93 750
51	11 054	22 109	33 163	44 217	55 271	66 326	77 380	88 434	99 488
52	11 717	23 435	35 152	46 869	58 587	70 304	82 021	93 739	105 456
53	12 406	24 813	37 219	49 626	62 032	74 439	86 845	99 251	111 658
54	13 122	26 244	39 366	52 458	65 610	78 732	91 854	104 976	118 098
55	13 865	27 729	41 594	55 458	69 523	83 187	97 052	110 917	124 781
56	14 635	29 269	43 04	58 539	73 173	87 808	102 443	117 077	131 712
57	15 433	30 866	46 298	61 731	77 164	92 597	108 029	123 462	138 895
58	16 259	32 519	48 778	65 037	81 297	97 556	113 815	130 075	146 334
59	17 115	34 230	51 345	68 460	85 575	102 690	119 804	136 919	159 034
60	18 000	36 000	54 000	72,000	90,000	108 000	126,000	144 000	162 000

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6,0	18,000	36,000	54,000	72,000	90,000	108,000	126,000	144,000	162,000
6,1	18,915	37,830	56,745	75,660	94,575	113,490	132,406	151,321	170,236
6,2	19,861	39,721	59,582	79,443	99,303	119,164	139,025	158,885	178,746
6,3	20,837	41,675	62,512	83,349	104,186	125,024	145,861	166,698	187,535
6,4	27,845	43,691	65,536	87,381	109,227	131,072	152,917	174,763	196,608
6,5	22,885	45,771	68,656	91,542	114,427	137,313	160,198	183,033	205,969
6,6	23,958	47,916	71,874	95,832	119,790	143,748	167,706	191,664	215,622
6,7	25,064	50,127	75,191	100,254	125,318	140,381	175,445	200,509	225,572
6,8	26,203	52,405	78,608	104,811	131,013	157,216	182,419	209,621	235,824
6,9	27,376	54,752	82,127	109,503	136,879	164,255	191,630	219,006	246,382
7,0	28,583	57,167	85,750	114,333	142,917	171,500	200,083	228,667	257,250
7,1	29,826	59,652	89,478	119,304	149,130	178,956	208,781	238,607	268,433
7,2	31,104	62,208	93,312	124,416	155,520	186,624	217,728	248,832	279,936
7,3	32,418	64,836	97,254	129,672	162,090	194,508	226,927	259,345	291,763
7,4	33,769	67,537	101,306	135,075	168,843	192,612	236,381	270,149	303,918
7,5	35,156	70,313	105,469	140,625	175,781	210,938	246,094	281,250	316,406
7,6	36,581	73,163	109,744	146,325	182,907	219,438	256,069	292,651	329,232
7,7	38,044	76,089	114,133	152,178	190,222	228,267	266,631	304,355	342,400
7,8	39,546	79,092	118,638	158,184	197,730	237,276	276,822	316,368	355,914
7,9	41,087	82,173	123,260	164,346	205,433	246,519	287,606	328,693	369,779
8,0	42,667	85,333	128,000	170,667	213,333	256,000	298,667	341,333	384,000
8,1	44,267	88,574	132,860	177,147	221,434	265,721	310,007	354,294	398,581
8,2	45,947	91,895	137,842	183,789	229,737	275,684	321,631	367,579	413,526
8,3	47,649	95,294	142,947	190,596	238,248	285,894	333,542	381,191	428,840
8,4	49,392	98,784	148,176	197,568	246,960	296,352	345,744	395,136	444,528
8,5	51,177	102,354	153,531	204,708	255,885	307,062	358,240	409,417	460,594
8,6	53,005	106,009	159,014	212,019	265,023	318,028	371,033	424,037	477,042
8,7	54,875	109,751	164,626	219,501	274,376	329,252	384,127	439,002	493,877
8,8	56,789	113,579	170,368	227,157	283,947	340,736	397,525	454,315	511,104
8,9	58,747	117,495	176,242	234,990	293,737	353,485	411,232	469,979	528,727
9,0	60,750	121,500	182,250	243,000	303,750	364,500	452,250	486,000	546,750
9,1	62,798	125,595	188,393	251,190	313,988	376,785	439,583	502,381	565,178
9,2	64,891	129,781	194,672	259,563	324,453	389,344	454,235	519,125	584,016
9,3	67,030	134,060	211,089	268,119	335,149	402,174	469,208	536,238	603,268
9,4	69,215	138,431	207,646	276,861	346,077	415,292	484,507	553,723	629,938
9,5	71,448	142,896	214,344	285,792	357,240	428,688	500,135	571,583	643,031
9,6	73,728	147,456	221,184	294,912	368,640	442,368	516,096	589,824	663,552
9,7	76,056	152,112	228,168	304,224	380,280	456,336	532,393	608,449	684,500
9,8	78,433	156,865	235,298	313,731	392,163	470,596	549,029	627,461	705,894
9,9	80,858	161,717	242,575	323,433	404,291	485,150	566,008	646,866	727,722
10,0	83,33	166,67	250,00	333,33	416,67	500,00	583,33	666,67	750,00
10,1	85,86	171,72	257,58	343,43	429,29	515,15	601,01	686,87	772,73
10,2	88,43	176,87	265,30	353,73	442,17	530,60	619,04	707,47	795,91
10,3	91,06	182,12	273,18	364,24	455,30	546,36	637,42	728,48	819,55
10,4	93,74	187,48	281,22	374,96	468,69	562,43	656,17	749,91	843,65
10,5	96,47	192,94	289,41	385,88	482,34	578,81	675,28	771,75	868,22
10,6	99,25	198,50	297,75	397,01	496,26	595,51	694,76	794,01	893,26
10,7	102,09	204,17	306,26	408,35	510,44	612,52	714,61	816,70	918,78
10,8	104,98	209,95	314,93	419,90	524,88	629,86	734,83	839,81	944,78
10,9	107,92	215,84	323,76	431,68	539,60	647,51	755,43	863,35	971,27
11,0	110,92	221,83	332,75	444,67	554,58	665,50	776,42	887,33	998,25

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11 0	110,92	221 83	332 75	444 67	554 58	665 50	776 42	887 33	998 25
11 1	113 97	227 94	341 91	455 88	569 85	683 82	797 79	911 75	1025 72
11 2	117 07	234 16	351 23	468 31	585 39	702 46	819 54	936 62	1053 70
11 3	120 24	240 48	360 72	480 97	601 21	721 45	841 69	961 93	1082 17
11 4	123 46	246 92	370 38	493 85	617 31	740 77	864 23	987 70	1111 16
11 5	126 74	253 48	380 22	506 96	6 3 70	760 44	887 18	1013 92	1140 66
11,6	130 08	260 15	390 22	520 30	650 37	780 45	910 52	1040 60	1170 67
11 7	133 47	266 94	400 40	533 87	667 34	800 81	934 27	1067 74	1201 21
11 8	136 92	273 84	410,76	547 68	684 60	821 52	958 44	1095 36	1232 27
11,9	140,43	280,86	421 29	561 72	702,15	842 58	983 01	1123 44	1263 87
12 0	144,00	288,00	432 00	576 00	720 00	864 00	1008 00	1152 00	1296 00
12 1	147,63	295 26	442 89	590 52	738 15	885 78	1033 41	1181 04	1328 67
12,2	151 32	302 64	453 96	605 28	756 60	907 92	1 59 25	1210 57	1361 89
12 3	155 07	3 0 15	465 22	620 29	775 36	930 43	1085 51	1240 58	1395 65
12 4	158 89	317 77	476 66	635 54	794 43	953 31	1112 20	1271 08	1429 37
12 5	162 76	325 52	488 28	651 04	813 80	976 56	1139 32	1302 08	1464 84
12 6	166,70	333 40	500 09	666 79	833 49	1000 19	1166 89	1333 58	1500 28
12 7	170 70	341 40	512 10	682 79	853 49	1024 19	1194 81	1365 59	1537 23
12 8	174 76	349 53	524 29	699 05	873 81	1048 58	1223 34	1398 10	1542 86
12,9	178 89	357,78	536 67	715 56	894,45	1073 35	1252 24	1431 13	1610 02
13 0	183,08	366 17	549 25	732 33	915,42	10 8 50	1281 58	1464 67	1647 75
13,1	187,34	374 68	562 02	749 36	936 71	1124 05	1311 39	1498 73	1686 07
13 2	191 66	383 33	574 99	766 66	958 32	1149 98	1341 65	1533 31	1724 98
13 3	196,05	392 11	588 16	784 21	980 27	1176 32	1372 37	1568 43	1764 48
13 4	200 51	401 02	601 53	802 04	1002 54	1203 05	1403 56	1604 07	1804 58
13 5	205 03	410 06	615 09	820 13	1025 16	1230 19	1435 22	1640 25	1845 28
13 6	209 62	419 24	628 86	838,48	1048 11	1257 73	1467 35	1676 97	1886 59
13 7	214 28	428 56	642 84	857 12	1071 40	1285 68	1499 96	1714 94	1928 52
13 8	219 01	438 01	657 02	876 02	1095 03	1314 04	1533 04	1752 05	1971 05
13,9	223 80	447,60	671,41	895,21	1119 01	1342 81	1566,61	1790,41	2014 21
14 0	228 67	457 33	686,00	914 67	1143 33	1372 00	1600 67	1829 33	2058 00
14,1	233 60	467 20	700 81	934 41	1168 01	1401 61	1635 21	1868 81	2102 42
14 2	238 61	477 22	715 82	954,43	1193 04	1431 64	1670 25	1908 86	2147 47
14 3	243 68	487 37	731 05	974 74	1218 42	1462 10	1705 79	1949 47	2193 16
14 4	248 83	497 66	746 50	995 33	1244 16	1492 99	1741 82	1990 66	2239 49
14 5	254 05	508 10	762 16	1016 21	1270 26	1524 31	1778 37	2032 42	2286 47
14 6	259,35	518 69	778 03	1037 38	1296 72	1556 07	1815 41	2074 76	2334 10
14 7	264 71	529,42	794 13	1058 84	1323 55	1588 26	1852 97	2117 68	2382 39
14 8	270 15	540 30	810 45	1080 60	1350 75	1620 90	1891,05	2161 20	2431 34
14 9	275 66	551,33	826 99	1102 65	1378 31	1653 98	1929 64	2205 30	2480 96
15 0	281,25	562,50	843 75	1125,00	1406 25	1687,50	1968 75	2250,00	2531 25
15 1	286 9	573,8	860,7	1147,7	1434 6	1721 5	2008 4	2235 3	2582 2
15 2	292 6	585 3	878,0	1170 6	1463 3	1755 9	2048 6	2341 2	2633 9
15 3	298 5	596 9	875,4	1193 9	1492 3	1790 8	2089 2	2387 7	2686,2
15 4	304 4	60 87	913 1	1217 4	1521 8	1826 1	2130 5	2434 8	2739 2
15 5	310 3	620 6	931 0	1241,3	1551 6	1861 9	2172 3	2482 6	2792,9
15 6	316 4	632 7	949 1	1265 5	1581,8	1898 2	2214 6	2530 9	2847 3
15 7	322 5	645 0	967 5	1290 0	1612 5	1934 9	2257 4	2579 9	2902 4
15,8	328 7	657 4	986 1	1314 8	1643 5	1972 2	2300 8	2629 5	2958 2
15,9	335 0	669,9	1004 9	1339 9	1674 9	2009,8	2344 8	2679 8	3014,8
16 0	341,3	682,7	1024,0	1365 3	1706,7	2048,0	2389 3	2730,7	3072,0

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16,0	341,3	682,7	1024,0	1365,3	1706,7	2018,0	2389,3	2730,7	3072,0
16,1	347,8	695,5	1043,3	1391,1	1738,9	2086,6	2434,4	2782,2	3130,0
16,2	354,3	708,6	1062,9	1417,2	1771,5	2125,8	2480,1	2834,4	3188,6
16,3	360,9	721,8	1082,7	1443,6	1804,5	2165,4	2526,3	2887,2	3248,1
16,4	367,6	735,2	1102,7	1470,3	1837,9	2205,5	2573,1	2940,6	3308,2
16,5	374,3	748,7	1123,0	1497,4	1871,7	2246,1	2620,4	2994,8	3369,1
16,6	381,2	762,4	1143,6	1524,8	1906,0	2287,1	2668,3	3049,5	3430,7
16,7	388,1	776,2	1164,4	1552,5	1940,6	2328,7	2716,9	3105,0	3493,1
16,8	395,1	790,3	1185,4	1580,5	1975,7	2370,8	2766,0	3161,1	3555,2
16,9	402,2	804,5	1206,7	1608,9	2011,2	2413,4	2815,6	3217,9	3620,1
17,0	409,4	818,8	1228,3	1637,7	2047,1	2456,5	2865,9	3275,3	3684,7
17,1	416,7	833,4	1250,1	1666,7	2083,4	2500,1	2916,8	3333,5	3750,2
17,2	424,0	848,1	1272,1	1696,1	2120,2	2544,2	2968,3	3392,3	3816,3
17,3	431,5	863,0	1294,4	1725,9	2157,4	2588,9	3020,3	3451,8	3883,3
17,4	439,0	878,0	1317,0	1756,0	2195,0	2634,0	3073,0	3512,0	3951,0
17,5	446,6	893,2	1339,8	1786,5	2233,1	2679,7	3126,3	3572,9	4019,5
17,6	454,3	908,6	1362,9	1817,3	2271,6	2725,9	3180,2	3634,5	4088,8
17,7	462,1	924,2	1386,3	1848,4	2310,5	2772,6	3234,7	3696,8	4158,9
17,8	470,0	940,0	1409,9	1879,9	2349,9	2819,9	3289,9	3759,8	4229,8
17,9	477,9	955,9	1433,8	1911,8	2389,7	2867,7	3345,6	3823,6	4301,5
18,0	486,0	912,0	1458,0	1944,0	2430,0	2916,0	3402,0	3888,0	4374,0
18,1	494,1	988,3	1482,4	1976,6	2470,7	2964,9	3459,0	3953,2	4447,3
18,2	502,4	1004,8	1507,1	2009,5	2511,9	3014,3	3516,7	4019,0	4521,4
18,3	510,7	1021,4	1532,1	2042,8	2553,5	3064,2	3575,0	4085,7	4596,4
18,4	519,1	1038,3	1557,4	2076,5	2595,6	3114,8	3633,9	4153,0	4672,1
18,5	527,6	1055,3	1582,9	2110,5	2638,2	3165,8	3693,4	4221,1	4748,7
18,6	536,2	1072,5	1608,7	2145,0	2681,2	3217,4	3753,7	4289,9	4826,1
18,7	544,9	1089,9	1634,8	2179,7	2724,7	3269,6	3814,5	4359,5	4904,4
18,8	553,7	1107,4	1661,2	2214,9	2768,6	3322,3	3876,1	4429,8	4983,5
18,9	562,6	1125,2	1687,8	2250,4	2813,0	3375,6	3938,2	4500,8	5063,5
19,0	571,6	1143,2	1714,8	2286,3	2857,9	3429,5	4001,1	4572,7	5144,3
19,1	580,7	1161,3	1742,0	2322,6	2903,3	3483,9	4064,6	4645,2	5225,9
19,2	589,8	1179,6	1769,5	2359,3	2949,1	3538,9	4128,8	4718,6	5308,4
19,3	599,1	1198,2	1797,3	2396,4	2995,4	3594,5	4193,6	4792,7	5391,8
19,4	608,4	1216,9	1825,3	2433,8	3042,2	3650,7	4259,1	4867,6	5476,0
19,5	617,9	1235,8	1853,7	2471,6	3089,5	3707,4	4325,3	4943,3	5561,2
19,6	627,5	1254,9	1882,4	2509,8	3137,3	3764,8	4392,2	5019,7	5647,2
19,7	637,1	1274,2	1911,3	2548,5	3185,6	3822,7	4459,8	5096,9	5734,0
19,8	646,9	1293,7	1940,6	2587,5	3234,3	3881,2	4528,1	5174,9	5821,8
19,9	656,4	1313,4	1970,2	2626,9	3283,6	3940,3	4597,0	5253,7	5910,4
20,0	666,7	1333,3	2000,0	2666,7	3333,3	4000,0	4666,7	5333,3	6000,0
20,2	687	1374	2061	2747	3434	4121	4808	5495	6182
20,4	707	1415	2122	2830	3537	4245	4952	5660	6367
20,6	728	1457	2185	2914	3642	4371	5099	5828	6556
20,8	750	1500	2250	3000	3750	4499	5249	5999	6749
21,0	772	1544	2315	3087	3859	4631	5402	6174	6946
21,2	794	1588	2382	3176	3970	4764	5558	6352	7146
21,4	817	1633	2450	3267	4083	4900	5717	6534	7350
21,6	840	1680	2519	3359	4199	5039	5879	6718	7558
21,8	863	1727	2590	3453	4317	5180	6043	6907	7770
22,0	887	1775	2662	3549	4437	5324	6211	7099	7986

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22,0	887	1775	2662	3549	4437	5324	6211	7099	7986
22,2	912	1824	2735	3647	4559	5471	6382	7297	8208
22,4	937	1873	2810	3746	4683	5620	6556	7493	8430
22,6	962	1924	2886	3848	4810	5772	6734	7695	8657
22,8	988	1975	2963	3951	4938	5926	6914	7902	8889
23,0	1014	2028	3042	4056	5070	6084	7097	8111	9125
23,2	1041	2081	3122	4162	5203	6244	7284	8325	9365
23,4	1068	2135	3203	4271	5339	6406	7474	8542	9610
23,6	1095	2191	3286	4381	5477	6572	7667	8762	9858
23,8	1123	2247	3370	4494	5617	6741	7864	8988	10111
24,0	1152	2304	3456	4608	5760	6912	8064	9216	10386
24,2	1181	2362	3543	4724	5905	7086	8267	9448	10629
24,4	1211	2421	3632	4842	6053	7263	8474	9685	10895
24,6	1241	2481	3722	4962	6203	7443	8684	9925	11165
24,8	1271	2542	3811	5084	6355	7626	8898	10169	11440
25,0	1302	2604	3906	5208	6510	7813	9115	10417	11719
25,2	1334	2667	4001	5334	6668	8002	9335	10667	12002
25,4	1366	2731	4097	5462	6828	8194	9559	10925	12290
25,6	1398	2796	4194	5592	6991	8389	9787	11185	12583
25,8	1431	2862	4293	5725	7156	8587	10018	11449	12880
26,0	1465	2929	4394	5859	7323	8788	10253	11717	13182
26,2	1499	2997	4496	5995	7494	8993	10491	11990	13489
26,4	1533	3067	4600	6133	7667	9200	10733	12266	13800
26,6	1568	3137	4705	6274	7842	9411	10979	12547	14116
26,8	1604	3208	4812	6416	8020	9624	11228	12833	14437
27,0	1640	3281	4921	6561	8201	9842	11482	13122	14762
27,2	1677	3354	5031	6708	8385	10062	11739	13416	15093
27,4	1714	3428	5143	6857	8571	10285	12000	13714	15428
27,6	1752	3504	5256	7008	8760	10512	12264	14016	15768
27,8	1790	3581	5371	7162	8952	10742	12533	14323	16114
28,0	1829	3659	5488	7317	9147	10976	12805	14635	16464
28,2	1869	3738	5606	7475	9344	11213	13082	14951	16819
28,4	1909	3818	5727	7635	9544	11453	13362	15271	17180
28,6	1949	3899	5848	7798	9747	11697	13646	15596	17545
28,8	1991	3981	5972	7963	9953	11944	13935	15925	17916
29,0	2032	4065	6097	8130	10162	12194	14227	16259	18292
29,2	2075	4150	6224	8299	10374	12449	14523	16598	18673
29,4	2118	4235	6353	8471	10588	12706	14824	16941	19059
29,6	2161	4322	6484	8645	10806	12967	15128	17292	19541
29,8	2205	4411	6616	8821	11026	13232	15437	17648	19848
30,0	2250	4500	6750	9000	11250	13500	15750	18000	20250
30,2	2295	4591	6886	9181	11477	13772	16067	18362	20658
30,4	2341	4682	7024	9365	11706	14047	16388	18730	21071
30,6	2388	4775	7163	9551	11939	14326	16714	19102	21489
30,8	2435	4870	7305	9739	12174	14609	17044	19479	21914
31,0	2483	4965	7448	9930	12413	14805	17378	19861	22343

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
31,0	2483	4965	7448	9930	12413	14805	17378	19861	22343
31,2	2531	5062	7593	10124	12655	15186	17717	20248	22778
31,4	2580	5160	7740	10320	12900	15480	18060	20639	23219
31,6	2630	5259	7889	10518	13148	15777	18407	21036	23666
31,8	2680	5360	8099	10719	13399	16079	18799	22438	24118
32,0	2731	5461	8192	10923	13653	16384	19115	21845	24576
32,2	2782	5564	8347	11129	13911	16693	19475	22257	25040
32,4	2834	5669	8503	11337	14172	17006	19840	22675	25509
32,6	2887	5774	8661	11549	14436	17323	20210	23097	25984
32,8	2941	5881	8822	11763	14703	17644	20584	23525	26466
33,0	2995	5990	8984	11979	14974	17969	20963	23958	26953
33,2	3050	6099	9149	12198	15248	18297	21347	24396	27446
33,4	3105	6210	9315	12420	15525	18630	21735	24840	27945
33,6	3161	6322	9483	12644	15805	18967	22128	25289	28450
33,8	3218	6436	9654	12871	16089	19307	22525	25743	28961
34,0	3275	6551	9826	13101	16377	19652	22927	26203	29478
34,2	3333	6667	10000	13334	16667	20001	23334	26668	30001
34,4	3392	6785	10177	13569	16961	20354	23746	27138	30531
34,6	3452	6904	10355	13807	17259	20711	24163	27614	31066
34,8	3512	7024	10536	14048	17560	21072	24584	28096	31608
35,0	3573	7146	10719	14292	17865	21438	25010	28583	32156
35,2	3635	7269	10904	14538	18173	21807	25442	29076	32711
35,4	3697	7394	11030	14787	18484	22181	25878	29575	33271
35,6	3760	7520	11280	15039	18799	22559	26319	30079	33839
35,8	3824	7647	11471	15294	19118	22941	26765	30588	34412
36,0	3888	7776	11664	15552	19440	23328	27216	31104	34992
36,2	3953	7906	11859	15813	19766	23719	27672	31625	35578
36,4	4019	8038	12057	16076	20095	24114	28133	32152	36171
36,6	4085	8171	12257	16343	20428	24514	28600	32685	36771
36,8	4153	8306	12459	16612	20765	24918	29071	33224	37377
37,0	4221	8442	12663	16884	21105	25326	29548	33769	37990
37,2	4290	8580	12870	17160	21450	25739	30029	34319	38609
37,4	4359	8719	13078	17438	21797	26157	30516	34876	39235
37,6	4430	8860	13289	17719	22149	26579	31008	35438	39868
37,8	4501	9002	13503	18003	22504	27005	31506	36007	40508
38,0	4573	9145	13718	18291	22867	27436	32009	36581	41154
38,2	4645	9290	13936	18581	23226	27871	32517	37162	41807
38,4	4719	9437	14156	18874	23593	28312	33030	37749	42467
38,6	4793	9585	14378	19171	23964	28756	33549	38342	43134
38,8	4868	9735	14603	19470	24338	29206	34073	38941	43808
39,0	4943	9887	14830	19773	24716	29660	34603	39546	44489
39,2	5020	10039	15059	20079	25098	30118	35138	40158	45177
39,4	5097	10194	15291	20388	25485	30581	35678	40775	45872
39,6	5175	10350	15525	20700	25875	31050	36224	41399	46574
39,8	5254	10507	15761	21015	26269	31522	36776	42030	47284
40,0	5333	10667	16000	21333	26667	32000	37333	42667	48000

$\begin{matrix} b \\ h \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40,0	5333	10667	16000	21333	26667	32000	37333	42667	48000
40,2	5414	10827	16241	21655	27069	32482	37896	43310	48724
40,4	5495	10990	16485	21980	27475	32970	38465	43960	49454
40,6	5577	11154	16731	22308	27885	33462	39039	44616	50193
40,8	5660	11320	16979	22639	28299	33959	39618	45278	50938
41,0	5743	11487	17230	22974	28717	34461	40204	45947	51691
41,2	5828	11656	17484	23312	29139	34967	40795	46623	52451
41,4	5913	11826	17739	23653	29566	35479	41392	47305	53218
41,6	5999	11999	17998	23997	29996	35996	41995	47994	53993
41,8	6086	12172	18259	24345	30431	36517	42604	48690	54776
42,0	6174	12348	18522	24696	30870	37044	43218	49392	55566
42,2	6263	12525	18788	25050	31313	37576	43838	50101	56364
42,4	6352	12704	19056	25408	31760	38113	44465	50817	57169
42,6	6442	12885	19327	25770	32212	38654	45097	51539	57982
42,8	6534	13067	19601	26134	32668	39201	45735	52269	58802
43,0	6626	13251	19877	26502	33128	39753	46379	53005	59630
43,2	6718	13437	20155	26874	33592	40311	47029	53748	60466
43,4	6812	13624	20437	27249	34061	40873	47685	54493	61310
43,6	6907	13814	20720	27627	34534	41441	48348	55255	62161
43,8	7002	14005	21007	28009	35012	42014	49016	56018	63021
44,0	7099	14197	21296	28395	35493	42592	49691	56789	63888
44,2	7196	14392	21588	28784	35980	43175	50371	57677	64763
44,4	7294	14588	21882	29176	36470	43764	51058	58352	65646
44,6	7393	14786	22179	29572	36965	44358	51751	59144	66537
44,8	7493	14986	22479	29972	37465	44958	52451	59944	67437
45,0	7594	15188	22781	30375	37969	45563	53156	60750	68344
45,2	7695	15391	23086	30782	38477	46173	53868	61564	69259
45,4	7798	15596	23394	31192	38990	46788	54586	62384	70182
45,6	7902	15803	23705	31606	39508	47409	55311	63213	71114
45,8	8006	16012	24018	32024	40030	48036	56042	64048	72054
46,0	8111	16223	24334	32445	40557	48668	56779	64891	73002
46,2	8218	16435	24683	32870	41088	49306	57523	65741	73958
46,4	8325	16650	24974	33299	41624	49949	58273	66598	74923
46,6	8433	16866	25299	33732	42164	50597	59030	67463	75896
46,8	8542	17084	25626	34168	42710	51252	59794	68335	76877
47,0	8652	17304	25956	34608	43260	51912	60563	69215	77867
47,2	8763	17526	26289	35051	43814	52577	61340	70103	78866
47,4	8875	17749	26624	35499	44374	53248	62123	70998	79872
47,6	8988	17975	26963	35950	44938	53925	62913	71900	80888
47,8	9101	18203	27304	36405	45500	54608	63709	72810	81912
48,0	9216	18432	27648	36864	46080	55296	64512	73728	82944
48,2	9332	18663	27995	37327	46658	55990	65322	74653	83985
48,4	9448	18897	28345	37793	47242	56690	66138	75587	85035
48,6	9566	19132	28698	38264	47830	57396	66962	76528	86095
48,8	9685	19369	29054	38738	48423	58107	67792	77476	87161
49,0	9804	19608	29412	39216	49020	58824	68629	78433	88237
49,2	9925	19849	29774	39698	49623	59548	69472	79397	89322
49,4	10046	20092	30138	40185	50231	60277	70323	80369	90415
49,6	10169	20337	30506	40675	50843	61012	71181	81349	91518
49,8	10292	20584	30876	41169	51461	61753	72045	82337	92629
50,0	10417	20833	31250	41667	52083	62500	72917	83333	93750

Таблица 10

Расчетные данные круглых труб

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	l [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7,85)	дураль (2,85)
3×2	0,5	6	0,0393	0,00032	0,0021	0,090	0,031	0,0112
5×2	1,5	3,33	0,1649	0,00299	0,0120	0,135	0,1295	0,0470
5×3	1	5	0,1254	0,00267	0,0108	0,146	0,0985	0,0360
5×4	0,5	10	0,0707	0,00181	0,0072	0,160	0,0555	0,0201
5×4,4	0,3	16,7	0,0443	0,00123	0,0049	0,167	0,0348	0,0126
6×3	1,5	4	0,2120	0,0058	0,0193	0,165	0,1665	0,0604
6×4	1,0	6	0,1571	0,0051	0,0171	0,180	0,1235	0,0448
6×5	0,5	12	0,0864	0,00329	0,0109	0,195	0,0678	0,0246
6×5,4	0,3	20	0,0537	0,00219	0,0073	0,202	0,0422	0,0153
7×4	1,5	4,67	0,2591	0,01053	0,0301	0,202	0,203	0,0738
7×5	1	7	0,1884	0,00872	0,0249	0,215	0,149	0,0537
8×4	2	4	0,3770	0,01885	0,0472	0,224	0,296	0,1075
8×5	1,5	5,33	0,3063	0,01705	0,0426	0,236	0,240	0,0873
8×6	1,0	8	0,2199	0,0137	0,0342	0,250	0,173	0,0627
8×7	0,5	16	0,1178	0,00832	0,0208	0,266	0,0924	0,0336
8×7,4	0,3	26,7	0,0726	0,00639	0,0160	0,296	0,0570	0,0207
9×5	2,0	4,5	0,4338	0,02914	0,0648	0,259	0,345	0,1254
9×6	1,5	6	0,3535	0,02585	0,0572	0,270	0,277	0,1010
9×7	1	9	0,2514	0,0204	0,0453	0,285	0,197	0,0717
10×5	2,5	4	0,5890	0,04602	0,0920	0,279	0,462	0,168
10×6	2	5	0,5027	0,0427	0,0854	0,292	0,395	0,1430
10×7	1,5	6,67	0,4010	0,0373	0,0746	0,305	0,314	0,1140
10×8	1,0	10	0,2827	0,0290	0,0580	0,320	0,222	0,0806
10×8,5	0,75	13,3	0,2180	0,0235	0,0470	0,328	0,172	0,0621
10×9	0,5	20	0,1492	0,01688	0,0338	0,336	0,117	0,0425
10×9,4	0,3	33,3	0,0914	0,01076	0,0215	0,343	0,0717	0,0261
11×7	2	5,5	0,5655	0,0601	0,1093	0,326	0,444	0,1610
11×8	1,5	7,33	0,4476	0,0518	0,0942	0,340	0,351	0,1275
11×9	1	11	0,3141	0,0397	0,0722	0,355	0,247	0,0895
12×6	3	4	0,8482	0,0954	0,1590	0,335	0,666	0,242
12×7	2,5	4,8	0,7461	0,0900	0,1500	0,347	0,585	0,213
12×8	2	6	0,6283	0,0817	0,1361	0,361	0,493	0,179
12×9	1,5	8	0,4948	0,0696	0,1160	0,375	0,388	0,141
12×10,5	1,0	12	0,3456	0,0527	0,0879	0,390	0,271	0,0985
12×10	0,75	16	0,2650	0,0421	0,0702	0,399	0,204	0,0755
12×11,4	0,5	24	0,1806	0,0299	0,0498	0,407	0,142	0,0515
12×11	0,3	40	0,1103	0,0189	0,0315	0,449	0,0865	0,0314
13×10	1,5	8,67	0,5419	0,0911	0,1401	0,410	0,426	0,1545
13×11	1	13	0,3770	0,0683	0,1052	0,426	0,296	0,1075
14×8	3	4,67	1,037	0,1685	0,2407	0,403	0,814	0,296
14×9	2,5	5,6	0,9032	0,1564	0,2234	0,415	0,703	0,257
14×10	2	7	0,7540	0,1395	0,1993	0,430	0,592	0,215
14×11	1,5	9,34	0,5891	0,1167	0,1668	0,445	0,462	0,168
14×12,5	1	14	0,4084	0,0868	0,1240	0,461	0,321	0,116
14×12	0,75	18,7	0,3121	0,0688	0,0983	0,470	0,245	0,0890
14×13,4	0,5	28	0,2121	0,0484	0,0691	0,477	0,167	0,0605
14×13	0,3	46,6	0,1291	0,0303	0,0433	0,485	0,101	0,0368
15×10	2,5	6	0,9818	0,1994	0,2659	0,451	0,771	0,280
15×11	2	7,5	0,8169	0,1766	0,2355	0,465	0,641	0,233
15×12	1,5	10	0,6362	0,1467	0,1957	0,48	0,499	0,181

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\phi}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	i [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7 85)	дураль (2 85)
15×13	1 0	15	0 4399	0 1083	0 1442	0 496	0 345	0 125
15×13 5	0 75	20	0 3358	0 0855	0 1138	0 504	0 264	0 095
15×14	0 5	30	0 2278	0 0599	0 0799	0 513	0 179	0 065
16×8	4 0	4	1 5080	0 3016	0 377	0 447	1 184	0 430
16×10	3 0	5 33	1 2252	0 2726	0 3408	0 472	0 961	0 349
16×11	2 5	6 4	1 0603	0 2498	0 3122	0 486	0 832	0 302
16×12	2 0	8	0 8796	0 2199	0 2749	0 500	0 690	0 250
16×13	1 5	10 7	0 6832	0 1815	0 2271	0 515	0 536	0 195
16×14	1 0	16	0 4712	0 1331	0 1664	0 532	0 370	0 134
16×14 5	0 75	21 4	0 3593	0 1047	0 1309	0 540	0 282	0 102
16×15	0 5	32	0 2434	0 0732	0 0915	0 548	0 191	0 069
16×15 4	0 3	53 3	0 1480	0 0456	0 057	0 555	0 116	0 042
18×10	4 0	4 5	1 7593	0 4662	0 518	0 514	1 380	0 501
18×12	3 0	6	1 4137	0 4035	0 4483	0 534	1 109	0 403
18×13	2 5	7 2	1 2174	0 3751	0 4168	0 555	0 955	0 347
18×14	2	9	1 0053	0 3267	0 3630	0 570	0 789	0 286
18×15	1 5	12	0 7775	0 2667	0 2963	0 587	0 610	0 222
18×16	1 0	18	0 5341	0 1936	0 2151	0 602	0 419	0 152
18×16 5	0 75	24	0 4065	0 1520	0 1688	0 611	0 318	0 116
18×17	0 5	36	0 2749	0 1053	0 1170	0 618	0 216	0 078
18×17 4	0 3	60	0 1668	0 0653	0 0726	0 625	0 131	0 048
19×16	1 5	12 7	0 8247	0 3180	0 3348	0 621	0 647	0 235
19×17	1	19	0 5655	0 2297	0 2419	0 637	0 444	0 161
20×10	5	4	2 356	0 7363	0 7363	0 558	1 850	0 672
20×14	3	6 67	1 6220	0 5968	0 5968	0 607	1 273	0 462
20×15	2 5	8	1 3738	0 5369	0 5369	0 625	1 079	0 392
20×16	2 0	10	1 1310	0 4637	0 4637	0 640	0 886	0 322
20×17	1 5	13 3	0 8718	0 3754	0 3754	0 656	0 684	0 248
20×18	1 0	20	0 5969	0 2701	0 2701	0 672	0 469	0 170
20×18 5	0 75	26 7	0 4536	0 2103	0 2103	0 681	0 354	0 129
20×19	0 5	40	0 3063	0 1457	0 1457	0 690	0 240	0 087
21×18	1 5	14	0 9189	0 4394	0 4185	0 692	0 721	0 2620
22×12	5 0	4 4	2 6704	1 0481	0 952	0 626	2 095	0 762
22×16	3 0	7 33	1 7907	0 8282	0 7529	0 679	1 405	0 511
22×17	2 5	8 8	1 5315	0 7399	0 6726	0 694	1 200	0 437
22×18	2	11	1 2570	0 6346	0 5765	0 71	0 986	0 359
22×19	1 5	14 7	0 9660	0 5102	0 4638	0 727	0 758	0 275
22×20	1 0	22	0 6597	0 3645	0 3310	0 743	0 518	0 188
22×20 5	0 75	29 3	0 5003	0 2830	0 2570	0 752	0 392	0 142
22×21	0 5	44	0 3377	0 1952	0 1774	0 760	0 265	0 096
23×20	1 5	15 3	1 013	0 5883	0 5115	0 762	0 795	0 288
23×21	1	23	0 6912	0 4190	0 3645	0 778	0 543	0 197
24×12	6 0	4	3 393	1 5268	1 273	0 670	2 665	0 966
24×18	3	8	1 979	1 1133	0 9275	0 750	1 553	0 564
24×19	2 5	9 6	1 6886	0 9889	0 8248	0 765	1 325	0 481
24×20	2	12	1 382	0 8432	0 702	0 781	1 084	0 394
24×21	1 5	16	1 080	0 6739	0 562	0 790	0 848	0 308
24×22	1	24	0 7226	0 4787	0 399	0 814	0 567	0 206
25×17	4	6 25	2 639	1 508	1 206	0 757	2 070	0 752
25×19	3 0	8 33	2 073	1 2778	1 0222	0 785	1 625	0 590
25×20	2 5	10	1 767	1 132	0 906	0 802	1 387	0 504
25×21	2 0	12 5	1 4451	0 9628	0 770	0 816	1 134	0 412
25×22	1 5	16 7	1 1074	0 7676	0 614	0 833	0 869	0 316
25×23	1 0	25	0 7540	0 5438	0 435	0 849	0 592	0 215
25×23 5	0 75	33 3	0 5713	0 4205	0 336	0 857	0 448	0 163
25×24	0 5	50	0 3848	0 2889	0 231	0 866	0 302	0 110

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	i [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7 85)	дураль (2 85)
26×20	3 0	8 67	2 168	1 458	1 121	0 820	1 700	0 619
26×21	2 5	10 4	1 846	1 289	0 992	0 835	1 450	0 526
26×23	1,5	17 3	1 155	0 8695	0 6685	0 867	0 906	0 329
26×24	1	26	0 7854	0 6146	0 4725	0 884	0 617	0 224
27×15	6	4 5	3 958	2 360	1 748	0 772	3 110	1 127
27×16	5 5	4 91	3 715	2 283	1 690	0 784	2 891	1 058
27×23	2	13 5	1 571	1 235	0 915	0 887	1 235	0 448
27×24	1 5	18	1,202	0 9801	0 726	0 902	0 944	0 342
27×25	1 0	27	0 8168	0 6912	0 511	0 920	0 641	0 233
27×25 5	0 75	36	0 6185	0 5332	0 395	0 927	0 486	0 176
28×22	3 0	3 33	2 356	1 8673	1 334	0 891	1 850	0 671
28×23	2 5	11 2	2 0028	1 6435	1 174	0 906	1 570	0 571
28×24	2	14	1 6336	1 3886	0 992	0 92	1 282	0 466
28×25	1 5	18 7	1 2488	1 1000	0 786	0 939	0 980	0 356
28×26	1	28	0 8483	0 774	0 553	0 955	0 666	0 242
28×26 5	0 75	37 3	0 6421	0 5963	0 426	0 963	0 504	0,183
28×27	0 5	56	0 4320	0 4086	0 292	0 975	0 339	0 123
29×25	2 0	14 5	1 6965	1 5540	1 071	0 958	1 330	0 484
29×26	1 5	19 3	1 296	1 229	0 848	0 973	1 017	0 369
29×27	1	29	0 8796	0 8632	0 595	0 990	0 690	0 250
29×28	0 5	58	0 4477	0 4547	0 3135	1 01	0 351	0 128
30×16	7 0	4 28	5 058	3 654	2 435	0 85	3 97	1 442
30×22	4	7 5	3 267	2 286	1 884	0 929	2 065	0 931
30×23	3 5	8 58	2 914	2 602	1 734	0 945	2 29	0 831
30×24	3	10	2 545	2 348	1 564	0 960	1,998	0 726
30×25	2 5	12	2 160	2 059	1 373	0 976	1 696	0 616
30×26	2 0	15	1 7593	1 7330	1 156	0 993	1 390	0 501
30×27	1 5	20	1 3430	1 3670	0 912	1 010	1 054	0 383
30×28	1 0	30	0 9111	0 9589	0 639	1 025	0 715	0 260
30×28 5	0 75	40	0 6891	0 736	0 491	1 032	0 541	0 196
30×29	0 5	60	0 4634	0 5042	0 336	1 045	0 364	0 132
31×27	2	15 2	1 822	1 925	1 242	1 030	1 430	0 519
31×28	1 5	20 7	1 390	1 516	0 9785	1 044	1 091	0 396
31×29	1	31	0 9425	1 061	0 684	1 060	0 740	0 269
32×22	5	6 4	4 241	3 997	2 498	0 970	3 33	1 210
32×23	4 5	7 11	3 888	3 773	2 360	0 985	3 050	1 108
32×26	3	10 67	2 733	2 904	1 815	1 030	2 145	0 778
32×27	2 5	12 8	2 317	2 539	1 587	1 047	1 820	0 660
32×28	2	16	1 885	2 130	1 330	1 060	1 480	0 537
32×29	1 5	21 3	1 437	1 675	1 046	1 080	1 128	0 410
32×30	1 0	32	0 9739	1 171	0 732	1 096	0 765	0 277
32×30 5	0 75	42 6	0 7363	0 899	0 562	1 104	0 578	0 209
32×31	0 5	64	0 4948	0 614	0 384	1 114	0 388	0 141
33×19	7 0	4 71	5 7177	5 182	3 140	0 950	4 48	1 63
33×23	5	6 6	4 398	4 447	2 695	1 005	3 450	1 253
33×28	2 5	13 2	2 396	2 804	1 700	1 080	1 882	0 683
33×29	2	16 5	1 9478	2 3495	1 4239	1 095	1 529	0 555
33×30	1 5	22	1 4844	1 8450	1 117	1 110	1 116	0 423
33×31	1	33	1 005	1 2880	0 781	1 130	0 789	0 286
34×30	2 0	17	2 011	2 5840	1 519	1 130	1 578	0 573
34×32	1 0	34	1 037	1 4125	0 831	1 167	0 814	0 296
35×25	5	7	4 712	5 448	3 114	1 080	3 70	1 343
35×28	3 5	10	3 464	4 349	2 485	1 120	2 72	0 987
35×29	3 0	11 67	3 016	3 8943	2 225	1 135	2 37	0 860
35×30	2 5	14	2 553	3 3900	1 937	1 150	2 001	0 728

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	l [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7 85)	дураль (2 85)
35×31	20	17,5	2 074	2 833	1 619	1 17	1 627	0 591
35×32	15	23,3	1 5787	2 219	1 270	1 19	1 239	0 450
35×33	10	35	1 0681	1 545	0 8830	1 20	0 838	0 304
35×33,5	0,75	46,7	0 807	1 196	0 684	1 22	0 634	0 230
36×20	80	4,5	7 037	7 459	4 144	1 03	5 52	2 01
36×34	1	36	1 100	1 685	0 936	1 24	0 864	0 313
36×35	0,5	72	0,5577	0 879	0 488	1 26	0 438	0 159
37×35	10	37	1 1310	1,834	0 992	1 27	0 886	0 322
38×30	4	9,5	4 273	6 259	3 295	1 21	3 355	1 218
38×32	3	12,7	3 299	5 088	2 680	1 24	2 590	0 940
38×33	2,5	15,2	2 788	4 414	2 325	1 30	2 190	0 795
38×34	20	19,0	2 262	3 676	1 934	1 27	1 775	0 644
38×35	1,5	25,3	1 7200	2 869	1 510	1 29	1 350	0 491
38×36	1	38	1 162	1 990	1 047	1 31	0 911	0 331
38×36,5	0,75	50,6	0 8776	1 523	0 802	1 32	0 688	0 250
39×23	8	4,88	7 791	9 982	5 119	1 13	6 11	2 22
39×34	2,5	15,6	2 867	4 796	2 459	1 29	2 250	0 817
39×35	2	19,5	2 325	3 990	2 045	1 31	1 825	0 663
40×30	5	8	5 498	8 590	4 295	1 25	4 315	1 568
40×32	4	10	4 524	7 419	3 710	1 28	3 55	1 290
40×34	3	13,3	3 487	6 006	3 003	1 31	2 735	0 994
40×35	2,5	16	2 9450	5 200	2 600	1 33	2 310	0 840
40×36	2	20	2 3880	4 327	2 164	1 34	1 874	0 681
40×37	1,5	26,7	1 8140	3 367	1 683	1 36	1 423	0 517
40×37,5	1,25	32	1 5217	2 859	1 430	1 37	1 194	0 431
40×38	10	40	1 2250	2 331	1 166	1 38	0 961	0 349
40×38,5	0,75	53,3	0 9248	1,781	0 891	1 39	0 726	0 263
41×38	1,5	27,3	1 861	3,636	1 772	1 40	1 460	0 531
42×26	8	5,25	8 5451	13 031	6 205	1 23	6,70	2 43
42×36	30	14	3 676	7 030	3 348	1 38	2 885	1 047
42×37	2,5	16,8	3 102	6 075	2 893	1 40	2 434	1 026
42×38	2	21	2 513	5,040	2 402	1 42	1 970	0 716
42×39	1,5	28	1 9085	3 920	1 867	1 43	1 497	0 544
42×40	1	42	1 2880	2 708	1 289	1 45	1 010	0 367
42×40,5	0,75	56	0 9719	2,067	0 984	1,46	0 763	0 277
43×35	4	10,7	4 901	9 416	4 379	1 38	3 850	1 397
43×40	1,5	28,7	1,9560	4 216	1 960	1 47	1 535	0 558
44×38	3	14,7	3 864	8 163	3 710	1 45	3 035	1 102
44×40	2	22	2 6360	5 832	2,650	1,49	2 070	0 752
45×37	4	11,25	5 1522	10 929	4 857	1 46	3 935	1 47
45×39	30	15	3 958	8 773	3 899	1 49	3 11	1 128
45×40	2,5	18	3 3380	7 563	3 360	1 51	2 620	0 952
45×41	2	22,5	2 7020	6 258	2 780	1 52	2 120	0 770
45×42	1,5	30	2 0500	4 854	2 157	1 54	1 610	0 584
45×42,5	1,25	36	1 7180	4 114	1,828	1 55	1 349	0 490
45×43	1	45	1 3820	3 347	1 488	1 56	1 084	0 394
45×43,5	0,75	60	1 0426	2 553	1,134	1 57	0,818	0 297
47×45	1	47	1,4450	3 824	1,627	1 63	1 134	0 412
48×42	30	16	4 241	10 783	4 493	1 59	3 33	1 210
48×43	2,5	19,2	3 574	9 276	3 865	1 61	2 80	1 019
48×44	20	24	2 890	7,659	3 191	1 63	2,27	0 824

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	l [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7 85)	дураль (2 85)
48×45	1 5	32	2 1910	5 929	2 470	1 64	1 720	0 624
48×46	1	48	1 477	4 079	1 703	1 66	1 160	0 421
49×45	2	24 5	2 9530	8 169	3,335	1 66	2,315	0 842
50×42	4	12 5	5 7806	15 405	6 162	1 63	4 62	1,65
50×44	3	16 7	4 4300	12 281	4 912	1 67	3 480	1,263
50×45	2,5	20	3 7310	10 550	4 220	1 68	2 930	1,062
50×46	2	25	3 0160	8,701	3 480	1 70	2 366	0 859
50×47	1 5	33 3	2 2860	6 727	2 691	1 71	1 795	0 652
50×47 5	1 25	40	1 9145	5 6916	2 2766	1 73	1 503	0 546
50×48	1	50	1 5390	4 622	1 848	1 73	1,208	0 438
51×44	3 5	14 6	5 223	14 810	5 808	1 69	4 100	1 49
51×45	3	17	4 5240	13 080	5 130	1 70	3 550	1 288
52×48	2	26	3 142	9 833	3 781	1 77	2 468	0 895
52×50	1	52	1 6020	5 211	2 004	1 80	1 257	0,456
53×50	1 5	35 3	2 4270	8 053	3 040	1 82	1 905	0,692
54×45	4 5	12	6 998	21 610	8 005	1 76	5 49	1,995
54×50	2	27	3 2670	11,060	4 100	1 84	2 565	0,931
55×45	5	11	7 854	24 79	9 015	1 78	6 170	2 240
55×46	4 5	12 2	7 139	22 939	8 341	1 79	5 60	2,035
55×47	4 0	13 75	6 409	20 965	7 988	1 81	5 03	1 825
55×48	3 5	15 7	5 6630	18 340	6 669	1 80	4 44	1,612
55×49	3	18,3	4 9010	16 620	6 050	1 84	3 848	1 397
55×50	2 5	22	4 1230	14 240	5 185	1 86	5 240	1,175
55×51	2	27 5	3 3300	11 794	4 285	1 88	2 612	0 949
55×51 5	1 75	31 42	2 9276	10 387	3 777	1 88	2 305	0 835
55×52	1 5	36 7	2 5210	9 027	3 280	1 89	1,980	0 718
55×52 5	1 25	44	2 1108	7 626	2 777	1 90	1 656	0 602
55×53	1	55	1 6970	6 186	2,250	1,91	1 332	0 484
56×50	3	18 7	4 995	17 600	6 285	1 88	3 92	1 422
57×55	1	57	1 759	6 899	2 420	1 98	1 38	0 501
58×55	1 5	38 7	2 663	10 632	3 670	2 00	2 09	0 752
59×55	2	29 5	3 581	14 563	4 940	2 02	2 81	1,020
60×50	5	12	8 639	32 938	10 979	1 95	6 78	2 46
60×52	4	15	7 037	27 726	9 242	1 99	5 52	2 005
60×53	3 5	17 2	6 213	24 89	8 300	2 00	4 875	1 770
60×54	3	20	5 372	21 88	7 300	2 02	4 22	1 531
60×55	2 5	24	4 516	18 70	6 230	2 03	3 545	1 285
60×56	2	30	3 664	15 34	5 110	2 05	2 86	1 038
60×56 5	1 75	34 2	3 203	13 594	4 531	2 06	2 515	0 912
60×57	1 5	40	2 757	11 80	3 935	2 07	2,163	0 786
60×57 5	1 25	48	2 307	9 957	3 319	2 08	1 812	0 657
60×58	1	60	1 854	8 068	2 690	2 09	1 455	0 528
62×57	2 5	24 8	4 673	20 717	6 683	2,105	5 67	1 33
63×60	1 5	42	2 898	13 71	4 350	2 17	2 274	0 826
65×54	5 5	11 8	10 281	45 885	14 12	2 11	8 07	2 93
65×55	5	13	9 475	42 706	13 13	2 13	7 40	2 69
65×56	4 5	14 4	8 553	39 349	12 11	2 14	6 715	2 44
65×57	4	16 25	7 666	35 81	11 010	2 16	6 015	2 185
65×58	3 5	18 6	6 762	32 07	9 870	2,18	5 31	1,926

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\phi}$	F [с м ²]	I [с м ⁴]	W [с м ³]	l [с м]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7 85)	дураль (2 85)
65×59	3	21 7	5 843	28 14	8 660	2 20	4 585	1 665
65×60	2 5	26	4 909	24 01	7 390	2 21	3 85	1 398
65×61	2	32 5	3 958	19 66	6 050	2 23	3 107	1 125
65×61 5	1 75	37 14	3 477	17 399	5 354	2 24	2 730	0 991
65×62	1 5	43 3	2 992	15 09	4 645	2 25	2 347	0 852
65×62 5	1 25	52	2 504	12 72	3 914	2 26	1 963	0 714
65×63	1	65	2 012	10 30	3 17	2 27	1 578	0,573
67×60	3 5	19 1	6 982	35 30	10 520	2 25	5 48	1 988
70×60	5 0	14	10 240	54 241	15 497	2 31	8 02	2 91
70×62	4 0	17 5	8 294	45 326	12 950	2 34	6 51	2 36
70×63	3 5	20	7 312	40 53	11 570	2 35	5 74	2 085
70×64	3	23 3	6 315	35 50	10 130	2 37	4 96	1 799
70×65	2 5	28	5 301	30 23	8 650	2 39	4 16	1 509
70×66	2	35	4 273	24 717	7 053	2 41	3 355	1 22
70×66 5	1 75	40	3 752	21 864	6 247	2 41	2 945	1 069
70×67	1 5	46 7	3 228	18 942	5 411	2 42	2 533	0 92
70×67 5	1 25	56	2 700	15 959	4 560	2 43	2 095	0 770
73×70	1 5	48 7	3 369	21 541	5 910	2 53	2 645	0 96
75×65	5 0	15	10 996	67 692	18 051	2 48	8 63	3 13
75×67	4 0	18 75	8 922	56 399	15 037	2 51	7 00	2 54
75×68	3 5	21 4	7 862	50 36	13 43	2 53	6 17	2 242
75×69	3	25	6 786	44 05	11 730	2 55	5 33	1 934
75×70	2 5	30	5 695	37 467	9 990	2 57	4 47	1 623
75×71	2	37 5	4 587	30 756	8 154	2 58	3 60	1 307
75×71 5	1 75	42 85	4 027	27 022	7 206	2 59	3 16	1 147
75×72	1 5	50	3 464	23 399	6 240	2 60	2 92	0 988
75×72 5	1 25	60	2 896	19 695	5 252	2 61	2,27	0 826
80×66	7	11 4	16 054	107 92	20 95	2 59	12 60	4 57
80×69	5 5	14 5	12 873	89 796	22 43	2 64	10 10	3 67
80×70	5 0	16	11 781	83,203	20 80	2 66	9 25	3 36
80×71	4 5	17 8	10 674	76 322	19 06	2 67	8 38	3 04
80×72	4	20	9 551	69 145	17 28	2 69	7 50	2 72
80×73	3 5	22 8	8 412	61 66	15 42	2 71	6 60	2 395
80×74	3	26 7	7 257	53 87	13 47	2 73	5 70	2 07
80×75	2 5	32	6 087	45 75	11 44	2 74	4,78	1 736
80×76	2	40	4 901	37 296	9 324	2 76	3 85	1 396
80×76 5	1 75	45 71	4 302	32 947	8 237	2 77	3 375	1 225
80×77	1 5	53 3	3 699	28 508	7 127	2 78	2 905	1 054
85×77	4	21 2	10 179	83 68	19 69	2 87	7 99	2 90
85×78	3 5	24 3	8 961	74 54	17 54	2 88	7 04	2 555
85×79	3	28 4	7 728	65 04	15 30	2 90	6 07	2 204
85×80	2 5	34	6 479	55 18	12 98	2 92	5 085	1 846
85×81	2	42 5	5 215	44 93	10 57	2 93	4 09	1 485
85×81 5	1 75	48 57	4 577	39 66	9 33	2 94	3 59	1 305
85×82	1 5	56 6	3 935	34 30	8 07	2 95	3 09	1 093
90×82	4	22 5	10 807	100 13	22 25	3 05	8 53	3 10
90×83	3 5	25 7	9 511	89 10	19 80	3 07	7 47	2 71
90×84	3	30	8 200	77 67	17 26	3 08	6 44	2 335
90×85	2 5	36	6 872	65 82	14 63	3 10	5 39	1 96
90×86	2	45	5 529	53 55	11 90	3 11	4 34	1 576
90×86 5	1 75	51 42	4 852	47 24	10 50	3 12	3 81	1 383
90×87	1 5	60	4 171	40 84	9 08	3 13	3 27	1 188
95×85	5	19	14 137	143 58	30 23	3 19	11 1	4 03
95×86	4 5	21 1	12 794	131 31	27 64	3 20	10 04	3 645
95×87	4	23 8	11 435	118 60	24 97	3 22	8 97	3 26
95×88	3 5	27 1	10 061	105 45	22 18	3 24	7 90	2 87

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	i [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7,85)	дураль (2,85)
95×89	3	31,6	8,681	91,83	19,33	3,25	6,81	2,47
95×90	2,5	38	7,265	77,76	16,37	3,27	5,705	2,07
95×91	2	47,5	5,843	63,20	13,31	3,29	4,58	1,666
95×91,5	1,75	54,28	5,127	55,75	11,76	3,29	4,03	1,462
100×88	6	16,7	17,719	196,50	39,27	3,33	13,92	5,05
100×90	5	20	14,922	168,81	33,80	3,36	11,71	4,255
100×91	4,5	22,2	13,501	154,26	30,85	3,38	10,60	3,85
100×92	4	25	12,064	139,22	27,84	3,40	9,46	3,44
100×93	3,5	28,6	10,611	123,67	24,74	3,41	8,33	3,024
100×94	3	33,3	9,142	107,63	21,53	3,43	7,18	2,605
100×95	2,5	40	7,658	91,05	18,21	3,45	6,01	2,183
100×96	2	50	6,158	73,95	14,79	3,46	5,80	1,756
105×95	5	21	15,708	196,84	37,49	3,54	12,34	4,48
105×96	4,5	23,3	14,208	179,74	34,24	3,56	11,15	4,05
105×97	4	26,2	12,692	162,09	30,88	3,57	9,95	3,62
105×98	3,5	30	11,161	143,89	27,41	3,59	8,76	3,18
105×99	3	35	9,613	125,13	23,84	3,61	7,55	2,74
105×100	2,5	42	8,050	105,79	20,15	3,62	6,32	2,295
105×101	2	52,5	6,471	85,85	16,35	3,64	5,08	1,845
110×98	6	18,3	19,604	265,92	48,35	3,68	15,4	5,59
110×100	5	22	16,493	227,82	41,42	3,72	12,84	4,70
110×101	4,5	24,4	14,915	207,88	37,80	3,73	11,71	4,25
110×102	4	27,5	13,32	187,35	34,06	3,75	10,45	3,795
110×103	3,5	31,4	11,71	166,21	30,22	3,77	9,19	3,34
110×104	3	36,7	10,085	144,44	26,26	3,79	7,92	2,875
110×105	2,5	44	8,443	122,03	22,19	3,80	6,62	2,405
110×106	2	55	6,786	98,97	17,99	3,82	5,33	1,935
115×102	6,5	17,7	22,156	327,20	56,91	3,84	17,4	6,315
115×103	6	19,2	20,546	306,06	53,23	3,86	16,14	5,85
115×105	5	23	17,279	261,88	45,55	3,89	13,56	4,93
115×107	4	28,8	13,949	215,11	37,40	3,92	10,95	3,975
115×108	3,5	32,9	12,26	190,71	33,17	3,94	9,61	3,495
115×109	3	38,4	10,556	165,63	28,80	3,96	8,28	3,01
115×110	2,5	46	8,836	139,85	24,30	3,98	6,93	2,52
115×111	2	57,5	7,100	113,36	19,72	3,99	5,57	2,02
120×108	6	20	21,488	350,05	58,36	4,03	16,87	6,12
120×110	5	24	18,064	299,19	49,87	4,07	14,17	5,15
120×111	4,5	26,5	16,328	272,70	45,45	4,08	12,82	4,66
120×112	4	30	14,577	245,48	40,91	4,10	11,44	4,16
120×113	3,5	34,3	12,81	217,51	35,70	4,12	10,05	3,65
120×114	3	40	11,027	188,89	31,47	4,14	8,66	3,14
120×115	2,5	48	9,228	159,33	26,56	4,15	7,24	2,63
120×116	2	60	7,414	129,08	21,51	4,17	5,82	2,11
125×111	7	17,9	25,949	453,24	72,50	4,17	20,37	7,40
125×113	6	20,8	22,431	398,05	63,70	4,21	17,60	6,40
125×115	5	25	18,849	339,88	54,35	4,24	14,80	5,37
125×116	4,5	27,8	17,035	309,63	49,54	4,26	13,35	4,85
125×117	4	31,3	15,205	278,58	44,60	4,28	11,94	4,335
125×118	3,5	35,71	13,359	246,73	39,48	4,30	10,48	3,81
125×119	3	41,6	11,498	214,05	34,25	4,31	9,03	3,265
125×120	2,5	50	9,621	180,55	28,89	4,34	7,55	2,74
130×116	7	18,6	27,049	513,19	78,95	4,36	21,24	7,71
130×118	6	21,7	23,373	450,29	69,28	4,39	18,35	6,66
130×120	5	26	19,635	384,11	59,09	4,42	15,41	5,60
130×122	4	32,5	15,833	314,54	48,39	4,45	12,43	4,515
130×123	3,5	37,14	13,909	278,44	42,84	4,47	10,93	3,965
130×124	3	43,3	11,969	241,45	37,11	4,49	9,39	3,415
130×125	2,5	52	10,014	203,56	31,32	4,51	7,86	2,85

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	i [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7,85)	дураль (2,85)
135×121	7	17,84	28,149	578,21	85,66	4,53	22,10	8,03
135×123	6	22,5	24,316	506,90	75,10	4,57	19,10	6,93
135×125	5	27	20,421	432,02	64,00	4,61	16,04	5,82
135×127	4	33,75	16,562	353,46	52,36	4,62	13,00	4,72
135×128	3,5	38,57	14,459	312,76	46,33	4,65	11,35	4,12
135×129	3	45	12,441	271,10	40,16	4,67	9,76	3,55
135×130	2,5	54	10,407	228,46	33,85	4,69	7,88	2,97
140×126	7	20	29,248	648,51	92,64	4,71	22,95	8,34
140×128	6	23,3	25,258	568,06	81,15	4,74	19,83	7,20
140×130	5	28	21,206	483,76	69,12	4,77	16,65	6,05
140×132	4	35	17,090	395,47	56,50	4,81	13,41	4,87
140×133	3,5	40	15,009	349,78	49,97	4,83	11,76	4,28
140×134	3	46,6	12,912	303,08	43,30	4,85	10,13	3,68
140×135	2,5	56	10,799	255,30	36,47	4,86	8,48	3,06
145×131	7	20,71	30,348	724,19	99,89	4,89	23,80	8,65
145×135	5	29	21,991	539,37	74,40	4,95	17,25	6,27
145×137	4	36,25	17,719	440,58	60,77	4,98	13,91	5,05
145×138	3,5	41,42	15,559	389,54	53,73	5,00	12,21	4,435
145×139	3	48,3	13,383	337,37	46,53	5,02	10,50	3,815
145×140	2,5	58	11,192	284,07	39,18	5,04	8,78	3,19
150×134	8	18,8	35,689	902,38	120,22	5,03	28,0	10,17
150×135	7,5	20	33,576	854,61	113,95	5,05	25,35	9,57
150×133	7	21,4	31,448	805,76	107,35	5,06	24,70	8,96
150×138	6	25	27,144	704,78	93,90	5,09	21,30	7,74
150×139	5,5	27,3	24,968	652,61	87,02	5,11	19,60	7,12
150×140	5	30	22,777	599,31	79,96	5,13	17,87	6,49
150×141	4,5	33,3	20,570	544,85	72,65	5,14	16,15	5,86
150×142	4	37,5	18,347	489,22	65,23	5,16	14,40	5,23
150×143	3,5	42,85	16,109	432,40	57,65	5,18	12,64	4,59
150×144	3	50	13,855	374,38	49,92	5,20	10,87	3,95
150×145	2,5	60	11,585	315,24	42,03	5,22	9,10	3,30
160×146	7	22,85	33,647	986,61	123,33	5,41	26,40	9,59
160×148	6	26,6	29,028	861,86	107,61	5,43	22,8	8,28
160×150	5	32	24,347	731,95	91,49	5,48	19,23	6,94
160×152	4	40	19,604	596,82	74,60	5,52	15,37	5,59
160×153	3,5	45,71	17,208	528,3	66,04	5,54	13,51	4,91
160×154	3	53,3	14,797	455,88	56,98	5,55	11,62	4,22
170×156	7	24,28	35,846	1193,0	140,35	5,77	28,1	10,25
170×158	6	28,3	30,913	1040,9	122,46	5,81	24,26	8,81
170×160	5	34	25,918	883,0	103,88	5,83	20,33	7,39
170×162	4	42,5	20,860	719,0	84,59	5,87	16,36	5,95
170×163	3,5	48,57	18,308	634,77	74,68	5,89	14,37	5,22
170×164	3	56,6	15,739	549,17	64,61	5,91	12,35	4,48
180×166	7	25,71	38,645	1425,58	158,40	6,12	29,85	10,85
180×168	6	30	32,798	1242,73	238,08	6,15	25,75	9,35
180×170	5	36	27,489	1053,0	117,00	6,18	21,6	7,84
180×172	4	45	22,117	856,73	95,19	6,22	17,35	6,30
180×173	3,5	51,42	19,407	755,9	83,99	6,24	15,24	5,53
180×174	3	60	16,682	653,45	72,61	6,26	13,09	4,76

$D \times d$ [мм]	δ [мм]	$\frac{D}{\delta}$	F [см ²]	I [см ⁴]	W [см ³]	i [см]	Вес 1 м [кг]	
							сталь (7,85)	дураль (2,85)
190×174	8	23,75	45,742	1897,45	119,73	6,44	35,9	13,05
190×176	7	27,14	40,244	1687,0	177,58	6,47	31,6	11,47
190×178	6	31,66	34,683	1469,22	154,65	6,51	27,2	9,88
190×180	5	38	29,060	1244,0	130,95	6,54	22,8	8,28
190×182	4	47,5	23,374	1011,23	106,45	6,57	18,35	6,67
200×182	9	22,2	54,004	2468,23	246,82	6,76	42,4	15,40
200×184	8	25	48,255	2227,38	222,74	6,79	37,9	13,76
200×186	7	28,57	42,443	1979,0	197,90	6,83	33,1	12,10
200×188	6	33,3	36,569	1721,86	172,19	6,86	28,7	10,43
200×190	5	40	30,630	1457,0	145,70	6,90	24,05	8,73
200×192	4	50	24,630	1183,33	118,33	6,93	19,34	7,02
210×192	9	23,3	56,832	2876,33	273,94	7,11	44,6	16,20
210×194	8	26,25	50,769	2594,0	247,05	7,14	39,9	14,48
210×196	7	30	44,642	2302,5	219,29	7,18	35,0	12,74
210×198	6	35	38,454	2002,2	190,68	7,22	30,2	10,96
210×200	5	42	32,202	1693,0	161,24	7,25	25,3	9,18
210×202	4	52,5	25,887	1375,4	130,99	7,28	20,3	7,38
220×202	9	24,44	59,659	3327,4	302,49	7,46	46,8	17,01
220×204	8	27,5	53,282	2997,6	272,51	7,50	41,8	15,20
220×206	7	31,42	46,841	2661,0	241,91	7,53	36,8	13,35
220×208	6	36,6	40,338	2311,2	210,11	7,57	31,7	11,50
220×210	5	44	33,772	1952,0	177,45	7,61	26,5	9,63
230×210	10	23	69,115	4190,0	364,35	7,78	54,2	19,70
230×214	8	28,75	55,795	3442,5	299,35	7,85	43,8	15,91
230×215	7,5	30,6	52,426	3259,0	283,39	7,88	41,2	14,95
230×218	6	38,3	42,223	2650,1	230,44	7,92	33,1	12,04
230×220	5	46	35,343	2238,0	194,61	7,96	27,7	10,07
240×220	10	24	72,256	4787,0	398,93	8,13	56,7	20,60
240×222	9	26,6	65,313	4364,5	353,71	8,17	51,2	18,62
240×224	8	30	58,308	3927,4	327,28	8,20	45,8	16,63
240×226	7	34,28	51,239	3480,1	290,01	8,24	40,2	14,62
240×228	6	40	44,108	3021,5	251,79	8,28	34,6	12,56
240×230	5	48	36,913	2549,0	212,42	8,32	28,95	10,52
250×230	10	25	75,398	5438,0	435,04	8,49	59,2	21,50
250×232	9	27,7	68,141	4954,0	393,32	8,53	53,5	19,42
250×234	8	31,25	60,821	4457,0	356,56	8,56	47,7	17,35
250×236	7	35,71	53,439	3948,1	315,85	8,60	41,9	15,22
250×238	6	41,66	45,993	3424,6	273,97	8,63	36,1	13,11
250×240	5	50	38,485	8289,0	231,20	8,66	30,2	10,97

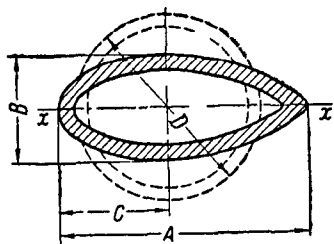


Таблица 11

Расчетные данные обтекаемых труб

A [мм]	B [мм]	C [мм]	δ [мм]	Сечение исходной круглой трубы [мм]	Площадь F [см²]	Момент инерции J _x [см⁴]	Радиус инерции i _x [см]	Вес 1 м [кг]	
								сталь (7 85)	дураль (2 85)
27	12	12	1 0	20 × 18	0 597	0 096	0 4	0 469	0 170
34	14	15	1 0	25 × 23	0 754	0 1885	0 5	0 592	0 215
40 5	17	18	1 0	30 × 28	0 911	0 328	0 6	0 715	0 260
40 5	17	18	1 5	30 × 27	1,343	0 484	0 6	1 054	0 383
47	20	21	1,0	35 × 33	1 068	0 523	0 7	0 838	0 304
47	20	21	1 5	35 × 32	1 579	0 775	0 7	1 239	0 405
54	23	24	1 5	40 × 37	1 814	1 161	0 8	1 423	0 517
54	23	24	2 0	40 × 36	2 388	1 528	0 8	1 874	0 681
60 5	25 5	27	1 5	45 × 42	2 050	1,660	0 9	1 610	0 584
60 5	25 5	27	2 0	45 × 41	2 702	2,186	0 9	2 120	0,770
67 5	28 5	30	1 5	50 × 47	2 286	2 286	1 0	1 795	0 652
67 5	28 5	30	2 0	50 × 46	3 016	3 016	1 0	2 366	0 859
74 0	31 5	33	1 5	55 × 52	2 521	3 053	1 1	1 980	0 718
74 0	31 5	33	2 0	55 × 51	3 330	4 030	1,1	2 612	0 949
81 0	34 0	36	2 0	60 × 56	3 644	5 250	1 2	2 860	1 038
81 0	34 0	35	2 5	60 × 55	4 516	6 503	1 2	3 545	1 285
87 5	37 0	39	2 0	65 × 61	3 958	6 684	1 3	3 107	1 125
87 5	37 0	39	2 5	65 × 60	4 909	8 300	1 3	3,850	1 398
94 5	40 0	42	2,5	70 × 65	5 301	10 390	1 4	4 160	1 509
101 0	43 0	45	2 5	75 × 70	5 695	12 811	1 5	4 470	1 623
108 0	45 5	48	2 5	80 × 75	6 087	15 580	1,6	4 780	1 730
114 5	48 5	51	2 5	85 × 80	6 480	18 727	1 7	5 085	1 846
121 0	51 5	54	2 5	90 × 85	6 872	22 226	1 8	5 390	1 960
128 0	54 5	57	3 5	95 × 88	10 060	36 317	1 9	7 00	2 870
134 8	57 0	60	3 5	100 × 93	10 610	42 40	2 0	8 33	3 024
135	57 0	60	2 5	100 × 95	7 658	30 65	2 0	6 01	2 183

Графики для определения I_y , W_y , S_y и z_T коробчатого сечения деревянного лонжерона (фиг 37)

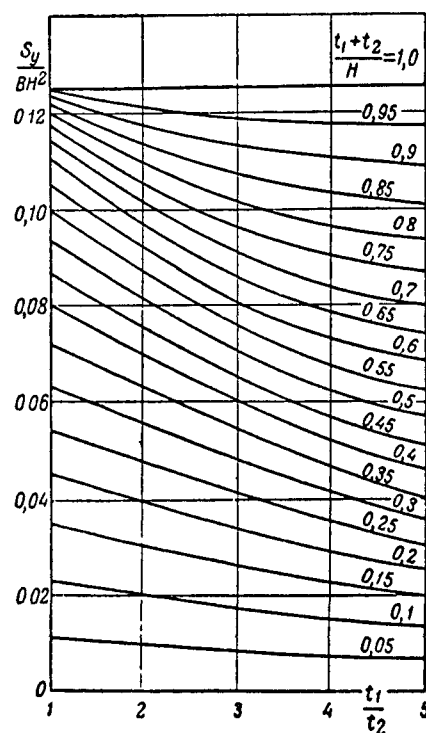
Порядок определения I_y , W_y , S_y и z_T по графикам фиг 38—42 следующий: назначают величину напряжения (обычно задаются $\sigma_{сж}$) и, зная величину M , определяют W_{y1} , задаются значением $\frac{t_1}{t_2}$ (принимают обычно,

что для пролета $\frac{t_1}{t_2} \approx 1,5$, а для консольной части $\frac{t_1}{t_2} \approx 2,0$), определяют $\frac{W_{y1}}{BH^2}$, по графику фиг 40 определяют $\frac{t_1+t_2}{H}$, зная H , определяют t_1+t_2 , а зная $\frac{t_1}{t_2}$, определяют t_1 и t_2 , по графикам фиг 42, 41, 39 и 38 определяют $\frac{I_y}{BH^3}$, $\frac{W_{y2}}{BH^2}$, $\frac{S_y}{BH^2}$ и $\frac{z_T}{H}$, определяют I_y , W_{y2} , S_y и z_T

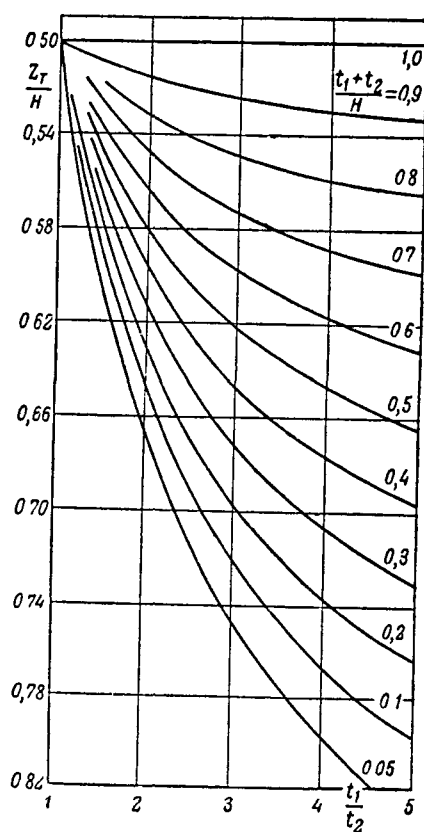
Делают проверку, подставляя полученные значения в расчетные формулы и в случае необходимости производят расчет следующего приближения



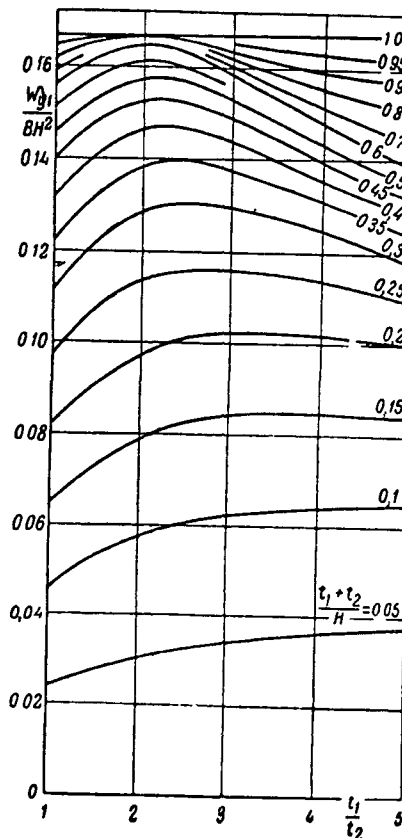
Фиг. 37



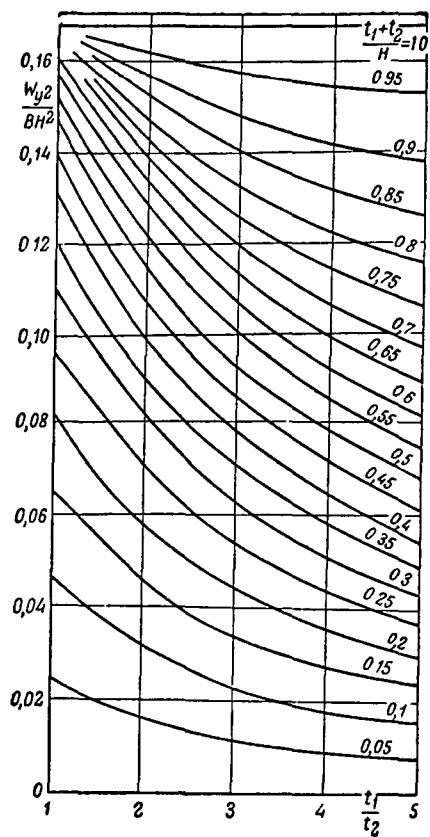
Фиг 39



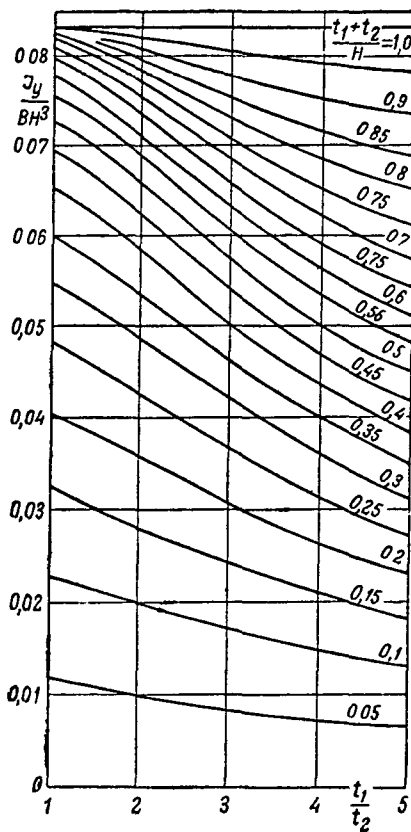
Фиг 38



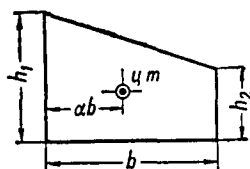
Фиг 40



Фиг. 41



Фиг. 42



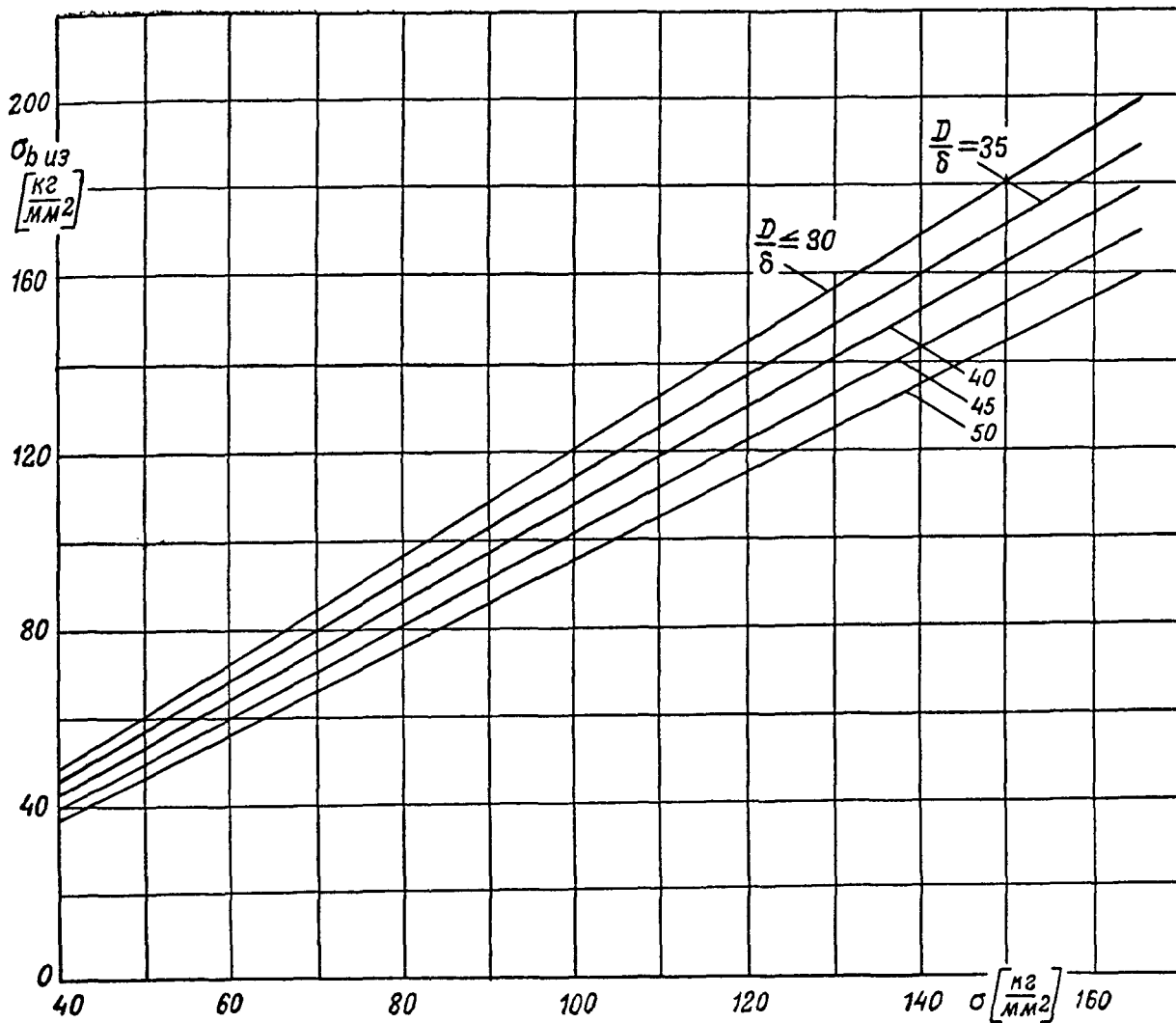
Центр тяжести трапеции

Т а б л и ц а 12

$\frac{h_1}{h_2}$	α	$\frac{h_1}{h_2}$	α	$\frac{h_1}{h_2}$	α
1,01	0,4992	1,30	0,4782	2,70	0,4233
1,02	0,4984	1,32	0,4770	2,80	0,4209
1,03	0,4976	1,34	0,4758	2,90	0,4188
1,04	0,4968	1,36	0,4746	3,00	0,4168
1,05	0,4960	1,38	0,4733	3,20	0,4128
1,06	0,4952	1,40	0,4721	3,40	0,4090
1,07	0,4944	1,45	0,4693	3,60	0,4060
1,08	0,4936	1,50	0,4667	3,80	0,4030
1,09	0,4928	1,55	0,4641	4,00	0,4000
1,10	0,4920	1,60	0,4616	4,20	0,3975
1,11	0,4912	1,65	0,4592	4,40	0,3950
1,12	0,4905	1,70	0,4568	4,60	0,3928
1,13	0,4898	1,75	0,4545	4,80	0,3908
1,14	0,4890	1,80	0,4523	5,00	0,3889
1,15	0,4883	1,85	0,4502	5,50	0,3848
1,16	0,4877	1,90	0,4482	6,00	0,3810
1,17	0,4870	1,95	0,4462	6,50	0,3778
1,18	0,4962	2,00	0,4443	7,00	0,3750
1,19	0,4855	2,10	0,4409	7,50	0,3725
1,20	0,4849	2,20	0,4375	8,00	0,3702
1,22	0,4835	2,30	0,4343	9,00	0,3668
1,24	0,4822	3,40	0,4312	10,00	0,3636
1,26	0,4809	2,50	0,4284		
1,28	0,4795	2,60	0,4259		

Расчетные напряжения в трубах на поперечный изгиб

Для дурала Д-6, имеющего $\sigma_b \approx 44 \text{ кг/мм}^2$, напряжение изгиба можно принимать равным $\sigma_{b \text{ из}} = 53 \text{ кг/мм}^2$. Для труб из хромомолибденовой стали



Фиг. 43

и хромансиля $\sigma_{b \text{ из}}$ определяется по графику фиг. 43 или по формулам:

$$\sigma_{b \text{ из}} = 1,2 \sigma_b \left[1 - 0,01 \left(\frac{D}{\delta} - 30 \right) \right] \text{ для } \frac{D}{\delta} > 30.$$

При $\frac{D}{\delta} \leq 30$ принимают $\sigma_{b \text{ из}} = 1,2 \sigma_b$.

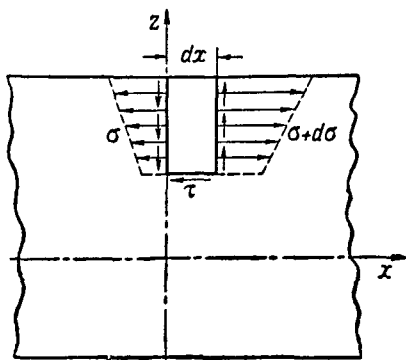
Для нормализованного хромансиля вместо коэффициента 1,2 берут 1,1.

Определение касательных напряжений при поперечном изгибе

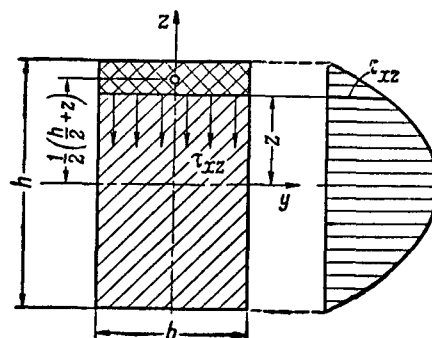
Перерезывающая сила в сечении балки постоянного сечения должна быть равна сумме проекций касательных напряжений на ее направление. Величина касательного напряжения в любой точке сечения может быть определена из рассмотрения равновесия элемента балки около этой точки (фиг. 44), но только при известных допущениях о распределении касательных напряжений по ширине (оси y) сечения балки. Для прямоугольных сечений может быть взято равномерное распределение τ по ширине (фиг. 45). Для таких сечений

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \frac{QS}{I_y b}, \quad \left(\tau_{\text{макс}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F} \right),$$

где Q — перерезывающая сила в данном сечении,
 S — статический момент части площади сечения над линией, проходящей через точку z , в которой определяется τ_{xz}
 I_y — момент инерции всего сечения относительно оси y .

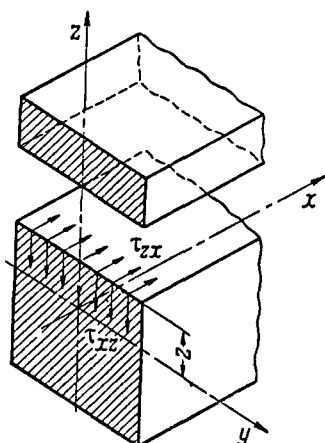


Фиг. 44

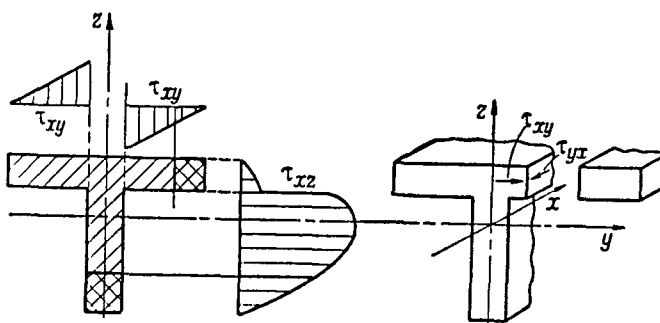


Фиг. 45

На фиг. 45 показана эпюра касательных напряжений τ_{xz} по высоте сечения, а на фиг. 46 схематическое изображение действия τ_{xz} и τ_{zx} . Этой же формулой для определения τ_{xz} и τ_{zx} можно пользоваться в случае сечений, составленных из прямоугольников: таврового, двутаврового, швел-



Фиг. 46



Фиг. 48

лера и т. д. Значение ширины в этих случаях для стенки и полки для определения τ будет для каждой свое. Эпюра напряжений τ_{xz} для двутаврового сечения представлена на фиг. 47.

Для определения напряжений τ_{xy} в полке служит та же формула, причем значения S части, отсеченной плоскостью $y = \text{const}$, определяются также относительно нейтральной оси, а b есть толщина полки (фиг. 48).

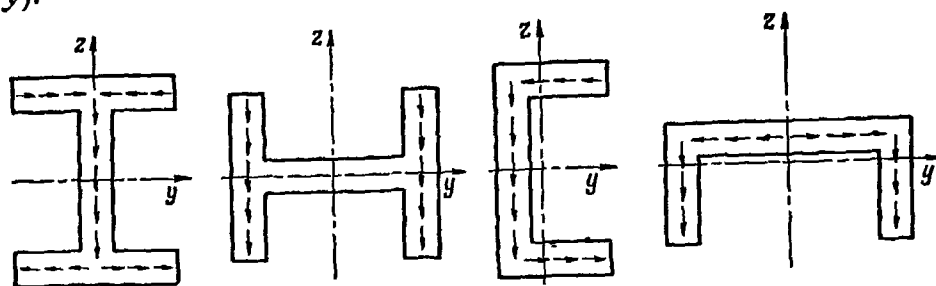
Поток напряжений для таких сечений обычно представляют, как показано на фиг. 49, пренебрегая τ_{xz} полок, вследствие их малости по сравнению с τ_{xz} стенок.

Для круглого сечения принимают, что направления касательных напряжений в точках, находящихся на одном и том же расстоянии от нейтральной оси y , сходятся в одной точке на оси z и вертикальные составляющие этих напряжений равны. Точка пересечения направлений напряжений определяется касательной к контуру в соответствующей точке (фиг. 50).

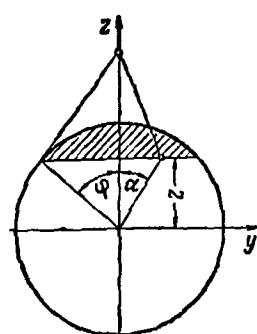
Вертикальная составляющая касательного напряжения определяется по формуле:

$$\tau_{xz} = \frac{QS}{I_y b(z)},$$

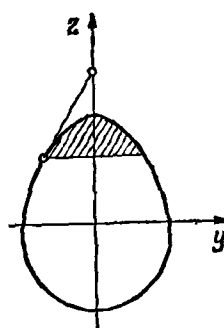
т. е. по такой же формуле, как и для сплошного прямоугольного сечения, с тем лишь различием, что $b = b(z)$ (есть функция расстояния от нейтральной оси y).



Фиг. 49



Фиг. 50



Фиг. 51

Горизонтальная составляющая касательного напряжения будет:

$$\tau_{xy} = \tau_{xz} \operatorname{tg} \alpha.$$

Для симметричных сечений, имеющих криволинейный контур (фиг. 51), можно определять касательные напряжения так же, как и для круглого.

Незамкнутые тонкостенные профили

Определение касательных напряжений, возникающих при изгибе бруса с тонкостенным профилем постоянной (или немного меняющейся) толщины, допускает значительные упрощения.

Для вычисления касательных напряжений при изгибе без кручения (согласно энергетическому критерию) удобно пользоваться приближенной формулой Вебера, которая дает полную погонную касательную силу T , действующую в сечении, сделанном плоскостью, проходящей через образующую боковой поверхности бруса, перпендикулярно к средней линии сечения:

$$T = T_0 + \frac{Q}{I} \int_0^s z \delta \, ds,$$

где I — момент инерции относительно нейтральной оси, а

T_0 — погонная сила, действующая в сечении, для которого $s = 0$.

Здесь s — длина дуги, отсчитанная от произвольно выбранного начала, расположенного на средней линии контура.

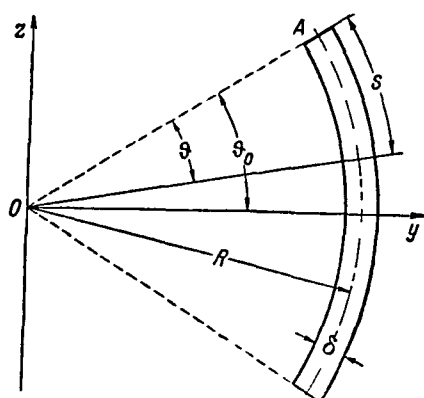
Вследствие свойства парности касательных напряжений эта сила T будет равна касательной силе, действующей в плоскости сечения.

Для тонкостенных сечений можно считать, что сила T направлена по касательной к средней линии профиля.

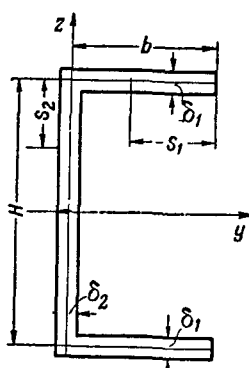
Часть кольца Для части кольца (фиг 52) начало отсчета дуги можно взять в точке A . Формула Вебера дает

$$T = \frac{Q\delta}{I_y} \int_0^s z ds = \frac{Q\delta}{I_y} R^2 [\cos(\vartheta_0 - \vartheta) - \cos \vartheta_0]$$

(Боковая поверхность бруса свободна от напряжения, поэтому $T_0 = 0$)



Фиг 52



Фиг 53

Для полукольца

$$T = \frac{Q\delta}{I_y} R^2 \sin \vartheta,$$

$$T_{\text{макс}} = \frac{2Q}{\pi R}$$

Швеллер (фиг 53)

В полке

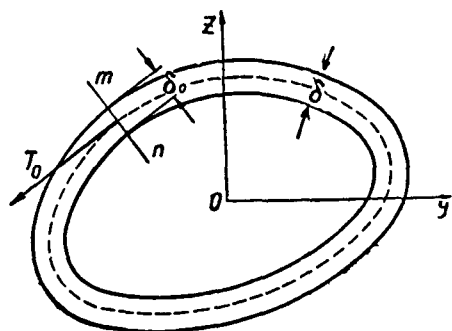
$$T = \frac{2Q\delta s_1}{H^2 \nu \left[\frac{2\delta_1}{H} + \frac{\delta_2}{3b} \right]}$$

В стенке

$$T = \frac{2Q\delta_1}{H^2 \left[\frac{2\delta_1}{H} + \frac{\delta_2}{3b} \right]} + \frac{2Qs_2\delta_2(H - s_2)}{H^3 b \left[\frac{2\delta_1}{H} + \frac{\delta_2}{3b} \right]}$$

Замкнутые тонкостенные профили

Определение касательных напряжений для тонкостенного незамкнутого профиля представляет собой задачу статически определимую (формула Вебера получается в результате рассмотрения равновесия элемента изогнутого бруса). Определение же касательных напряжений для многосвязного сечения является статически неопределимой задачей и потому требует дополнительных уравнений. Для получения дополнительного уравнения для двухсвязного профиля (т. е. с одной полостью) (фиг 54) нужно составить общее выражение погонного касательного усилия T



Фиг 54

$$T = T_0 + A \int_0^s z \delta ds = T_0 + T_{\text{из}},$$

где

$$T_{\text{из}} = A \int_0^s z \delta ds, \quad A = \frac{Q}{I_y}$$

или

$$\tau = \tau_0 \frac{\delta_0}{\delta} + \tau_{\text{из}}$$

Потенциальная энергия касательных напряжений изгиба будет

$$V = \frac{l}{2G} \oint \frac{(T_0 + T_{\text{из}})^2}{\delta} ds$$

(интеграл берется по замкнутой средней линии сечения)

Условие минимума потенциальной энергии имеет вид

$$\delta V = 0$$

или, в развернутом виде

$$\frac{d}{dT_0} \oint \frac{(T_0 + T_{из})^2}{2\delta} ds = \oint \frac{T_0 + T_{из}}{\delta} ds = 0$$

Если от силы T перейти к напряжению τ по формуле $T = \tau_0$, то полученное условие дает

$$\oint \tau ds = 0,$$

т.е. циркуляция касательного напряжения по средней линии сечения равна нулю при изгибе без кручения. Последнее уравнение удобно для определения τ_0 представить в виде

$$\tau_0 = \frac{-\oint \tau_{из} ds}{\delta_0 \oint \frac{ds}{\delta}}$$

Для многосвязного контура получаются аналогичные условия, а именно циркуляция касательного напряжения по средней линии любой замкнутой части многосвязного сечения равна нулю при изгибе без кручения. Таких независимых замкнутых контуров можно найти как раз столько, сколько требуется дополнительных уравнений.

Двухсвязные профили

Прямоугольный коробчатый профиль. Если вблизи вершины A в сечении mn (фиг. 55) напряжение τ_0 будет известно, то можно получить касательное напряжение вдоль всей средней линии сечения, пользуясь формулой Вебера

На участке AB

$$T_{AB} = \tau_0 \delta_2 = \tau_0 \delta_2 + a \delta_2 A s,$$

На участке BC

$$T_{BC} = \tau_0 \delta_2 + 2Aa\delta_2 b + A\delta_1 \left(as_1 - \frac{s_1^2}{2} \right)$$

На участке CD

$$T_{CD} = \tau_0 \delta_2 + 2A\delta_2 ab - a\delta_2 A s_2$$

На участке DA

$$T_{DA} = \tau_0 \delta_2 + A\delta_3 \left(\frac{s_3^2}{2} - as_3 \right)$$

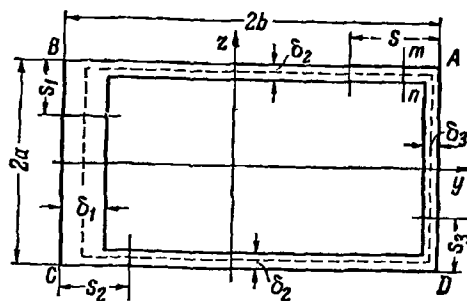
Здесь

$$A = \frac{Q}{I_y}$$

Имея эти выражения, можно найти величину касательного напряжения по средней линии сечения.

Величина τ_0 определяется из уравнения

$$\tau_0 = \frac{-\oint \tau_{из} ds}{\delta_0 \oint \frac{ds}{\delta}}$$



Фиг. 55

Получается

$$\tau_0 = \frac{-2Aab(a+b)}{\left(\frac{2b}{\delta_2} + \frac{2a}{\delta_1} + \frac{2a}{\delta_3}\right)\delta_2}$$

Полый полукруг (фиг 56) Выражение для определения τ_0 вблизи точки А в стенке с толщиной δ_1 имеет вид

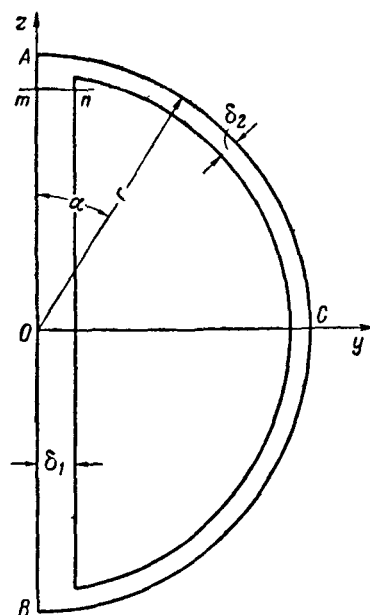
$$\tau_0 = Ar^2 \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{\pi}{2} + 1}$$

На участке ACB будет

$$T_{ACB} = \tau_{ACB} \delta_2 = \tau_0 \delta_1 + A \delta_2 r^2 \sin \alpha$$

На участке BA

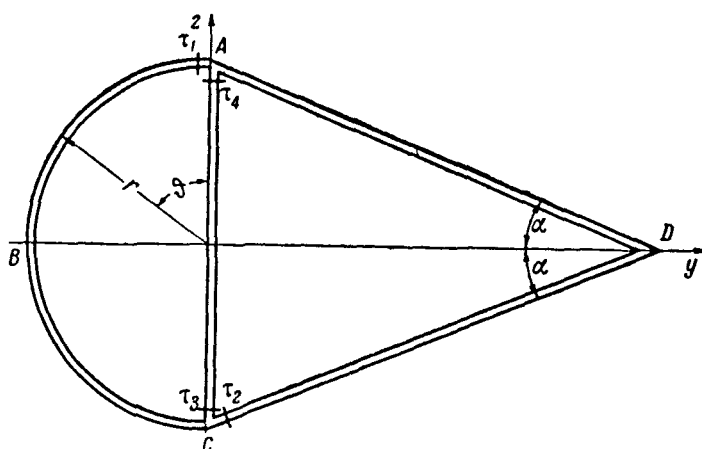
$$T_{BA} = \tau_{BA} \delta_1 = \tau_0 \delta_1 + A \delta_1 \left(\frac{s^2}{2} - rs \right)$$



Фиг 56

Трехсвязные профили

Для трехсвязного профиля приходится составлять два дополнительных уравнения. Для сечения, представленного на фиг 57, эти уравнения можно получить, составив циркуляцию касательного напряжения по замкнутым частям ABCA и ACDA сечения.



Фиг 57

Для определения касательных напряжений при изгибе бруса с таким сечением надо разрезать сечения в двух узлах (например, в узлах А и С), и в местах разреза ввести напряжения τ_1 , τ_2 , τ_3 и τ_4 . Тогда, предполагая толщину стенки всюду одинаковой и малой (так что старшими степенями отношения ее к другим линейным размерам сечения можно пренебрегать), можно получить следующие значения напряжений на различных участках сечения.

На участке ABC

$$\tau_{ABC} = \tau_1 + Ar^2 \sin \vartheta, \quad \int_{ABC} \tau_{ABC} ds = \tau_1 \pi r + 2Ar^3$$

На участке CA

$$\tau_{CA} = \tau_3 - A \left(rs_1 - \frac{s_1^2}{2} \right), \quad \int_{CA} \tau_{CA} ds_1 = 2r\tau_3 - \frac{2A}{3} r^3$$

Здесь s_1 — расстояние от точки C до точки диаметра AC , в которой определяется напряжение.

На участке CD :

$$\tau_{CD} = \tau_2 A \sin \alpha \left(ls_2 - \frac{s_2^2}{2} \right); \quad \int_{CD} \tau_{CD} ds_2 = \tau_2 l - \frac{Al^3}{3} \sin \alpha.$$

На участке DA :

$$\tau_{DA} = \tau_2 - \frac{A}{2} l^2 \sin \alpha + A \sin \alpha \frac{s_3^2}{2}; \quad \int_{DA} \tau_{DA} ds_3 = \tau_2 l - \frac{Al^3}{3} \sin \alpha.$$

На участке AC (при движении от A и C):

$$\tau_{AC} = \tau_4 + A \left(rs_4 - \frac{s_4^2}{2} \right); \quad \int_{AC} \tau_{AC} ds_4 = 2r\tau_4 + \frac{2A}{3} r^3.$$

Три части, на которые распадается профиль в результате сделанных четырех разрезов, должны находиться в равновесии. Проектирование на ось Ox (ось бруса) сил, действующих на части, полученные разрезами с напряжениями τ_1 , τ_2 и τ_3 и затем τ_3 и τ_4 , приводит к уравнениям:

$$\tau_1 = \tau_2 + \tau_3,$$

$$\tau_3 + \tau_4 = 0.$$

Дополнительными уравнениями, полученными из условий $\oint_{ABCA} \tau ds = 0$ и

$\oint_{ACDA} \tau ds = 0$ будут:

$$\tau_1 l + 2\tau_3 + \frac{4}{3} Ar^2 = 0 \quad \text{и} \quad 2\tau_2 l + 2r\tau_4 + \frac{2Ar^3}{3} - \frac{2Al^3}{3} \sin \alpha = 0.$$

Многосвязные профили. Для определения касательных напряжений поступают аналогично случаю трехсвязного контура, соответственно увеличивая число разрезов. Производить разрезы многосвязного профиля можно различным образом. Может быть различно и число разрезов (однако, не меньше числа связности сечения без единицы). Окончательный результат от выбора и количества разрезов не зависит, но сложность промежуточных выкладок может быть в некоторых случаях значительно упрощена подходящим выбором разрезов.

Несимметричные профили

Для определения касательных напряжений в несимметричном открытом профиле сначала определяется направление главных осей инерции. После этого определение касательных напряжений производится по обычным формулам:

$$T = T_0 + \frac{Q}{I} \int_0^s z \delta ds,$$

$$\tau = \frac{T_0}{\delta} + \frac{Q}{I\delta} \int_0^s z \delta ds = \frac{T_0}{\delta} + \tau_{из}.$$

В этих формулах момент инерции сечения берется относительно соответствующей главной оси.

Если профиль замкнут, то предварительно прежним способом определяется τ_0 по формуле:

$$\tau_0 = \frac{-\oint \tau_{из} ds}{\delta_0 \oint \frac{ds}{\delta}}.$$

В случае многосвязных профилей соответственно увеличивается число разрезов и число дополнительных уравнений (стр. 77).

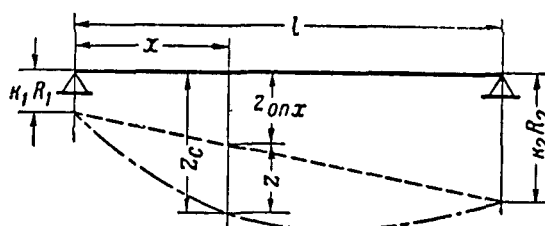
Прогиб от перерезывающей силы

$$z = \frac{S_y}{GI_y b} \int_0^x Q dx + C_1 x + C_2 \quad \text{или} \quad z = \frac{S_y M}{GI_y b} + C_1 x + C_2.$$

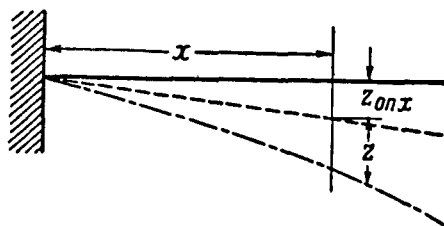
Стрелки прогиба от перерезывающей силы для длинных и невысоких балок малы по сравнению со стрелками прогиба от изгибающих моментов. При коротких и высоких балках прогибы от перерезывающей силы составляют, примерно, такую же долю прогиба от изгибающего момента, какую долю длины балки составляет высота.

Прогиб от смещения опор

Основными случаями для рассмотрения стрелок прогиба от смещения опор являются балка на двух опорах (фиг. 58) и балка, заделанная одним концом (фиг. 59).



Фиг. 58



Фиг. 59

Влияние перемещений опор на величину z обычно учитывается отдельным членом $z_{оп}$ в выражении z_c . Определение произвольных постоянных и в этом случае ведется в предположении опор абсолютно жесткими.

Балка, свободнолежащая на двух опорах:

$$z_{оп x} = k_1 R_1 + \frac{k_2 R_2 - k_1 R_1}{l} x.$$

Балка, защемленная одним концом:

$$z_{оп x} = k_1 R_1 + c_1 M_1 x.$$

Здесь k_1 , k_2 и c_1 — коэффициенты жесткости опор.

Определение упругой линии балки переменного сечения

Дифференциальное уравнение упругой линии балки переменного сечения может быть представлено в виде:

$$EI_0 I(x) z'' = M,$$

где I_0 — момент инерции у одной из опор балки, а
 $I(x)$ — закон изменения момента инерции

Дифференциальное уравнение может быть представлено и таким образом

$$EI_0 z'' = \frac{M}{I(x)} = f(x),$$

т. е. оно совершенно не отличается от дифференциального уравнения балки постоянного сечения

На этом основаны все существующие графические приемы (стр. 318).

Графо-аналитический способ вычисления упругой линии изогнутой балки переменного сечения

На фиг. 60 показан порядок построения эпюр, необходимых для получения упругой линии балки переменного сечения, заделанной одним концом

Эпюра Q строится по сечениям с помощью эпюры q ($c''b''$ соответствует площади abc , $e''d''$ — площади aed и т. д.)

Площади вычисляются любым способом (планиметром, по правилу трапеций и т. п.) с учетом масштабов по координатным осям (на фиг. 60 для построения взято пять сечений, обычно шесть-десять сечений дают достаточную точность)

Эпюра M строится аналогично эпюре Q ($b''c''$ соответствует площади $a''b''c''$ и т. д.)

Эпюра $\frac{M}{EI}$ — по соотношениям
 $b^{IV} c^{IV} = \frac{b^{III} c^{III}}{b' c'}$ и т. д. (деление на E учитывается масштабом)

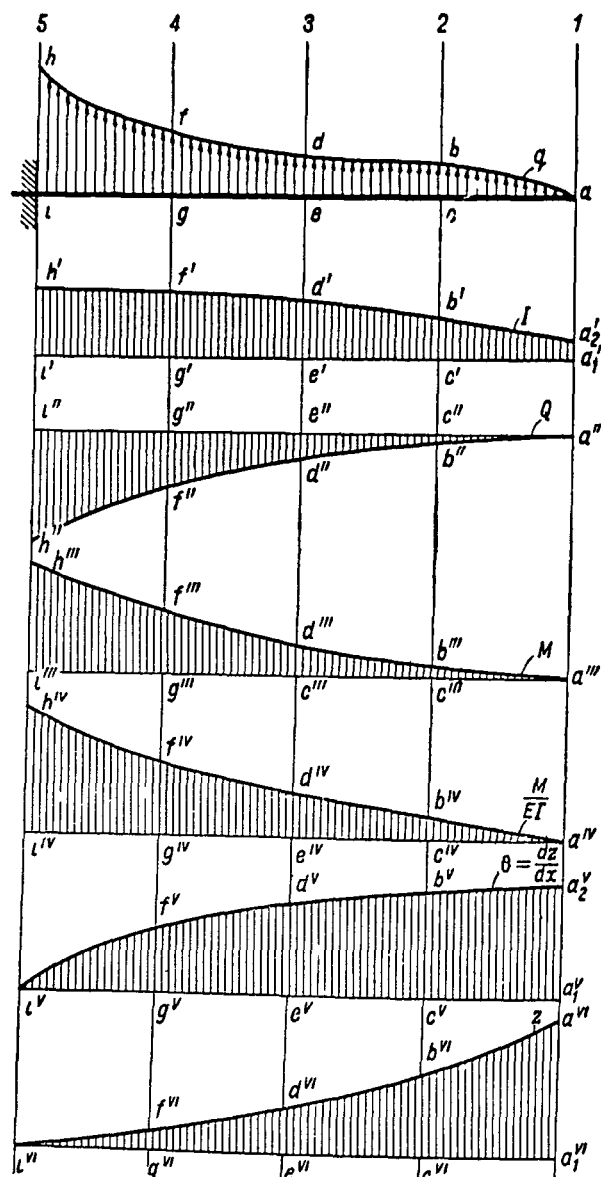
Эпюра θ строится аналогично Q , но начиная с заделанного конца балки ($g^V f^V$ соответствует площади $g^{IV} f^{IV} h^{IV} i^{IV}$, $e^{VI} d^{VI}$ — площади $d^{IV} e^{IV} i^{IV} h^{IV}$ и т. д.)

Эпюра z (упругая линия) — аналогично предыдущей ($g^{VI} f^{VI}$ соответствует площади $i^V f^V g^V$, $e^{VI} d^{VI}$ — площади $i^V e^V d^V$ и т. д.)

По упругой линии легко найти перемещение сечения балки по любому направлению

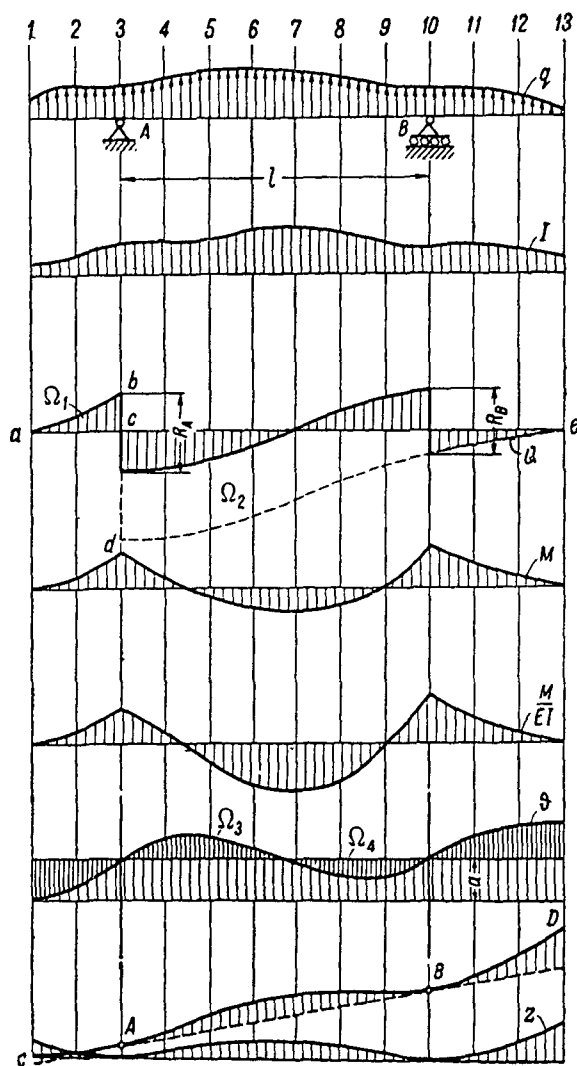
$$\delta = z \cos(z, \delta),$$

где $\cos(z, \delta)$ — косинус угла между направлением прогиба и направлением перемещения



Фиг. 60

На фиг. 61 изображено решение той же задачи для двухопорной консольной балки. Ход и способ решения остаются прежними, отличаясь лишь некоторыми дополнительными операциями.



Фиг. 61

Так, при построении эпюры Q для определения опорных реакций строят эпюру Q слева и справа от одной из опор, в предположении отсутствия другой (на фиг. 61 предположена отсутствующей опора B ; часть эпюры между опорами показана пунктиром). Тогда частное от деления алгебраической суммы площадей полученной эпюры на расстояние между опорами и даст величину реакции:

$$R_B = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{l},$$

где Ω_2 — площадь эпюры *dec*.

Переместив участок эпюры между опорами параллельно самому себе на величину найденной реакции вверх или вниз — в соответствии с ее знаком (на фиг. 61 R_B направлена вниз — эпюра смещена вверх), получают окончательную эпюру Q и величину другой реакции.

Второе отличие заключается в определении начала при интеграции эпюры $\frac{M}{EI}$. Здесь обычно поступают одним из следующих способов:

- 1) Интегрируют эпюру $\frac{M}{EI}$, начи-

ная с любой точки (на фиг. 61 показана интеграция с левого конца балки);

полученную кривую также интегрируют, начиная с любой точки (на фиг. 61 результат второго интегрирования показан кривой $CABD$). Через точки A и B (т. е. опоры) проводят прямую (на фиг. 61 показана пунктиром). Отрезки вертикалей, заключенные между кривой CAB и прямой AB , и дадут величины прогибов. После этого нетрудно построить упругую линию, отнеся ее к горизонтальной оси.

2) Второй способ заключается в том, что, получив кривую в результате интегрирования кривой $\frac{M}{EI}$, переносят ось абсцисс на величину a (фиг. 61), подбираемую таким образом, чтобы суммарная площадь эпюры в пролете равнялась нулю (т. е. чтобы $\Omega_3 = \Omega_4$).

Тогда упругая линия получается сразу следующим интегрированием, начинать которое следует с A или B .

Построение не меняется в случае наличия на балке сосредоточенных сил.

Потенциальная энергия упругого бруса при изгибе

Потенциальная энергия балки постоянного сечения при изгибе в главной плоскости определяется по формуле:

$$U = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx = \frac{EI}{2} \int_0^l (z'')^2 dx.$$

Потенциальная энергия с учетом энергии деформации сдвига при изгибе будет:

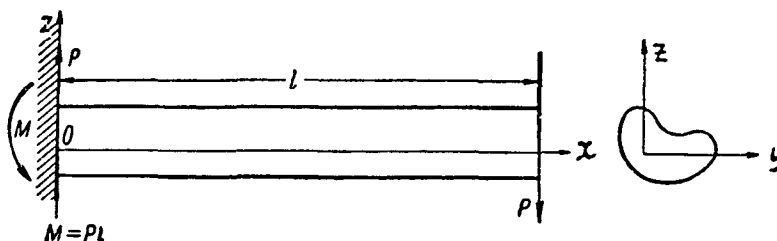
$$U_{\text{полн}} = U + U_1 = U + \frac{k}{2GF} \int_0^l Q^2 dx,$$

где Q — перерезывающая сила;

k — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения (для прямоугольного сечения $k = 1,2$; для двутаврового сечения k равно от 2 до 2,4).

Центр жесткости

При произвольном расположении линии действия внешней силы P , действующей на брус (фиг. 62), имеет место изгиб и закручивание бруса. Это явление разделяют, обычно, на две составные части: кручение и „изгиб без кручения“. Такая трактовка значительно упрощает приближенный анализ некоторых явлений, например, при расчете на прочность крыла и при изучении колебаний брусев.



Фиг. 62

Точка, лежащая в плоскости поперечного сечения призматического бруса, называется центром жесткости (или центром изгиба, или центром сдвига), если поперечная сила, линия действия которой проходит через названную точку, вызывает изгиб без кручения.

Об отсутствии кручения при изгибе можно судить по отсутствию каких-либо характерных для кручения признаков. Таких признаков можно указать несколько, причем оказывается, что отсутствие одних не влечет за собой отсутствия других, а это указывает на то, что понятие изгиба без кручения неопределенно и нуждается в дополнительном определении.

В работах более раннего периода (Грифитт и Тейлор⁽¹⁾, Вебер⁽²⁾ и др.) на неопределенность понятия изгиба без кручения и необходимость дополнительного определения не делается достаточно ясных указаний. В настоящее время сформировались две независимые точки зрения на понятие изгиба без кручения. Результаты, получаемые по этим теориям, отличаются друг от друга в большинстве случаев незначительно.

Первая точка зрения, опирающаяся на энергетические представления, принята Треффцем⁽³⁾; фактически этому же пути следовали ранее Вебер⁽²⁾ и Швальбе⁽⁴⁾. (Библиографию см. на стр. 107).

Если к свободному концу зашечленного бруса приложить скручивающий момент, а затем поперечную силу P , то полная потенциальная энергия U при совместном изгибе и кручении будет

$$U = U_1 + U_2 + U_{12},$$

где U_1 — потенциальная энергия от действия одного скручивающего момента;

U_2 — потенциальная энергия одного изгиба;

U_{12} — работа, совершаемая напряжениями кручения на перемещениях изгиба.

Энергия одного изгиба U_2 выражается через напряжения изгиба σ_x и $\tau_{из\ xy}$, $\tau_{из\ xz}$ так:

$$U_2 = \frac{1}{2E} \iiint_V \sigma_x^2 dx dy dz + \frac{l}{2G} \iint_F (\tau_{из\ xy}^2 + \tau_{из\ xz}^2) dy dz$$

Энергия одного кручения представляется через касательные напряжения кручения $\tau_{кр\ xy}$ и $\tau_{кр\ xz}$:

$$U_1 = \frac{l}{2G} \iint_F (\tau_{кр\ xy}^2 + \tau_{кр\ xz}^2) dy dz.$$

Закон независимости действия сил дает для полной энергии при совместном действии поперечной силы и скручивающей пары:

$$U = \frac{1}{2E} \iiint_V \sigma_x^2 dx dy dz + \frac{l}{2G} \iint_F [(\tau_{из\ xy} + \tau_{кр\ xy})^2 + (\tau_{из\ xz} + \tau_{кр\ xz})^2] dy dz.$$

Из последних формул получается:

$$U_{12} = U - U_1 - U_2 = \frac{l}{G} \iint_F (\tau_{из\ xy} \tau_{кр\ xy} + \tau_{из\ xz} \tau_{кр\ xz}) dy dz.$$

Треффтц называет изгиб под влиянием силы Q свободным от кручения, если работа напряжений кручения на перемещениях от изгиба равна нулю, т. е. если

$$U_{12} = \frac{l}{G} \iint_F (\tau_{из\ xy} \tau_{кр\ xy} + \tau_{из\ xz} \tau_{кр\ xz}) dy dz = 0.$$

Можно доказать, что критерий Треффтца равносителен требованию минимума потенциальной энергии при изгибе.

Если сила P (потенциальная энергия от ее действия U_2) перемещается параллельно самой себе на малую величину, то к существующей системе напряжений прибавляется система напряжений, вызванных малой скручивающей парой. Эту систему напряжений можно обозначить через

$$\alpha \tau_{кр\ xy}, \quad \alpha \tau_{кр\ xz},$$

где $\tau_{кр\ xy}$, $\tau_{кр\ xz}$ — напряжения, вызываемые скручивающей парой некоторой определенной величины (например, единичной);

α — произвольно малая безразмерная величина.

Потенциальная энергия после смещения линии действия силы будет

$$U_2 + \delta U_2 = \frac{1}{2E} \iiint_V \sigma_x^2 dx dy dz + \frac{l}{2G} \iint_F [(\tau_{из\ xy} + \alpha \tau_{кр\ xy})^2 + (\tau_{из\ xz} + \alpha \tau_{кр\ xz})^2] dy dz.$$

Сохранение членов первого порядка малости дает для δU_2 выражение:

$$\delta U_2 = \frac{\alpha l}{G} \iint_F (\tau_{из.ху} \tau_{кр.ху} + \tau_{из.хз} \tau_{кр.хз}) dy dz.$$

Требование минимума U_2 выражается условием:

$$\delta U_2 = 0$$

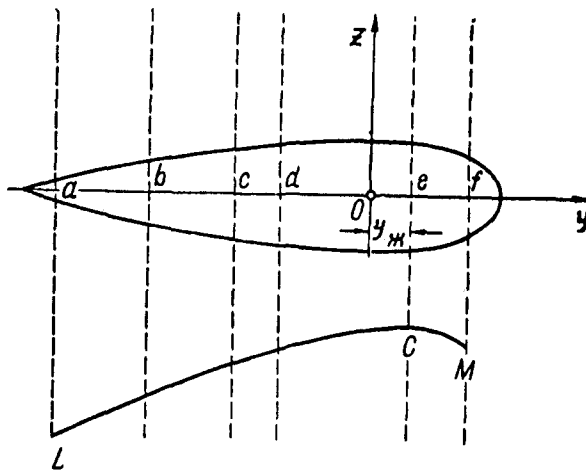
или

$$\iint_F (\tau_{из.ху} \tau_{кр.ху} + \tau_{из.хз} \tau_{кр.хз}) dy dz = 0,$$

что совпадает с условием Треффтца.

Критерий отсутствия кручения при изгибе, основанный на энергетических представлениях, принадлежит Беляеву⁽⁵⁾ и высказан им в работе, опубликованной в 1933 г., т. е. за два года до появления работы Треффтца. Отличаясь по форме, оба критерия по существу равносильны.

Беляев рассматривает прогибы в точке приложения поперечной силы, если сила эта последовательно прилагается в точках $a, b, c, \dots$ (фиг. 63). Полный прогиб в каждом случае состоит из двух частей: собственно прогиба и перемещения за счет закручивания бруса. Прогибы в точке приложения силы, при перемещении линии действия параллельно самой себе, отмечают в плоскости некоторую кривую LM . Вершина C кривой LM соответствует минимальному прогибу и, по определению Беляева, изгибу, свободному от кручения. В силу того, что работа внутренних сил равна работе внешних сил, критерий Беляева требует минимума потенциальной энергии для изгиба свободного от кручения (закрепленное сечение бруса предполагается неподвижным и неизменяемым, иначе реактивные силы могут совершать работу на перемещениях точек этого сечения и нельзя было бы утверждать, что минимум работы внешних сил соответствует точке C).



Фиг. 63

Вторая точка зрения опирается на кинематические представления. При кручении призматического бруса все продольные волокна имеют один и тот же относительный угол закручивания, т. е. $\theta(y, z) = \text{const}$. При изгибе никогда не может быть $\theta(y, z) = \text{const}$, ибо при изгибе θ изменяется по сечению, следуя линейному закону, зависящему от коэффициента Пуассона μ . Следуя второму определению, изгиб под действием силы P называют изгибом без кручения, если средний арифметический по площади сечения относительный угол закручивания равен нулю, т. е. если

$$\iint_F \theta(y, z) dy dz = 0.$$

Положение ц. ж., получаемое в результате применения энергетического критерия, несколько отличается от положения, получаемого при помощи критерия кинематического. Разность получается за счет слагаемого, зависящего от коэффициента Пуассона μ ; она как и самая неопределенность понятия „изгиба без кручения“, зависит от искажения при изгибе формы поперечного сечения, что не имеет места при кручении. Однако,

по сравнению с размерами поперечного сечения, в большинстве случаев искажение его очень мало, а потому в этих случаях и влияние на результат выбора того или другого определения изгиба без кручения незначительно.

В большинстве теоретических работ о ц. ж., появившихся у нас, авторы следуют кинематическому определению отсутствия кручения, причем изучают, главным образом, сплошные профили; напротив, в расчетной практике, имеющей дело с тонкостенными профилями как замкнутыми, так и открытыми, выводы основаны по большей части на энергетическом понятии отсутствия кручения. Сообразно с этим, в некоторых из приводимых ниже примеров положение ц. ж. определено при помощи кинематического критерия отсутствия кручения, в других — следуя критерию Треффтца, в зависимости от тех данных, которые имеются в литературе. На это в каждом случае сделаны указания.

Определение положения ц. ж.

Для определения положения ц. ж. необходимо прежде найти распределение касательных напряжений при изгибе без кручения. Условия равновесия (равенство суммы моментов внешних и внутренних сил) дают возможность определить координаты центра жесткости.

Если Oy и Oz суть главные центральные оси поперечного сечения, то изгибающую силу, которая по условию приложена в ц. ж., нужно разложить на составляющие Q_z (по оси Oz) и Q_y (по оси Oy). Пусть компоненты касательного напряжения при изгибе без кручения будут τ_{xy} и τ_{xz} . Тогда, если $y_{ж}$ и $z_{ж}$ суть координаты ц. ж., указанное выше условие равновесия представляется так:

$$\iint_F (\tau_{xy} z - \tau_{xz} y) dy dz + Q_z y_{ж} - Q_y z_{ж} = 0.$$

По определению это равенство должно иметь место при любых Q_z и Q_y (при любом направлении силы Q). Подстановка в это равенство τ_{xy} и τ_{xz} , выраженных через Q_z и Q_y , дает уравнение:

$$C_z Q_z + C_y Q_y = 0,$$

которое приводит к двум уравнениям с двумя неизвестными $y_{ж}$ и $z_{ж}$:

$$C_z = 0; \quad C_y = 0.$$

Если сечение имеет одну ось симметрии, то вычисления упрощаются, ибо ц. ж. лежит заведомо на оси симметрии и приходится отыскивать лишь одну неизвестную координату.

Если сечение имеет две оси симметрии, то ц. ж. есть точка пересечения этих осей.

Распределение касательных напряжений при изгибе без кручения (при условии $\iint \theta(y, z) dy dz = 0$) определяется функцией напряжений $\varphi(y, z)$, которая связана с самими напряжениями так:

$$\tau_{xy} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{A}{2} y^2; \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{B}{2} y^2.$$

Постоянные A и B имеют значения:

$$A = \frac{Q_z}{I_y} \quad B = \frac{Q_y}{I_z}$$

(где I_y и I_z — соответствующие моменты инерции).

Функция напряжений $\varphi(y, z)$ удовлетворяет при этом дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\mu}{1+\mu} (Az - By)$$

и условию на границе сечения:

$$\frac{d\varphi}{ds} + \frac{Ay^2}{2} \frac{dz}{ds} - \frac{Bz^2}{2} \frac{dy}{ds} = 0.$$

Уравнение для определения ц. ж. может быть представлено так:

$$\begin{aligned} -Q_z y_{\text{ж}} + Q_y z_{\text{ж}} &= \iint (\tau_{xy} z - \tau_{xz} y) dy dz = -2 \iint \varphi(y, z) dy dz - \\ &- \oint \varphi(z dy - y dz) + \frac{A}{2} \iint y^2 z dy dz - \frac{B}{2} \iint z^2 y dy dz. \end{aligned}$$

Для профиля с одной осью симметрии, ограниченного двумя кривыми, уравнения которых:

$$z = +\psi(y)$$

и

$$z = -\psi(y).$$

получается более простое уравнение. При этом достаточно рассматривать лишь силу Q_z , ибо заведомо известно, что $z_{\text{ж}} = 0$:

$$y_{\text{ж}} = -\frac{2}{Q_z} \iint \varphi dy dz - \frac{1}{Q_z} \oint \varphi(z dy - y dz) - \frac{1}{3I_y} \int_y^y \psi^3 y dy.$$

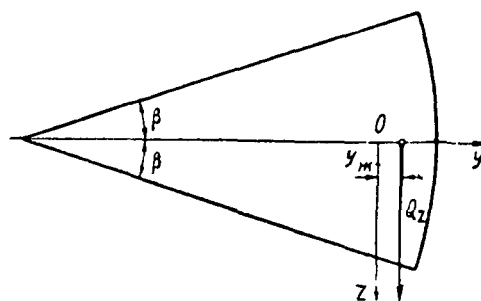
Определение ц. ж. сплошных профилей

Определение положения ц. ж. представляет значительные трудности для сплошных толстых профилей (т. е. таких, у которых все размеры одного порядка), а также тонких, но с переменной толщиной (например, винтовые профили). Трудности заключаются в отыскании распределения касательных напряжений при изгибе или, что то же, в отыскании функции напряжений.

Сектор круга. Распределение касательных напряжений при изгибе сектора круга силой, перпендикулярной к его оси симметрии, найдено Га-

Таблица 13

β	$\frac{y_{\text{ж}}}{r}$ при		
	$\mu = 0$	$\mu = \frac{1}{4}$	$\mu = \frac{1}{2}$
3°	0,1293	0,1679	0,1935
4°30'	0,1252	0,1581	0,1800
7°30'	0,1140	0,1386	0,1550
12°	0,0940	0,1092	0,1193
18°	0,0666	0,0747	0,0801
22°30'	0,0480	0,0530	0,0562



Фиг. 64

леркиным⁽⁸⁾. Это позволило вычислить⁽⁹⁾ координату ц. ж. сектора круга. Результаты приводятся в табл. 13 (обозначения даны на фиг. 64).

Для малых углов β можно приближенно пользоваться предельным выражением, к которому стремится $\frac{y_{ж}}{r}$, когда $\beta \rightarrow 0$, а именно

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{y_{ж}}{r} = \frac{2}{15} \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu}$$

Полуэллипс Также может быть решена точно задача и для полуэллипса. Здесь дается предельное положение ц ж для бесконечно-тонкого полуэллипса⁽¹⁰⁾

$$\frac{y_{ж}}{a} = \frac{4}{15\pi} \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu},$$

где a — большая полуось эллипса. Центр жесткости смещен по отношению к ц т в сторону центра эллипса.

Винтовой профиль Приближенное решение, притом с большой степенью точности, получено⁽¹¹⁾ для профиля, уравнение которого есть

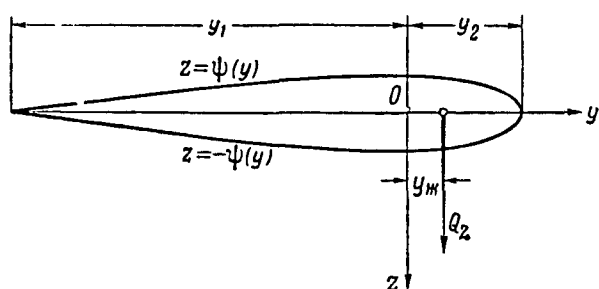
$$\left(\frac{y}{a}\right)^2 = \frac{kz}{a} \left(1 - \frac{z}{a}\right)^2$$

Для расстояния ц ж от ц т получается следующее значение

$$\frac{y_{ж}}{a} = \frac{101}{546} - \frac{13(2+k)}{6(13+11k)} + \frac{35+51\mu}{14(13+11k)(1+\mu)}$$

При очень малой толщине профиля можно пользоваться предельным выражением

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{y_{ж}}{a} = -\frac{4}{91} \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu}$$



Фиг. 65

Общий случай симметричного профиля. Можно дать общее приближенное выражение для координаты центра изгиба любого симметричного профиля. Если профиль ограничен двумя ветвями (фиг. 65)

$$z = +\psi(y),$$

$$z = -\psi(y)$$

и начало координат поместить в ц т, то для расстояния $y_{ж}$ между ц т и ц ж справедлива приближенная формула

$$y_{ж} = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \psi^3 y dy}{\int_{y_1}^{y_2} \psi^3 dy} + \frac{2\mu}{1 + \mu} \frac{\int_{y_1}^{y_2} \psi^3 y dy}{\int_{y_1}^{y_2} \psi^3 dy + 3 \int_{y_1}^{y_2} \psi^3 \psi'^2 dy}$$

Если кривые $z = \pm \psi(y)$ имеют на большей части своей длины малый наклон к оси Oy, то ψ'^2 есть на большей части длины малая величина

и ее можно принять равной нулю. Формула для y_{κ} при этом сильно упрощается

$$y_{\kappa} = \frac{\int_y^y \psi' y dy}{\int_y^y \psi' dy} \cdot \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu}$$

В согласии с этой формулой находятся полученные выше предельные значения координаты ψ_{κ} при уменьшении толщины сечения до нуля. Из описанных случаев можно заметить, что ψ_{κ} для симметричного профиля расположен относительно $\psi_{\text{т}}$ в сторону утолщенной части профиля. Смещение его относительно $\psi_{\text{т}}$ растет с уменьшением толщины профиля. Приведенные до сих пор примеры рассчитаны, опираясь на кинематический критерий отсутствия кручения, что можно усмотреть уже из факта зависимости координаты ψ_{κ} от коэффициента μ .

Определение ψ_{κ} незамкнутых тонкостенных профилей

Часть кольца. Координата ψ_{κ} части кольца (согласно энергетическому критерию) определяется из равенства моментов внутренних и внешних сил относительно оси Ox , перпендикулярной плоскости чертежа, (фиг. 66)

$$Q_{\kappa} y_{\kappa} = \int_{\vartheta_0}^{+\vartheta_1} T R d\vartheta = \frac{Q_z \delta}{I_y} R^4 2 \int_0^{+\vartheta_1} [\cos(\vartheta_0 - \vartheta) - \cos \vartheta_0] d\vartheta$$

(здесь T определено, как указано на стр. 74)

Осевой момент инерции I_y части кольца равен

$$I_y = \frac{R^3 \delta}{2} (2\vartheta_0 - \sin 2\vartheta_0)$$

Координата ψ_{κ} будет

$$y_{\kappa} = 4R \frac{\sin \vartheta_0 - \vartheta_0 \cos \vartheta_0}{2\vartheta_0 - \sin 2\vartheta_0}$$

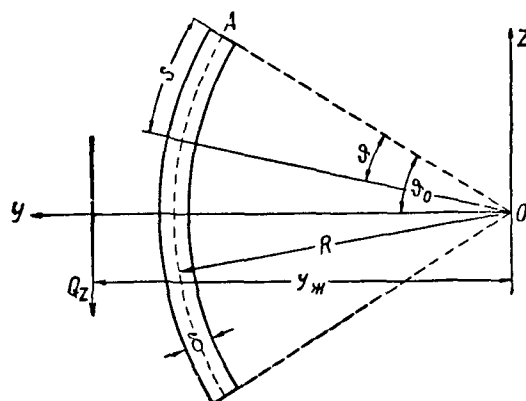
Для полукольца (при $\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}$) будет

$$y_{\kappa} = \frac{4R}{\pi}$$

Для кольца с разрезом (при $\vartheta_0 = \pi$) будет

$$y_{\kappa} = 2R$$

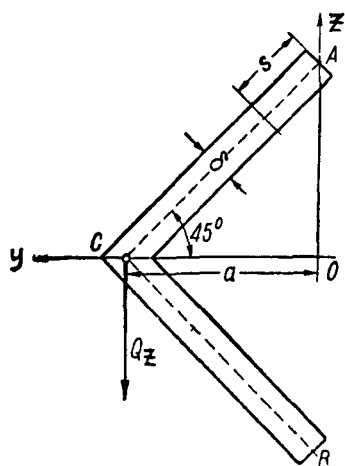
Разобранный пример показывает, что ψ_{κ} может оказаться за пределами самого сечения. По мере того, как кольцо смыкается, ψ_{κ} удаляется и достигает предельного расстояния перед замыканием.



Фиг. 66

Уголок Таким же путем может быть найдено положение ц ж для профиля в виде равнобокого уголка. Так как ц ж должен лежать на оси симметрии, то искомой является одна координата $y_{ж}$ (фиг 67). Если начало отсчета дуг взять в точке А, то $T_0 = 0$ и формула Вебера дает

$$T = \frac{Q_z \delta}{I_y} \left(as - \frac{s^2}{2\sqrt{2}} \right)$$



Фиг 67

Так как осевой момент инерции I_y равен в этом случае

$$I_y = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3 \delta,$$

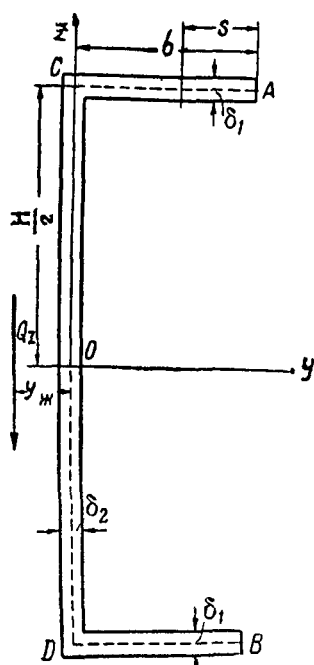
то

$$T = \frac{3Q_z}{2\sqrt{2}a} \left[\frac{s}{a} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{s}{a} \right)^2 \right]$$

Равенство нулю момента внутренних и внешних сил дает

$$Q_z y_{ж} = \frac{3Q_z}{\sqrt{2}} \int_0^{a\sqrt{2}} \left[\frac{s}{a} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{s}{a} \right)^2 \right] \frac{ds}{\sqrt{2}} = Q_z a$$

Этот результат показывает, что для профиля в виде равнобокого прямоугольного уголка ц ж лежит в вершине прямого угла. Он может быть получен непосредственно из того соображения, что равнодействующие касательных напряжений по полкам пересекаются в вершине угла. Если угол не прямой результат не меняется, как и в случае неодинаковой толщины полок.



Фиг 68

Швеллер Определяя положение ц ж для швеллера, удобно составлять момент внутренних сил относительно точки O (фиг 68). Если взять начало отсчета дуги в точке А, то $T_0 = 0$. Для участка AC получается следующий закон изменения касательных усилий

$$T = \frac{Q_z \delta_1}{I_y} \int_0^s \frac{H}{2} ds = \frac{Q_z \delta_1}{2I_y} Hs$$

Осевой момент инерции швеллера будет

$$I_y = \frac{H^3 b}{4} \left[\frac{2\delta_1}{H} + \frac{\delta_2}{3b} \right]$$

Условие равенства моментов дает

$$Q_z y_{ж} = H \int_0^b T ds = \frac{Q_z b}{2 + \frac{\delta_2}{\delta_1} \frac{H}{3b}}$$

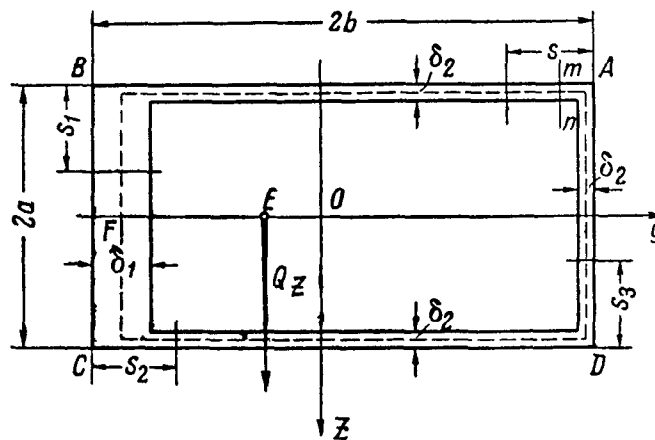
и координата ц ж будет

$$y_{ж} = \frac{b}{2 + \frac{\delta_2}{\delta_1} \frac{H}{3b}}$$

Определение ц ж замкнутых тонкостенных профилей

Двухсвязные профили

Прямоугольный коробчатый профиль (фиг 69) Равенство моментов внешних и внутренних сил относительно точки F дает следующее расстояние EF ц ж от точки F



Фиг 69

$$EF = \left[\frac{4b \left(b + a \frac{o}{\delta_1} \right)}{2b + a \left(1 + \frac{o_2}{o_1} \right)} - b + \frac{a}{3} \right] \frac{2b}{2b + \frac{a}{3} \left(1 + \frac{o_1}{o_2} \right)} +$$

$$+ \frac{\mu}{1 + \mu} \frac{8ab^3 \left(\frac{o_1}{o_2} - 1 \right)}{\left[2b + a \left(1 + \frac{o_1}{o_2} \right) \right] \left[2b + a \left(1 + \frac{o_2}{o_1} \right) \right] \left[2b + \frac{a}{3} \left(1 + \frac{o_1}{o_2} \right) \right]}$$

Чтобы получить положение ц ж по Беляеву—Треффтцу надо в этих формулах положить $\mu = 0$

Полый полукруг (фиг 56)

$$y_{\text{ж}} - y_{\text{т}} = \frac{2ro_2}{(-o_2 + 2\delta_1)(\pi\delta_1 + 2o_2)(3o_2 + 4o_1)}$$

где

$$\chi = \delta_2(16\delta_1 + 6\pi o - \pi^2 o_1) + \frac{\mu}{1 + \mu}(4o_1 - \pi o_2)o_1$$

$y_{\text{т}}$ — координата ц т

В частном случае если $o_1 = o_2$ будет

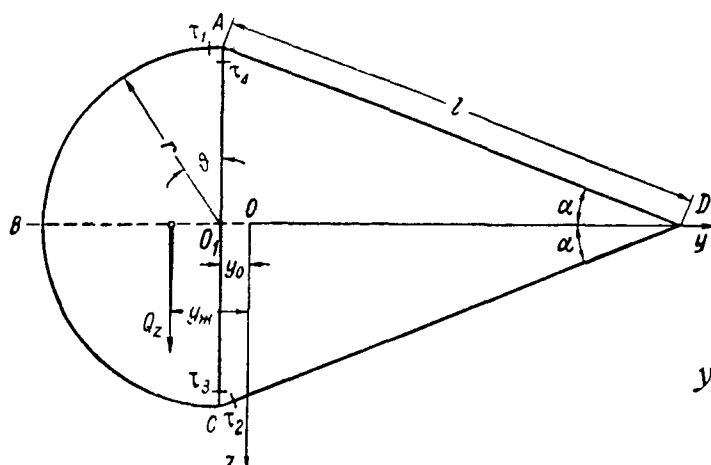
$$y_{\text{ж}} - y_{\text{т}} = 0.141r \left(1 + 0.11 \frac{\mu}{1 + \mu} \right)$$

По Беляеву—Треффтцу

$$y_{\text{ж}} - y_{\text{т}} = 0.141r$$

Трехсвязные профили

В качестве примера взят профиль, изображенный на фиг. 70 (стр. 76), у которого



Фиг. 70

$$\alpha = 30^\circ, \quad l = 2r$$

и расстояние ц. т. от точки O_1

$$y_0 = \frac{l^2 \cos \alpha - 2r^2}{r(\pi + 2) + 2l} \approx 0,16r$$

В этом случае при применении кинематического критерия получается

$$y_{ж} = - \left(0,217 + \frac{\mu}{1 + \mu} 0,0667 \right) r,$$

а при применении энергетического

$$y_{ж} = -0,217r.$$

Центр жесткости контуров с обшивкой, не воспринимающей продольных сил

Если контур состоит из продольных поясов и тонкой обшивки и продольные силы возникают лишь в поясах, а обшивка не передает продольных сил, то поток касательных напряжений между каждой парой поясов — постоянный ($T = \text{const}$)

Открытый контур из двух поясов и обшивки (фиг. 71, а)

Из условия равенства момента внешних сил и момента внутренних сил получается

$$y_{ж} = \frac{2F}{h},$$

где F — площадь, ограниченная контуром обшивки и прямой, соединяющей пояса,

h — расстояние между поясами.

Поперечная сила Q равна:

$$Q = Th.$$

Закрытый контур из двух поясов и обшивки (фиг. 71, б)

Из условия $\oint \tau ds = 0$ получается, что

$$\oint \tau_1 ds_1 = \oint \tau_2 ds_2$$

или для случая фиг. 71, б (носок)

$$\tau_1 s = \tau_2 h,$$

где h — высота лонжерона,

s — длина контура носка.

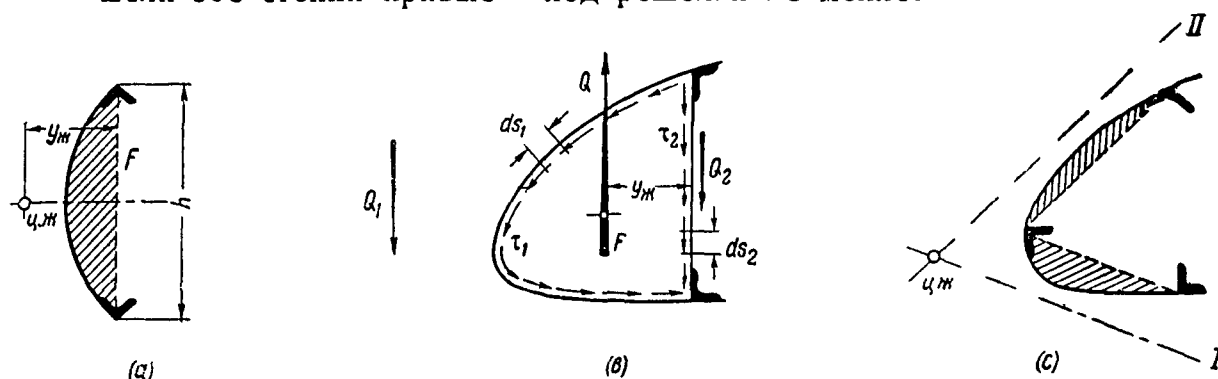
Положение ц. ж. определяется из условия равенства моментов внешних и внутренних сил относительно горизонтальной оси, лежащей в плоскости стенки:

$$Q_1 \frac{2F}{h} = Q y_{ж} = (Q_1 + Q_2) y_{ж},$$

где $Q_1 = \tau_1 h \delta_1$,
 Q_2 — равнодействующая усилий в плоской стенке ($Q = \tau h \delta_2$),
 Q — внешняя сила, проходящая через ц ж
 Отсюда получается координата центра жесткости

$$y_{ж} = \frac{2F\delta_1}{h\left(\delta_1 + \frac{s}{h}\right)}$$

Если обе стенки кривые — ход решения не меняется



Фиг 71

Открытый контур, состоящий из трех поясов и обшивки

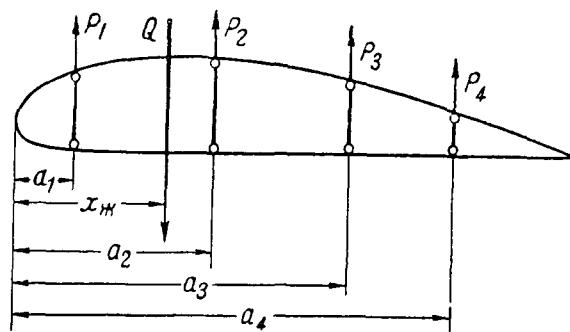
Центр жесткости определяется, как точка пересечения прямых, представляющих направление равнодействующих составляющих контуров, состоящих из пары поясов с обшивкой (фиг 71, c)

Многолонжеронное крыло

Для двух или многолонжеронного крыла в тех случаях, когда обшивка способна воспринимать лишь небольшую долю нагрузки, можно для отыскания ц ж крыла применять приближенный прием. Приближенность его заключается в том, что передающими нагрузку предполагаются одни лонжероны

Схема сечения многолонжеронного крыла представлена на фиг 72. Предполагается, что крыло прямоугольное в плане и лонжероны располагаются вдоль всего размаха крыла

Вместо задачи определения касательных напряжений, действующих при изгибе в сечении целого бруса, здесь возникает задача определения сил P_1, P_2, P_3, P_4 , действующих каждая на один из лонжеронов



Фиг 72

Если все лонжероны имеют одинаковый закон распределения жесткости по размаху, то

$$x_{ж} = \frac{\sum_i l_i a_i}{\sum_i l_i}$$

О брусках непрямоугольной формы

Все изложенные выводы относятся к случаю призматического бруса, изгибаемого поперечной силой, приложенной в концевом сечении, и следует помнить, что понятие ц ж строго определено лишь для таких случаев

В практике могут встречаться случаи, когда изгибающая нагрузка как-либо распределена по длине бруса, а также случаи непризматических брусев. Последние могут быть либо брусьями с прямой осью, но переменным сечением, либо брусьями с кривой осью и постоянным или переменным сечением. Перенос понятия ц. ж. на такие случаи является в настоящее время недостаточно строгим и недостаточно обоснованным.

Центр кручения

Теоретические соображения⁽⁷⁾ позволяют заключить, что при обычных в практике условиях закрепления, когда плоскость закрепленного сечения лишена возможности свободно искажаться при кручении, центр кручения совпадает с ц. ж. по Треффтцу.

В технических расчетах принимается, что центр жесткости и центр кручения совпадают.

Многоопорные балки

Для расчета статически неопределимых балок с числом опор, большим двух, применяют теорему о трех моментах. Уравнение трех моментов связывает между собой изгибающие моменты на трех смежных опорах; в случае абсолютно жестких опор оно имеет вид:

$$M_{n-1} \frac{l_n}{I_n} + 2 M_n \left(\frac{l_n}{I_n} + \frac{l_{n+1}}{I_{n+1}} \right) + M_{n+1} \frac{l_{n+1}}{I_{n+1}} = - \frac{6 \Omega_n a_n}{l_n I_n} - \frac{6 \Omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1} I_{n+1}} ;$$

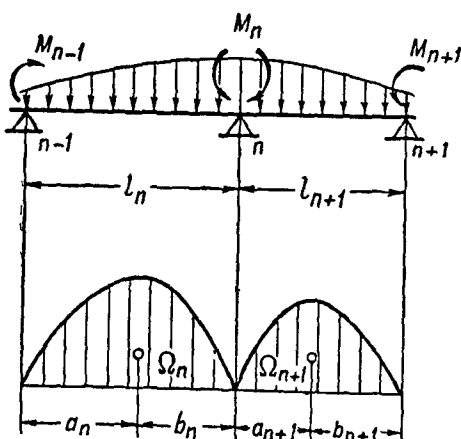
где Ω_n — площадь эпюры моментов n -го пролета от нагрузки в этом пролете балки, как свободно лежащей на двух опорах (фиг. 73);

a_n — координата ц. т. площади Ω_n , считая от внешней опоры;

b_{n+1} — координата ц. т. площади Ω_{n+1} , считая от внешней опоры;

I_n — момент инерции в n -ом пролете.

Если крайние моменты известны, то число лишних неизвестных равно $n-2$. Если крайние моменты неизвестны (балка по концам зашкреплена), то



Фиг. 73

число лишних неизвестных n , и приходится составлять дополнительных два уравнения. Для этого вводятся по краям балки два дополнительных фиктивных пролета (l_0 и l_{k+1}), длины которых принимаются стремящимися к нулю. Получаются два дополнительных уравнения:

$$2 M_0 l_1 + M_1 l_1 = - \frac{6 \Omega_1 b_1}{l_1} ;$$

$$M_{k-1} l_k + 2 M_k l_k = - \frac{6 \Omega_k a_k}{l_k} ,$$

где k — число пролетов.

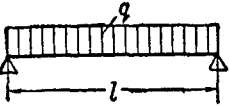
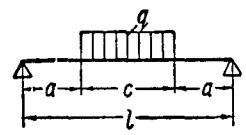
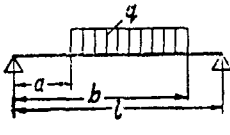
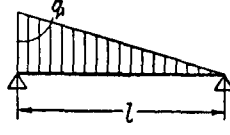
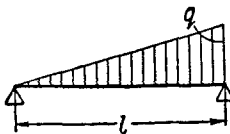
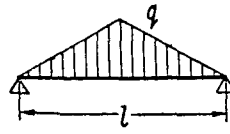
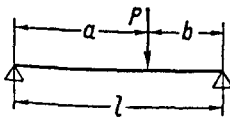
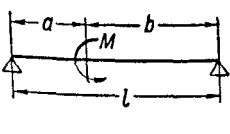
Реакции опор определяются из выражения:

$$R_n = R_n^{0n} + R_n^{0n+1} - \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} - \frac{M_n - M_{n+1}}{l_{n+1}} ,$$

где R_n^{0n} — реакция n -ой опоры от нагрузки в n -ом пролете балки, как свободно лежащей на двух опорах.

Правые части уравнений трех моментов для разных случаев нагружения приведены в табл. 14.

Таблица 14

Схема нагружения	Члены правой части уравнения трех моментов	
	пролета n	пролета $n+1$
	$\frac{q_n l_n^2}{4 I_n}$	$\frac{q_{n+1} l_{n+1}^2}{4 I_{n+1}}$
	$\frac{q_n c_n (3 l_n^2 - c_n^2)}{8 I_n}$	$\frac{q_{n+1} c_{n+1} (3 l_{n+1}^2 - c_{n+1}^2)}{8 I_{n+1}}$
	$\frac{q_n [b_n^2 (2 l_n^2 - b_n^2) - a_n^2 (2 l_n^2 - a_n^2)]}{4 I_n l_n}$	$\frac{q_{n+1} [b_{n+1}^2 (2 l_{n+1}^2 - b_{n+1}^2) - a_{n+1}^2 (2 l_{n+1}^2 - a_{n+1}^2)]}{4 I_{n+1} l_{n+1}}$
	$\frac{2 q_n l_n^3}{15 I_n}$	$\frac{7 q_{n+1} l_{n+1}^3}{60 I_{n+1}}$
	$\frac{7 q_n l_n^3}{60 I_n}$	$\frac{2 q_{n+1} l_{n+1}^3}{15 I_{n+1}}$
	$\frac{5 q_n l_n^3}{32 I_n}$	$\frac{5 q_{n+1} l_{n+1}^3}{32 I_{n+1}}$
	$\frac{P_n a_n (l_n^2 - a_n^2)}{I_n l_n}$	$\frac{P_{n+1} b_{n+1} (l_{n+1}^2 - b_{n+1}^2)}{I_{n+1} l_{n+1}}$
	$\frac{M_n}{I_n} \left(\frac{3 a_n^2}{l_n} - l_n \right)$	$\frac{M_{n+1}}{I_{n+1}} \left(l_{n+1} - \frac{3 b_{n+1}^2}{l_{n+1}} \right)$

Если опоры под действием нагрузки перемещаются на величину z_n , то уравнение трех моментов будет представлять собой уравнение пяти моментов в неявной форме

$$\frac{M_{n-1}l_n}{I_n} + 2M_n\left(\frac{l_n}{I_n} + \frac{l_{n+1}}{I_{n+1}}\right) + M_{n+1}\frac{l_{n+1}}{I_{n+1}} = -\frac{6Q_n a_n}{l_n I_n} - \frac{6Q_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1} I_{n+1}} + \frac{6E(z_{n-1} - z_n)}{l_n} + \frac{6E(z_{n+1} - z_n)}{l_{n+1}}$$

Расчет рам

Рамами называются стержневые системы, узлы которых абсолютно жесткие, так что после деформации углы между стержнями остаются те же, что и до деформации. Расчетные данные простейших статически неопределимых рам даны в табл. 15 (эпюры моментов отложены с выпуклой стороны упругой линии).

Таблица 15

Схема	Опорные реакции	Изгибающий момент
	$V = \frac{P}{2},$ $H = \frac{3Pl}{8h(2k+3)},$ $k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{l}$	$M_{\text{макс}} = \frac{4k+3}{2k+3} \frac{Pl}{8},$ $m = -\frac{3}{8} \frac{Pl}{2k+3}$
	$V = \frac{ql}{2}, \quad k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{l}$ $H = \frac{ql^2}{4h(2k+3)}$	$M_{\text{макс}} = \frac{2k+1}{2k+3} \frac{ql^2}{8},$ $m = -\frac{ql^2}{4(2k+3)}$
	$V_2 = -V_1 = \frac{Pc}{l}, \quad k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{l}$ $H = \left[\frac{k(4h^3 + c^3 - 3ch^2)}{h^3(2k+3)} + \frac{6h^3 - 3ch^2}{h^3(2k+3)} \right] \frac{P}{2}$	$M_{\text{макс}} = Hc,$ $m_1 = \frac{k(h^2 + c^2) + 3h^2}{2h^2(2k+3)} Pc,$ $m_2 = \frac{k(c^2 - 3h^2) - 3h^2}{2h^2(2k+3)} Pc,$
	$V_2 = -V_1 = \frac{qh^2}{2l},$ $H = \frac{11k+18}{2k+3} \frac{qh}{8}$ $k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{l}$	$M_{\text{макс}} = \frac{q}{2} \left(\frac{h}{8} \frac{11k+18}{2k+3} \right)^2$ $m_1 = \frac{3qh^2(k+2)}{8(2k+3)},$ $m_2 = -\frac{qh^2}{8} \frac{5k+6}{2k+3}$

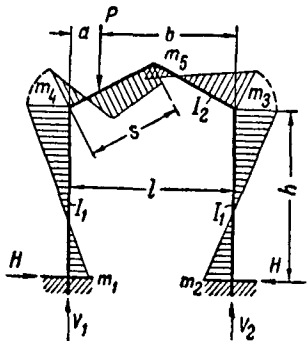
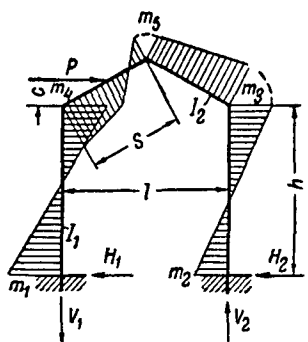
Таблица 15 (продолжение)

Схема	Опорные реакции	Изгибающий момент
	$V = \frac{P}{2},$ $H = \frac{3Pl}{8h(2+k)}; \quad k = \frac{I_2 h}{I_1 l}$ $m_1 = \frac{Pl}{8(2+k)}$	$M_p = \frac{Pl}{4} \frac{1+k}{2+k},$ $m = -\frac{Pl}{4(2+k)}$
	$V = \frac{ql}{2}, \quad k = \frac{I_2 h}{I_1 l}$ $H = \frac{ql^2}{4h(2+k)}$ $m_1 = \frac{ql^2}{12(2+k)}$	$M_{\max} = \frac{ql^2}{24} \frac{2+3k}{2+k},$ $m_2 = -\frac{ql^2}{6(2+k)}$
	$V_1 = -V_2 = \frac{3Pc^2 k}{lh(1+6k)},$ $H_1 = P - H_2,$ $H_2 = \frac{Pc^2}{2h^2(2+k)} \left[3(1+k) - \frac{c}{h}(1+2k) \right],$ $m_1 = -\frac{Pc^2}{2h} \left[\frac{2h}{c} - \frac{3+2k-\frac{c}{h}(1+k)}{2+k} - \frac{3k}{1+6k} \right]$ $m_2 = \frac{Pc^2}{2h} \left[\frac{3+2k-\frac{c}{h}(1+k)}{2+k} - \frac{3k}{1+6k} \right]$	$M_p = m_1 + H_1 c,$ $m_3 = m_2 - H_2 h,$ $m_4 = m_1 - H_2 h + Pc$ $k = \frac{I_2 h}{I_1 l}$
	$V_2 = -V_1 = \frac{qh^2 k}{l(1+6k)}$ $H_2 = \frac{qh}{8} \frac{3+2k}{2+k},$ $H_1 = qh - H_2,$ $m_1 = -\frac{qh^2}{24} \left(12 - \frac{9+5k}{2+k} - \frac{12k}{1+6k} \right)$ $m_2 = \frac{qh^2}{24} \left(\frac{9+5k}{2+k} - \frac{12k}{1+6k} \right)$	$m_3 = m_2 - H_2 h,$ $m_4 = m_1 - H_2 h + \frac{qh^2}{2}$ $k = \frac{I_2 h}{I_1 l}$

Т а б л и ц а 15 (продолжение)

Схема рамы	Опорные реакции	Изгибающий момент
	$V = \frac{ql}{2}, \quad k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{s},$ $H = \frac{ql^2}{32} \frac{8h + 5f}{h^2(3 + k) + f(3h + f)}$	$M_{\text{макс}} = \frac{ql^2}{8} - H(h + f),$ $m = -Hh$
	$V_1 = \frac{Pb}{l}, \quad k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{s},$ $V_2 = \frac{Pa}{l},$ $H = \frac{Pa}{4l^2} \frac{6blh + f(3l^2 - 4a^2)}{h^2(3 + k) + f(3h + f)}$	$M_P = V_1 a - H \left(h + \frac{2fa}{l} \right)$ $m_1 = -Hh = m_2,$ $m_3 = \frac{Pa}{2} - H(h + f)$
	$V_2 = -V_1 = \frac{P(h + c)}{l},$ $H = \frac{P}{4} \times$ $\times \frac{2kh^2 + 3(h + c)(2h + f) - \frac{c^2}{f}(3h + c)}{h^2(3 + k) + f(3h + f)}$ $k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{s},$	$m_1 = (P - H)h,$ $m_2 = -Hh,$ $m_3 = \frac{P(c + h)}{2} - H(h + f),$ $M_P = (P - H)(h + c) -$ $- \frac{P(h + c)c}{2f}$
	$V = \frac{ql}{2}, \quad k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{s}$ $H = \frac{ql^2}{8} \times$ $\times \frac{k(4h + 5f) + f}{(hk + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)},$ $m_1 = \frac{ql^2}{48} \times$ $\times \frac{kh(8h + 15f) + f(6h - 17f)}{(hk + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)},$	$m_2 = -Hh + m_1,$ $m_3 = -H(h + f) + m_1 + \frac{ql^2}{4}$

Таблица 15 (продолжение)

Схема рамы	Опорные реакции	Изгибающий момент
	$V_1 = \frac{Pb}{l} + \frac{m_2 - m_1}{l},$ $V_2 = \frac{Pa}{l} - \frac{m_2 - m_1}{l},$ $k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{s}$	$m_3 = -Hh + m_2,$ $m_4 = -Hh + m_1,$ $m_5 = -H(h+f) + m_2 + V_2 \frac{l}{2},$ $M_P = -H\left(h + \frac{2fa}{l}\right) + m_1 + V_1 a$
$m_1 = \frac{Pa}{2l^2} \left[\frac{2lh^2bk + 3hlf(2a + lk) - f^2(l + 4al) - 4a^2fh(k + 2) - 4a^2f^2}{(hk + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)} - \frac{b(b-a)}{3k+1} \right],$ $m_2 = \frac{Pa}{2l^2} \left[\frac{2lh^2bk + 3hlf(2a + lk) - f^2l(l + 4a) - 4a^2fh(k + 2) - 4a^2f^2}{(hk + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)} + \frac{b(b-a)}{3k+1} \right],$ $H = \frac{Pa}{l^2} \frac{3l^2k(h+f) - 4a^2f(k+1) - 3al(kh-f)}{(hk+f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)}$		
	$V_2 = -V_1 = \frac{P(h+c)}{l} + \frac{m_1 - m_2}{l},$ $k = \frac{I_2}{I_1} \frac{h}{s}$	$m_3 = -Hh + m_2,$ $m_4 = (P-H)h - m_1,$ $m_5 = -H(h+f) + m_2 + V_2 \frac{l}{2}$
$H_2 = \frac{P}{2f} \frac{ck(6fh - 3ch + 6f^2 - 2c^2) + h^2fk(k+4) + 3f(c^2 + fhk) - 2c^3}{(hk+f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)}, \quad H_1 = P - H_2$ $m_1 = -\frac{P}{2f} \left[\frac{h^2k(f^2 + c^2 - 2fc) + hk(c^3 + 2f^3 - 3f^2c) + c^3(2h+f) + f^3(h-c) - c^2f(2f+3h)}{(hk+f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)} + \frac{hf(3k+2) + c(2f-3c) + \frac{c^3}{f}}{6k+2} \right],$ $m_2 = \frac{P}{2f} \left[-\frac{h^2k(f^2 + c^2 - 2fc) + hk(c^3 - 2f^3 - 3f^2c) + c^3(2h+f) + f^3(h-c) - c^2f(2f+3h)}{(hk+f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)} + \frac{hf(3k+2) + c(2f-3c) + \frac{c^3}{f}}{6k+2} \right]$		

Расчет сжато-изогнутых балок

Для расчета сжато-изогнутых балок (фиг 74) служат два основных уравнения:

$$M = M_n - Sz,$$

$$EIz'' = M,$$

где M — момент в рассматриваемом сечении;

M_n — момент в сечении при действии одних лишь поперечных сил.

Иногда быстрое решение получается соединением обоих уравнений в одно, что приводит к дифференциальному уравнению моментов:

$$M'' + k^2 M = q,$$

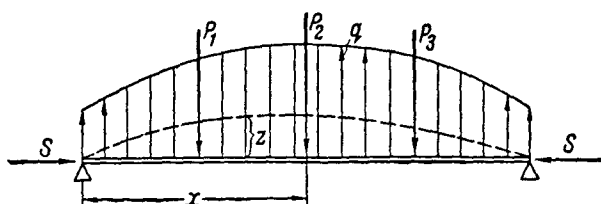
где

$$k^2 = \frac{S}{EI}.$$

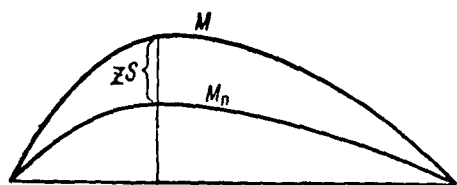
Прогибы могут определяться либо из уравнения $z = -\frac{M - M_n}{S}$ (соблюдая правило знаков), либо из дифференциального уравнения упругой линии:

$$z'' + k^2 z = \frac{M_n}{EI}.$$

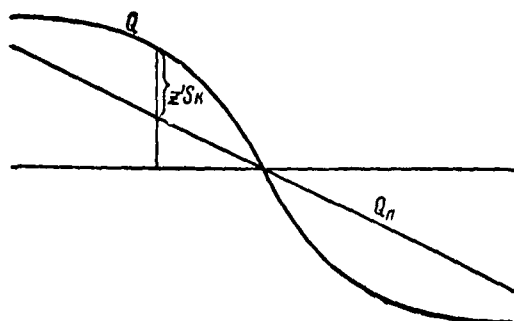
Если известна эпюра моментов, то пользуются первым уравнением. Если известна эпюра перерезывающих сил, то девиации получают как разность между эпюрой перерезывающих сил и эпюрой



Фиг 74



Фиг. 75



Фиг. 76

перерезывающих сил при действии одних лишь поперечных сил (фиг. 75 и 76).

Для расчета предварительно задаются сечениями балки или определяют их с помощью приближенной формулы:

$$M = \frac{M_n}{1 - \alpha \frac{Sl^2}{EI}},$$

где α — коэффициент, зависящий от условий нагружения; он может быть взят из табл. 16.

Таблица 16

Схема нагружения α

	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{5}{48}$
	$\frac{1}{24}$
	Для момента на конце $\frac{1}{32}$ Для момента по середине $\frac{1}{16}$
	$\frac{1}{2}$

В эту формулу также входит I , поэтому сечение будет определено с тем, чтобы напряжение

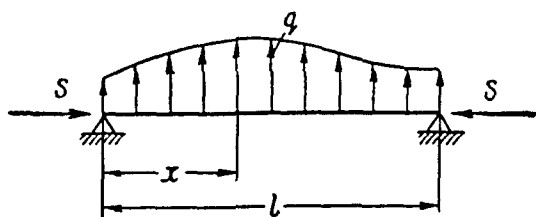
$$\sigma = -\frac{S}{F} - \frac{|M|_{\max}}{W}$$

было приблизительно равно заданному. Определив приближенно сечения, переходят к более точному расчету

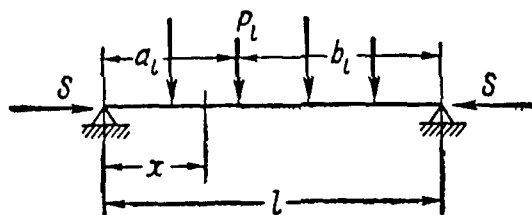
Расчет сжато-изогнутых балок постоянного сечения

Интегралы приведенных уравнений имеют вид для распределенных нагрузок (непрерывных в полете) (фиг 77)

$$M = -\frac{1}{k} \frac{\sin kx}{\sin kl} \int_x^l q \sin k(l-x) dx - \frac{1}{k} \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \int_0^x q \sin kx dx,$$



Фиг 77



Фиг 78

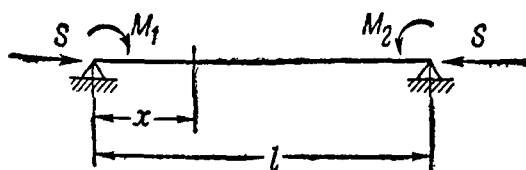
для сосредоточенных нагрузок (фиг 78)

$$M = -\frac{\sin kx}{k \sin kl} \sum_{i=1}^n P_i \sin k(l-a_i) - \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \sum_{i=1}^n P_i \sin ka_i$$

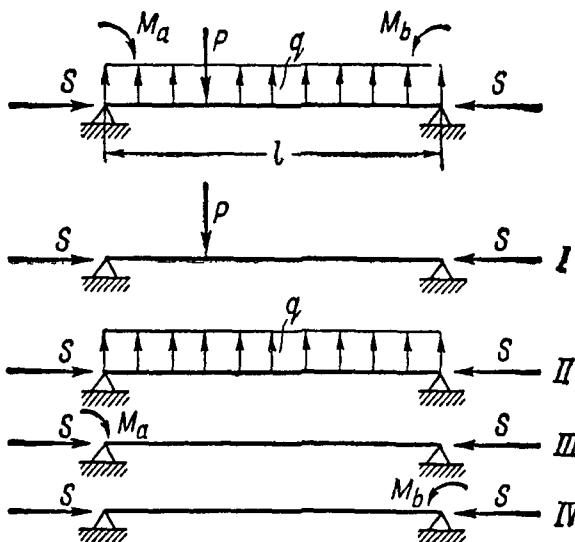
для одних лишь опорных моментов (фиг 79)

$$M = \frac{M_2 - M_1 \cos kl}{\sin kl} \sin kx + M_1 \cos kx$$

Для случаев совместного действия различных видов нагрузок можно пользоваться законом наложения деформаций, который имеет следующую формулировку деформации (а следовательно, моменты и перерезывающие



Фиг 79



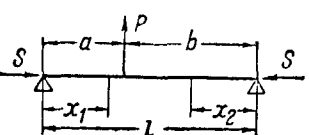
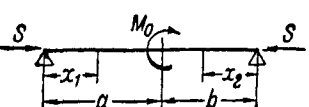
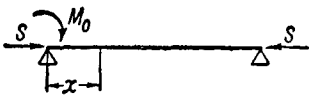
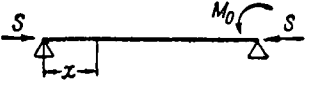
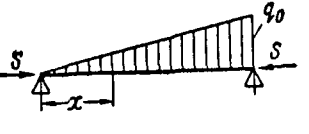
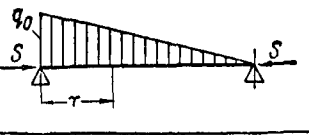
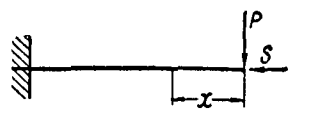
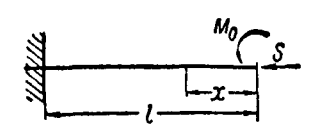
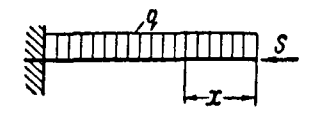
Фиг 80

силы) при действии нескольких внешних поперечных нагрузок равны сумме деформаций (моментов, перерезывающих сил), получающихся при данной осевой силе от действия каждой из поперечных нагрузок в отдельности (фиг 80)

$$M = M_I + M_{II} + M_{III} + M_{IV}$$

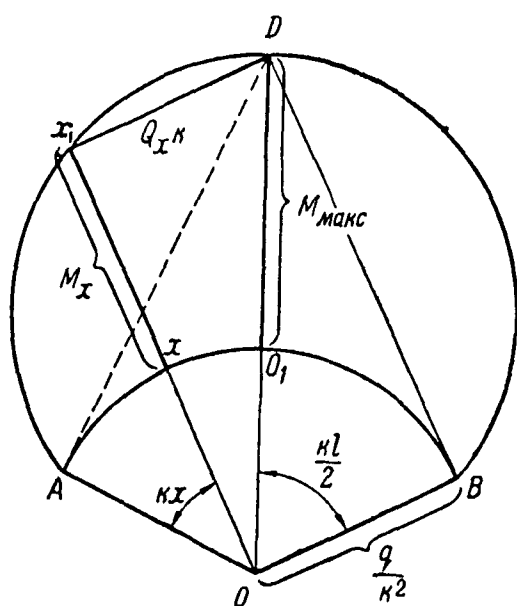
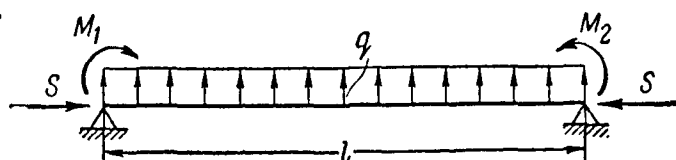
В табл 17 приведены основные формулы M и Q для простейших нагрузок

Таблица 17

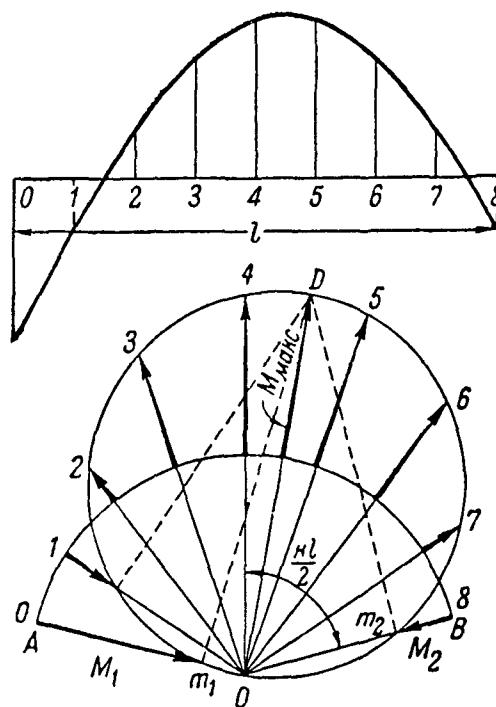
Схема нагружения	M	Q
	$M(x_1) = \frac{P}{k} \frac{\sin kb}{\sin kl} \sin kx_1,$ $M(x_2) = \frac{P}{k} \frac{\sin ka}{\sin kl} \sin kx_2$	$Q(x_1) = P \frac{\sin kb}{\sin kl} \cos kx_1,$ $Q(x_2) = P \frac{\sin ka}{\sin kl} \cos kx_2$
	$M(x_1) = M_0 \frac{\cos kb}{\sin kl} \sin kx_1,$ $M(x_2) = M_0 \frac{\cos ka}{\sin kl} \sin kx_2$	$Q(x_1) = kM_0 \frac{\cos kb}{\sin kl} \cos kx_1,$ $Q(x_2) = kM_0 \frac{\cos ka}{\sin kl} \cos kx_2$
	$M_0 \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl}$	$-M_0 \frac{k \cos k(l-x)}{\sin kl}$
	$M_0 \frac{\sin kx}{\sin kl}$	$-M_0 k \frac{\cos kx}{\sin kl}$
	$-\frac{q}{k^2} \frac{\cos k\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cos \frac{kl}{2}} + \frac{q}{k^2}$	$+\frac{q}{k} \frac{\sin k\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cos \frac{kl}{2}}$
	$-\frac{q_0}{k^2} \frac{\sin kx}{\sin kl} + \frac{q_0}{k^2} \frac{x}{l}$	$-\frac{q_0}{k} \frac{\cos kx}{\sin kl} + \frac{q_0}{k^2} \frac{1}{l}$
	$-\frac{q_0}{k^2} \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} + \frac{q_0}{k^2} \frac{l-x}{l}$	$\frac{q_0}{k} \frac{\cos k(l-x)}{\sin kl} - \frac{q_0}{k^2 l}$
	$\frac{P}{k} \frac{\sin kx}{\cos kl}$	$P \frac{\cos kx}{\cos kl}$
	$\frac{M_0}{\cos kl} \cos k(l-x)$	$\frac{M_0}{\cos kl} k \sin k(l-x)$
	$M_{\text{макс}} = \frac{q}{k^2 \cos kl} (1 - \cos kl - kl \sin kl)$	

Расчет сжато-изогнутых балок постоянного сечения с помощью круговых диаграмм. В простейшем случае, когда балка нагружена только равномерно распределенной нагрузкой и опорные моменты равны нулю, построение круговых диаграмм (кругов Ченцова) производится следующим образом.

Проводится окружность радиуса $\frac{q}{k^2}$ и в ней два радиуса под углом kl (фиг. 81) (весьма удобно чертеж сделать симметричным отно-



Фиг. 81



Фиг. 82

сительно вертикальной оси). Восставив два перпендикуляра к концам радиусов, проводят окружность $OADB$ через четыре точки. Отрезки xx_1 дают величину изгибающих моментов в том же масштабе, что и радиусы $\frac{q}{k^2}$ (имеющие обычно размерность $кг\cdot см$). Отрезки Dx_1 дают перерезывающие силы в масштабе $\left(\frac{q}{k^2}\right)k$. Знак перерезывающей силы меняется в точке D . Для построения эпюры в обычном виде следует иметь в виду, что $\angle AOx$ пропорционален абсциссе x балки. Отрезок O_1D дает величину максимального изгибающего момента, а отрезок DA — максимальную величину перерезывающей силы.

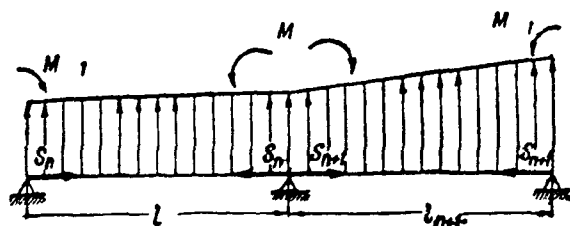
Если на опорах балки действуют моменты, построение происходит следующим образом (фиг. 82).

Проводят начальную окружность OAB и в ней симметрично относительно вертикали проводят радиусы под углом $\frac{kl}{2}$. От концов радиусов откладывают отрезки Am_1 и Bm_2 , изображающие моменты M_1 и M_2 в том же масштабе, что и $\frac{q}{k^2}$. Из m_1 и m_2 восстанавливают перпендикуляры к радиусам до пересечения в точке D . На диаметре OD строят вторую окружность. Остальное ясно из чертежа. В этом случае опорные моменты откладывались от окружности $\frac{q}{k^2}$ к центру, как имеющие противоположный знак

моменту от поперечной нагрузки в противном случае их следует откладывать от окружности в сторону от центра

Неразрезные сжато изогнутые балки

Для расчета неразрезных сжато изогнутых балок (фиг 83) пользуются обобщенным уравнением трех моментов



Фиг 83

$$M_{-1} l \alpha + 2M \left(\frac{l}{I} \beta + \frac{l+1}{I_{+1}} \beta_{+1} \right) + \frac{M_{+1} l_{+1}}{I_{+1}} \alpha_{+1} = N + N_{+1}$$

$$N = \frac{l^2}{I} \int \left[\left(\frac{x}{l} \right)^3 - \frac{x}{l} \right] q dx + \frac{6}{kI} \int \left[\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right] q dx$$

$$N_{+1} = \frac{l_{+1}}{I_{+1}} \int \left[\left(\frac{l_{+1}-x_{+1}}{l_{+1}} \right)^3 - \frac{l_{+1}-x_{+1}}{l_{+1}} \right] q_{+1} dx_{+1} +$$

$$+ \frac{6}{k^2_{+1} I_{+1}} \int \left[\frac{\sin k_{+1}(l_{+1}-x_{+1})}{\sin k_{+1} l_{+1}} - \frac{l_{+1}-x_{+1}}{l_{+1}} \right] q_{+1} dx_{+1}$$

Для ряда случаев нагружения значения N и N_{+1} даны в табл 18
Коэффициенты α β γ определяются из табл 19

Таблица 18

Схема нагружения	N	N_{+1}
	$\frac{q l^3}{4I} \gamma$	$\frac{q_{+1} l_{+1}^3}{4I_{+1}} \gamma_{+1}$
	$\frac{2q l (\beta - 1)}{k I}$	$\frac{q_{+1} l_{+1} (\beta_{+1} - 1)}{k^2_{+1} I_{+1}}$
	$\frac{q l (\beta - 1)}{k I}$	$\frac{2q_{+1} l_{+1} (\beta_{+1} - 1)}{k^2_{+1} I_{+1}}$
	$\frac{6P}{k I} \left[\frac{\sin ka}{\sin kl} - \frac{a}{l} \right]$	$\frac{6P_{+1}}{k^2_{+1} I_{+1}} \left[\frac{\sin k_{+1} b_{+1}}{\sin k_{+1} l_{+1}} - \frac{b_{+1}}{l_{+1}} \right]$

Таблица 19

Таблица функций α, β, γ уравнения трех моментов при изгибе с осевым сжатием

$$\alpha = 6 \frac{u \operatorname{cosec} u - 1}{u^2}, \quad \beta = 3 \frac{1 - u \operatorname{ctg} u}{u^2}, \quad \gamma = 3 \frac{\operatorname{tg} \frac{u}{2} - \frac{u}{2}}{\left(\frac{u}{2}\right)^3},$$

$$\alpha + 2\beta - 3 = \gamma \left(\frac{u}{2}\right)^2, \quad u = \pi \sqrt{\frac{S}{P_s}}, \quad S - \text{осевая сила}$$

$$P_s = \frac{\pi^2 EI}{l^2}, \quad k = \sqrt{\frac{S}{EI}}$$

u	α	$\Delta\alpha$	β	$\Delta\beta$	γ	$\Delta\gamma$	u
0	1 0000		1 0000		1 0000		0
0 5	1 0300		1 0171		1,0256		0 5
1,00	1 1304		1 0737		1,1112		1,00
1 05	1 1455	0 0151	1 0822	0 0085	1 1241	0 0128	1 05
1 10	1 1617	0 0162	1 0912	0 0090	1 1379	0 0138	1 10
1 15	1 1792	0 0175	1 1009	0 0097	1 1527	0 0148	1 15
1 20	1 1979	0 0187	1 1114	0 0105	1 1686	0 0159	1 20
1 25	1 2180	0 0201	1 1225	0 0111	1,1856	0 0170	1 25
1 30	1 2396	0 0216	1 1345	0 0120	1 2039	0 0183	1 30
1,35	1 2628	0 0232	1 1473	0 0128	1 2235	0 0196	1 35
1 40	1 2878	0 0250	1,1610	0 0137	1 2445	0 0210	1 40
1 45	1,3146	0 0268	1 1757	0 0147	1 2671	0,0226	1,45
1 50	1 3434	0 0288	1 1915	0 0158	1 2914	0,0243	1,50
1 55	1 3744	0 0310	1 2084	0 0169	1 3174	0 0260	1 55
1 60	1 4078	0 0334	1 2266	0 0182	1 3455	0 0281	1 60
1 65	1 4439	0 0361	1,2462	0 0196	1 3758	0 0303	1 65
1 70	1 4830	0 0391	1 2673	0 0211	1 4085	0 0327	1 70
1 75	1,5252	0 0422	1 2901	0 0228	1 4438	0 0353	1 75
1 80	1 5710	0 0458	1 3147	0 0246	1 4821	0 0383	1 80
1 85	1 6208	0 0498	1 3414	0 0267	1 5237	0 0416	1 85
1 90	1 6750	0 0542	1 3704	0 0290	1,5689	0 042	1 90
1 95	1 7343	0 0593	1 4020	0 0316	1 6182	0 0493	1 95
2,00	1 7993	0 0650	1,4365	0 0345	1 6722	0 0540	2,00
2 05	1 8706	0 0713	1 4742	0 0377	1 7315	0 0593	2 05
2 10	1 9494	0 0788	1 5457	0 0415	1 7967	0 0652	2 10
2 15	2 0366	0 0872	1 5616	0 0459	1 8689	0 0722	2 15
2 20	2 1336	0 0970	1 6124	0 0508	1 9432	0 0803	2 20
2 25	2 2421	0,1085	1 6690	0 0566	2 0387	0 0895	2 25
2 30	2 3641	0 1220	1 7325	0 0635	2 1392	0 1005	2 30
2 35	2 5021	0 1380	1 8041	0 0716	2 2529	0 1137	2 35
2 40	2 6595	0 1574	1 8854	0 0813	2 3822	0 1293	2 40
2 425	2 7467	0,0872	1,9304	0 0450	2 4538	0 0716	2 425
2 45	2 8404	0 0937	1 9786	0 0482	2 5307	0 0763	2 45
2 475	2 9413	0 1009	2 0304	0 0518	2 6134	0 0827	2 475
2,50	3 0502	0 1089	2 0864	0 0560	2 7027	0 0893	2,50
2 525	3 1682	0 1180	2 1468	0 0604	2 7993	0 0966	2 525
2 55	3 2964	0 1282	2 2124	0 0656	2 9043	0 1050	2 55
2 575	3 4361	0 1397	2 2838	0 0714	3 0186	0 1143	2 575
2 60	3 5890	0 1529	2 3617	0 0779	3 1435	0 1249	2 60
2 625	3 7570	0 1680	2 4473	0,0856	3 2807	0 1372	2 625
2 65	3 9422	0,1852	2 5415	0,0942	3 4320	0 1513	2 65
2 675	4 1476	0 2054	2 6458	0 1043	3 5996	0 1676	2 675
2 70	4 3766	0 2290	2 7619	0 1161	3 7863	0 1867	2 70
2 725	4 6334	0 2568	2 8917	0 1298	3 9956	0 2033	2 725

Таблица 19 (продолжение)

u	α	$\Delta\alpha$	β	$\Delta\beta$	γ	$\Delta\gamma$	u
2,75	4 9233	0 2899	3 0386	0 1469	4 2317	0 2361	2,75
2 775	5 2530	0 3297	3 2052	0 1666	4 5002	0 2685	2 775
2 80	5 6315	0 3785	3 3964	0 1912	4 8082	0 3080	2 80
2 825	5 0702	0 4387	3 6174	0 2210	5 1650	0 3568	2 825
2 85	6 5865	0 5163	3 8774	0 2600	5 5852	0 4202	2 85
2 875	7 1959	0 6094	4 1839	0 3065	6 0800	0 4948	2 875
2 90	7 9343	0 7384	4 5550	0 3711	6 6798	0 5998	2 90
2 925	8 8439	0 9096	5 0117	0 4567	7,4184	0 7386	2 925
2 95	9 9915	1 1476	5 5875	0 5758	8 3503	0 9319	2 95
2,975	11 4845	1 4930	6 3359	0 7454	9 5616	1 2113	2 975
3,00	+13 5057	2 0212	+7 3486	1 0127	+11 2013	1 6402	3,00
3 01	+14 5295	1 0238	+7 8613	0 5127	+12 0317	0 8304	3 01
3 02	+15 7219	1 1924	+8 4584	0,5970	+12 9988	0 9671	3 02
3 03	+17 1282	1 4063	+9 1623	0 7040	+14 1393	1 1405	3 03
3 04	+18 8117	1 6834	+10 0049	0 8425	+15 5044	1 3651	3 04
3 05	+20 8629	2 0513	+11 0314	1 0265	+17 1677	1 6632	3 05
3 06	+23 4176	2 5547	+12 3096	1 2782	+19 2388	2 0711	3 06
3 07	+26,6860	3 2684	+13 9446	1 6350	+21 8886	2 6498	3 07
3 08	+31 0160	4 3301	+16 1105	2 1659	+25 3989	3 5103	3 08
3 09	+37,0244	6 0084	+19 1156	3 0051	+30 2701	4 8712	3 09
3,10	+45,9234	8 8989	+23 5659	4 4503	+37 4839	7,2137	3 10
3 11	+ 60 4566	14 5332	+30 8334	7 2675	+49 2647	11,7808	3 11
3,12	+ 88 4522	27 9956	+44 8321	13 9387	+71 9577	22 6930	3 12
3,13	+164 7478	76 2965	+82 9812	38 1491	+133 8017	61 8440	3 13
3 14	+199 1629	1034 4142	+600 1900	517 2088	+972 2562	838 4545	3 14
3 15	-227 1668	∞	-112 9747	∞	-183 8716	∞	3 15
3 16	-103 7576	123 4092	-51 2692	61 7065	-83 8391	100 0325	3 16
3 17	- 67 2348	36 5229	-33 0068	18 2614	-54 2342	29 6049	3 17
3 18	- 49 7313	17 5035	-24 2542	8 7527	-40 0458	14 1885	3 18
3 19	- 39 4600	10 2712	-19 1176	5 1365	-31 7195	8 3263	3 19
3,20	- 32 7063	6 7537	-15 7399	3 3778	-26 2445	5 4750	3 20
3 21	- 27 9276	4 7788	-13 3495	2 3903	-22 3703	3 8742	3 21
3 22	- 24 3683	3 5593	-11 5688	1 7807	-19 4845	2 8858	3 22
3 23	- 21 6142	2 7541	-10 1909	1 3779	-17 2515	2 2330	3 23
3 24	- 19 4702	2 1940	-9 0929	1 0980	-15 4725	1 7790	3 24
3 25	- 17,6312	1 7890	-8 1975	0 8955	-14 0218	1 4508	3 25
3 26	- 16 1447	1 4866	-7 4532	0 7443	-12 8161	1 2057	3 26
3 27	- 14 8899	1 2548	-6 8248	0 6284	-11 7983	1 0178	3 27
3 28	- 13 8166	1 0733	-6 2872	0 5376	-10 9276	0,8707	3 28
3 29	- 12 8881	0 9285	-5,8219	0,4652	-10 1743	0,7533	3 29
3,30	-12 0770	0 8111	-5 4154	0 4066	-9,5162	0 6581	3,30
3 40	- 7 4248	4 6521	-3 0787	2 3366	-5 7378	3 7784	3 40
3 50	- 5,3769	2 0479	-2 0433	1 0354	-4 0697	1,6681	3 50
3 60	- 4 2292	1 1477	-1 4572	0 5861	-3 1308	0 9389	3 60
3 70	- 3,4390	0 7302	-1 0787	0 3785	-2 5292	0 6016	3 70
3 80	- 2 9961	0 5029	-0 8128	0 2659	-2 1113	0 4179	3 80
3 90	- 2,6314	0 3647	-0 6147	0 1961	-1 8043	0 3070	3 90
4,00	- 2,3570	0 2744	-0 4603	0 1544	-1 5694	0,2349	4,00
4 10	- 2 1454	0,2116	-0 3355	0 1248	-1 3840	0 1854	4 10
4,20	- 1 9792	0 1662	-0 2317	0 1038	-1 2342	0 1498	4 20
4 30	- 1,8475	0 1317	-0 1430	0 0887	-1 1105	0 1237	4 30
4 40	- 1,7429	0,1046	-0 0652	0 0778	-1 0069	0 1036	4 40
4,50	- 1,6603	0 0826	+0 0044	0 0696	-0 9188	0 0881	4,50
4 60	- 1 5962	0 0641	+0 0682	0 0638	-0 8431	0 0757	4 60
4,80	- 1,5152	0,0810	+0 1851	0,1169	-0 7196	0 1235	4 80

Т а б л и ц а 19 (продолжение)

u	α	$\Delta\alpha$	β	$\Delta\beta$	γ	$\Delta\gamma$	u
5,00	−1,4914	0,0238	+0,2975	0,1124	−0,6234	0,0962	5,00
5,25	−1,5842	0,0568	+0,4495	0,1520	−0,5296	0,0938	5,25
5,5	−1,7446	0,1964	+0,6470	0,1975	−0,4563	0,0733	5,5
5,75	−2,2344	0,4898	+0,9747	0,3277	−0,3974	0,0589	5,75
6,0	−3,7455	1,5111	+1,8015	0,8268	−0,3492	0,0482	6,0
6,25	−29,0876	25,3412	+14,5346	12,7331	−0,3088	0,0404	6,25
2,π	± ∞	∞	± ∞	∞	−0,3040	0,0048	2π
6,5	+ 4,1490	∞	−2,0242	∞	−0,2745	0,0295	6,5

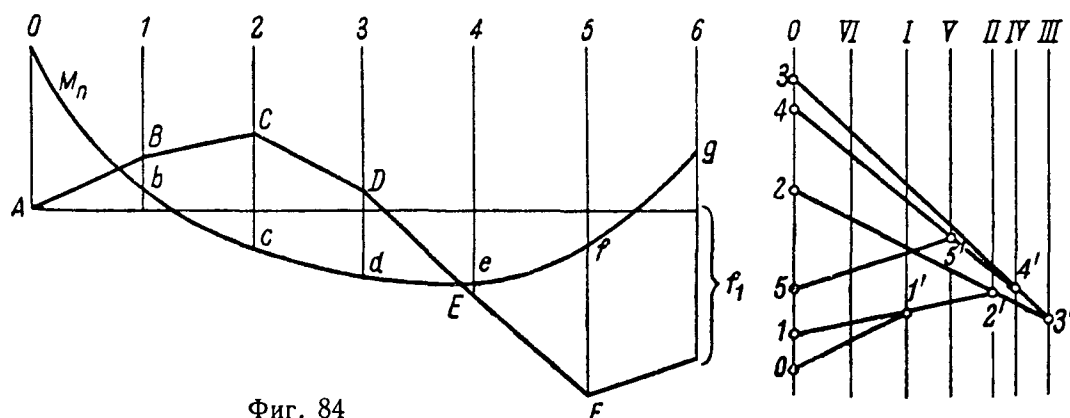
Балки переменного сечения

Основные уравнения (стр. 98) имеют место и для случаев балки переменного сечения. Однако, практически ими пользоваться весьма неудобно. Обычно пользуются графическим методом Гаф. Этот метод одинаково приложим и к случаю растягивающей продольной силы. Он основан на свойствах линейных дифференциальных уравнений и представляет собой построение веревочного многоугольника (стр. 317) с переменным полюсным расстоянием. Схема графического построения следующая. Пролет делится на равное (обычно на 6—8) число частей. Считая сечение в каждой части постоянным, вычисляют переменную величину $H_i = \frac{EnI_i}{Sl}$.

Здесь n — число частей в пролете;

I_i — момент инерции сечения; l — длина всей балки; λ — число масштаба длины.

Затем строится эпюра изгибающих моментов M_n в масштабе $\frac{M_n}{S}$ от действия поперечных нагрузок (включая момент, вызванный эксцентриситетом сжимающей силы) (фиг. 84). Далее строится система вертикалей $I, II \dots$ на соответственных расстояниях H_i от произвольно выбранной основной вертикали $O—O$. Из любой точки основной вертикали под любым углом проводится прямая линия до пересечения с вертикалью I в точке I' . Из соответствующей опоры балки A проводится линия, параллельная OI' до пересечения с пограничным сечением рассматриваемого участка (в точке B).



Фиг. 84

Отрезок bB откладывается в своем направлении по основной вертикали от точки O и получается, таким образом, точка I . Соединяются точки I и I' прямой до пересечения с вертикалью II в точке $2'$. Из точки B проводят отрезок BC , параллельный $I—I'$, до пересечения со вторым граничным сечением. Отрезок cC снова откладывают на основной вертикали (отрезок $1—2$). Снова соединяют прямой точки 2 и $2'$ до пересечения с вертикалью III и т. д., пока не доходят до конечного сечения второй опоры.

Как правило, последняя точка первого построения не совпадает со второй опорой. Поэтому приходится совершенно независимо от первого построения веревочного многоугольника сделать второе.

Ординаты упругой линии после построения этих двух веревочных многоугольников определяются по формуле:

$$z = \frac{z_2 f_1 - z_1 f_2}{f_1 - f_2},$$

где z_1 — ординаты первого построения;

z_2 — ординаты второго построения;

f_1 — ошибка первого построения;

f_2 — ошибка второго построения.

В формулу для определения ординат все значения (z_1, z_2, f_1, f_2) подставляются со своими знаками.

Если полюсные расстояния получаются слишком большими, то это показывает, что влияние сжимающей силы незначительно и им можно пренебречь.

Если величина сжимающей силы в пролете переменная, то приближенно можно выбрать среднюю величину сжимающей силы равной:

$$S = \frac{\sum S_i}{n},$$

где S_i — сжимающая сила на i -ом участке, длина которого $\frac{l}{n}$.

Если осевая сила растягивающая, то построение не изменяется, лишь отрезки bB , cC и т. д. откладываются в обратном направлении.

Получив значения изгибающего момента, определяют величину напряжения для сжато-изогнутой балки по формуле:

$$\sigma = -\frac{S}{F} \mp \frac{M}{W};$$

W определяется для рассматриваемой части сечения, причем для сжатой части берется знак $(-)$, а для растянутой $(+)$.

Расчет растянуто-изогнутых балок

Для предварительного определения размеров сечений балки можно пользоваться формулами:

$$M = \frac{M_n}{1 + \alpha \frac{Sl^2}{EI}}$$

и

$$\sigma = \frac{S}{F} \pm \frac{M}{W}$$

$[(+)$ для растянутой части от изгиба и соответствующее W , $(-)$ для сжатой части от изгиба и соответствующее W].

Значения α берутся из табл. 16.

Затем производится поверочный расчет графическим способом (стр. 105); отличие в построении заключается в том, что отрезки между кривой M_n и ломаной откладываются на основной вертикали OO в обратном направлении.



СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

При расчете в случае сложного сопротивления для элементов сплошного сечения применяют обычно вторую и третью теории прочности, для пластических материалов применяется преимущественно третья теория прочности (стр 13)

Расчетными формулами в этом случае являются по второй теории прочности

$$\sigma_{\text{задан}} \geq 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2},$$

по третьей теории прочности

$$\sigma_{\text{задан}} \geq \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2}$$

В этих формулах через σ обозначено суммарное от всех видов нагружения нормальное напряжение в рассматриваемой расчетной точке сечения (алгебраическое суммирование), а через τ обозначено суммарное (геометрическое суммирование) от всех видов нагружения касательное напряжение в той же точке сечения, $\sigma_{\text{задан}}$ представляет собой заданное расчетное напряжение, которое не должно быть превзойдено при данной комбинации нагружения

Расчет авиационных труб при одновременном изгибе и кручении производится условно по третьей теории прочности по формуле

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{биз}}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{бкр}}}\right)^2 \leq 1,$$

где σ и τ — расчетные напряжения на изгиб и на кручение при одновременном изгибе и кручении,

$\sigma_{\text{биз}}$ — разрушающее напряжение на изгиб (стр 71)

$\tau_{\text{бкр}}$ — разрушающее напряжение на кручение (стр 25)

БИБЛИОГРАФИЯ

к материалу о центре жесткости

- 1 Griffith A A and Taylor E J The problem of flexure and its solution by the soap—film method —A R C R and M 1917, № 399
- 2 Weber K Biegung und Schub im geraden Balken —ZAMM 1924, v IV, № 4, p 334—348
- 3 Trefftz E Ueber den Schubmittelpunkt in einem durch eine Einzellast gebogenen Balken —ZAMM 1935, v XV, № 4, p 220—225
- 4 Schwalbe W L Ueber den Schubmittelpunkt in einem, durch eine Einzellast gebogenen Balken —ZAMM 1935, v XV, № 3, p 138—143
- 5 Беляев В Н О центре жесткости многосвязных контуров —Техн бюлл ЦАГИ 1933, № 4 (литограф)
- 6 Duncan W J, Ellis D L and Scruton C The flexural centre and the centre of twist of an elastic cylinder —Philos magazine 1933, v XVI, № 104, p 201—235
- 7 Cicala P Il centro di taglio nei solidi cilindrici —Atti d Accademia di scienza di Torino 1934/35, v LXX, t 1, dispensa 3, p 356—371
- 8 Галеркин Б Г Решение задачи Сен-Венана об изгибе различных контуров основания призмы —Сборник Ленингр Ин-та инженеров путей сообщения Л 1927, № 96
- 9 Зволинский Н Некоторые случаи точного решения проблемы о центре изгиба —Труды ЦАГИ 1936, № 245
- 10 Панов Д Ю К вопросу о положении центра жесткости —Труды ЦАГИ 1935, № 240 (Сборник общетеорет группы ЦАГИ № 3)
- 11 Панов Д Ю О некоторых случаях решения проблемы изгиба с функцией напряжений в виде полинома —Труды ЦАГИ 1935, № 209
- 12 Проктор Г Э О центре изгиба —Приложение к русскому переводу книги А Феппл и Л Феппл „Сила и деформация“ Т II 1936

ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ

Продольный изгиб стержней в пределах пропорциональности

ПРЯМЫЕ СТЕРЖНИ

Сжатый стержень может находиться в трех возможных видах равновесия устойчивом, неустойчивом и безразличном Вид равновесия зависит от величины сжимающей силы $P \geq P_{кр}$ Здесь $P_{кр}$ есть сжимающая сила, которая соответствует безразличному равновесию

Устойчивое равновесие будет, когда $P < P_{кр}$ Неустойчивое равновесие будет, когда $P > P_{кр}$ — при малейшем искривлении оси стержень приобретает большие поперечные деформации

В случае стержня с шарнирно-закрепленными концами (фиг 85) дифференциальное уравнение искривленной оси имеет следующий вид

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + k^2 z = 0,$$

где

$$k^2 = \frac{P_{кр}}{EI},$$

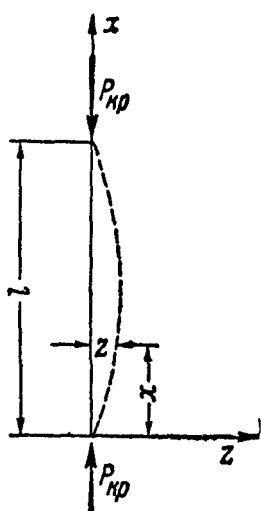
E — модуль упругости материала,

I — наименьшее значение момента инерции сечения стержня

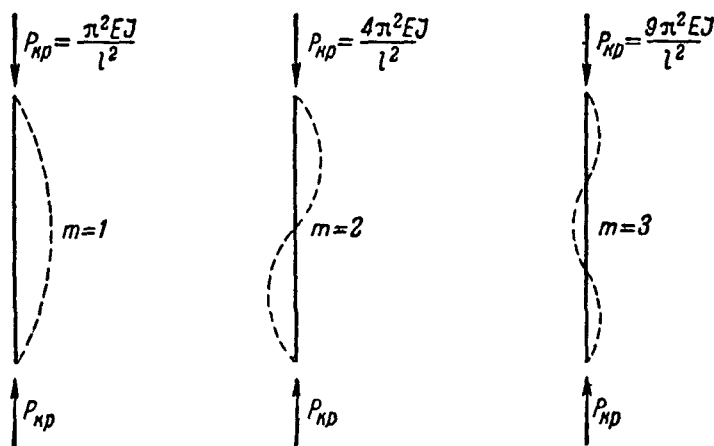
Решение дифференциального уравнения приводит к выражению

$$P_{кр} = \frac{m^2 \pi^2 EI}{l^2},$$

где m — числа натурального ряда



Фиг 85



Фиг 86

Критическая сила может иметь ряд значений, соответственно целым числам m — полуволн, на которое разбивается стержень после потери устойчивости (фиг 86) Высшие формы равновесия ($m > 1$) обычно неустойчивы и потеря устойчивости происходит при минимальной критической силе

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (\text{формула Эйлера})$$

При этом критическое напряжение будет

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{\iota}\right)^2}$$

Здесь $i = \sqrt{\frac{I}{F}}$ — минимальный радиус инерции сечения стержня;

F — площадь поперечного сечения стержня

Формула Эйлера выведена в предположении действия закона Гука, а поэтому ею можно пользоваться пока $\sigma_{кр} < \sigma_p$, где σ_p — предел пропорциональности. Минимальное значение $\frac{l}{i}$, ниже которого формулой Эйлера нельзя пользоваться

$$\left(\frac{l}{i}\right)_{мин} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}.$$

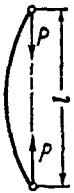
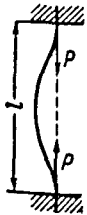
Формулы Эйлера для различных способов закрепления концов стержня и его нагружения

Для различных видов закрепления концов стержня формулы Эйлера имеют следующий вид

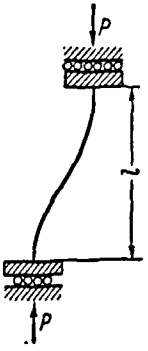
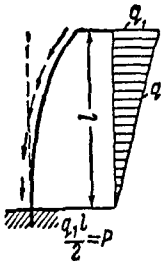
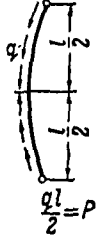
$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2},$$

где μ — коэффициент, учитывающий характер закрепления. Значения коэффициентов μ для различно-закрепленных и нагруженных стержней даны в табл. 20.

Т а б л и ц а 20

Схема нагружения	Характеристика закрепления	μ
	Стержень со свободными концами (шарнирно-опертый)	1
	Стержень с одним заделанным концом и другим свободным	2
	Стержень с заделанными концами	0,5

Т а б л и ц а 20 (продолжение)

Схема нагружения	Характеристика закрепления	μ
	Стержень, концы которого не могут поворачиваться, но могут перемещаться в поперечном направлении	1,0
	Стержень с одним заделанным концом и другим шарнирно-закрепленным	0,7
	Стержень с одним заделанным концом, а другим свободным, подвергается действию сжимающих сил, равномерно распределенных вдоль оси	1,12
	Стержень с одним заделанным концом и другим свободным, подвергается действию сжимающих сил, распределенных по закону прямой пропорциональности от заделанного конца	1,388
	Стержень с шарнирно-закрепленными концами подвергается действию сжимающих сил, равномерно распределенных вдоль оси и направленных от концов к середине	0,56

Т а б л и ц а 20 (продолжение)

Схема нагружения	Характеристика закрепления	μ
	Стержень с шарнирно-закрепленными концами подвергается действию сжимающих сил, распределенных по закону прямой пропорциональности от середины к концам	0,694
	Стержень с одним заделанным концом и другим свободным нагружен двумя сосредоточенными силами по $\frac{P}{2}$, приложенными, как указано на чертеже	1,545
	Стержень с одним заделанным концом и другим свободным нагружен двумя сосредоточенными силами $\frac{2}{3} P$ и $\frac{1}{3} P$, приложенными, как указано на чертеже.	1,708
	Стержень с шарнирно-закрепленными концами подвергается сжимающему действию продольных сил $\frac{P}{2}$, приложенных, как указано на чертеже	0,773
	Стержень с шарнирно-закрепленными концами подвергается сжимающему действию продольных сил $\frac{2}{3} P$ и $\frac{1}{3} P$ приложенных, как указано на чертеже	0,854

Продольный изгиб стержней с переменным сечением

Часто определяют критическую силу стержня с переменным моментом инерции I приближенно (иногда с большой ошибкой) по формулам для стержней постоянной жесткости. При этом вводят средние значения жесткости ($EI_{\text{ср}}$) на изгиб.

Более точно критическая сила определяется из решения дифференциального уравнения искривленной оси.

Расчетные формулы для стержней, у которых I меняется по некоторым законам, приведены в табл. 21 и 22.

Таблица 21

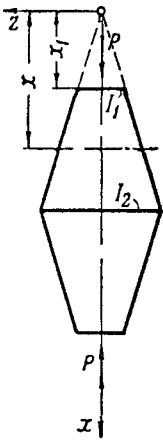
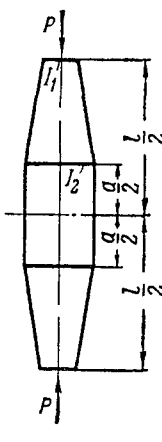
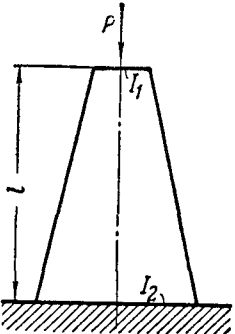
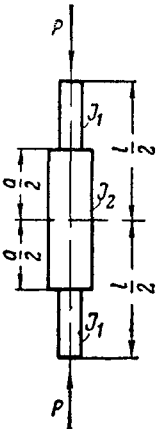
Схема нагружения и расчетные формулы	$\frac{I_1}{I_2}$	n	Значения m при $\frac{a}{l} =$				
			0	0,2	0,4	0,6	0,8
$P = \frac{mEI_2}{l^2}; \quad I(x) = I_1 \left(\frac{x}{x_1} \right)^n$    $P = \frac{mEI_2}{4l^2}$ $\left(\frac{a}{l} = 0 \right)$	0,1	1	6,48	7,58	8,63	9,46	9,82
		2	5,40	6,67	8,08	9,25	9,79
		3	5,01	6,32	7,84	9,14	9,77
		4	4,81	6,11	7,68	9,08	9,77
	0,2	1	7,01	7,99	8,91	9,63	9,82
		2	6,37	7,49	8,61	9,44	9,81
		3	6,14	7,31	8,49	9,39	9,81
		4	6,02	7,20	8,42	9,38	9,80
	0,4	1	7,87	8,59	9,19	9,70	9,84
		2	7,61	8,42	9,15	9,63	9,84
		3	7,52	8,38	9,12	9,62	9,84
		4	7,48	8,33	9,10	9,62	9,84
	0,6	1	8,61	9,12	9,55	9,76	9,85
		2	8,51	9,04	9,48	9,74	9,85
		3	8,50	9,02	9,46	9,74	9,85
		4	8,47	9,01	9,45	9,74	9,85
	0,8	1	9,27	9,54	9,69	9,83	9,86
		2	9,24	9,50	9,69	9,82	9,86
		3	9,23	9,50	9,69	9,81	9,86
		4	9,23	9,49	9,69	9,81	9,86

Таблица 22

Схема нагружения и расчетная формула	$\frac{I_1}{I_2}$	Значения m при $\frac{a}{l} =$			
		0,2	0,4	0,6	0,8
 $P = \frac{mEI_2}{l^2}$	0,01	0,15	0,27	0,60	2,26
	0,1	1,47	2,40	4,50	8,59
	0,2	2,80	4,22	6,69	9,33
	0,4	5,09	6,68	8,51	9,67
	0,6	6,98	8,19	9,24	9,78
	0,8	8,55	9,18	9,63	9,84

Приближенные методы определения критической силы

Приближенное значение $P_{кр}$ может быть получено следующим способом (для непрерывного изменения момента инерции)

Дифференциальное уравнение упругой линии может быть представлено в виде

$$z'' = \frac{M}{EI},$$

где

$$M = Pz$$

Задаваясь упругой кривой $[z = f(x)]$ с соблюдением концевых условий, можно определить M и двукратным интегрированием найти z_1

$$z_1 = \int \int \frac{M}{EI} dx^2 + C_1 x + C_2 = \int \int \frac{P f(x)}{EI} dx^2 + C_1 x + C_2 = P F(x),$$

соблюдая концевые условия

Приравнивая для какой-либо точки (обычно по середине стержня) значения $f(x)$ и $F(x)$, получают $P_{(кр)}$

$$P_{(кр)} = \frac{f(x)}{F(x)}$$

Ход вычислений следующий

1 Задаются формой искривленной оси, предполагая, что максимальный прогиб находится по середине балки (обычно он лежит весьма близко к ней) Заданная кривая должна удовлетворять начальным условиям (фиг 87) Удобно выбрать кривую в форме $z = f(x)$ так, что z принимает максимальное значение по середине, равное единице

2 Разделив кривую $z = f(x)$ на кривую EI , интегрируют результат два раза и удовлетворяют концевым условиям Получают

$$z_1 = P F(x)$$

3 Приравнивают значения прогибов выбранной и полученной кривой по середине стержня и определяют таким образом $P_{(кр)}$

$$P_{(кр)} = \frac{f(x)_{\frac{l}{2}}}{F(x)_{\frac{l}{2}}}$$

или

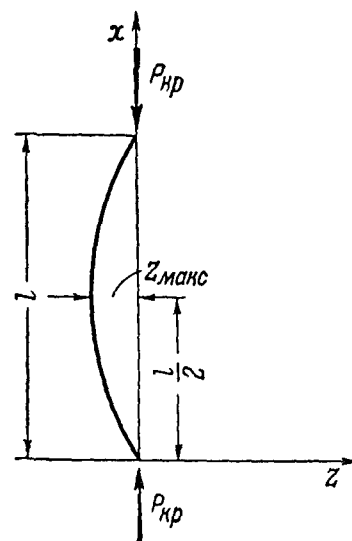
$$P_{(кр)} = \frac{1}{F(x)_{\frac{l}{2}}},$$

если была выбрана $f(x)$ так, что $f(x)_{\frac{l}{2}} = 1$

Для уточнения расчета можно повторить произведенные операции, взяв в качестве исходной найденную кривую $F(x) = z_2$

Если z_n и z_{n+1} — два последовательных значения упругой линии, то отношение истинной критической силы к приближенной лежит в пределах, определяющихся неравенствами

$$\left(\frac{z_n}{z_{n+1}} \right)_{\min} < \frac{P_{кр}}{P_{(кр)}} < \left(\frac{z_n}{z_{n+1}} \right)_{\max},$$



Фиг 87

где $P_{(кр)}$ — значение найденной критической силы;
 $\left(\frac{z_n}{z_{n+1}}\right)_{\min}$ — минимальное значение отношения смежных выражений;
 $\left(\frac{z_n}{z_{n+1}}\right)_{\max}$ — максимальное значение отношения смежных выражений
 упругой линии.

Большая степень приближения может быть достигнута с помощью метода, основанного на законах накопления энергии. Согласно этому методу задаются подходящей формой упругой кривой, удовлетворяющей начальным условиям (опорным закреплениям). Величина критической силы определяется из равенства:

$$P_{кр} = \frac{E \int_0^l I z''^2 dx}{\int_0^l z'^2 dx},$$

где z — ордината упругой линии

Если z задать в виде бесконечного ряда (обычно тригонометрического

$$z = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + \dots),$$

то в обычных случаях выбором надлежащего числа членов ряда можно достигнуть любой степени точности.

Графический метод определения критической силы

Графическим методом можно пользоваться при любом законе изменения моментов инерции I по длине стержня. Этим методом можно пользоваться при расчете длинных стержней, когда

$$\sigma_{кр} \leq \sigma_p.$$

Если $\sigma_{кр} > \sigma_p$, этим методом можно пользоваться в приближенных расчетах, вводя поправку, как указано на стр. 116.

В основу графического метода положено то обстоятельство, что веревочный многоугольник с переменными полюсными расстояниями $H = \frac{EIn}{P_{кр}l}$, проходящий через концы стержня, представляет собой упругую линию стержня, находящегося в состоянии безразличного равновесия.

В выражении H обозначения следующие:

n — число равных частей, на которое разбивается стержень при построении веревочного многоугольника;

l — длина стержня

Порядок определения $P_{кр}$ следующий.

1. Определяют приближенно критическую силу сжатия по формуле Эйлера, пользуясь средним значением момента инерции ($I_{ср}$) стержня:

$$P = \frac{\pi^2 E I_{ср}}{l^2},$$

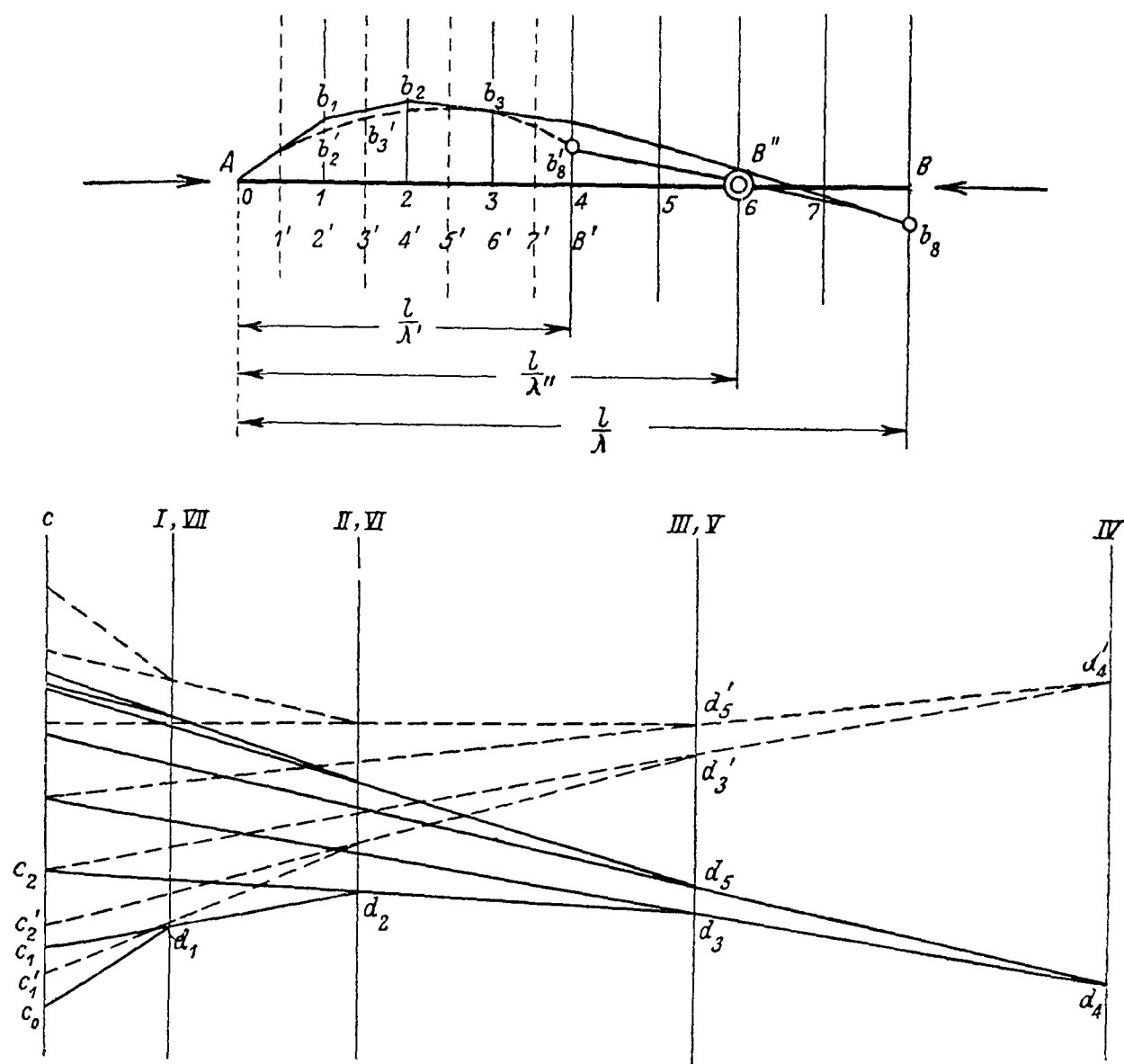
где

$$I_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{n}.$$

2 Разбивают стержень $A-B$, отложенный в масштабе $\left(\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{10} \text{ или } \frac{1}{20}\right)$, на n равных частей (8—10) вертикальными линиями 1, 2, 3 (фиг 88)

3 Вычисляют полюсные расстояния в масштабе $\frac{1}{\lambda}$ для выбранных сечений стержня

$$H_i = \frac{EIn}{P\lambda l}$$



Фиг 88

4 От произвольной вертикальной линии c на расстоянии вычисленных H_i проводят параллельные ей линии I, II и т д, которые соответствуют сечениям 1, 2, 3 и т д

5 Из точки A проводят линию Ab_1 произвольного наклона. Одновременно из произвольной точки c_0 прямой c проводят прямую c_0d_1 , параллельную Ab_1 , до пересечения с прямой I (в точке d_1)

6 Откладывают вверх по вертикали c от точки c_0 отрезок $c_0c_1 = lb_1$. Через полученную точку c_1 и имеющуюся точку d_1 проводят прямую до пересечения с вертикалью II в точке d_2 . Затем проводят линию b_1b_2 , параллельную линии c_1d_2 .

7 Откладывают вверх по вертикали c от точки c_1 отрезок $\overline{c_1 c_2} = \overline{2b_2}$. Через полученную точку c_2 и имеющуюся точку d_2 проводят прямую до пересечения с вертикалью III в точке d_3 . Затем проводят линию $\overline{b_2 b_3}$, параллельную линии $c_2 d_3$.

Продолжая построение в таком порядке, получают веревочный многоугольник $Ab_1 b_2 b_3$. Несовпадение точки b_3 с B показывает, что сила $P \neq P_{кр}$.

8 Задаваясь произвольно другой силой P_1 , заново строят веревочную кривую описанным способом ($Ab'_1 b'_2 b'_3$). Удобнее сохранять ранее вычисленные полюсные расстояния, изменив соответственно масштаб длин ($\lambda' = \frac{P}{P_1} \lambda$). Веревочную кривую строят на длине балки AB' , отложенную в масштабе $\frac{1}{\lambda'}$. Несовпадение точки b'_3 с B' показывает, что сила $P_1 \neq P_{кр}$.

9 Через точки b_3 и b'_3 проводят прямую. Точка B'' , пересечения этой прямой с линией AB , дает стержень AB в новом масштабе $\frac{1}{\lambda''}$.

10 Вычисляют $P_{кр}$ по формуле

$$P_{кр} = P \frac{\lambda}{\lambda''} = P_1 \frac{\lambda'}{\lambda''}$$

Если $\sigma_{кр} > \sigma_p$, в результат расчета вводят поправку, умножая полученное как для длинного стержня значение $P_{кр}$ на отношение значения критической силы для данного стержня, определенной по эмпирическим формулам или графикам в предположении, что стержень имеет $I = \text{const} = I_{\text{макс}}$, к значению критической силы по Эйлеру при том же предположении.

Определение критической силы для стержней с упругими опорами

В табл. 23 приведены расчетные формулы критической силы для ряда стержней, имеющих упругие опоры. Значения критических сил, которые получаются по расчетным формулам табл. 23, не должны превышать критических сил для тех случаев, когда опоры жесткие. Табл. 23 можно воспользоваться для определения потребной наименьшей жесткости опоры с тем, чтобы ее можно было считать абсолютно жесткой.

Таблица 23

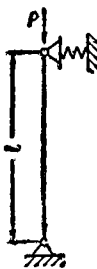
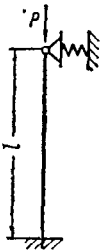
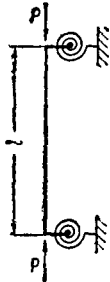
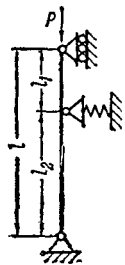
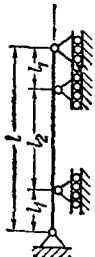
Схема нагружения	Характеристика закрепления	Расчетная формула
	Стержень с шарнирно-закрепленными концами. Одна опора жесткая, другая упругая, перемещающаяся на величину λ под действием единичной силы.	$P = \frac{l}{\lambda}$
	Стержень с одним шарнирно-закрепленным концом к жесткой опоре и другим упруго-закрепленным, поворачивающимся на угол φ под действием единичного опорного момента.	$P = u^2 \frac{EI}{l^2},$ где u — наименьший корень уравнения $\text{tg } u = \frac{\frac{l}{\varphi EI} u}{\frac{l}{\varphi EI} + u^2}$

Таблица 23 (продолжение)

Схема нагружения	Характеристика закрепления	Расчетная формула
	Стержень с одним свободным концом и другим упруго-заделанным, поворачивающимся на угол φ под действием единичного момента	$P = u^2 \frac{EI}{l^2},$ где u — наименьший корень уравнения $\operatorname{tg} u = \frac{1}{u} \frac{l}{\varphi EI}$
	Стержень с одним заделанным концом и другим шарнирно-закрепленным на упругой опоре, перемещающейся на величину λ под действием единичной силы	$P = u^2 \frac{EI}{l^2}$ где u — наименьший корень уравнения $\operatorname{tg} u = u - \frac{\lambda EI}{l^3} u^3$
	Стержень с упруго-заделанными концами, которые в отдельности поворачиваются на угол φ под действием единичных моментов, приложенных к ним	$P = u^2 \frac{4EI}{l^2}$ где u — наименьший корень уравнения $\operatorname{tg} u + \frac{2\varphi EI}{l} u = 0$
	Стержень свободно лежит на двух жестких опорах и имеет в пролете третью упругую опору, перемещающуюся на λ под действием единичной силы	$P = \frac{4EI}{l^2} u^2,$ где u — наименьший корень уравнения $\left(\frac{l_2 l_1}{l^2} - \frac{\lambda P}{l} \right) 2u \sin 2u =$ $= \sin \frac{2l_2 u}{l} \cdot \sin \frac{2l_1 u}{l}$
		при $l_1 = l_2$ при $\frac{\lambda}{l} P \leq \frac{1}{4}$ будет $P = \pi^2 \frac{4EI}{l^2}$ при $\frac{\lambda}{l} P > \frac{1}{4}$ определяется u как наименьший корень уравнения $\operatorname{tg} u = -4u \left(\frac{\lambda}{l} P - \frac{1}{4} \right)$
	Стержень свободно лежит на четырех жестких опорах	$P = u^2 \frac{4EI}{l^2}$ где u — наименьший корень уравнения $\frac{1}{\operatorname{tg} 2u} - \frac{1}{2u} = \operatorname{tg} \left(u \frac{l_2}{l_1} \right)$

Приближенный способ определения критической силы для стержня с упругими опорами

Если опоры в отдельности поворачиваются на угол φ' и φ'' под действием моментов, равных единице, приложенных к ним, то сначала задаются кривой, удовлетворяющей начальным условиям. Эту кривую представляют в виде суммы какой-либо симметричной кривой и упругой линии, получающейся под действием двух опорных моментов, величина которых определяется по конечным условиям из следующих равенств

$$\begin{aligned} z'_{01} + z'_{11} + z'_{12} &= m_1 \varphi', \\ z'_{02} + z'_{21} + z'_{22} &= m_2 \varphi'' \end{aligned}$$

Здесь m_1 — опорный момент у опоры 1,
 m_2 — опорный момент у опоры 2,
 z'_{01} — угол поворота сечения у первого конца симметричной кривой,
 z'_{02} — угол поворота сечения у второго конца симметричной кривой ($z'_{01} = z'_{02}$),
 z'_{11} — угол поворота сечения у первого конца от момента m_1 ,
 z'_{12} — угол поворота сечения у второго конца от момента m_1 ,
 z'_{21} — угол поворота сечения у первого конца от момента m_2 ,
 z'_{22} — угол поворота сечения у второго конца от момента m_2 .

Определив по конечным условиям форму кривой искривленной оси интегрируют (аналитически или графически) эту кривую, поделенную на кривую EI , два раза, удовлетворяя при этом конечным условиям для определения постоянных интегрирования равенству нулю прогибов на концах стойки и равенству углов поворотов на концах поворотам опор от конечных моментов ($M_1 \varphi'$ и $M_2 \varphi''$). Из этих условий определяются четыре величины C_1 и C_2 — постоянные интегрирования и M_1 и M_2 — конечные моменты.

После этого определяют $P_{кр}$ по формуле

$$P_{кр} = \frac{f_0 - f_m}{f},$$

где f_0 — прогиб по середине выбранной симметричной кривой,
 f_m — прогиб по середине от действия моментов m_1 и m_2 ,
 f — прогиб по середине окончательной упругой кривой, определенной с учетом четырех постоянных C_1 , C_2 , M_1 и M_2 .

СТЕРЖНИ, ЭКСЦЕНТРИЧНО НАГРУЖЕННЫЕ СЖАТИЕМ И С НАЧАЛЬНОЙ КРИВИЗНОЙ ОСИ

Стержни постоянного сечения

Всякий стержень, находящийся в конструкции, работает не в идеальных условиях. Стержень на самом деле может иметь начальную кривизну, а внешняя сила действовать эксцентрично. Поэтому одновременно со сжатием стержня происходит его изгиб. Если изогнутый по дуге круга стержень имеет первоначальную кривизну со стрелкой прогиба $f_{\max}$, а сила приложена с эксцентриситетом e (фиг. 89), то наибольшие суммарные напряжения σ_c получаются по середине стержня, причем

$$\sigma_c = \frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W_{сж}}$$

Выражение для наибольшего изгибающего момента

$$M_{\max} = \frac{P}{\cos \frac{u}{2}} \left[e + \frac{8f_{\max}}{u^2} \left(1 - \cos \frac{u}{2} \right) \right]$$

находится из решения дифференциального уравнения упругой оси

$$EI \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r} \right) = -M = -P|e + z|$$

или

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{P}{EI} z = \frac{1}{r} + \frac{P}{EI} e$$

При решении полагают ввиду малой кривизны

$$\frac{1}{\rho} \approx \frac{d^2 z}{dx^2}, \quad \frac{1}{r} \approx 8 \frac{f_{\max}}{l^2}$$

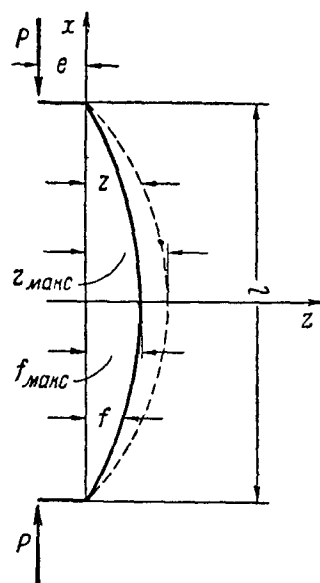
В этих выражениях
 F — площадь поперечного сечения,
 $W_{\text{сж}}$ — момент сопротивления сечения для сжатой части,

$\frac{1}{r}$ — первоначальная кривизна, принятая по дуге

круга,

z — суммарный прогиб стержня от первоначальной кривизны и упругих деформации,

$\frac{1}{\rho}$ — полная кривизна стержня,



Фиг 89

$$u = l \sqrt{\frac{P}{EI}} = lk$$

Наибольшее значение прогиба у стержня можно определить, пользуясь следующим выражением

$$z_{\max} = \frac{M_{\max}}{P} - |e|$$

Результаты решения соответствующих дифференциальных уравнений для других частных случаев с $EI = \text{const}$ даны в табл 24

Для определения напряжения сжатия $\sigma_{\text{сж}} = \frac{P}{F}$ (а следовательно, и сжимающей силы) в заданном стержне, при котором получатся наибольшие суммарные напряжения $\sigma_{\text{с}}$ с учетом изгиба, необходимо взять выражение для суммарных напряжений $\sigma_{\text{с}}$, подставить в него значение $M_{\max}$ и решить относительно $\sigma_{\text{сж}}$. Результат такого решения получается следующий

I Стержень с шарнирно-закрепленными концами

$$\sigma_{\text{сж}} = n' \sigma_{\text{к}} - \sqrt{(n' \sigma_{\text{к}})^2 - \sigma_{\text{с}} \sigma_{\text{к}}}$$

II Стержень с защемленными концами

$$\sigma_{\text{сж}} = 4 n'' \sigma_{\text{к}} - \sqrt{(4 n'' \sigma_{\text{к}})^2 - 4 \sigma_{\text{с}} \sigma_{\text{к}}},$$

где

$$n' = 0,5 + \frac{k_1}{4} \left(\frac{D}{l} \right)^2 + \frac{k_2}{4} \frac{D}{l} \frac{l}{l} + \frac{\sigma_{\text{с}}}{2 \sigma_{\text{к}}}, \quad n'' = 0,5 + \frac{k_2}{4 \sqrt{4}} \frac{D}{l} \frac{l}{l} + \frac{\sigma_{\text{с}}}{2 \cdot 4 \sigma_{\text{к}}},$$

$$\sigma_{\text{к}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{l} \right)^2},$$

D — характерный размер сечения стержня,
 i — радиус инерции сечения стержня,

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{a}{D} \\ k_2 &= \frac{f_{\text{макс}}}{l} \end{aligned} \right\} \text{— некоторые коэффициенты (принимаемые при расчете труб рав-} \\ \text{ными соответственно } \frac{1}{40} \text{ и } \frac{1}{600})$$

Т а б л и ц а 24

Схема нагружения	$M_{\text{макс}}$	
	$\frac{Pa}{\cos \frac{u}{2}}$	
	$\frac{8Pf_{\text{макс}}}{u^2} \left(\frac{1}{\cos \frac{u}{2}} - 1 \right)$	
	$\frac{P}{\cos u} \left[a + \frac{2f_{\text{макс}}}{u^2} (1 - \cos u) \right]$	$u = kl$ $k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$
	$\frac{Pa}{\cos u}$	
	$\frac{2Pf_{\text{макс}}}{u^2} \left(\frac{1}{\cos u} - 1 \right)$	
	$\frac{8Pf_{\text{макс}}}{u^2} \left(\frac{u}{2 \sin \frac{u}{2}} - 1 \right)$ $\left[M_{\text{опорн}} = \frac{8Pf_{\text{макс}}}{u^2} \left(\frac{u}{2 \operatorname{tg} \frac{u}{2}} - 1 \right) \right]$	

При выводе формул для σ с целью получения общего решения тригонометрические величины заменены дробями

$$\frac{1}{\cos \frac{u}{2}} \quad \text{через} \quad \frac{1 + 0,233 \frac{u^2}{\pi^2}}{1 - \frac{u^2}{\pi^2}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{u}{2} \quad \text{через} \quad \frac{u}{8} \frac{4\pi^2 - u^2}{\pi^2 - u^2}$$

Кроме этого, при выводе формулы для $\sigma_{\text{сж}}$ у стержня с защемленными концами в выражение $\sigma_{\text{сж}}$ подставлялся $M_{\text{опорн}}$, который больше наибольшего момента в пролете $M_{\text{макс}}$

Сопоставление уравнений для $\sigma_{\text{сж}}$ I и II случаев и n' с n'' показывает их почти полное сходство, разница заключается лишь в том, что в некоторые члены уравнений входит коэффициент 4 и в n'' отсутствует коэффициент, зависящий от эксцентриситета. Как правило, стержни, входящие в конструкции самолетов, имеют шарнирное закрепление концов или же упругое (последнее в расчетах заменяется обычно приторцованным). Для расчета идеального стержня на продольный изгиб с приторцованными концами принято в формуле Эйлера $\left(\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 CE}{\left(\frac{l}{i} \right)^2} \right)$ брать $C=2$. В действи-

тельности, значение C зависит от соотношений размеров стержня и может колебаться от двух до трех.

Сходство уравнений для $\sigma_{\text{сж}}$ и n' с n'' дает возможность составить общее уравнение для расчета действительных стержней с шарнирными закреплениями ($C=1$), с приторцованными ($C=2$) и с защемленными ($C=4$). Численные расчеты показывают, что при общепринятых значениях коэффициентов $k_1 = \frac{1}{40}$ и $k_2 = \frac{1}{600}$ значения $\sigma_{\text{сж}}$ получаются по уравнению для

стержней с шарнирно-закрепленными концами, примерно, такие же, какие они получились бы по тому же уравнению, если считать $k_1=0$ и если понизить суммарные напряжения σ_c на 10%. На этом основании можно представить расчетное уравнение в виде

$$\sigma_{\text{сж}} = Cn \sigma_k - \sqrt{(Cn \sigma_k)^2 - 0,9 C \sigma_c \sigma_k}$$

Здесь

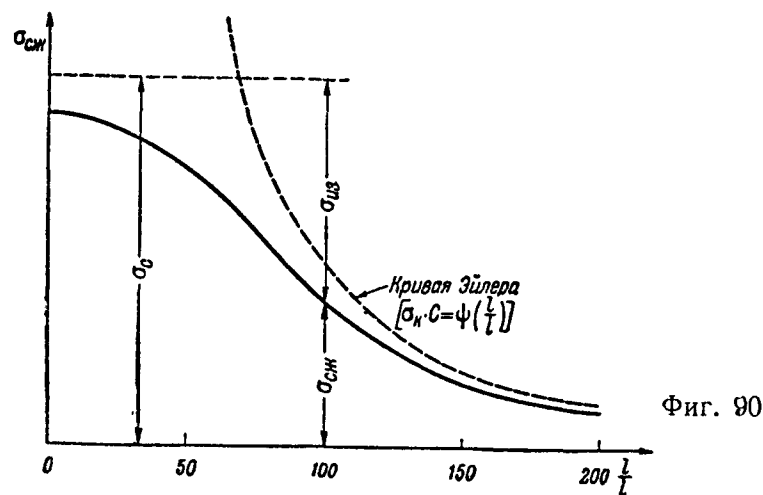
$$n = 0,5 + \frac{k_2}{4 \sqrt[3]{C}} \frac{D}{i} \frac{l}{i} + 0,45 \frac{\sigma_c}{C \sigma_k},$$

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i} \right)^2}$$

и $C=1, 2$ или 4 в зависимости от способа закрепления концов

Величина $\frac{D}{i}$, входящая в выражение n , есть постоянная, зависящая от формы сечения (как, например, для труб $\frac{D}{i} \approx 3$, для сплошных круглых

сечений $\frac{D}{i} \approx 4$). В таком случае получается, что $\sigma_{сж}$ зависит от $\frac{l}{i}$, E , σ_c и от способа закрепления концов (С).



Для того, чтобы при расчете стержня быстро определить $\sigma_{сж} = \varphi(\sigma_c)$, пользуются заранее построенными кривыми $\sigma_{сж} = f\left(\frac{l}{i}\right)$ для заданного материала и определенной степени защемления концов (фиг. 90). На фиг. 90 через $\sigma_{из}$ обозначено напряжение от одного изгиба в наиболее напряженном волокне.

Стержни переменного сечения

Метод последовательных приближений. За счет наличия первоначальной кривизны оси и возможного эксцентриситета подсчитывают изгибающие моменты и затем подсчитывают упругие прогибы от них, удовлетворяя условиям закрепления стержня. Подсчитанные упругие прогибы вместе с начальными представляют собой суммарные прогибы первого приближения. Изгибающие моменты, подсчитанные с учетом прогибов первого приближения, представляют собой изгибающие моменты первого приближения. Если от действия изгибающих моментов первого приближения найти упругие прогибы, удовлетворяя условиям закрепления стержня, и их просуммировать с первоначально заданными, то получатся суммарные прогибы второго приближения. Изгибающие моменты, подсчитанные с учетом прогибов второго приближения, представляют собой изгибающие моменты второго приближения. Таким же порядком производят подсчет прогибов и изгибающих моментов следующих приближений до тех пор, пока приращение прогибов (а следовательно, и изгибающих моментов) не будут стремиться к нулю. Практически бывает достаточно определить прогибы и изгибающие моменты второго приближения, чтобы их считать за истинные. Увеличение приращения прогибов при последующих приближениях указывает на то, что сжимающие силы по величине равны или больше критических.

Продольный изгиб стержней за пределом пропорциональности

При малом искривлении оси стержня, находящегося под действием сжимающей силы, создающей напряжения выше предела пропорциональности, за счет получающихся изгибающих моментов, в сечениях появляются дополнительные нормальные напряжения от изгиба. Дополнительные напряжения в одной части сечения будут уменьшать напряжения сжатия, в дру-

гой же — увеличивать. Так как при разгрузке напряженных волокон упругие деформации возвращаются, то уменьшение напряжений в выпуклой стороне балки будет идти от нейтральной плоскости по прямой линии и деформации будут соответствовать постоянному модулю упругости материала E в пределах пропорциональности.

Можно считать, что и увеличение напряжений в выпуклой стороне балки следует тоже линейному закону, только здесь деформации будут зависеть от модуля упругости материала E_1 .

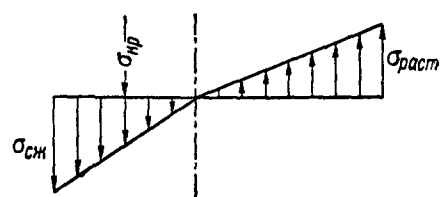
Распределение добавочных напряжений вследствие изгиба поэтому принимается согласно фиг. 91.

Из условия равновесия внутренних и внешних сил при изгибе получается

$$\frac{1}{\rho} (E_1 I_1 + E I_2) = M = P_{кр} z$$

или

$$\frac{1}{\rho} T I = P_{кр} z,$$



Фиг. 91

где $T = \frac{E_1 I_1 + E I_2}{I}$, эта величина называется модулем продольного изгиба,

I_1 — момент инерции той части сечения стержня относительно нейтральной оси, которая от изгиба нагружается сжатием,

E_1 — соответствующее переменное значение модуля упругости,

I_2 — момент инерции той части сечения стержня относительно нейтральной оси, которая от изгиба нагружается растяжением,

E — модуль упругости,

I — момент инерции сечения

Для малых деформаций $\frac{1}{\rho} = -\frac{d^2 z}{dx^2}$ и дифференциальное уравнение упругой оси будет

$$T I \frac{d^2 z}{dx^2} + P_{кр} z = 0$$

Решение последнего уравнения дает выражения для критической силы сжатия и критического напряжения. Для стержня с шарнирно-закрепленными концами, нагруженного сосредоточенной силой сжатия, будет

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 T I}{l^2}$$

и

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 T}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

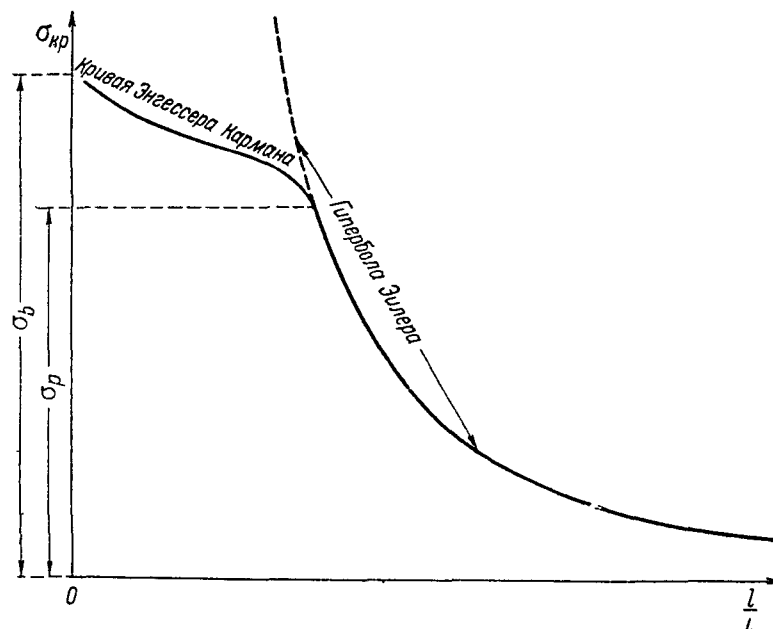
Для стержней с различными закреплениями концов и загрузкой необходимо ввести поправочный коэффициент μ к длине l стержня, как это делается и в пределах пропорциональности (стр. 109—111, табл. 20).

Модуль продольного изгиба T зависит как от материала, так и от формы поперечного сечения стержня. Так, например, для стержней сплошного прямоугольного сечения

$$T = \frac{4 E E_1}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_1})^2}$$

Этой формулой, с небольшой погрешностью, можно пользоваться для сечений круглых (сплошных и полых), полых, прямоугольных, двутавровых и других

Кривую критических напряжений в функции $\frac{l}{i}$ (фиг 92), кривую Энгессера — Кармана необходимо строить следующим образом задаваясь



Фиг 92

различными значениями $\sigma_{кр}$ (сжатия) из кривой испытания материала определяют E_1 , затем определяют T и, наконец, $\frac{l}{i}$

Тщательно поставленные опыты Кармана доказали справедливость зависимости, представленной кривой Энгессера — Кармана

Эмпирические формулы

Формула Тетмайера По Тетмайеру критическая сила сжатия стержня и соответствующее напряжение определяются по следующим формулам

$$P_{кр} = F \sigma_b \left(1 - b_1 \frac{l}{i} \right)$$

и

$$\sigma_{кр} = \sigma_b \left(1 - b_1 \frac{l}{i} \right)$$

Последняя формула представляет собой прямую, проходящую через точку с $\sigma_{кр} = \sigma_b$ при $\frac{l}{i} = 0$ (для мягкой стали следовало бы прямую проводить через $\sigma_{кр} = \sigma_s$ при $\frac{l}{i} = 0$) В приведенных формулах b_1 — численный коэффициент, зависящий от материала Значение коэффициента b_1 определяется из того условия, что при $\left(\frac{l}{i} \right)_{э_{мин}}$ значение критических напряжений,

получающихся по Эйлеру и Тетмайеру, должны быть одинаковыми (фиг 93)

$$b_1 = \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_b}\right) \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E}}.$$

Формула Джонсона Формула Джонсона представляет собой параболу, которая проходит через $\sigma_{кр} = \sigma_b$ при $\frac{l}{l} = 0$ (фиг 93)

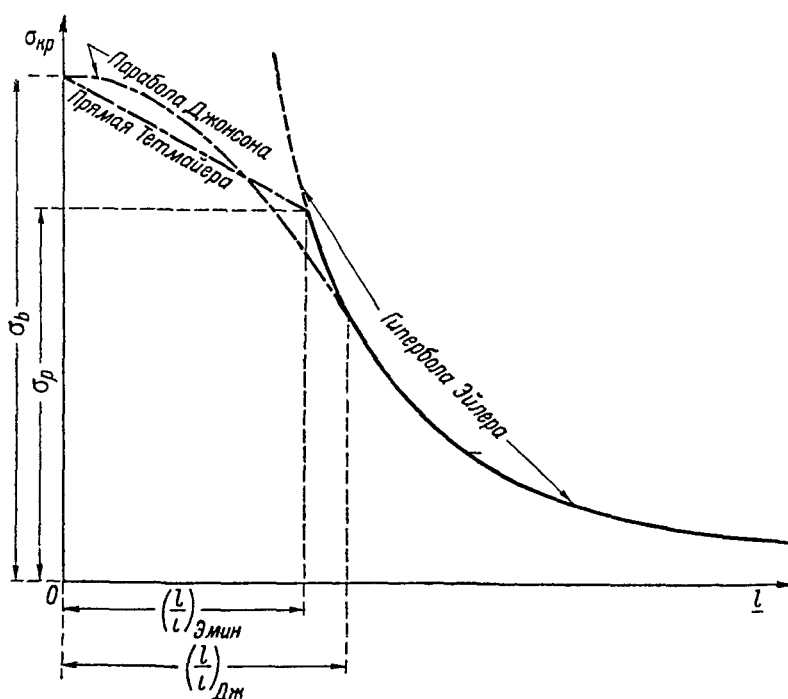
$$\sigma_{кр} = \sigma_b \left[1 - b_2 \left(\frac{l}{l}\right)^2\right]$$

Здесь b_2 — некоторый коэффициент, зависящий от материала. Величина коэффициента b_2 определяется из того условия, что парабола Джонсона и гиперболоа Эйлера имеют общую точку с общей касательной в ней при некотором значении

$$\left(\frac{l}{l}\right)_{Дж}$$

Исходя из этого

$$b_2 = \frac{\sigma_b}{4\pi^2 E}$$



Фиг 93

и

$$\left(\frac{l}{l}\right)_{Дж} = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_b}}$$

Определение модуля продольного изгиба T с помощью эмпирических формул

Значение модуля продольного изгиба T можно приближенно определить, пользуясь эмпирическими формулами. Используя эмпирическую формулу Тетмайера, можно T получить следующим образом по Тетмайеру

$$\sigma_{кр} = \sigma_b \left(1 - b_1 \frac{l}{l}\right),$$

по Энгессеру — Карману

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 T}{\left(\frac{l}{l}\right)^2}$$

Приравнивание этих выражений дает

$$T = \frac{\sigma_{кр}}{\pi^2 b_1^2} \left(1 - \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_b}\right)^2$$

или

$$T = \frac{\sigma_b \left(1 - b_1 \frac{l}{l}\right)}{\pi^2} \left(\frac{l}{l}\right)^2$$

Если обозначать $\frac{T}{E}$ через η — число продольного изгиба — и подставить выражение для коэффициента b_1 , то получится:

$$\eta = \frac{\sigma_{кр} (\sigma_b - \sigma_{кр})^2}{\sigma_p (\sigma_b - \sigma_p)^2}$$

или

$$\eta = \frac{\sigma_b}{\pi^2 E} \left[\pi - \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_b} \right) \frac{l}{i} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E}} \right] \left(\frac{l}{i} \right)^2.$$

Продольный изгиб стержней с переменным сечением по длине

В рассматриваемом случае, за пределом пропорциональности, модуль продольного изгиба T будет переменным по длине стержня.

Переменность T получается, во-первых, из-за малых, переменных по длине, деформаций изгиба, которые даются стержню при исследовании его устойчивости; во-вторых, из-за переменных значений средних напряжений

чистого сжатия $\sigma_{сж} = \frac{P_{кр}}{F_i}$, получающихся вследствие переменности площадей сечений F_i по длине стержня. Первым фактором, влияющим на T , можно пренебречь; вторым же фактором пренебрегать нельзя и поэтому $T = \varphi(\sigma_{сж})$.

Определять величины критических сил можно методом последовательных приближений, который заключается в следующем. Определяют критическую силу $P_{кр1}$ первого приближения, считая, что стержень — постоянного сечения со средними его геометрическими данными. Имея $P_{кр1}$, определяют по длине стержня в сечениях $\sigma_{сж} = \frac{P_{кр1}}{F_i}$ и T_i . Зная закон изменения модуля продольного изгиба T_i по длине стержня, а следовательно, и жесткости $T_i I_i$, определяют $P_{кр2}$ точным методом, интегрируя соответствующее дифференциальное уравнение, или методом сравнения деформаций критическую силу второго приближения. Дальше повторяют то же самое до тех пор, пока критическая сила предыдущего и последующего приближений не будет одна и та же.

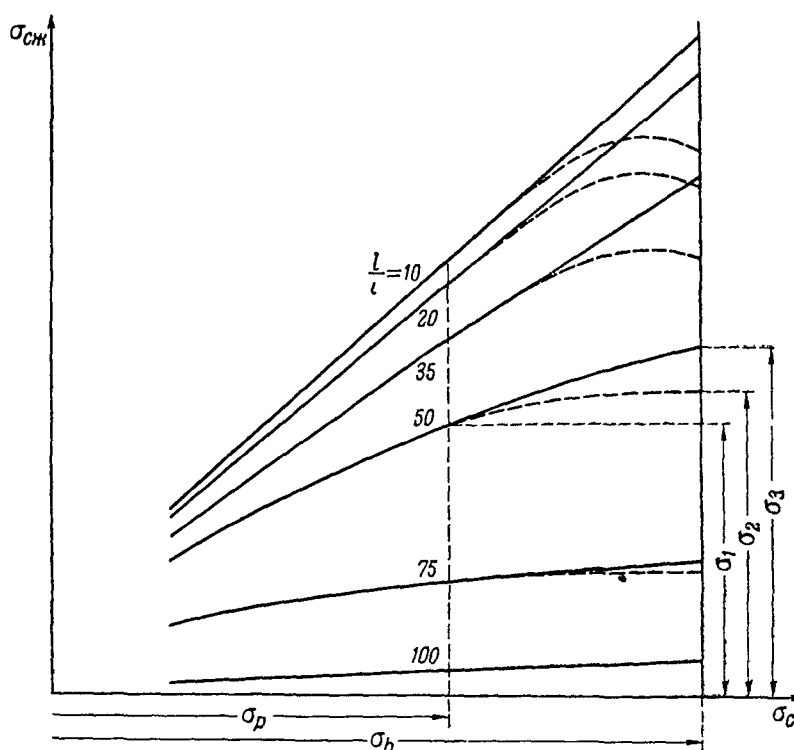
Стержни эксцентрично-нагруженные и с начальной кривизной оси

В рассматриваемом случае в сечениях стержня будут действовать одновременно с напряжениями сжатия напряжения изгиба. Наибольшие суммарные напряжения σ_c от изгиба и сжатия могут по величине превосходить предел пропорциональности. В этих случаях модуль упругости будет переменным как в отдельных точках сечения, так и по длине. Это имеет место по следующим причинам: во-первых, распределение суммарных напряжений по сечениям отлично от линейного закона; во-вторых, по длине стержня в аналогичных точках сечений напряжения различны из-за переменности изгибающих моментов. В связи с этим модуль продольного изгиба T будет переменным по длине стержня и не может определяться так, как это делается по Энгессеру — Карману при продольном изгибе идеальных прямых стержней. Допущение в расчетах первого приближения, что модуль продольного изгиба постоянный по длине и равен по величине модулю упругости материала E в пределах пропорциональности возможно

лишь для стержней с большими значениями $\frac{l}{i}$, например, для дурала от $\frac{l}{i} = 75$ и выше

При малых значениях $\frac{l}{i}$ предположение $T = E$ дает при расчете стержней значительные погрешности в напряжениях — порядка 15—20%, которые идут не в запас прочности, причина этого в том, что $T < E$, а это равносильно ослаблению сечений. Стержень в действительности имеет большие деформации изгиба, а следовательно, и увеличенные изгибающие моменты.

Приближенный метод расчета искривленных стержней на продольный изгиб за пределом пропорциональности заключается в следующем. Если положить модуль продольного изгиба $T = E$, то зависимость $\sigma_{сж} = \varphi(\sigma_c)$ может быть найдена. Эта зависимость при постоянных значениях $\frac{l}{i}$ представлена на фиг. 94 сплошными линиями, пунктирными линиями представлены зависимости $\sigma_{сж} = f(\sigma_c)$ за пределом пропорциональности с учетом падения модуля продольного изгиба.



Фиг. 94

На фиг. 94 обозначения следующие:

- σ_1 — напряжения чистого сжатия $\frac{P}{F}$, при которых наибольшие суммарные напряжения в стержне соответствуют пределу пропорциональности,
- σ_3 — напряжения чистого сжатия, при которых наибольшие суммарные напряжения в стержне равны временному сопротивлению, причем $T = E$,
- σ_2 — напряжения чистого сжатия, которые ведут к разрушению стержня (если учтено, что $T < E$).

При этом $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$.

Для стержней с малыми значениями $\frac{l}{i}$ после определенного значения $\sigma_{сж}$ и $\sigma_c < \sigma_b$ из-за сильного падения T происходит быстрый рост попереч-

ных деформаций и напряжений σ_c , даже при следующем падении $\sigma_{сж}$. Это видно по верхней пунктирной кривой фиг. 94.

Если принять экстремум σ_2 напряжений сжатия находящимся над $\sigma_c = \sigma_b$ и по величине равным

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2},$$

то, с достаточной для практики точностью, уравнения пунктирных линии можно выразить параболой второго порядка

$$\sigma_{сж} = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} - m(\sigma_b - \sigma_c)^2$$

Коэффициент m найдется из условия, что при $\sigma_c = \sigma_p$, $\sigma_{сж} = \sigma_1$, таким образом

$$\sigma_{сж} = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} - \frac{1}{2} \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)}{(\sigma_b - \sigma_p)} (\sigma_b - \sigma_c)^2$$

Последнее уравнение является окончательным для определения $\sigma_{сж}$ в зависимости от σ_c за пределом пропорциональности.

Местная устойчивость при продольном изгибе полых стержней

Прямые стержни-трубы. Расчет труб усложняется возможностью потери устойчивости стенки. При малой толщине стенки труба может иметь местную потерю устойчивости в виде образования складки при нагружении силой меньшей, чем вызывающая общую потерю устойчивости.

Критическое напряжение стенки трубы, при котором происходит выпучивание до предела пропорциональности, выражается следующим образом

$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\frac{D}{\delta}}$$

Здесь k — некоторый коэффициент,

D — диаметр трубы,

δ — толщина стенки трубы.

Приравняв значение $\sigma_{кр}$ значению, полученному из формулы Эйлера

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2},$$

можно получить выражение для наиболее выгодного соотношения размеров

$$\frac{D}{\delta} = \frac{k}{\pi^2} \left(\frac{l}{i}\right)^2$$

Критическое напряжение потери устойчивости оси за пределом пропорциональности будет

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 T}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$



Критическое же напряжение потери устойчивости стенки трубы в этом случае есть

$$\sigma_{кр} = \frac{kEV\sqrt{\eta}}{\frac{D}{\delta}}$$

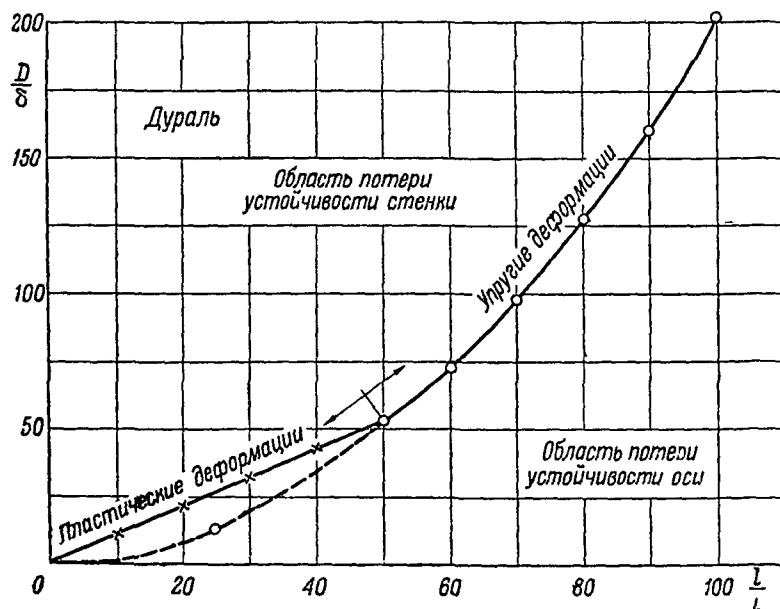
Рациональное соотношение для $\frac{D}{\delta}$ будет (из сравнения двух последних формул)

$$\frac{D}{\delta} = \frac{k}{\pi} \frac{l}{i} \sqrt{\frac{\pi F}{\sigma_b} \frac{1}{\pi - \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_b}\right) \frac{l}{i} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E}}}},$$

где значение η взято из формулы Тетмайера

Зависимость $\frac{D}{\delta}$ в функции $\frac{l}{i}$ графически представлена на фиг 95 для дуралевых труб. Значение коэффициента k взято 0,2.

Фиг 95 показывает, что в зависимости от того, попадает ли данный стержень влево или вправо от сплошной кривой, критические напряжения следует определять соответственно по формуле критических напряжений стенки или оси. Например, при $\frac{D}{\delta} = 25$ и $\frac{l}{i} =$



Фиг 95

$= 30$ необходимо проверять потерю устойчивости оси. При грубых же расчетах, считая модуль продольного изгиба T равным E , пришлось бы проверять устойчивость стенки.

Стержни с начальной кривизной оси. Расчет стержней с сплошными сечениями производят, как указывалось выше, считая суммарные напряжения σ_c от изгиба и сжатия равными σ_b .

Стенка трубы, нагружаясь сжатием от осевой силы и изгибающего момента, работает как цилиндрическая оболочка, ее критические напряжения сжатия, являющиеся для стержня разрушающими напряжениями, определяются по формуле

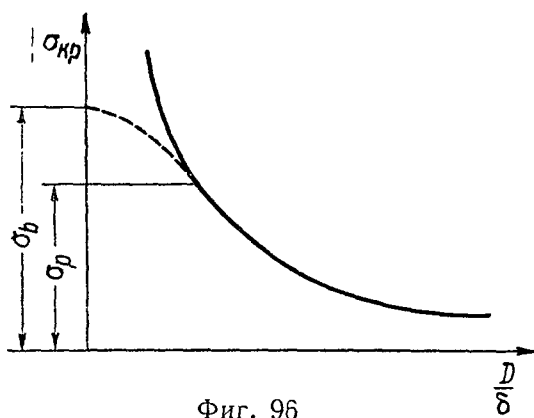
$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\frac{D}{\delta}}$$

Графическое изображение этой формулы представлено на фиг 96 сплошной линией. Ею можно пользоваться до тех пор, пока критические напряжения не превосходят предела пропорциональности.

За пределом пропорциональности критические напряжения определяются по следующей формуле

$$\sigma_{кр} = \frac{kE\sqrt{\eta}}{\frac{D}{\delta}}$$

Графически изображение последней формулы представлено на фиг. 96 пунктирной линией. Здесь условно можно принять для стержней сплошного сечения $\frac{D}{\delta} = 0$ вместо $\frac{D}{\delta} = 2$ (т. е. $\sigma_{кр} = \sigma_b$).



Фиг. 96

Таким образом, трубчатый стержень разрушается от потери устойчивости стенки при суммарных напряжениях σ_c , равных $\sigma_{кр} < \sigma_b$, которые подсчитываются в зависимости от $\frac{D}{\delta}$.

Только стержень сплошного сечения ($\frac{D}{\delta} \approx 0$) будет разрушаться от суммарных напряжений, равных σ_b .

Для расчета на разрушение искривленного полого стержня, нагруженного сжатием, необходимо найти $\sigma_{кр}$ стенки в зависимости от $\frac{D}{\delta}$. Считая

$\sigma_{кр}$ стенки за суммарные разрушающие напряжения σ_c от сжатия и изгиба, по соответствующим уравнениям, которые были указаны выше, можно определить напряжения чистого сжатия $\sigma_{сж}$, при котором разрушается стержень.

Графики для расчета стержней на продольный изгиб

На фиг. 97—188 приводятся графики для расчета действительных стержней на продольный изгиб с шарнирно-опертыми и с полузашемленными концами ($C=2$). Предварительная кривизна оси и эксцентричное приложение силы сжатия учтены коэффициентами: стрела предварительной кривизны $f_{макс}$ взята равной $\frac{1}{600}l$ и эксцентриситет — $e = \frac{1}{40}D$.

При построении графиков считалось, что разрушение полых стержней происходит от потери устойчивости стенок сечения как в пределе пропорциональности, так и за ним, причем в зависимости от величины $\frac{D}{\delta}$ критические напряжения потери устойчивости стенок были приняты за наибольшие допустимые суммарные напряжения σ_c от изгиба и сжатия.

Кривые $\sigma_{сж} = \varphi\left(\frac{l}{i}\right)$ для различных $\frac{D}{\delta}$, а следовательно, для различных σ_c , строились на основании вышеизложенного, в пределе пропорциональности по уравнению

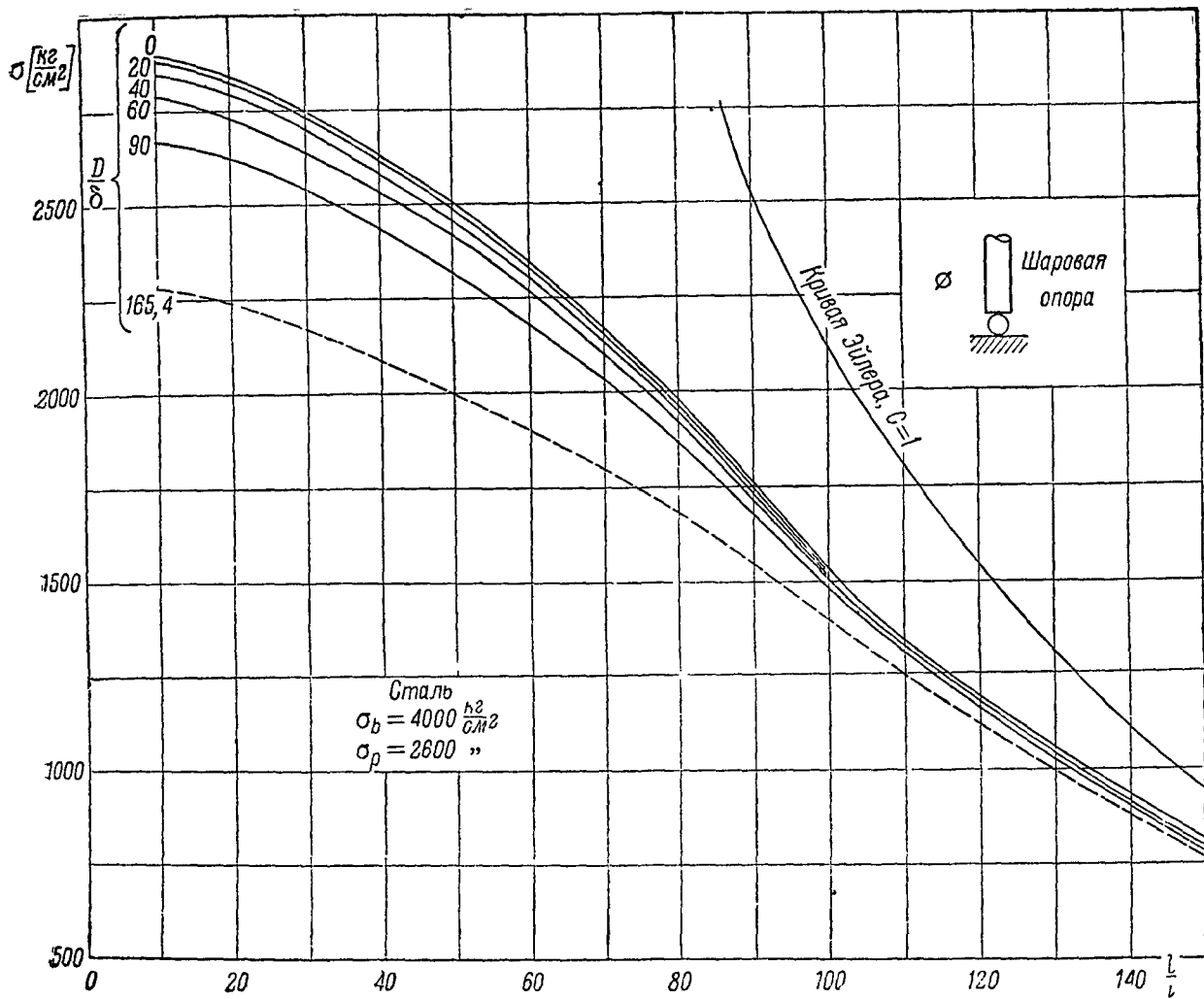
$$\sigma_{сж} = Cn\sigma_k - \sqrt{(Cn\sigma_k)^2 - 0,9 C\sigma_c \sigma_k}$$

и за пределом пропорциональности — по уравнению:

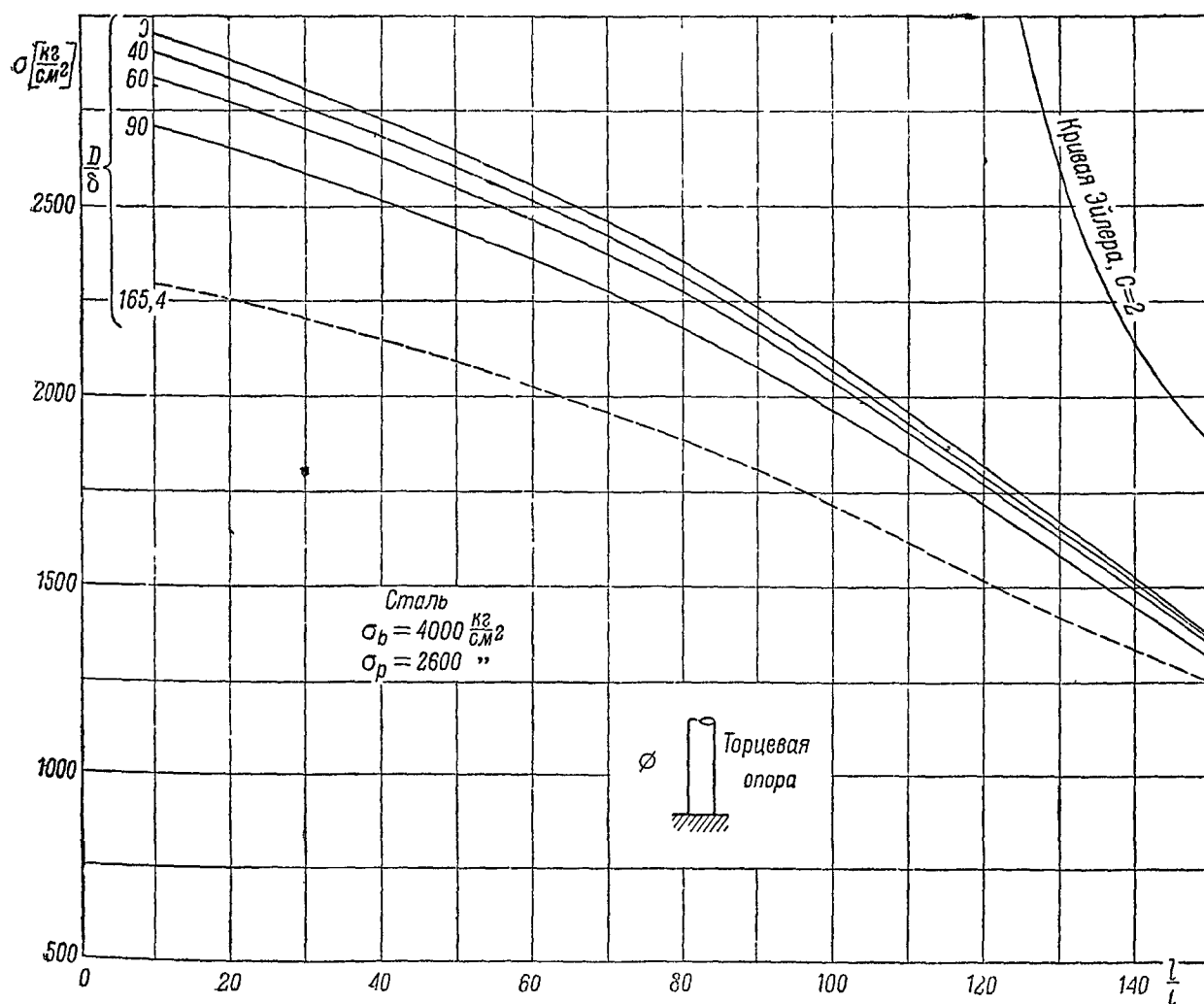
$$\sigma_{сж} = \frac{\sigma_b + \sigma_1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\sigma_b - \sigma_1}{(\sigma_b - \sigma_p)^2} (\sigma_b - \sigma_c)^2.$$

Кривые $P = f(l)$ для различных сечений получены перестроением кривых $\sigma_{сж} = \varphi\left(\frac{l}{i}\right)$. На кривых $\sigma_{сж} = \varphi\left(\frac{l}{i}\right)$ пунктирные кривые соответ-

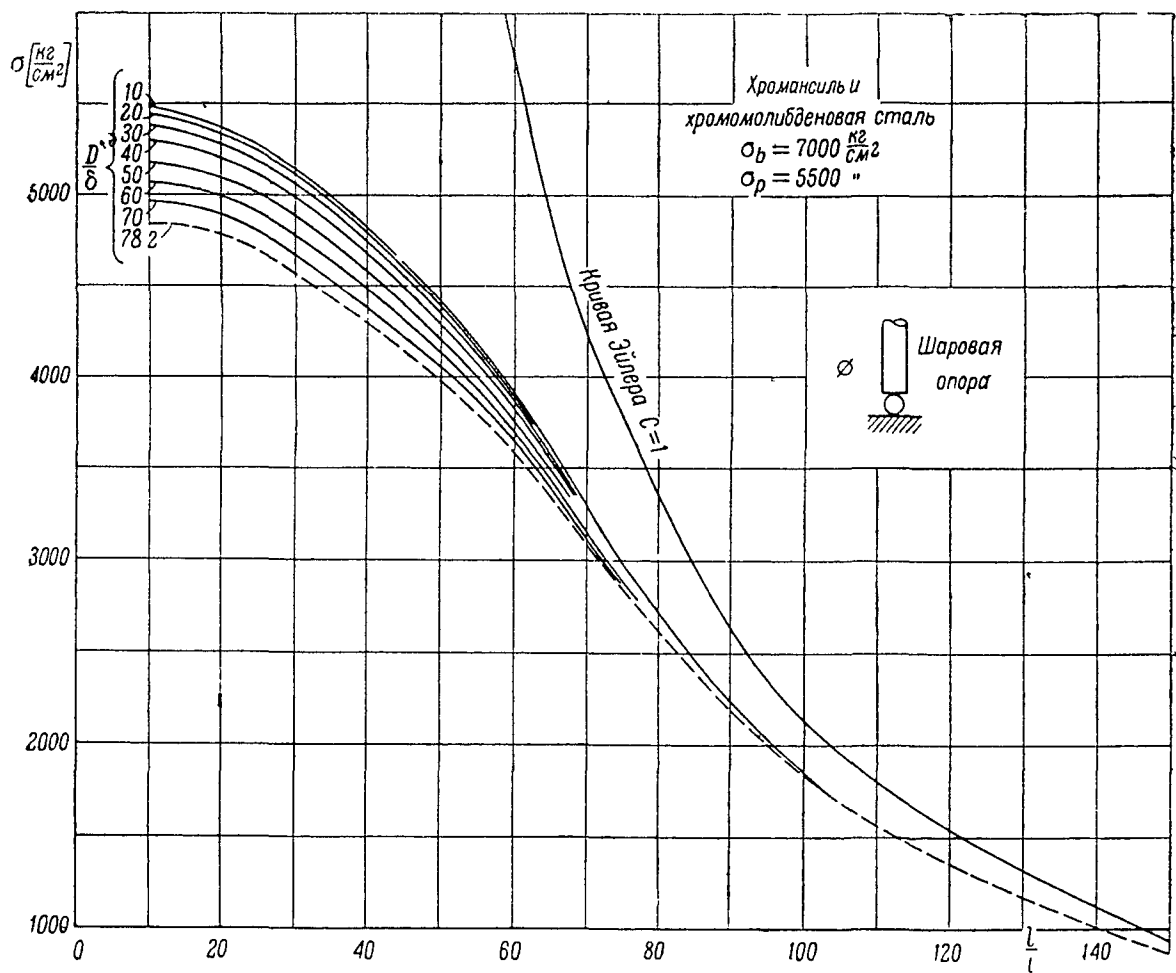
[см. стр. 177]



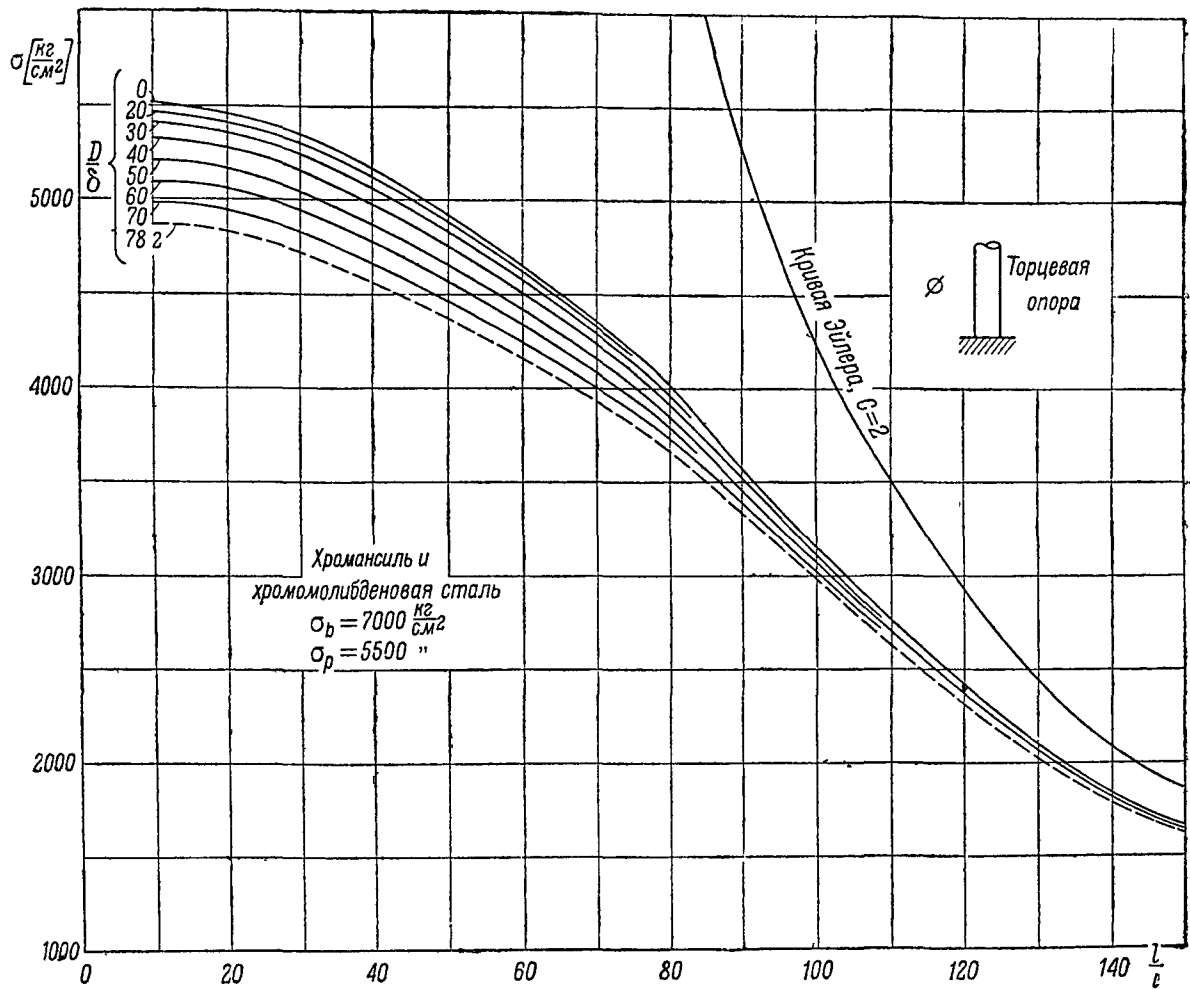
Фиг 97



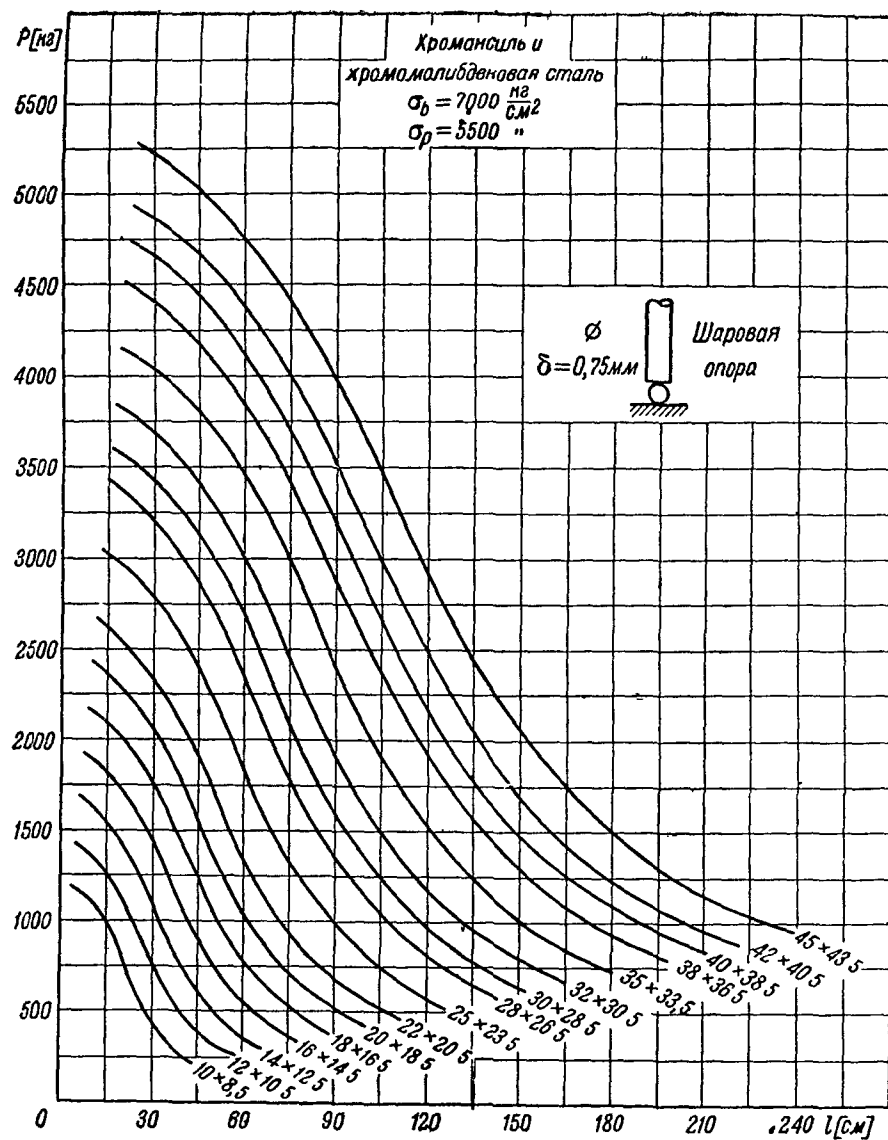
Фиг 98



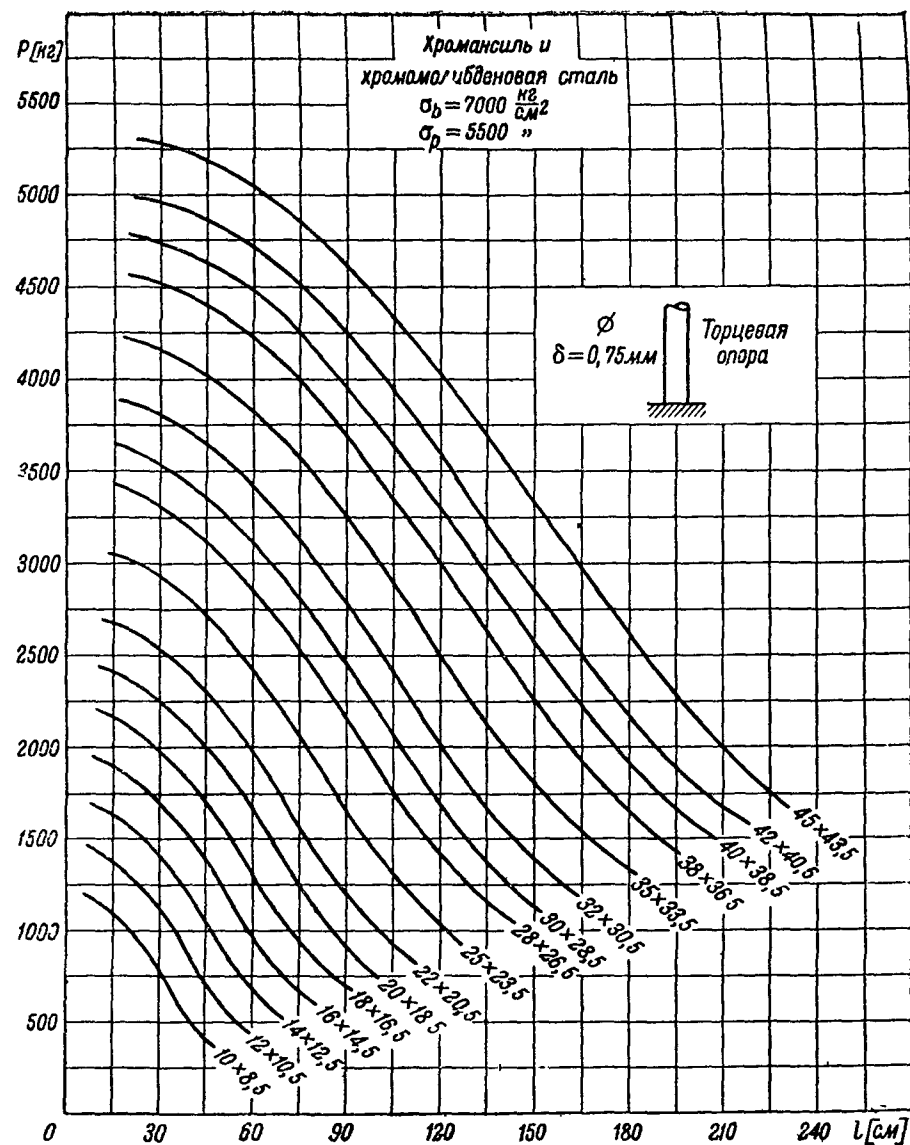
Фиг 99



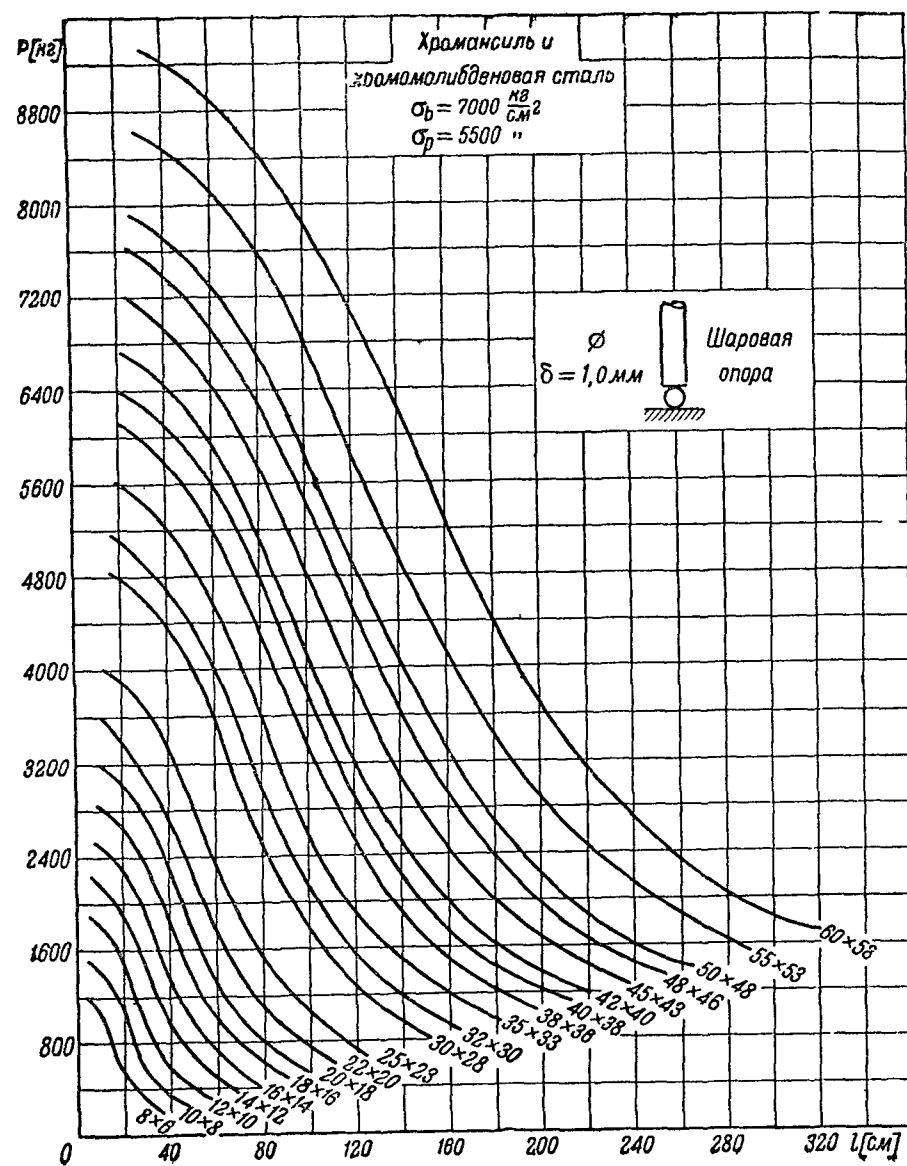
Фиг 100



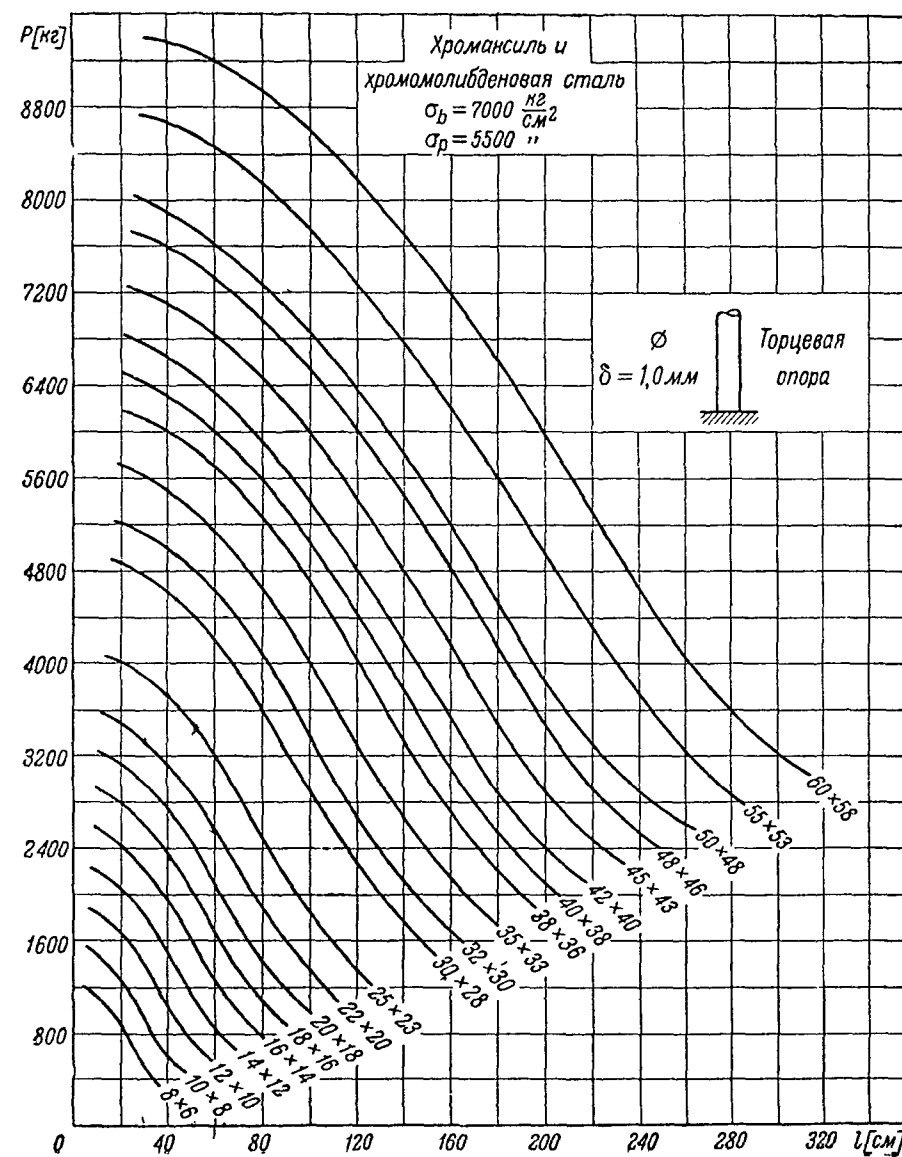
Фиг 101



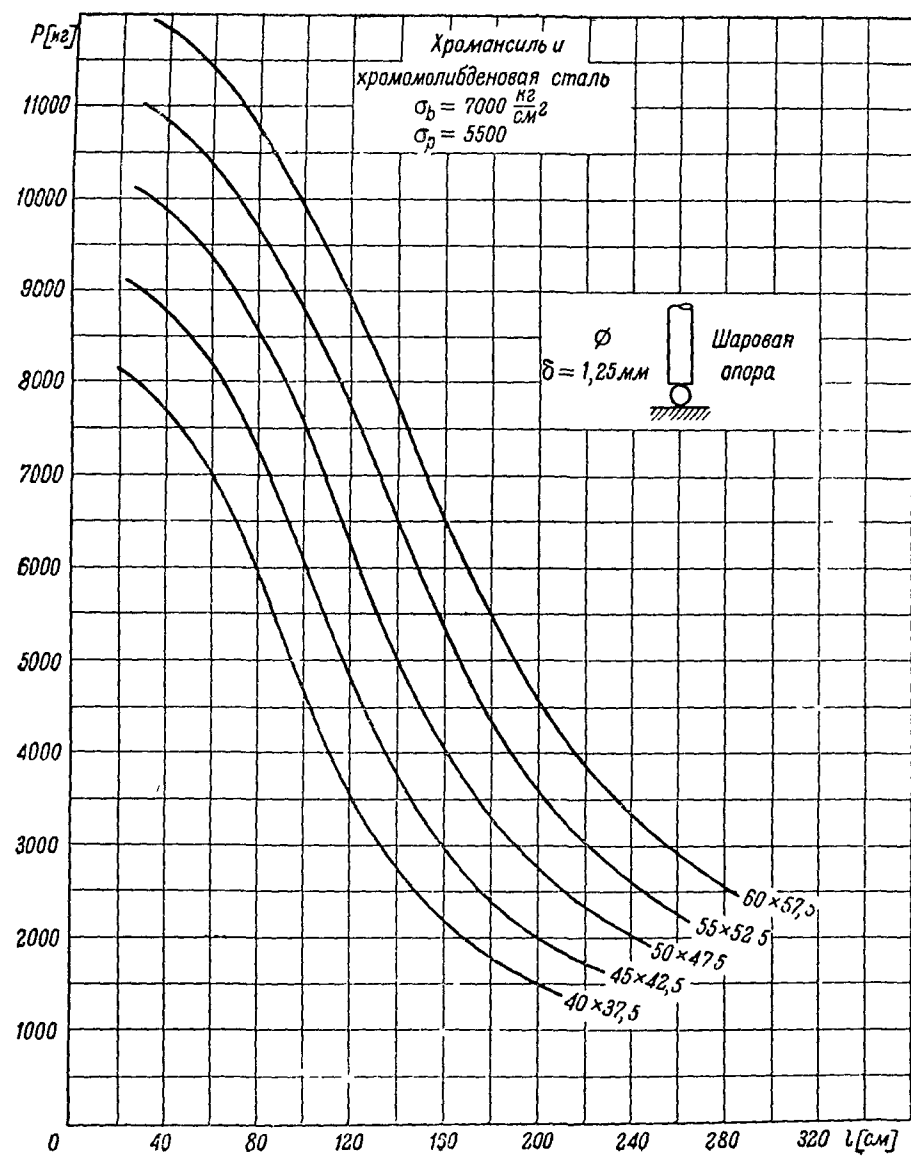
Фиг 102



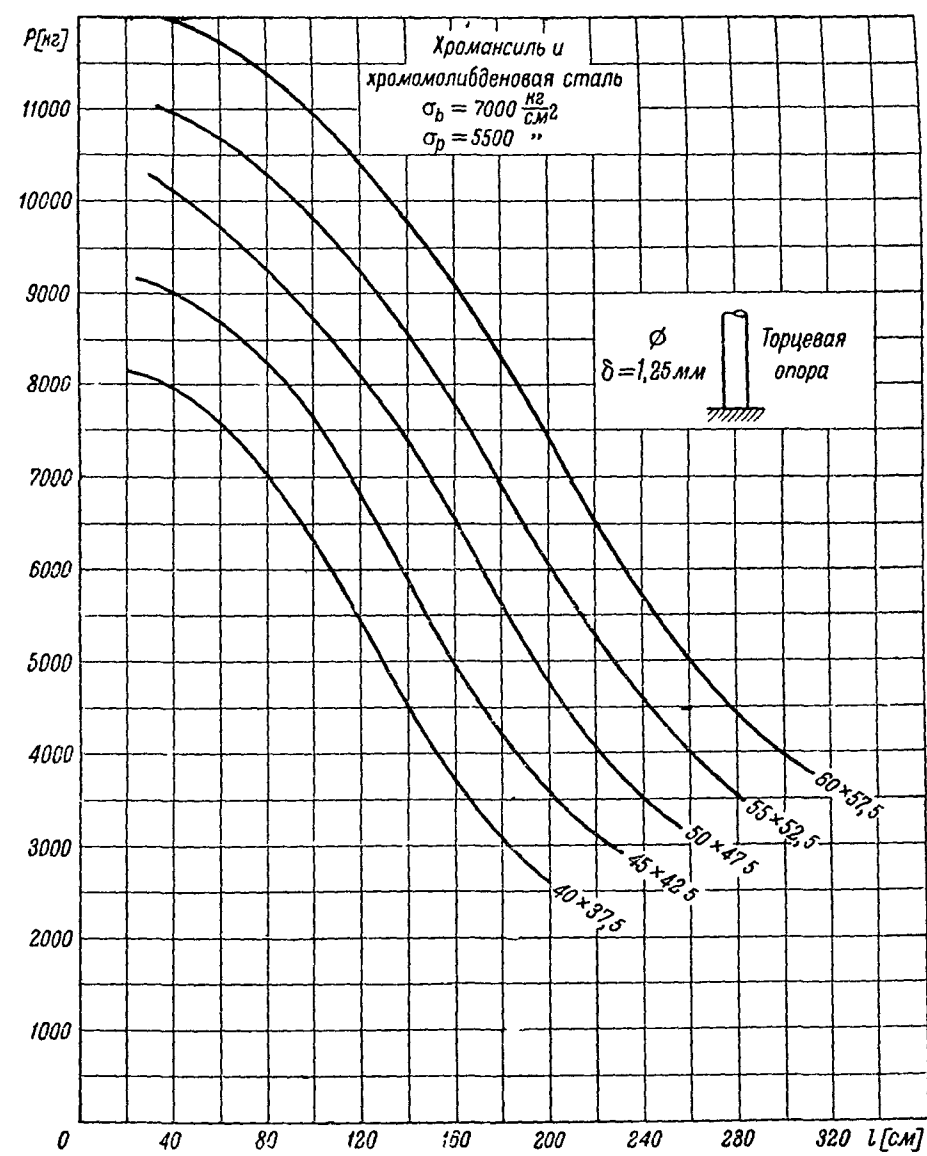
Фиг 103



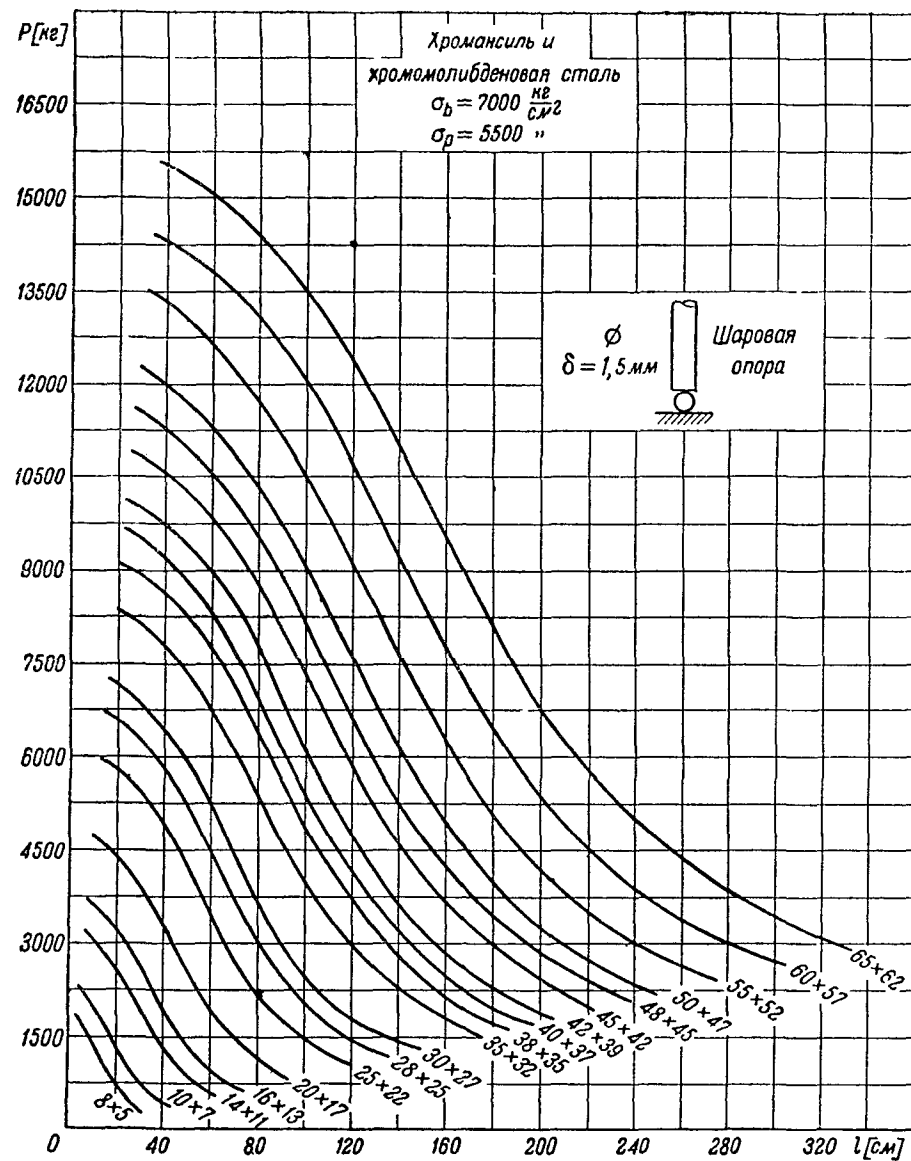
Фиг 104



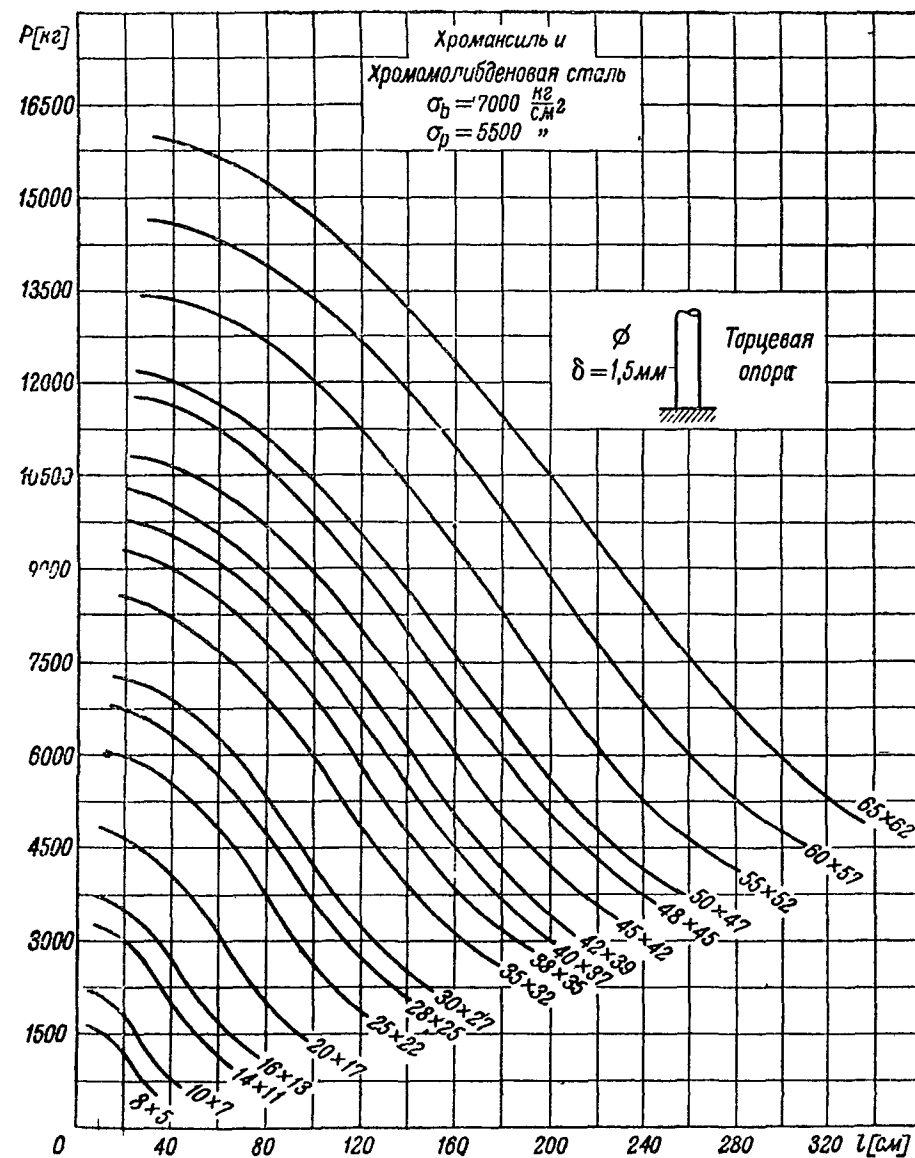
Фиг 105



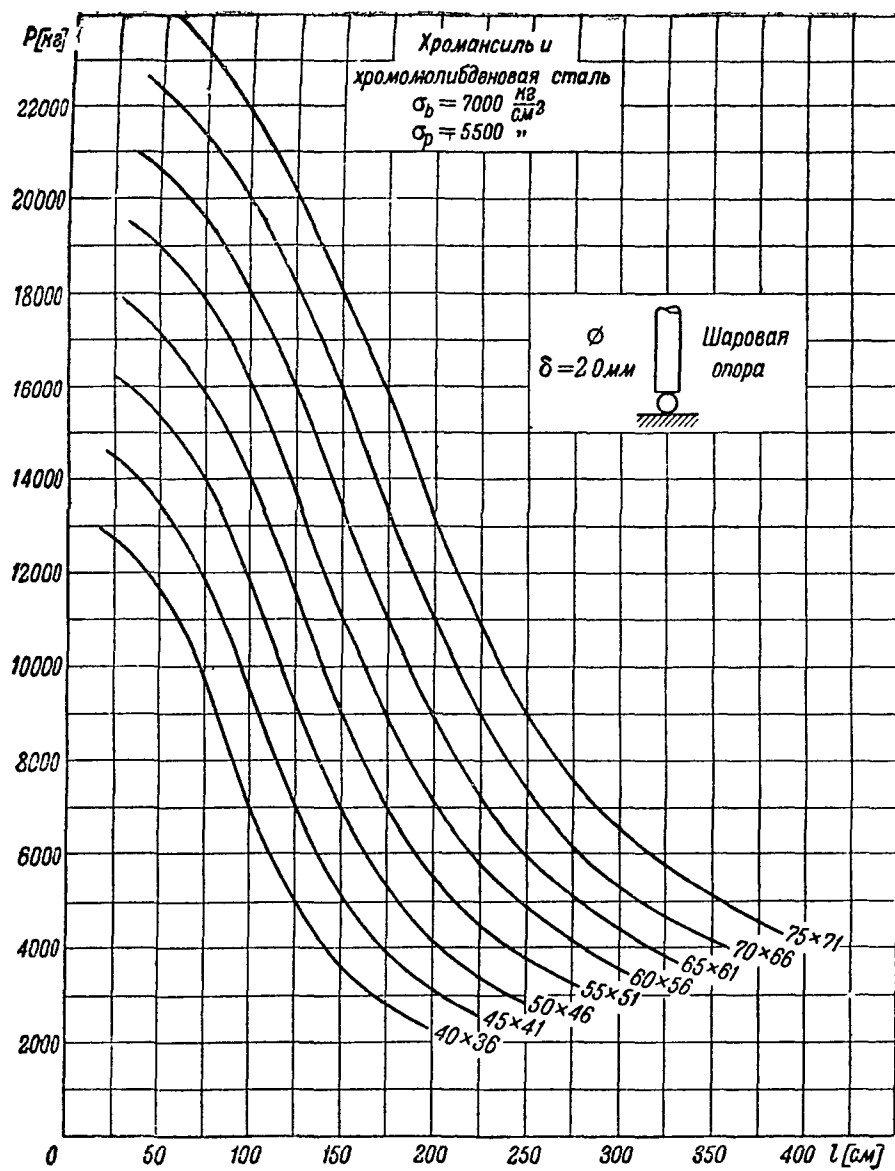
Фиг 106



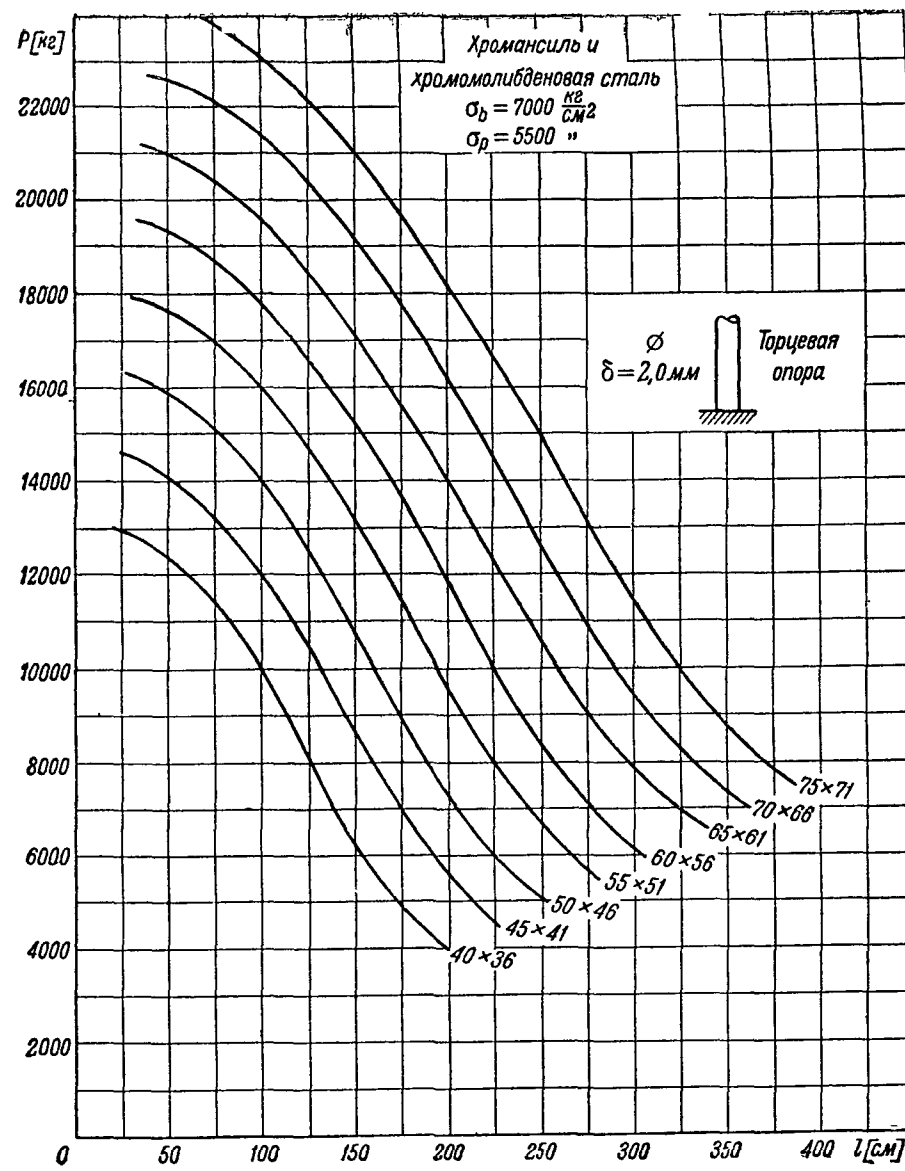
Фиг 107



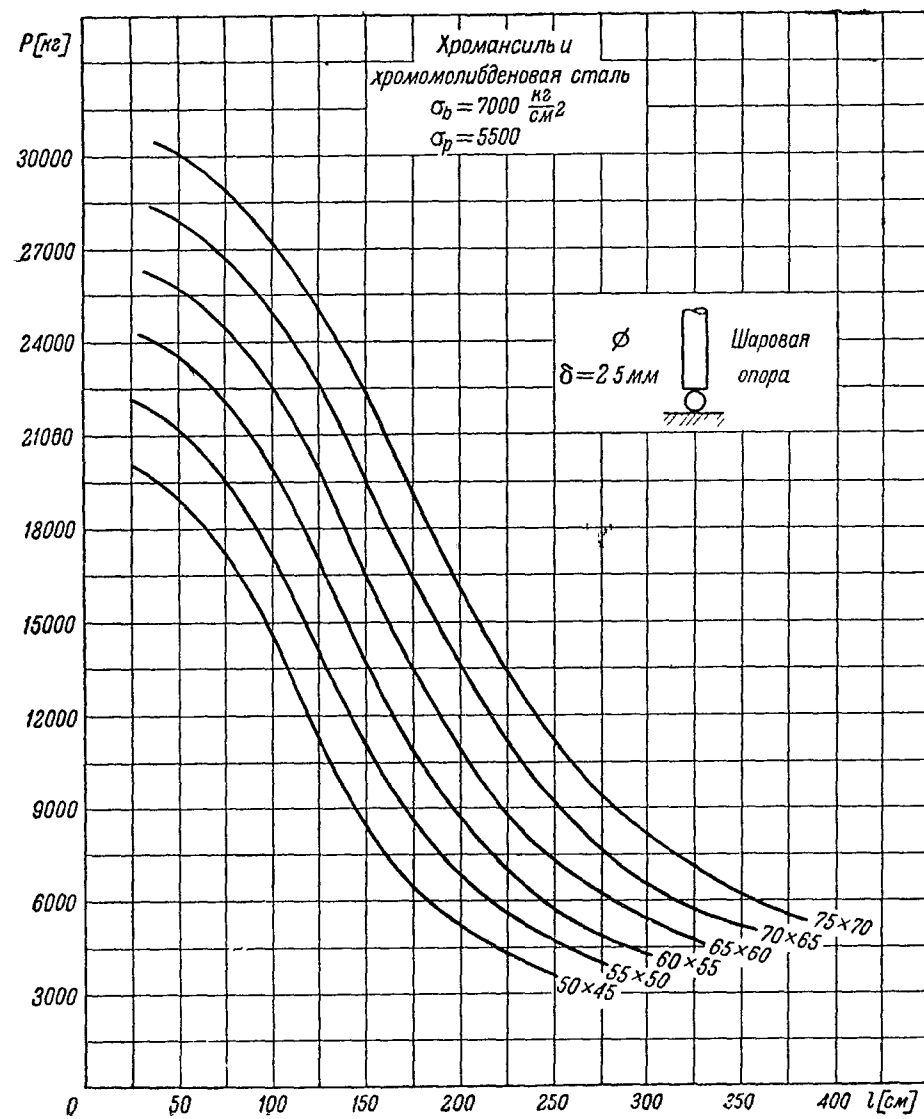
Фиг 108



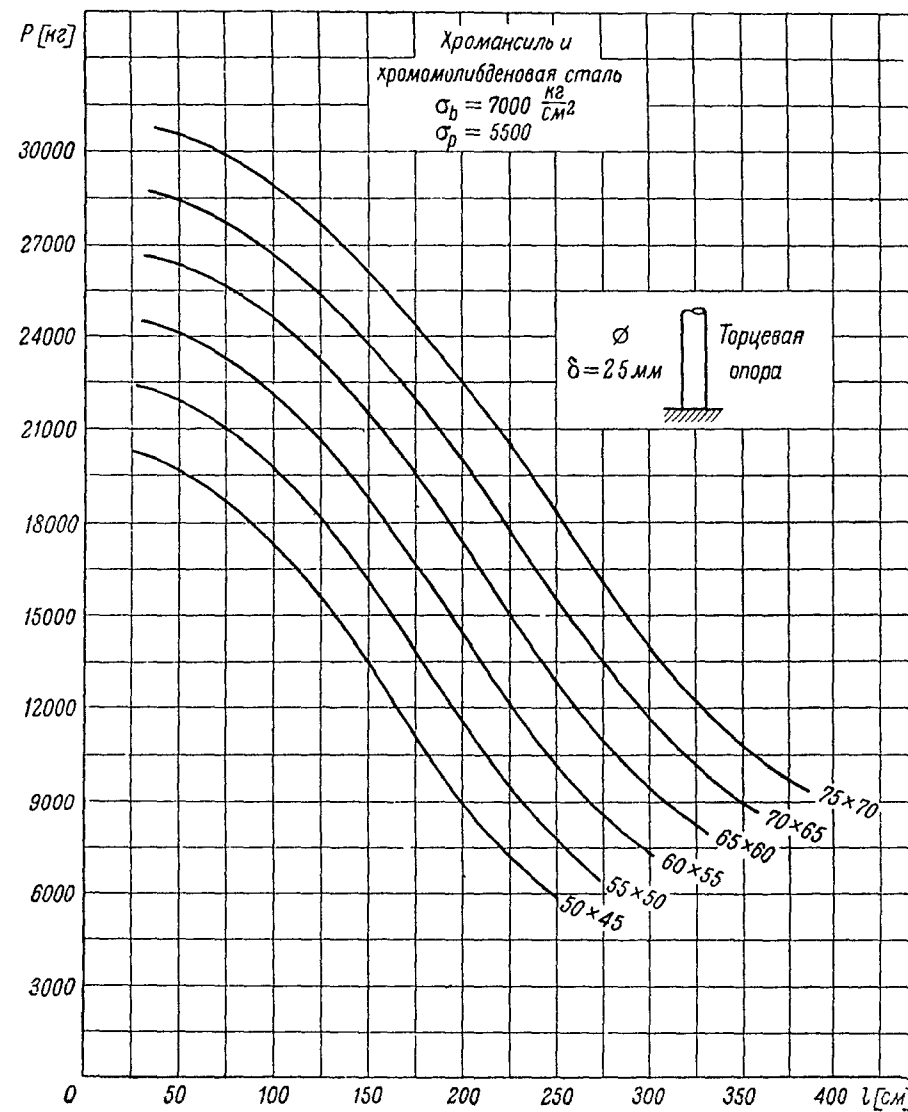
Фиг 109



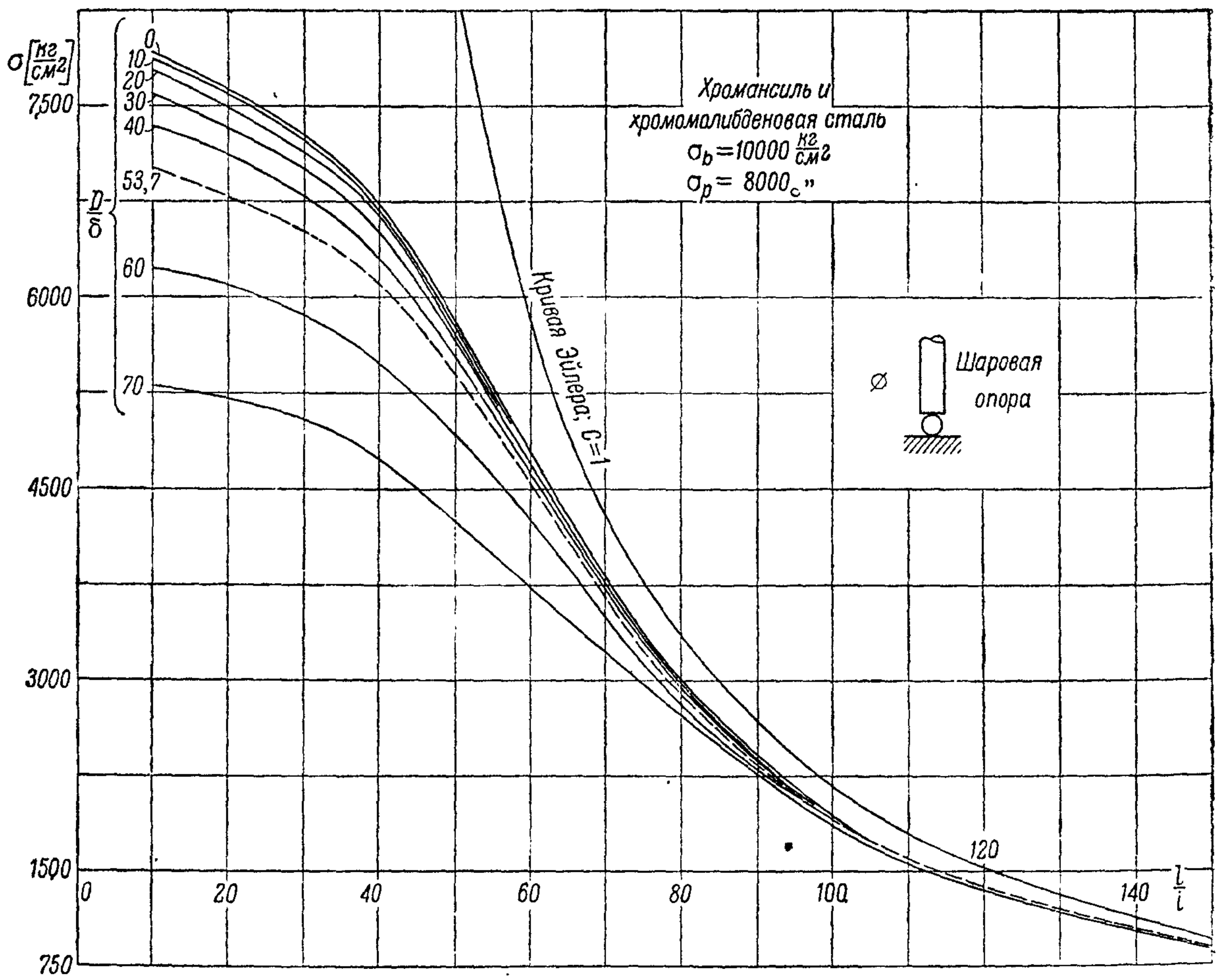
Фиг 110



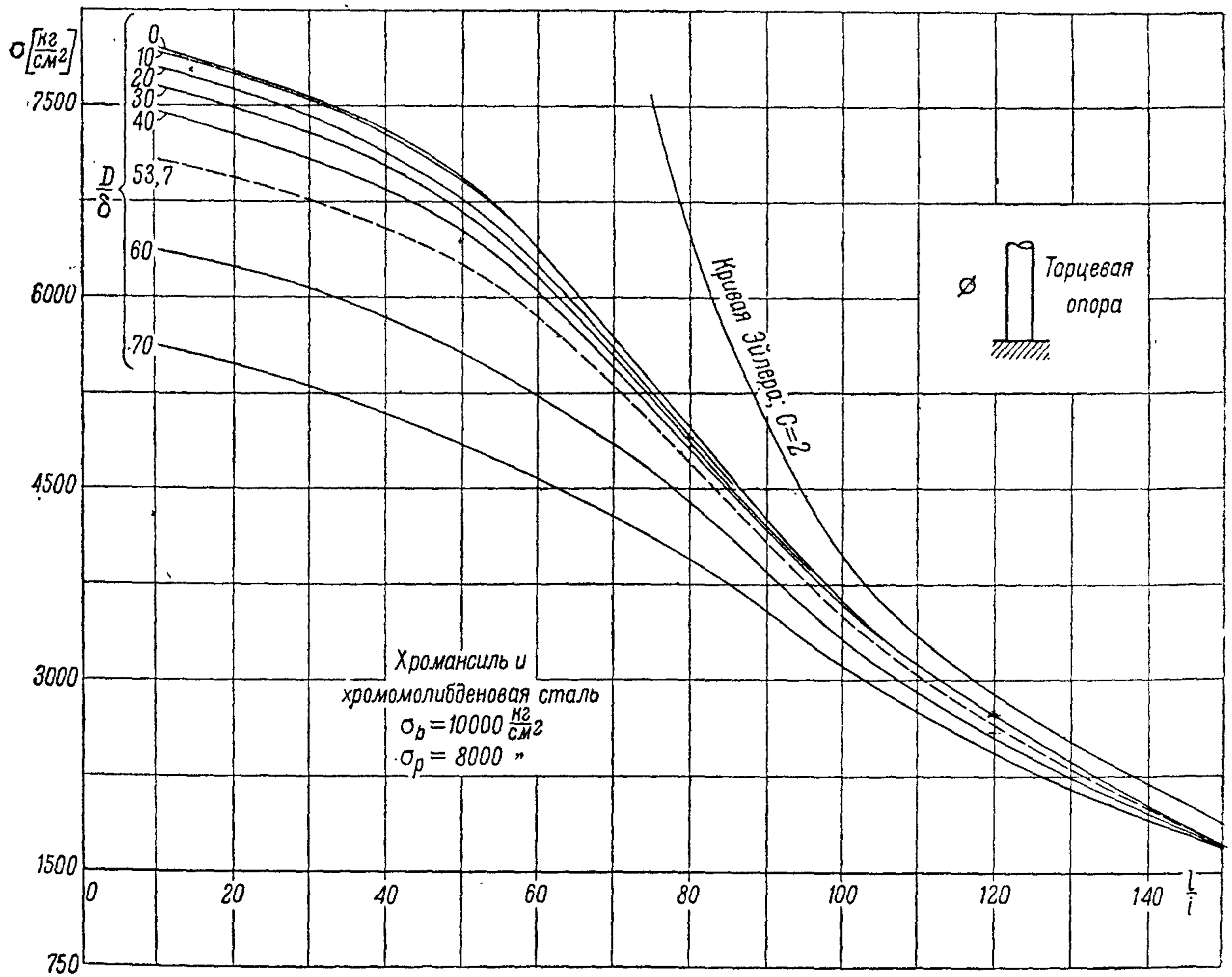
Фиг 111



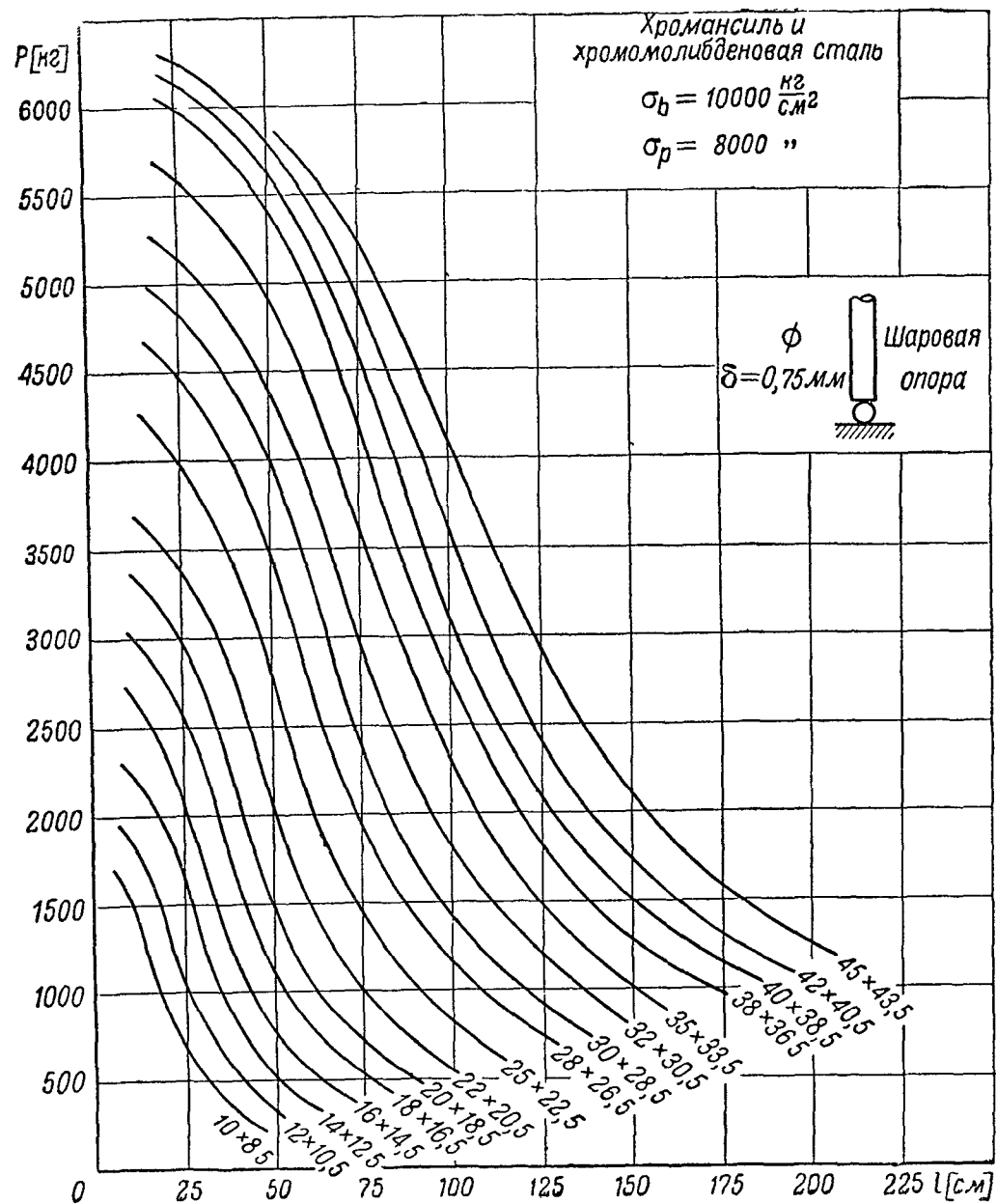
Фиг 112



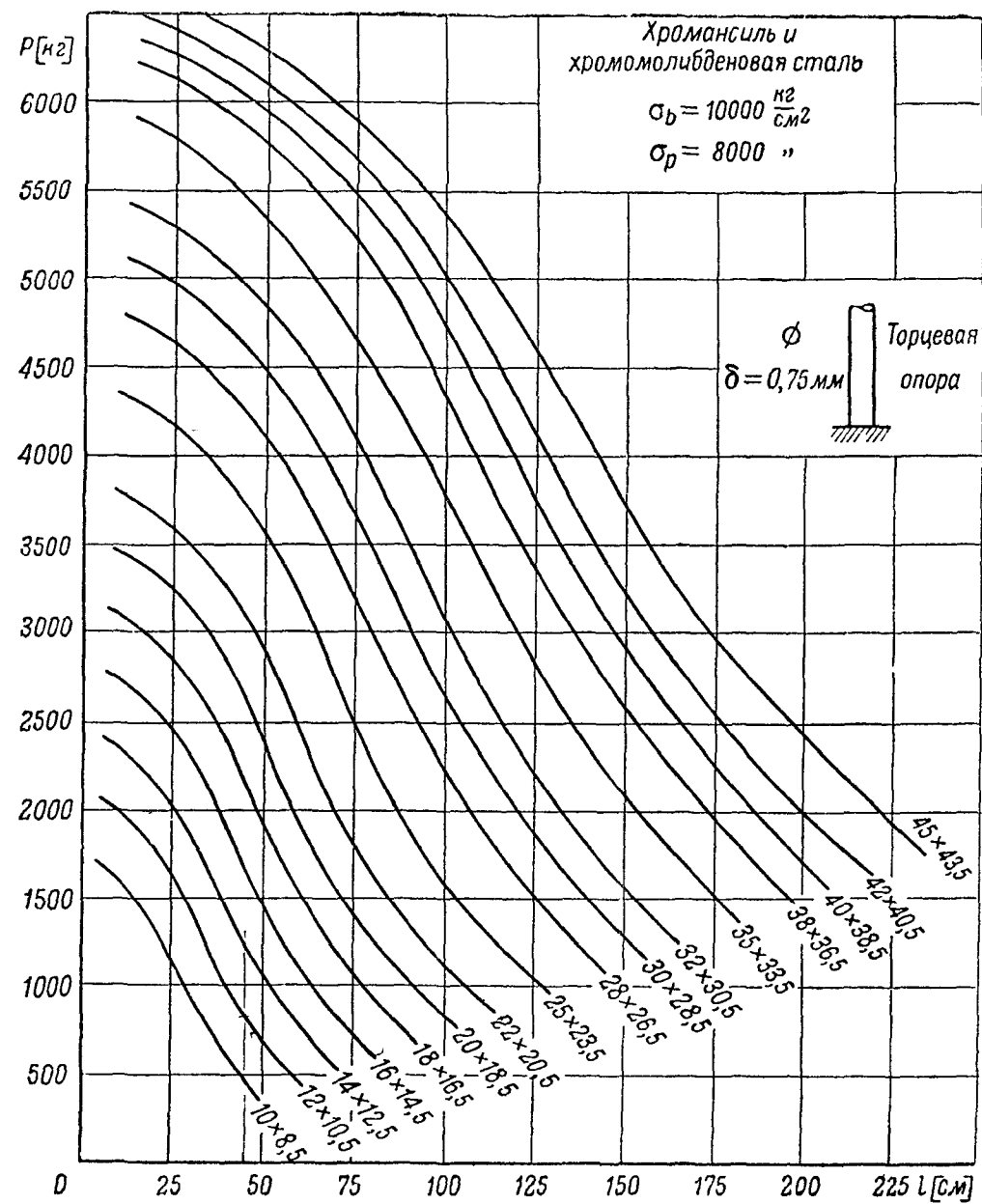
Фиг. 113



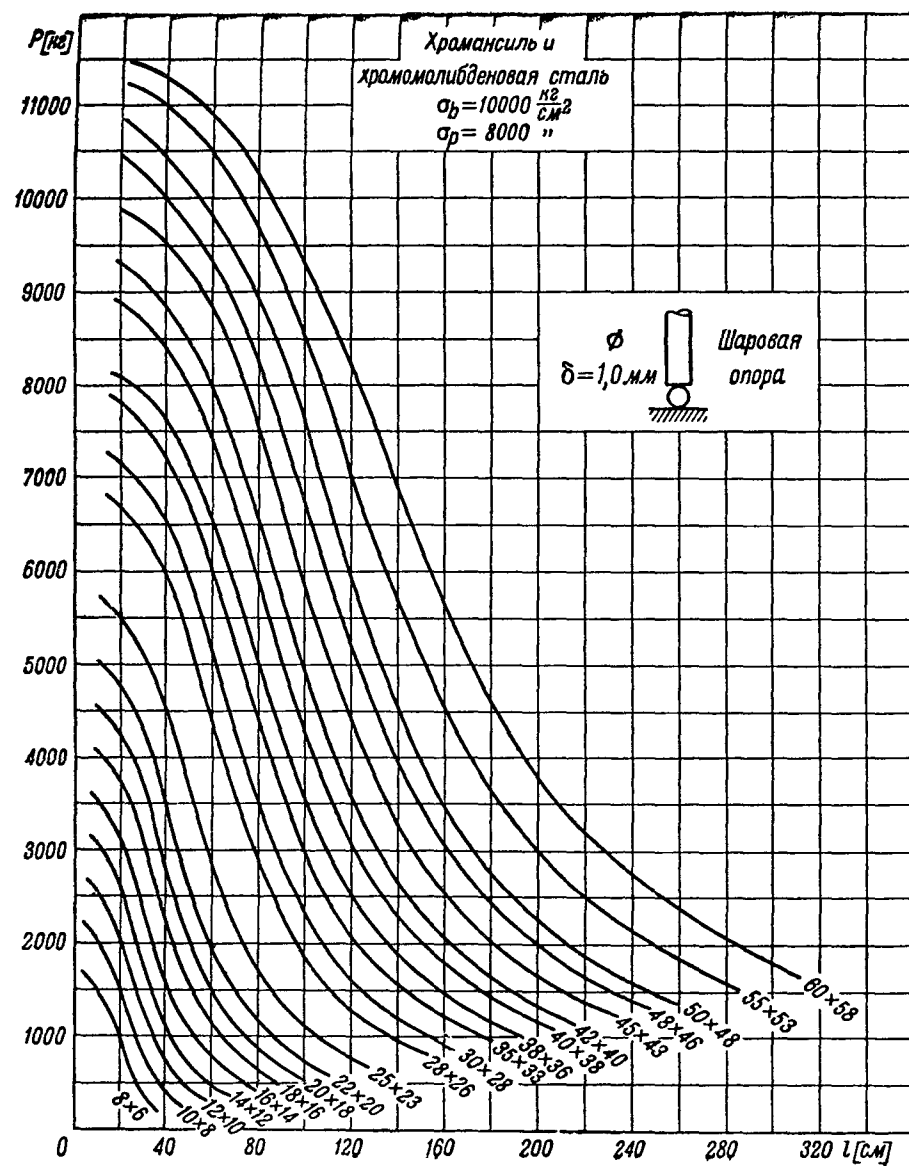
Фиг. 114



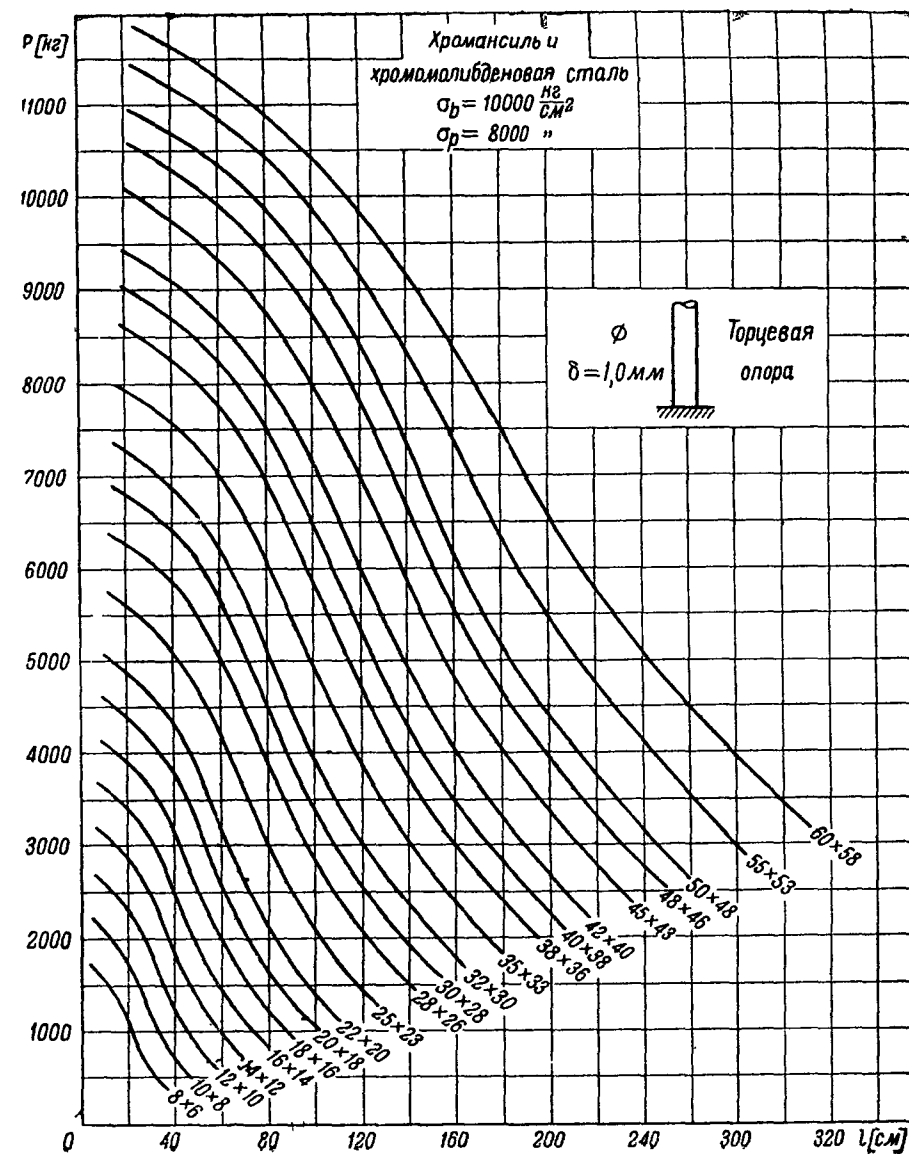
Фиг 115



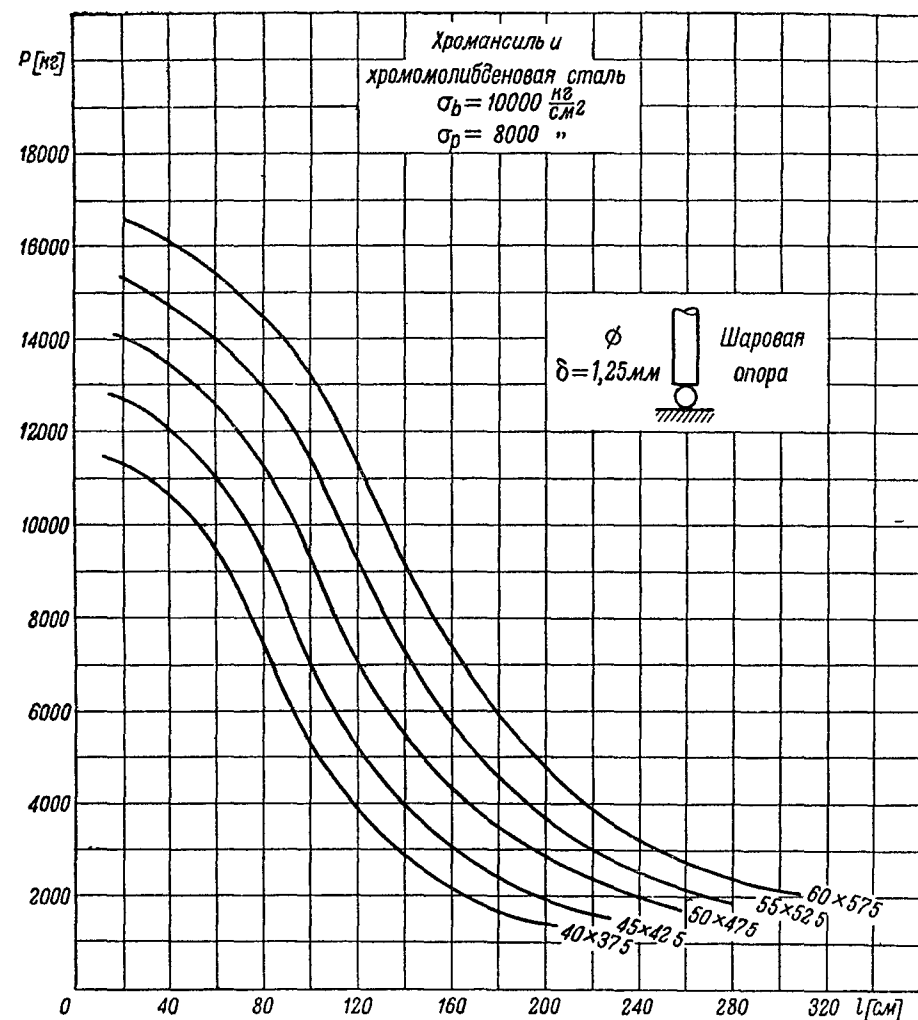
Фиг 116



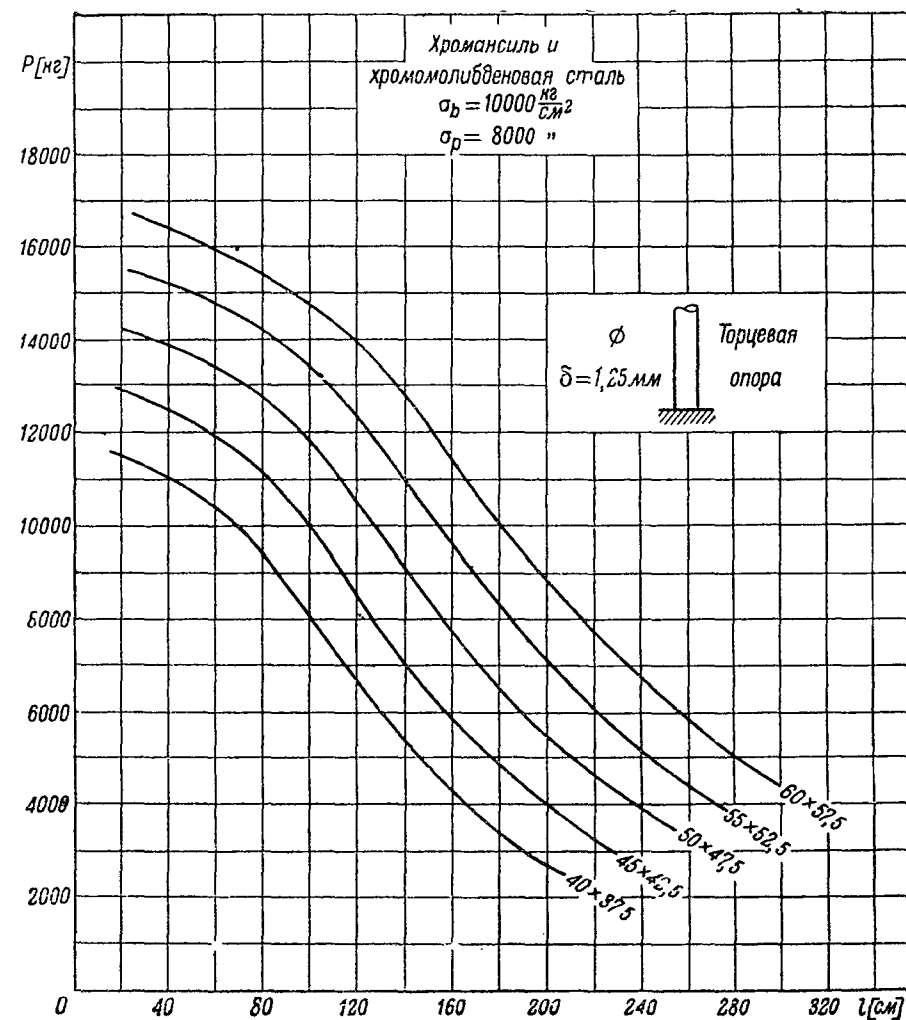
Фиг 117



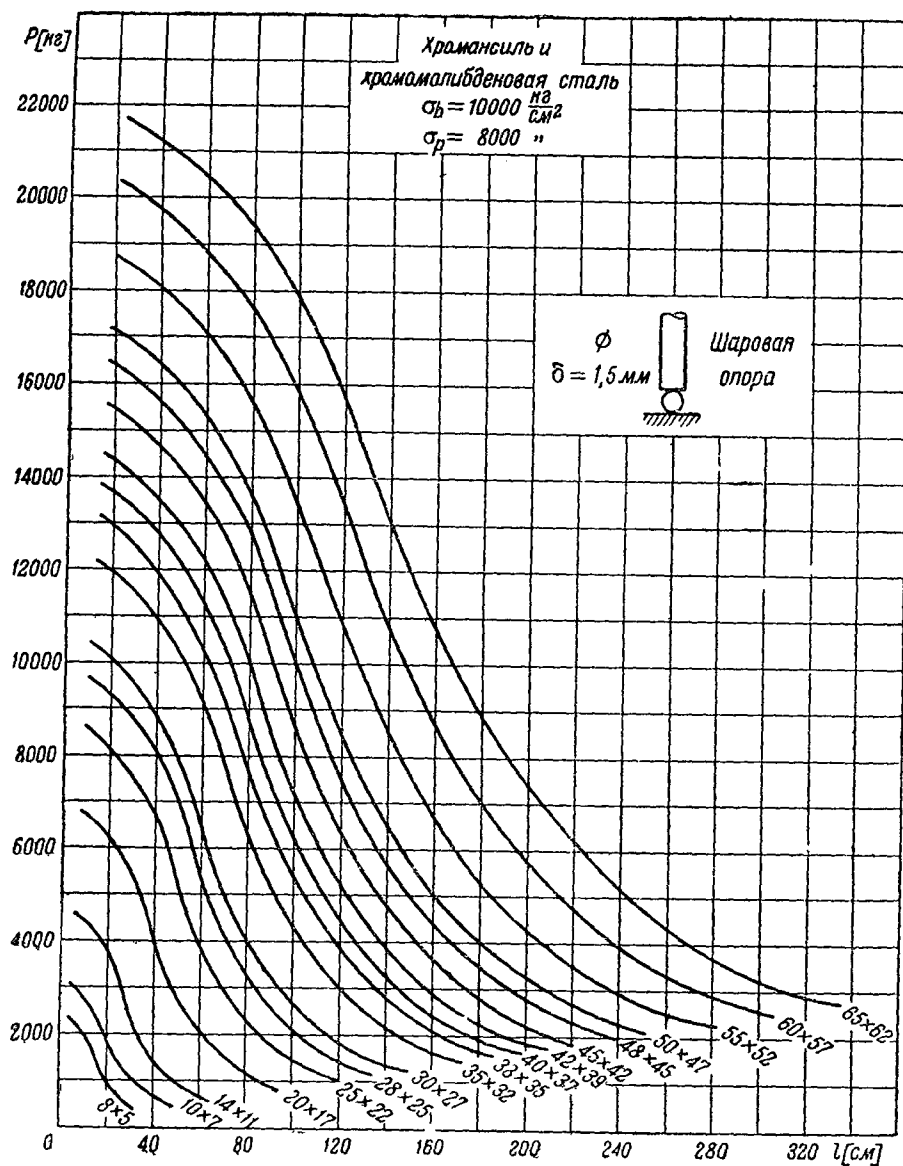
Фиг 118



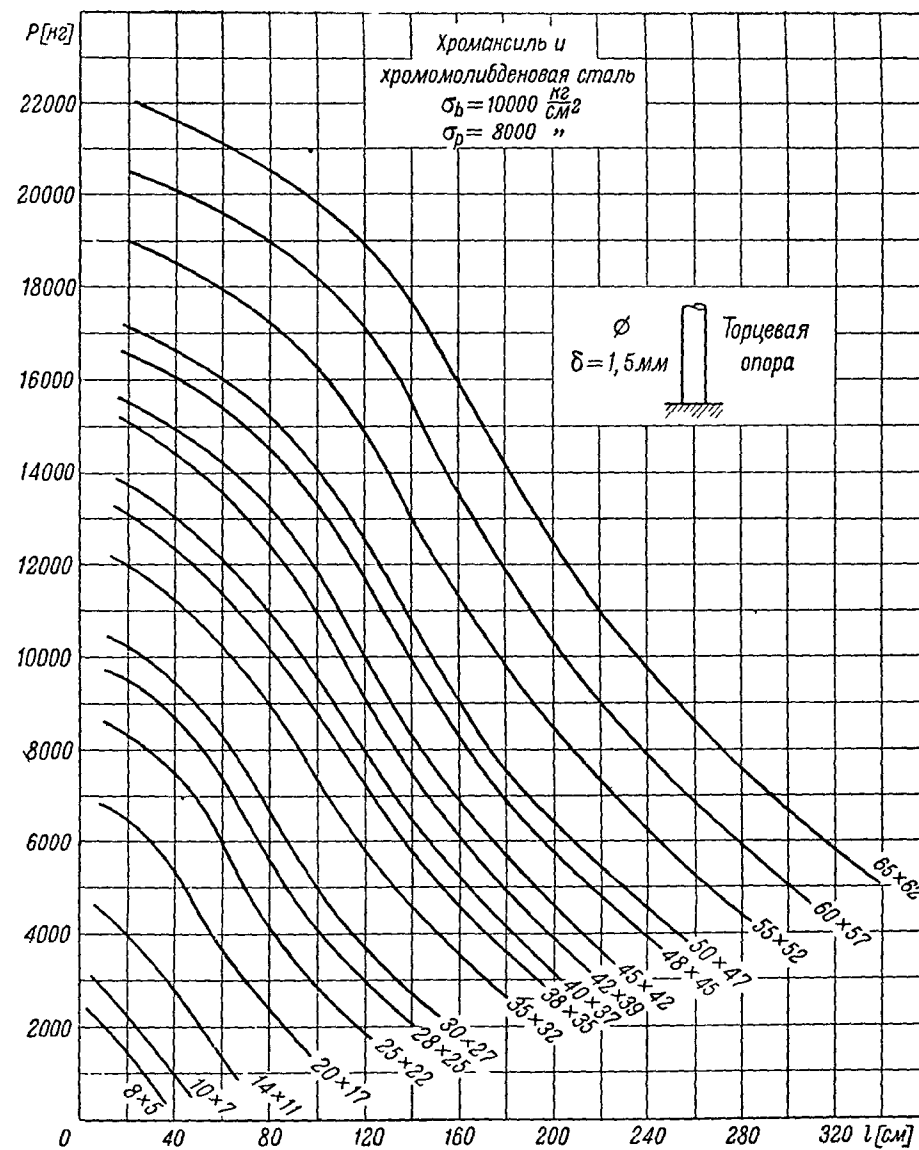
Фиг 119



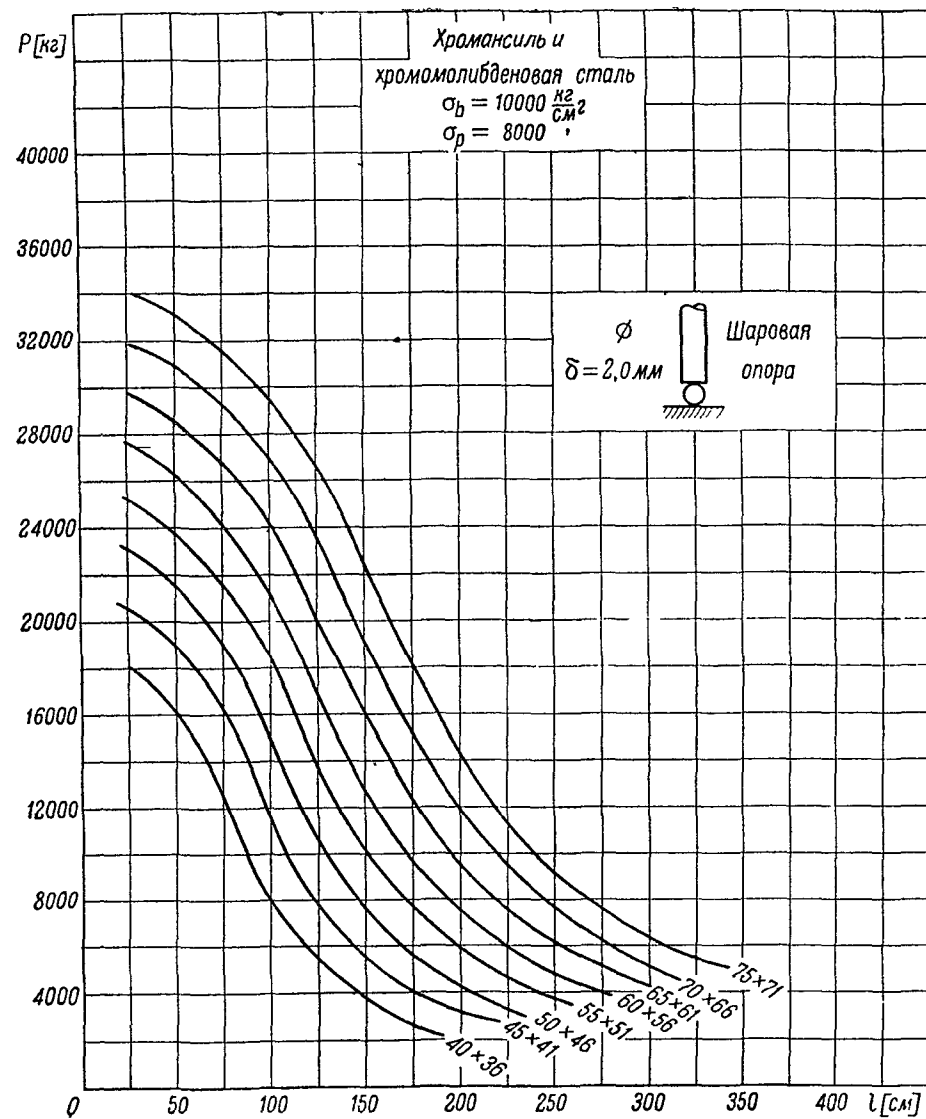
Фиг 120



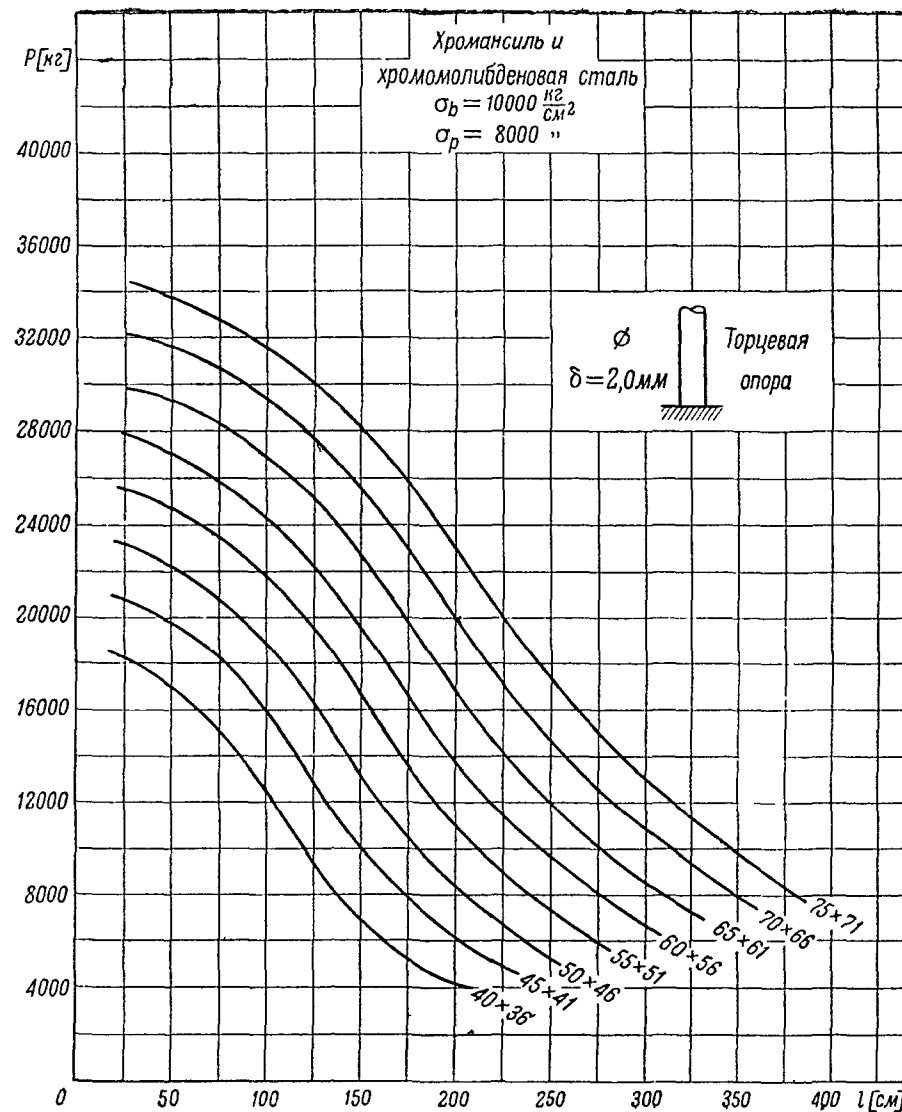
Фиг 121



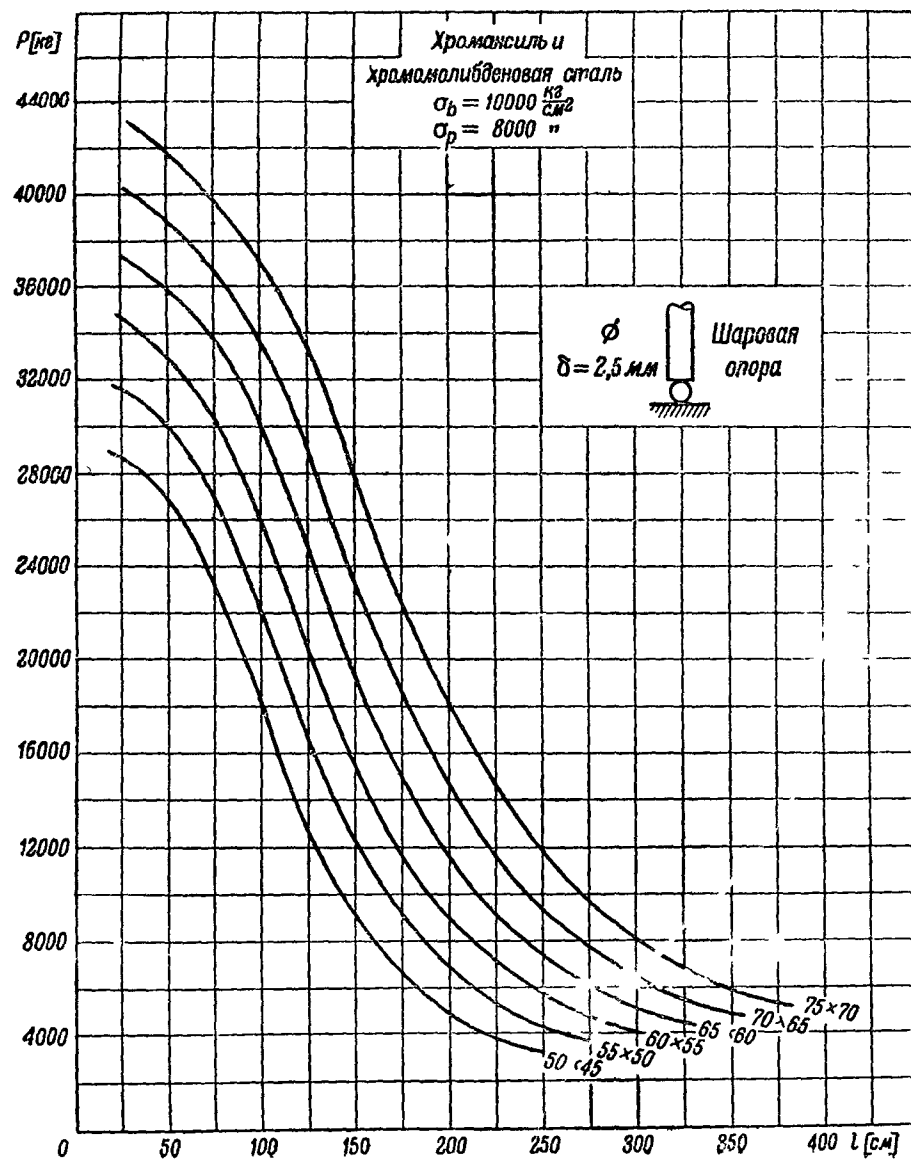
Фиг 122



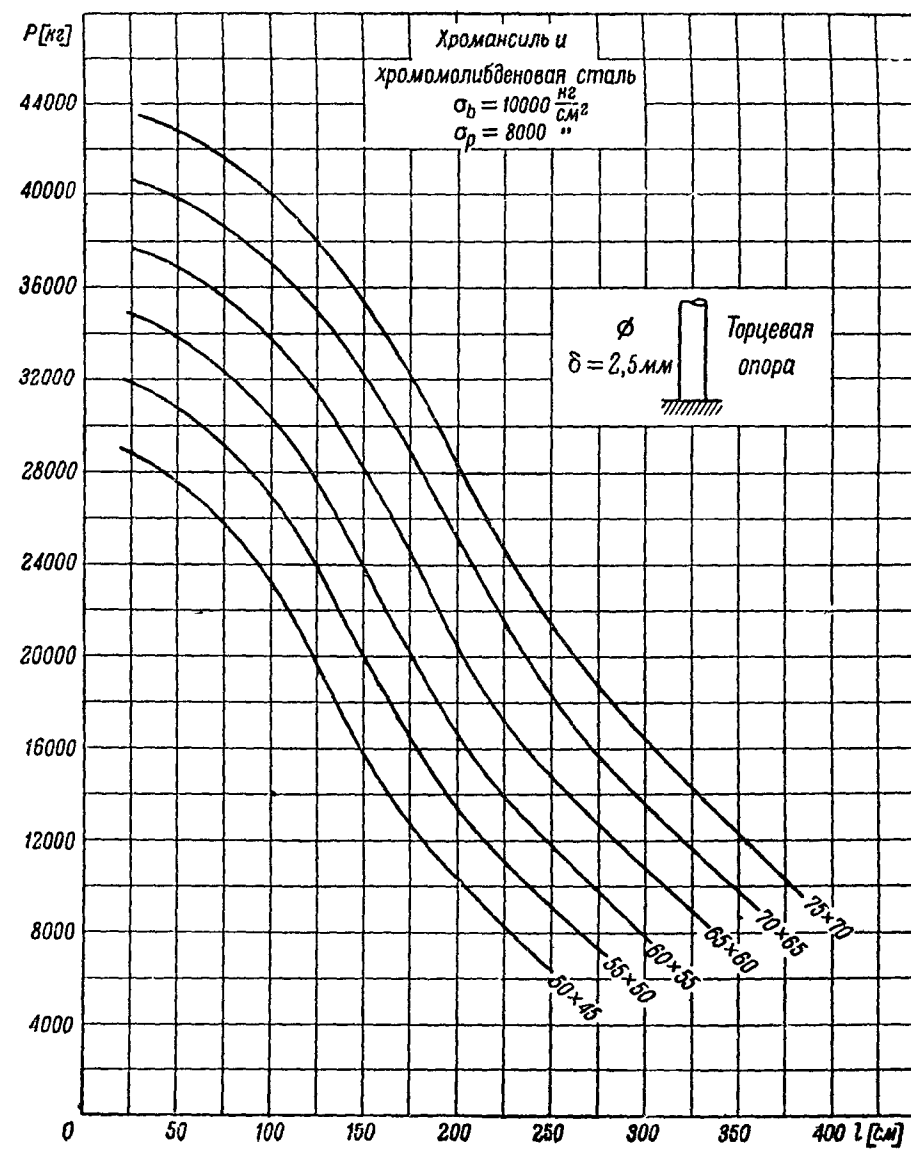
Фиг 123



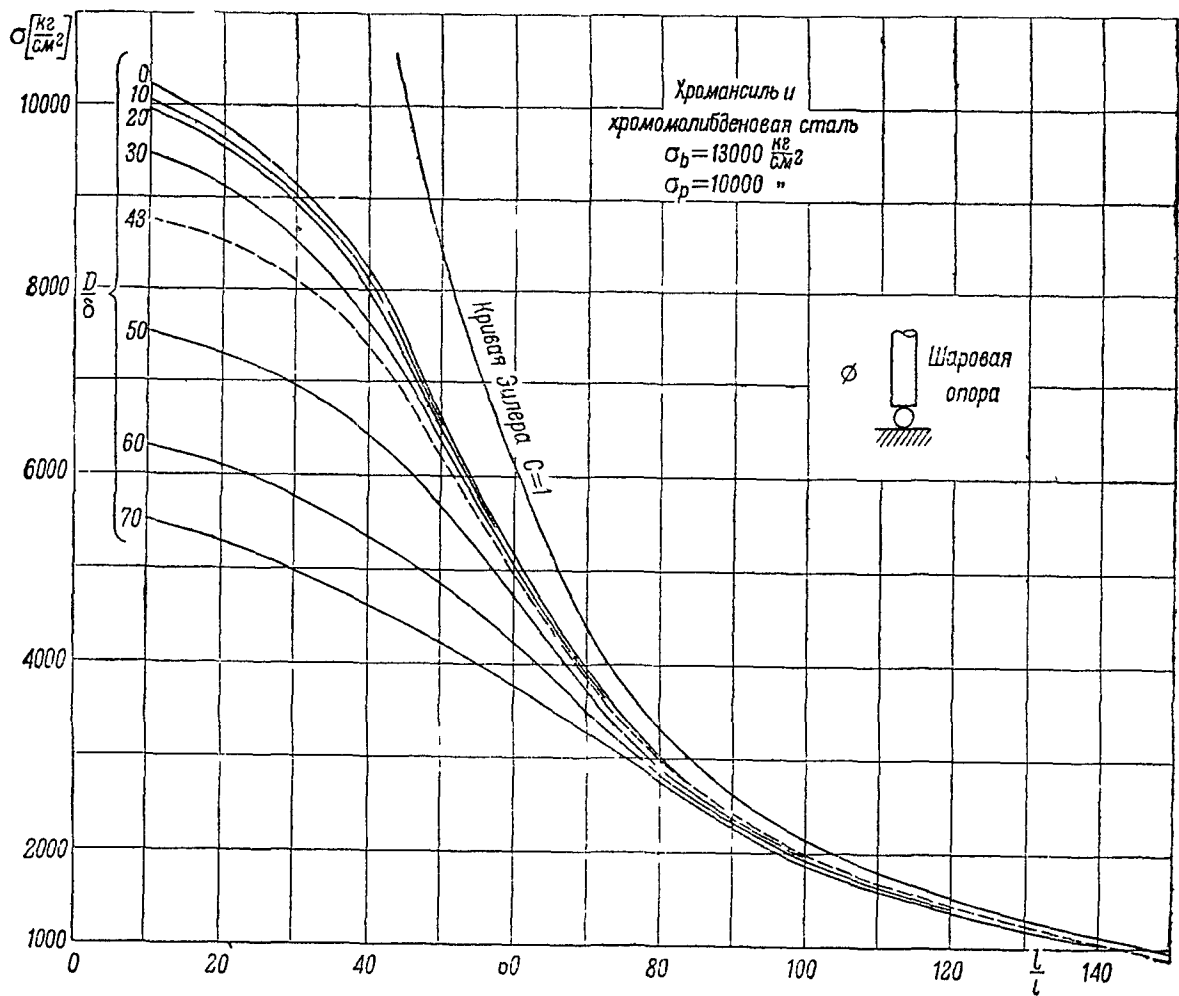
Фиг 124



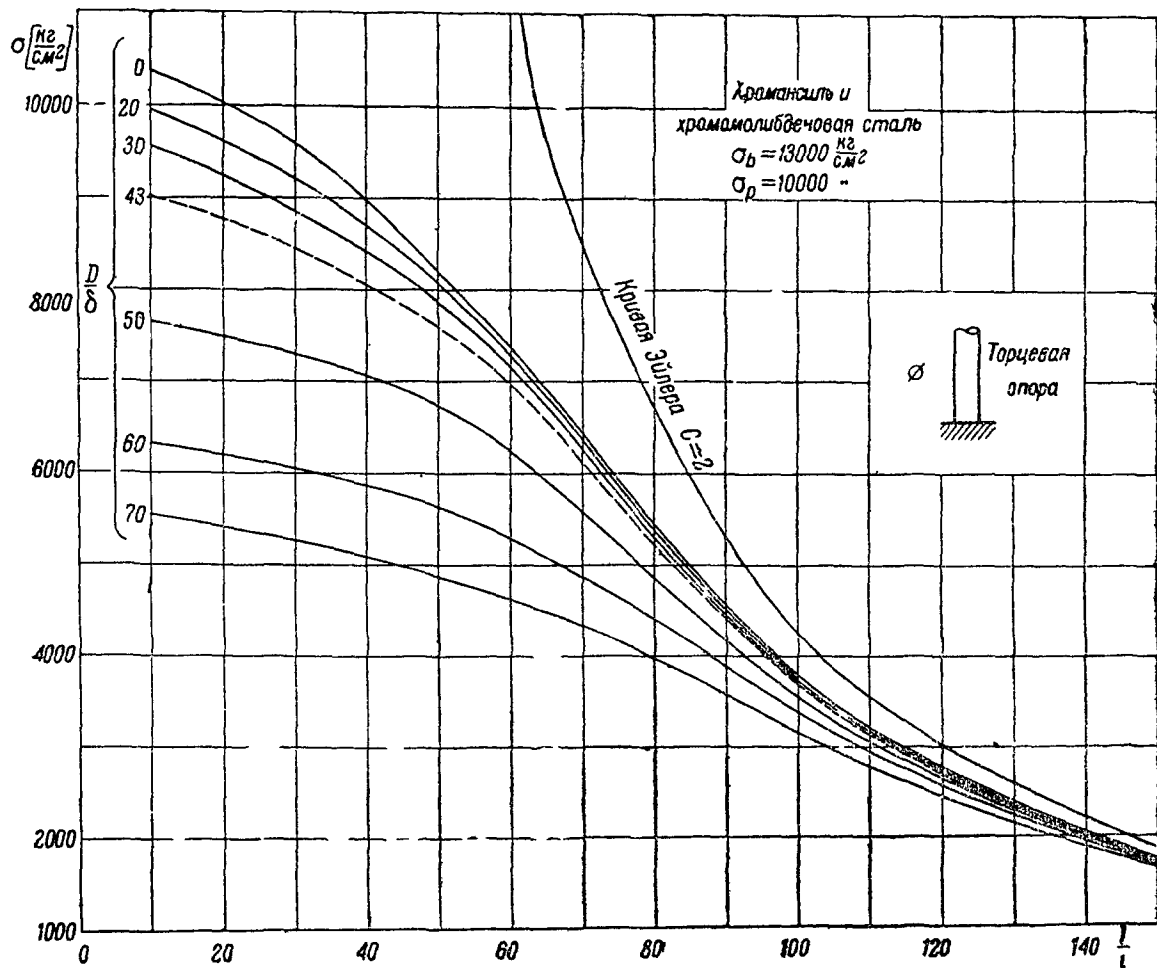
Фиг 125



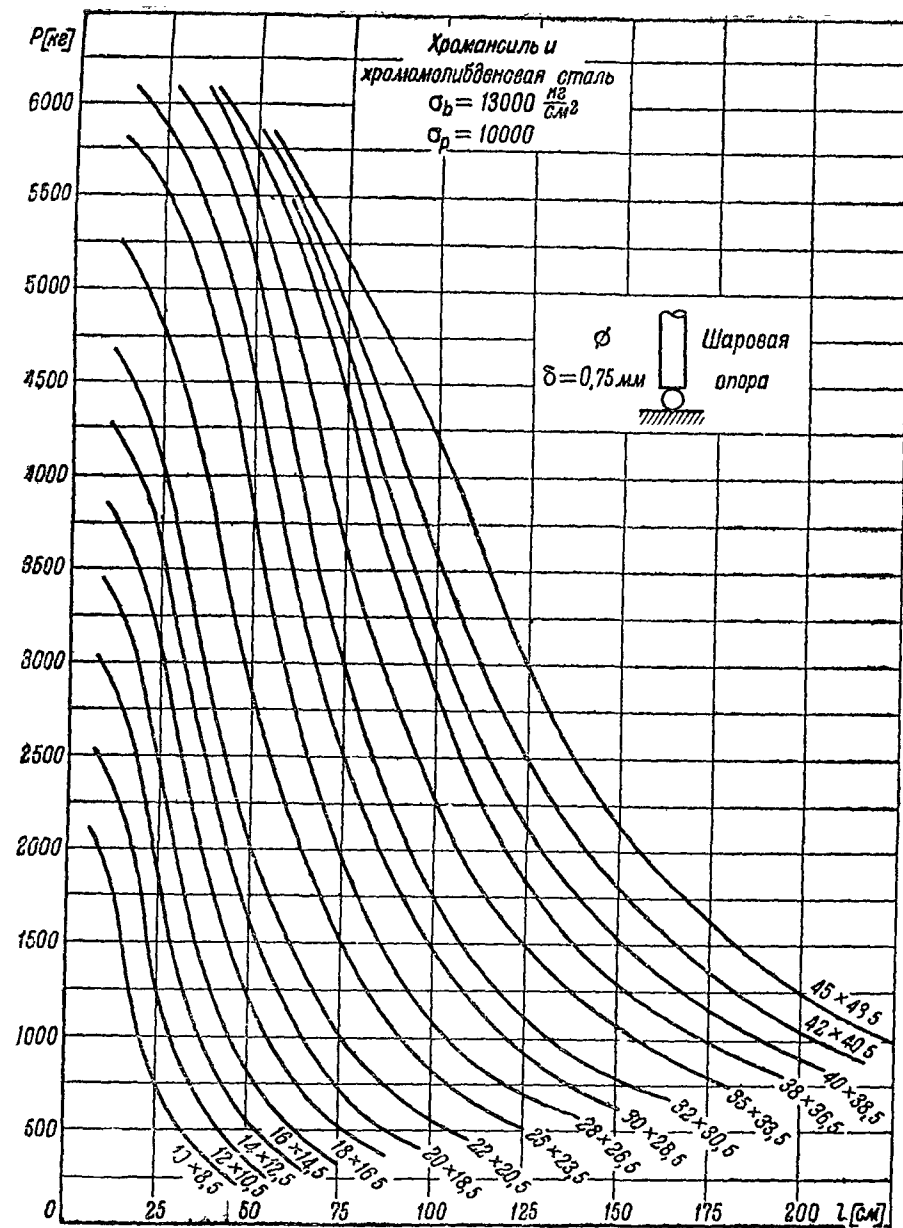
Фиг 126



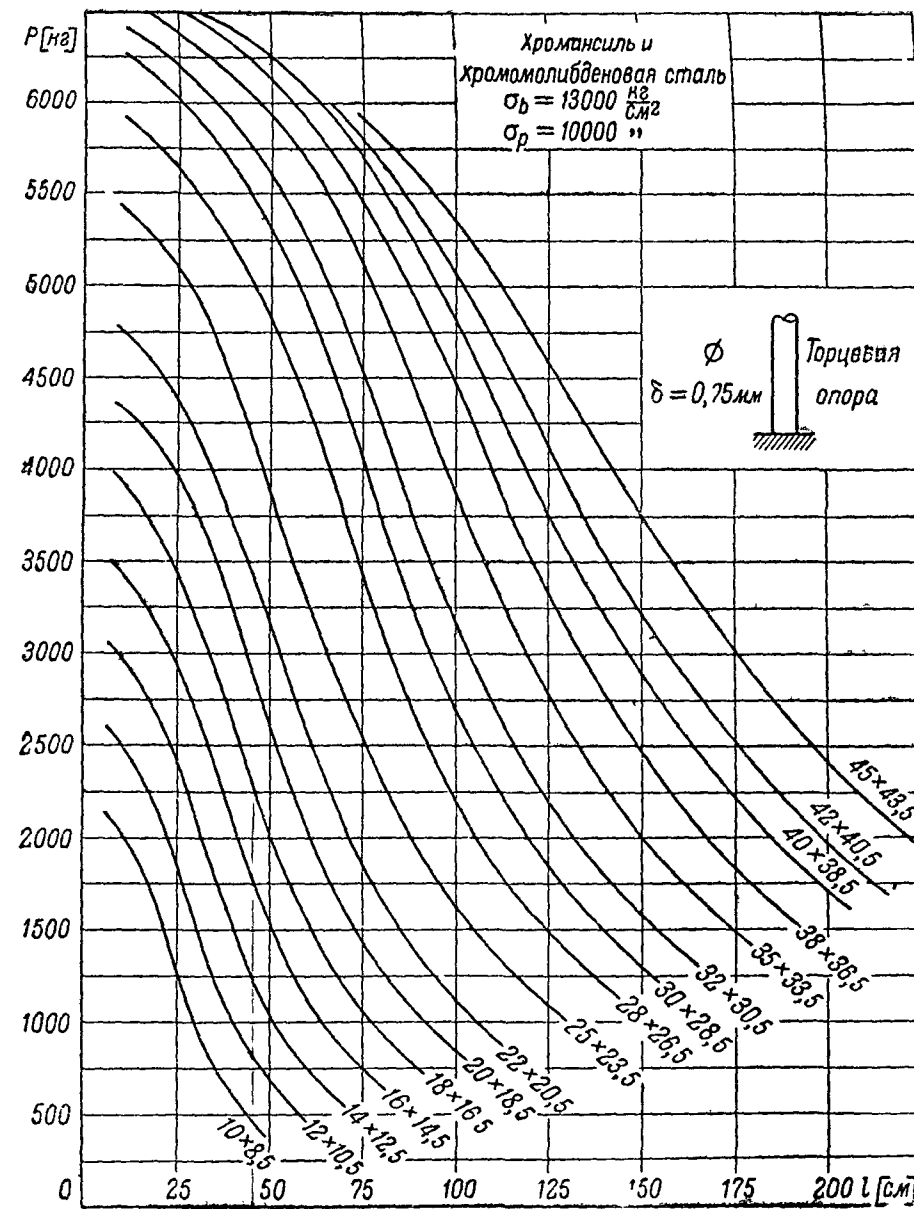
Фиг 127



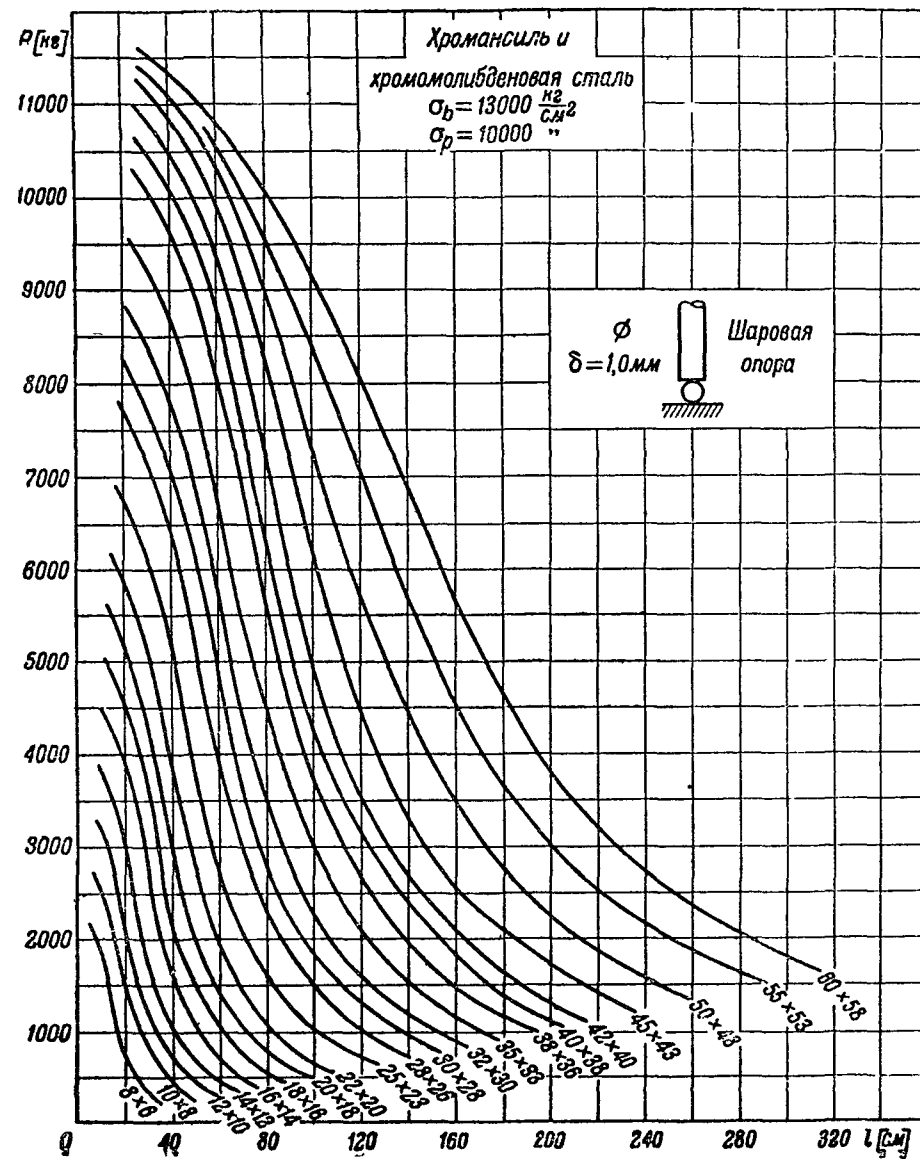
Фиг 128



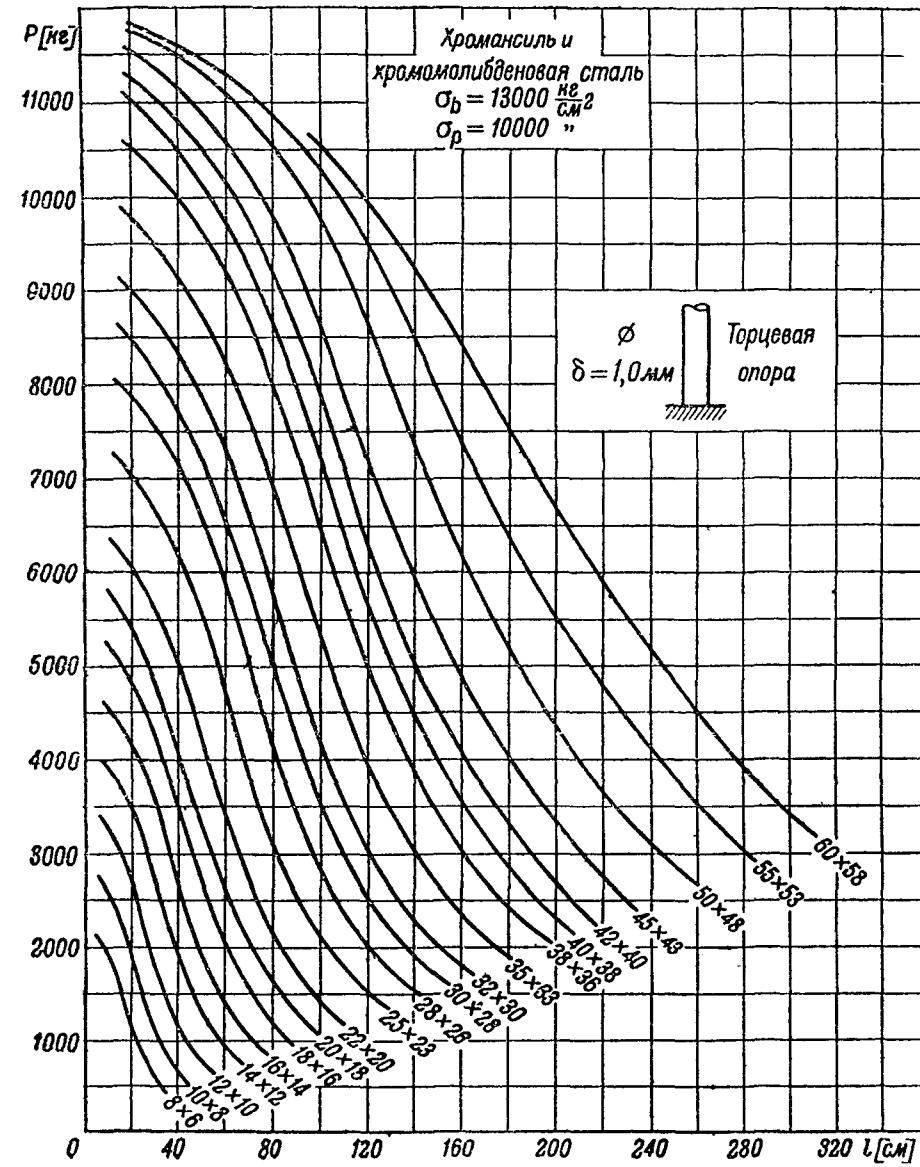
Фиг 129



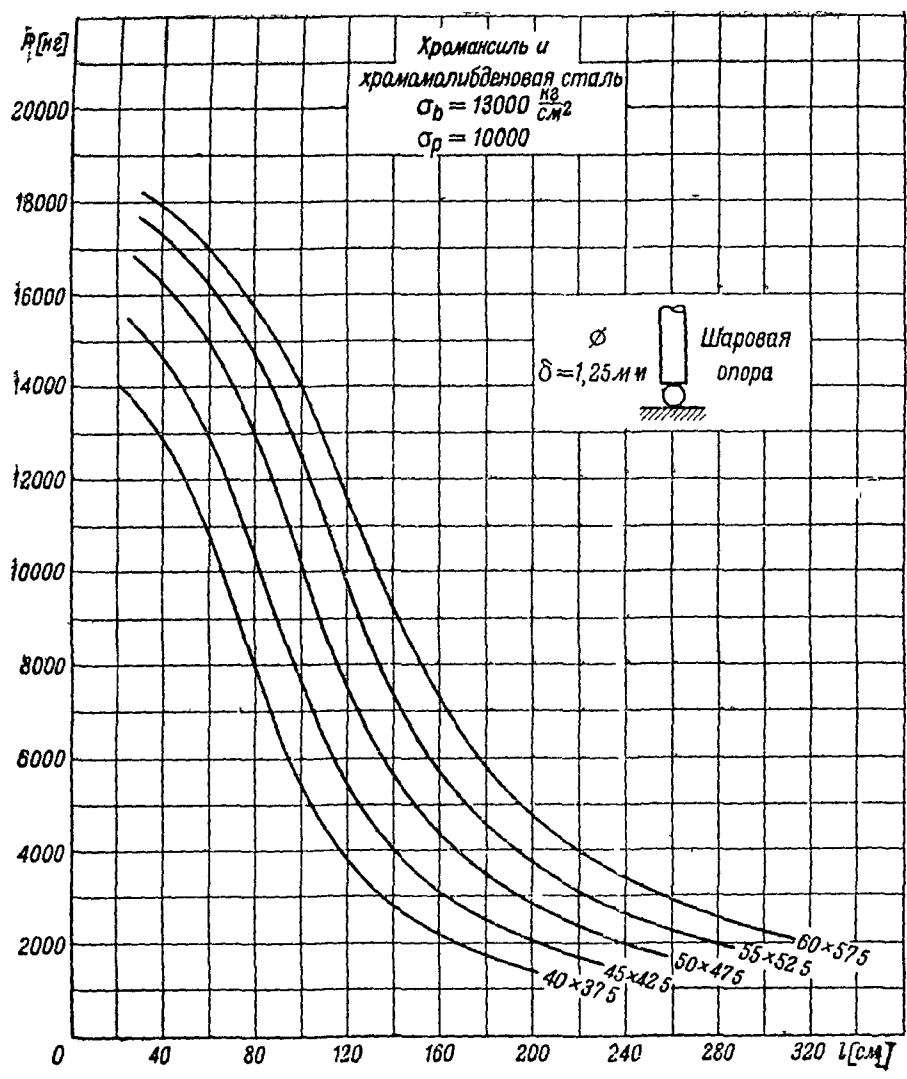
Фиг 130



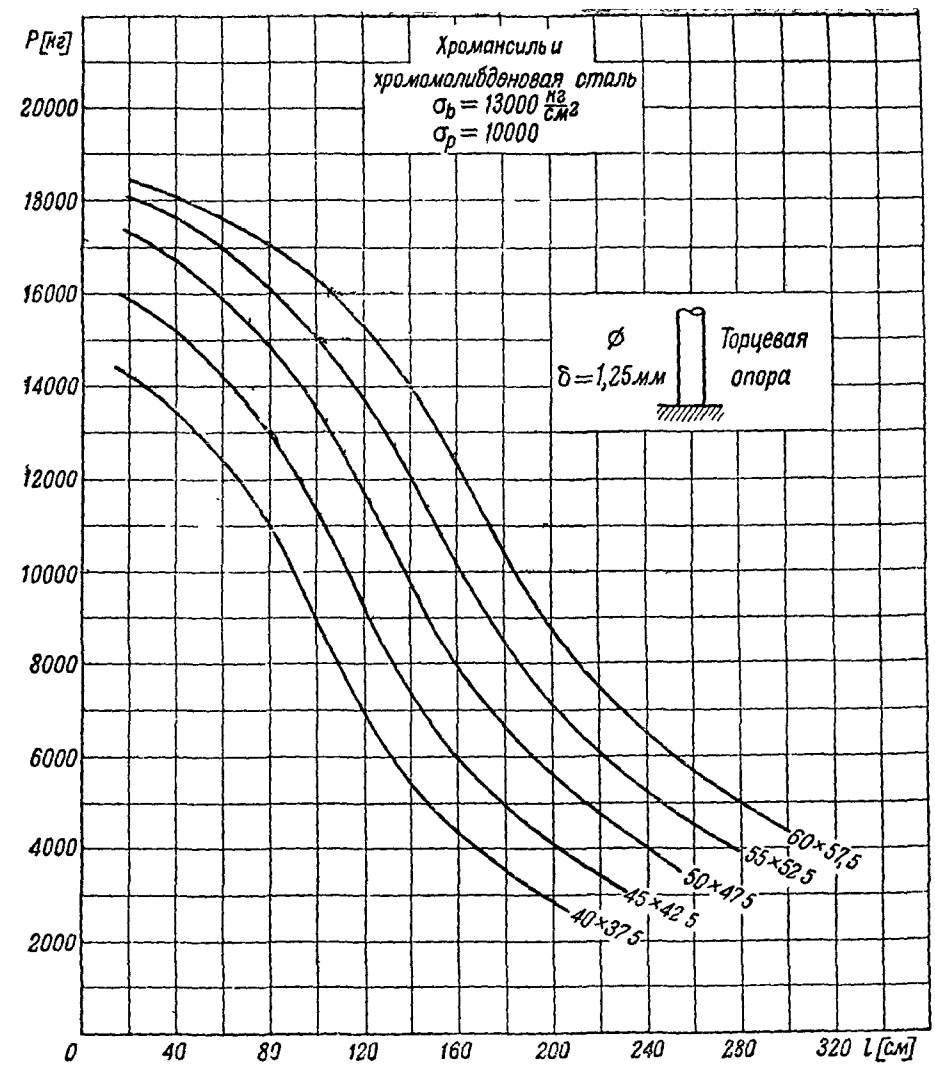
Фиг 131



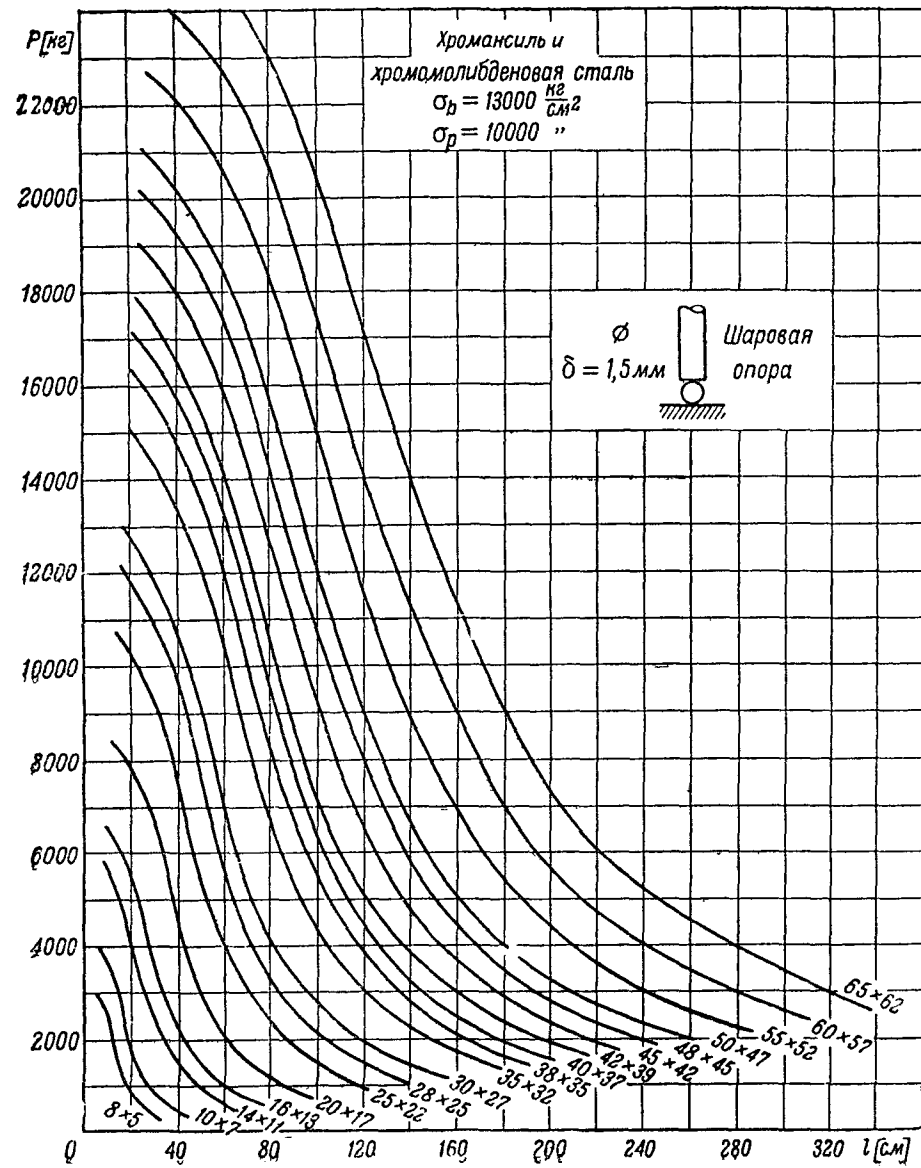
Фиг 132



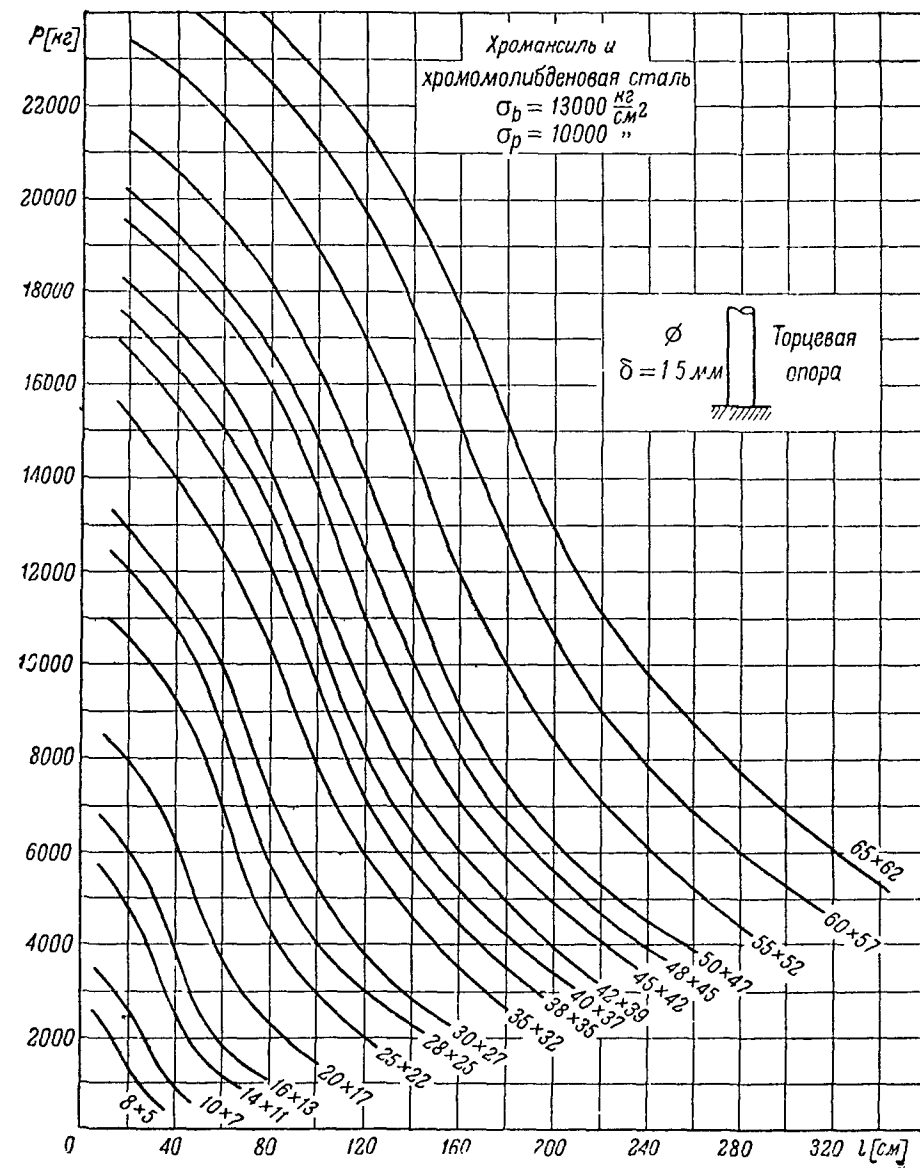
Фиг 133



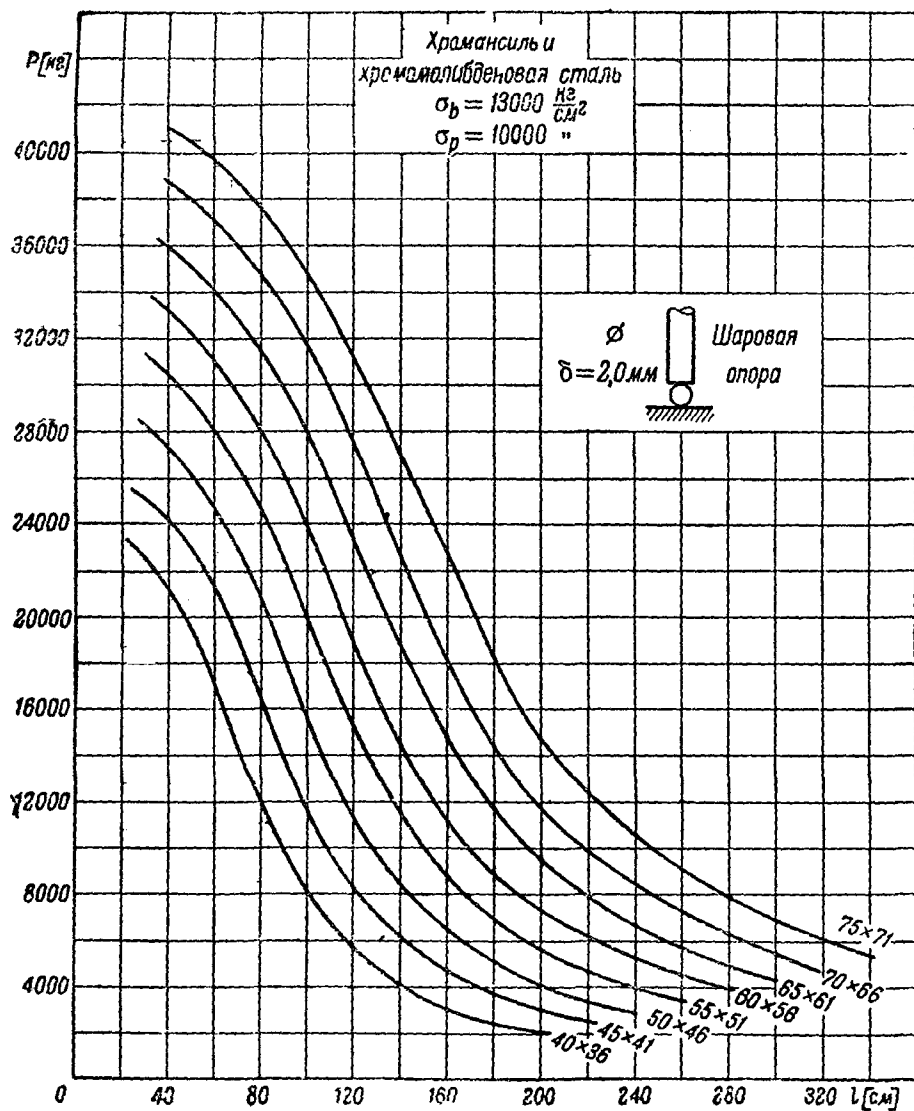
Фиг 134



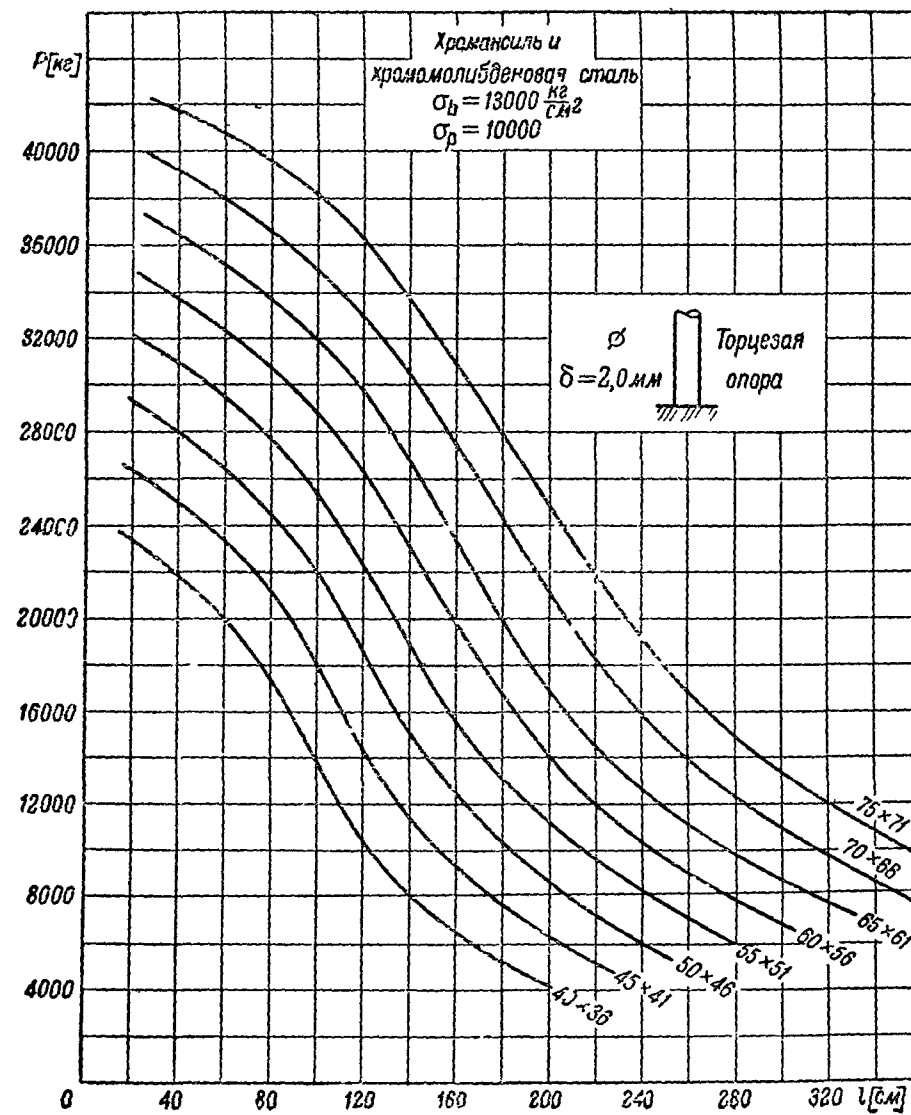
Фиг 135



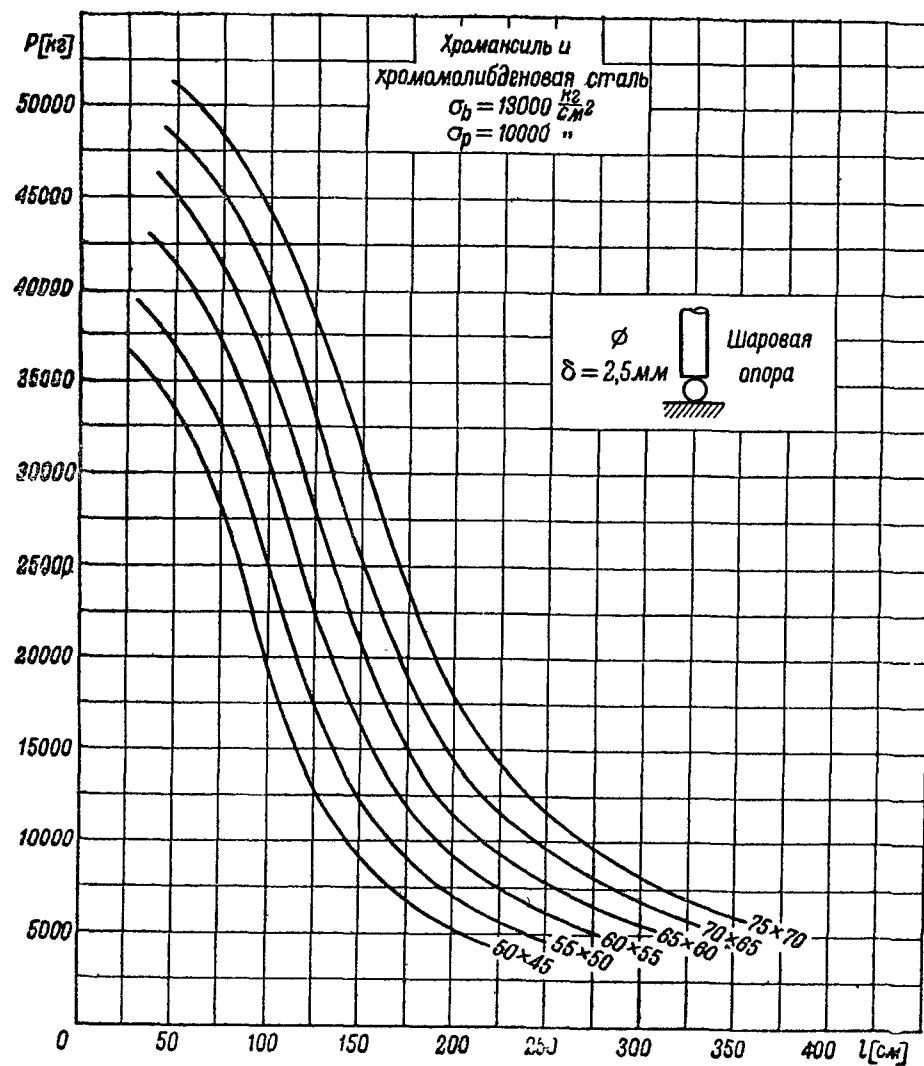
Фиг 136



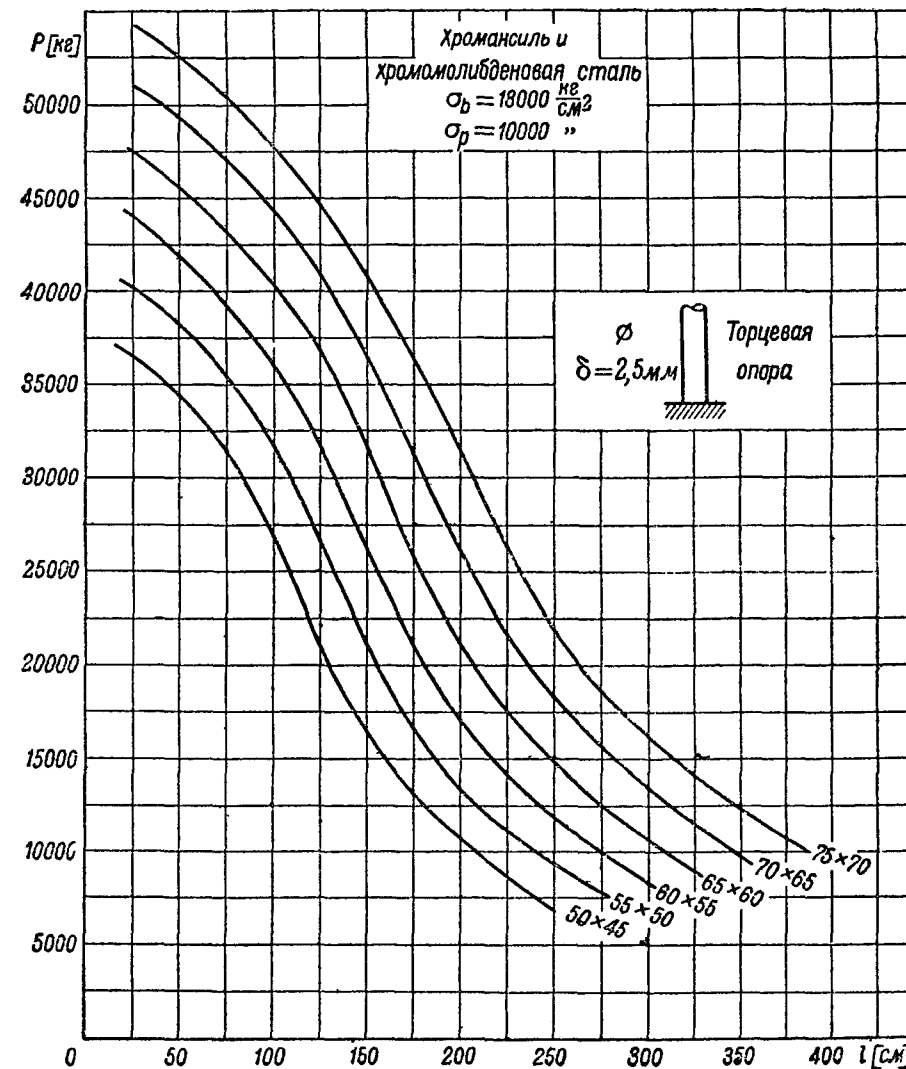
Фиг 137



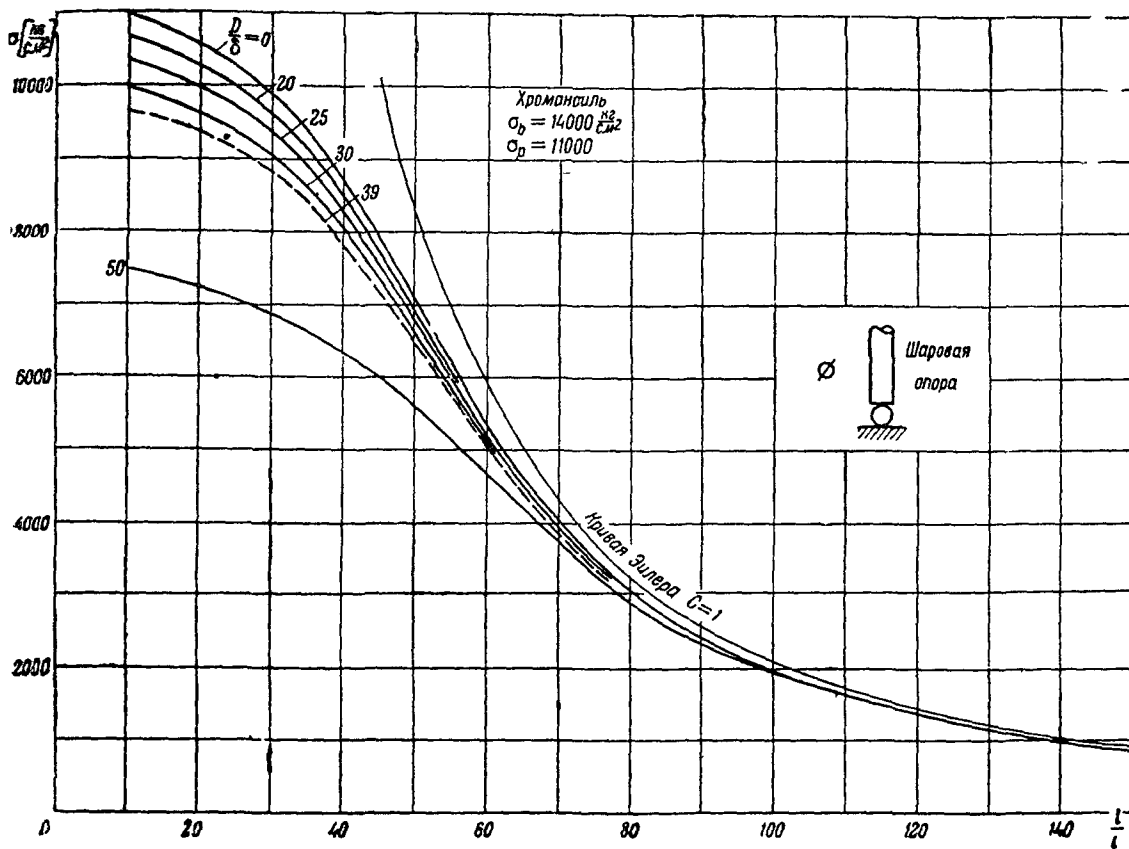
Фиг 138



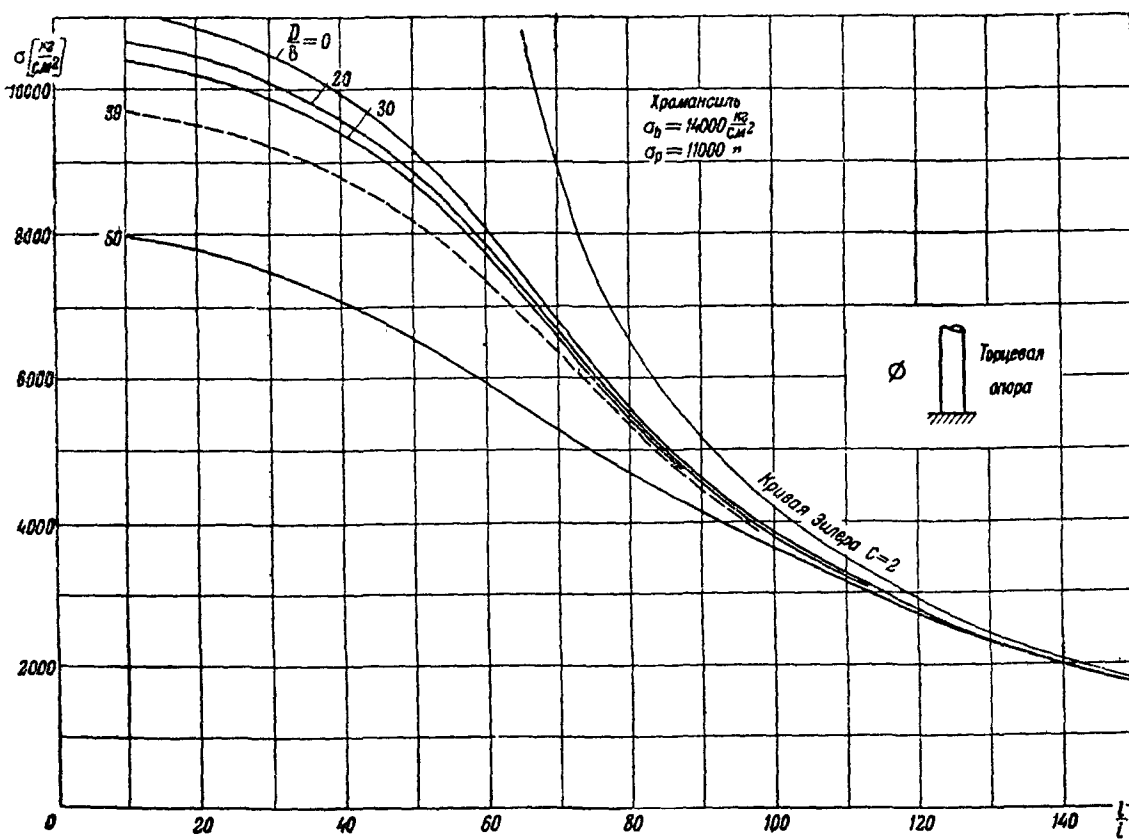
Фиг 139



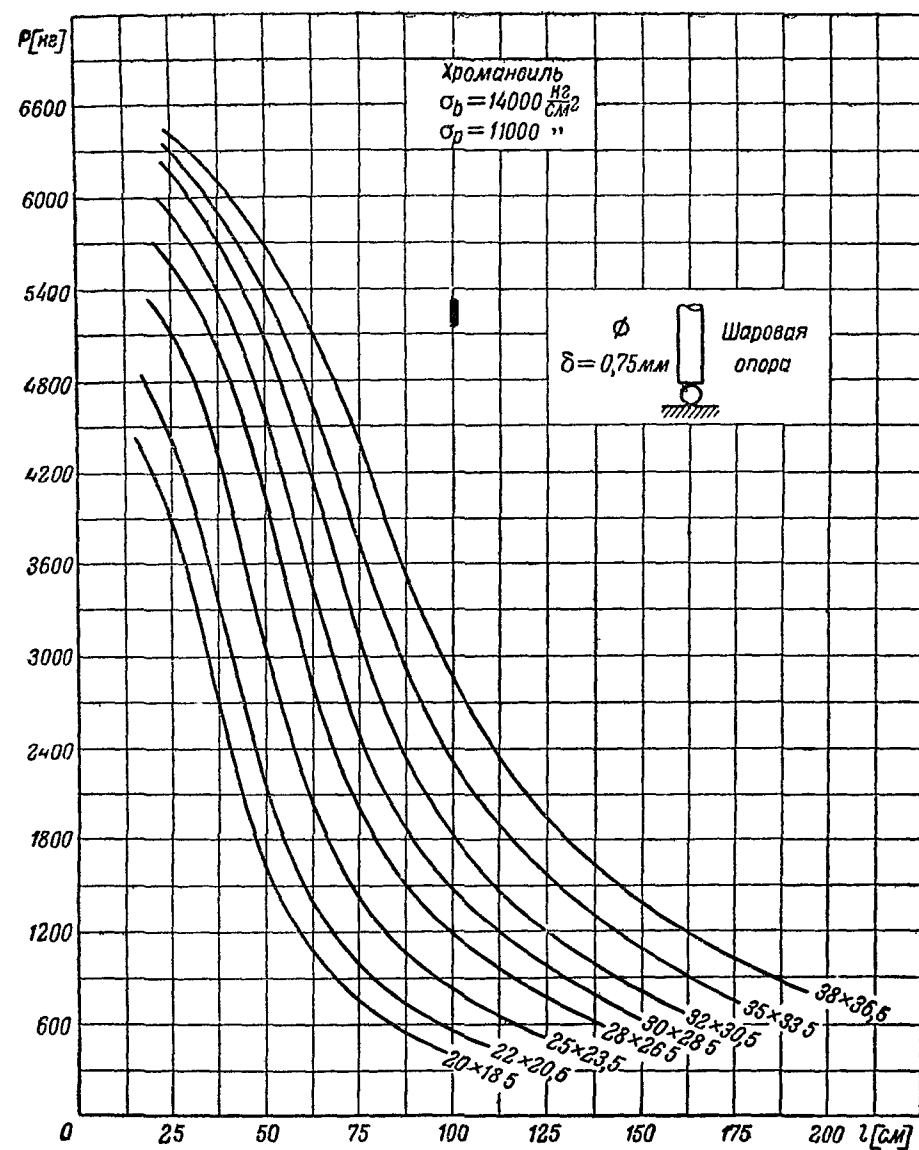
Фиг 140



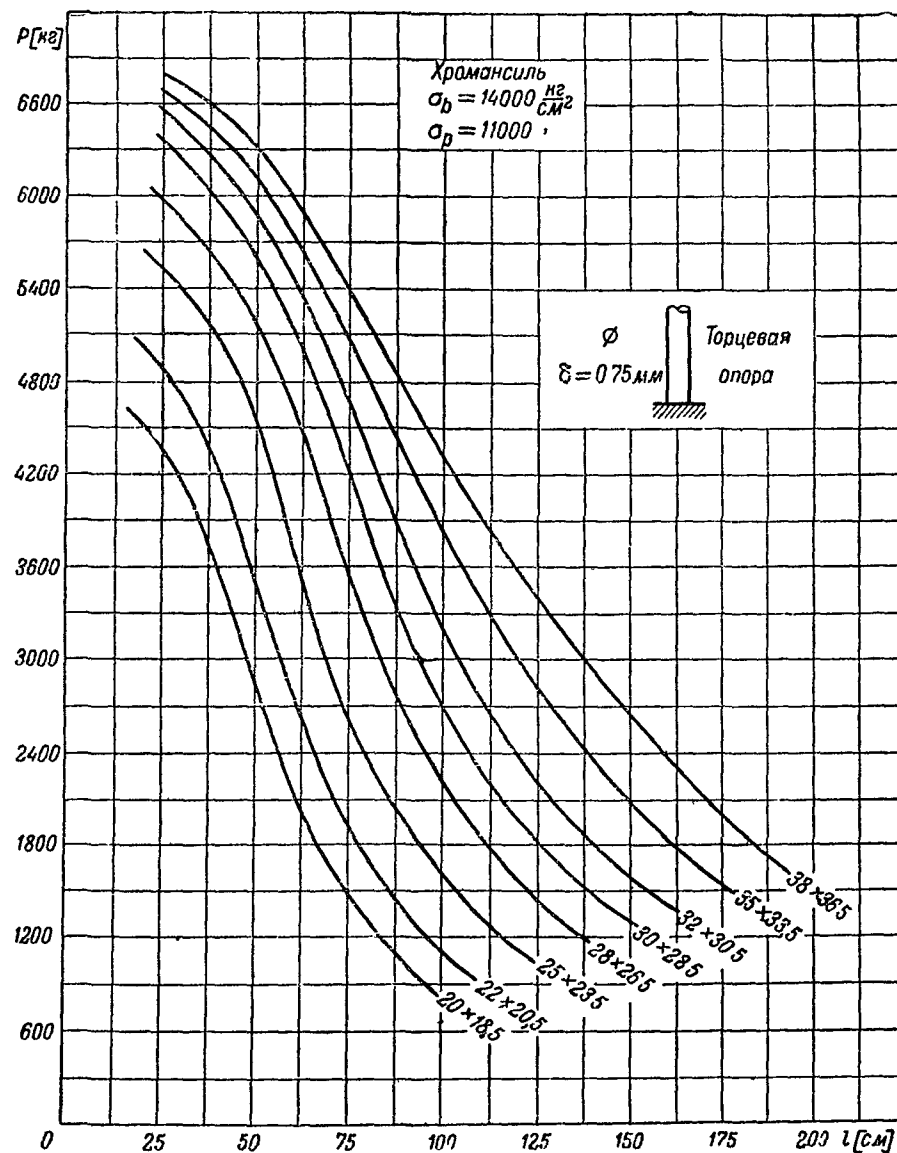
Фиг 141



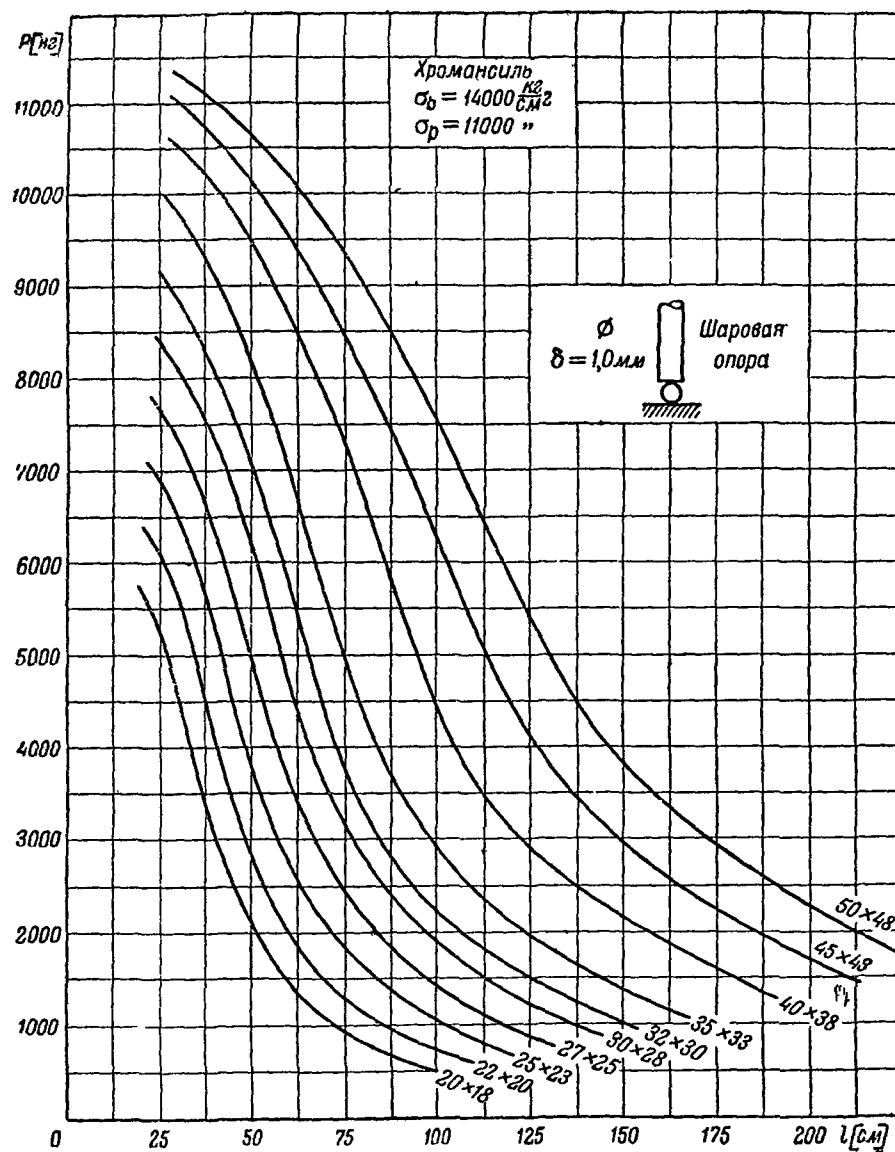
Фиг 142



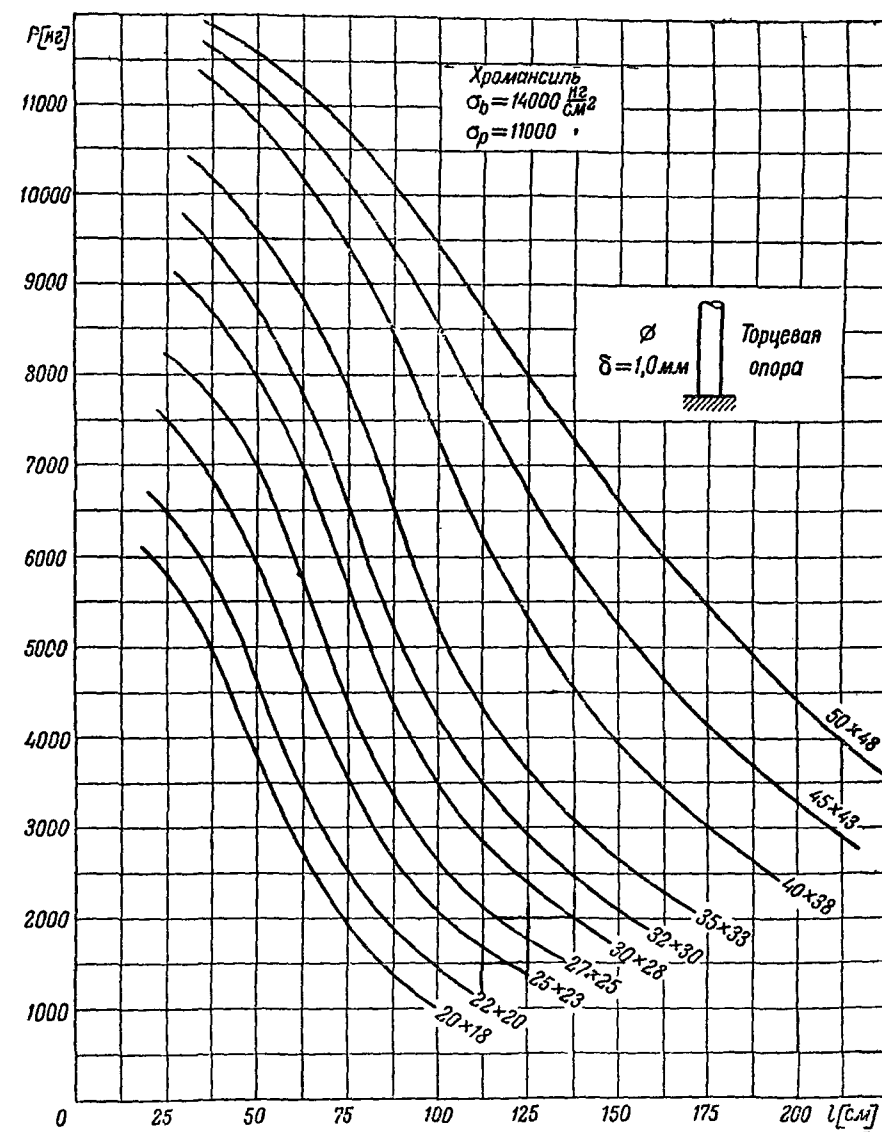
Фиг 143



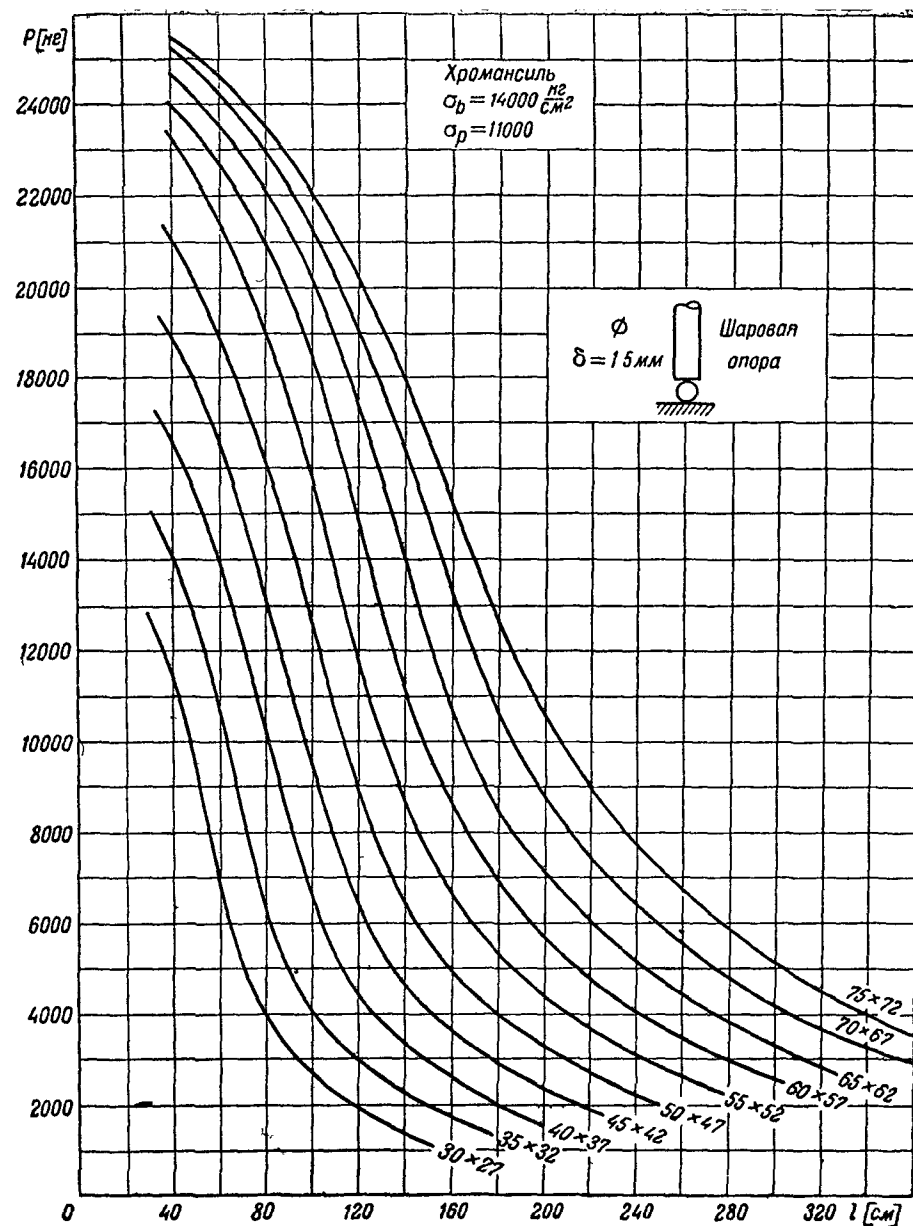
Фиг 144



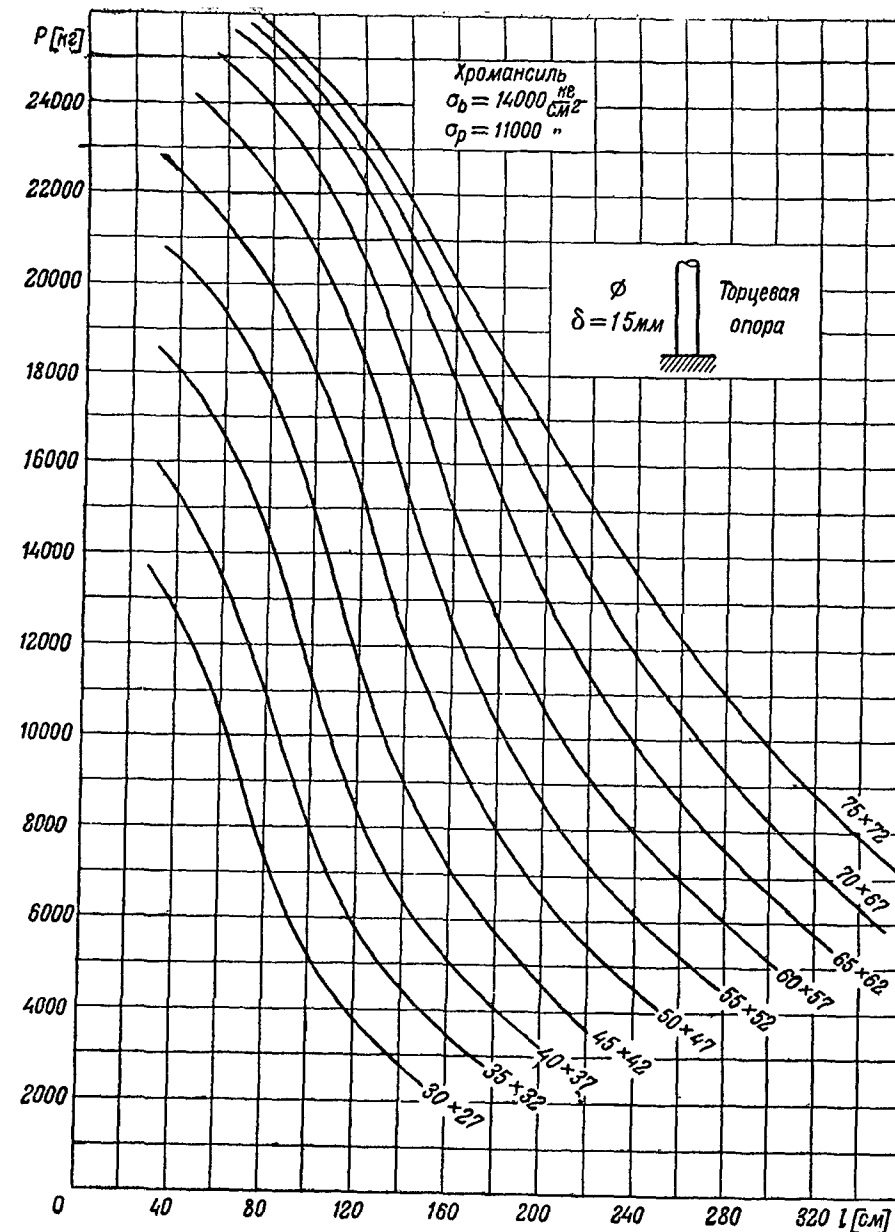
Фиг 145



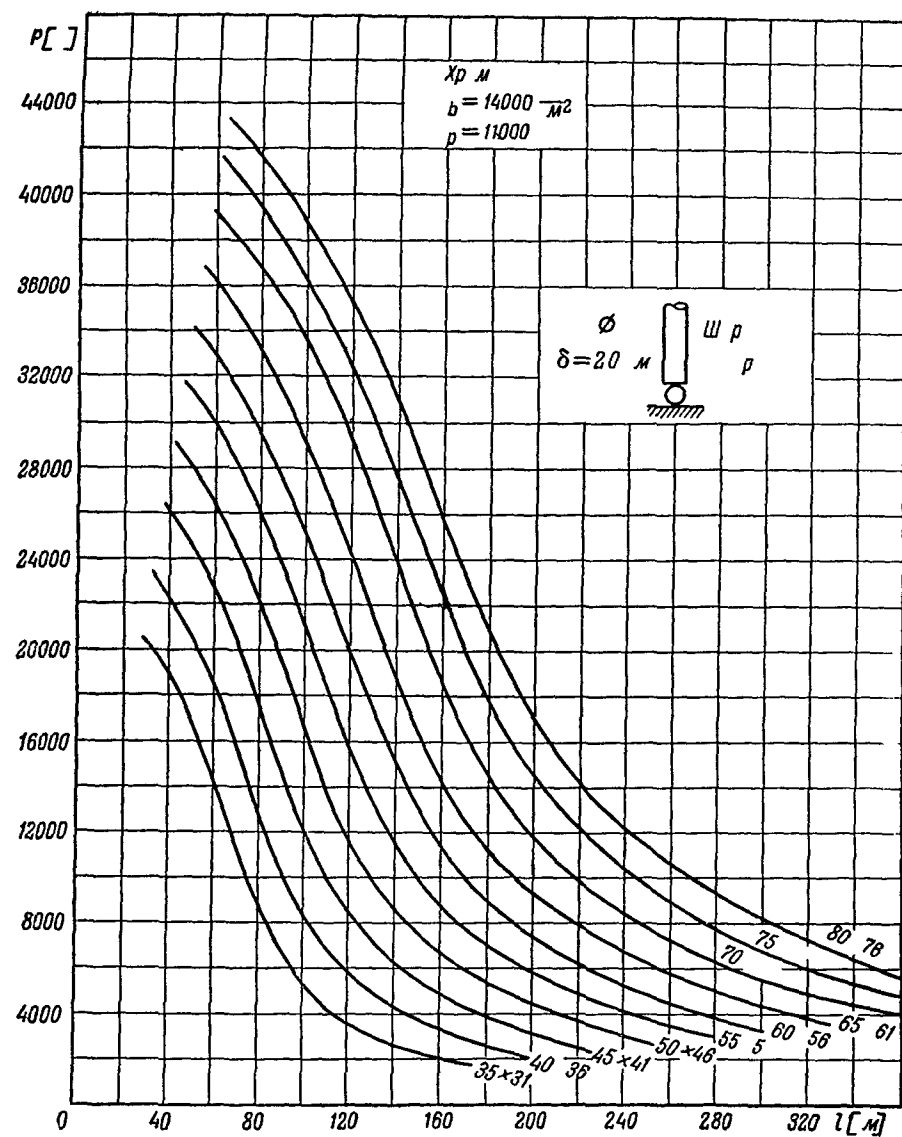
Фиг 146



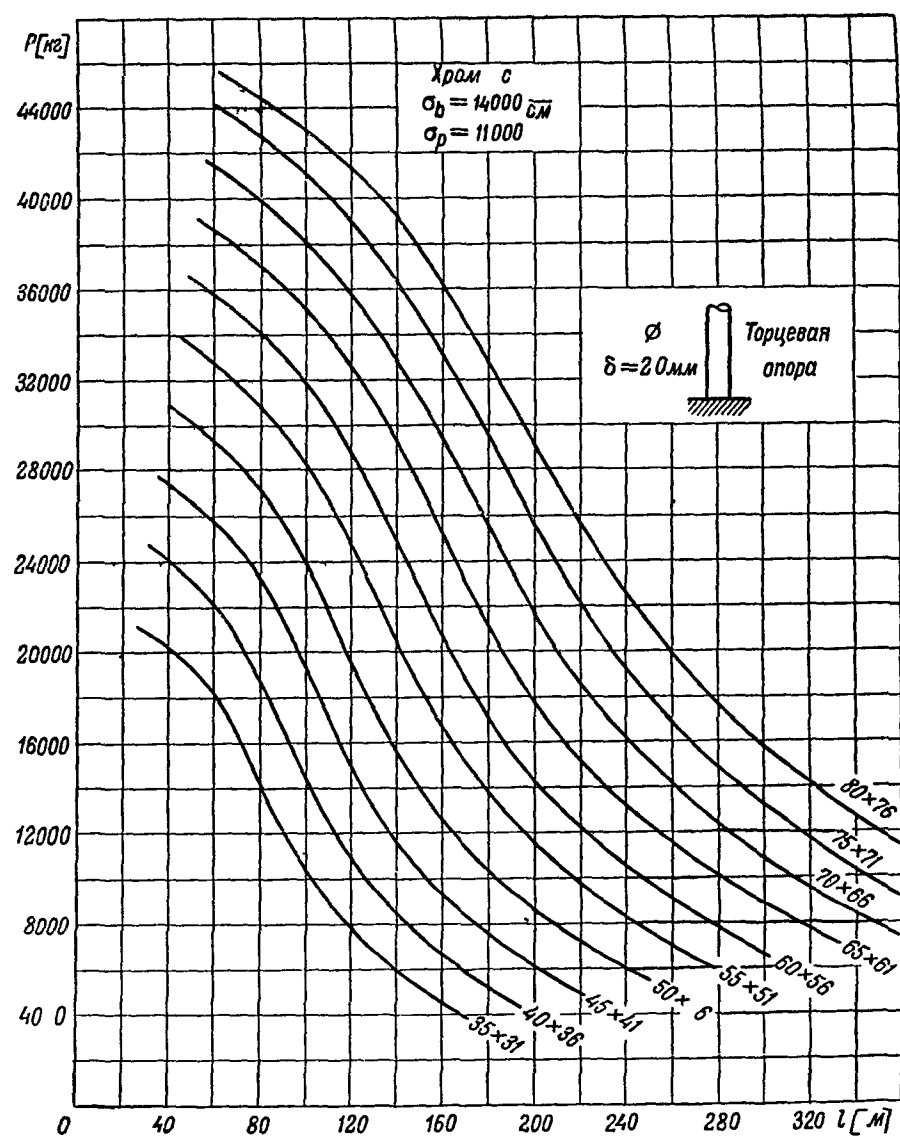
Фиг 147



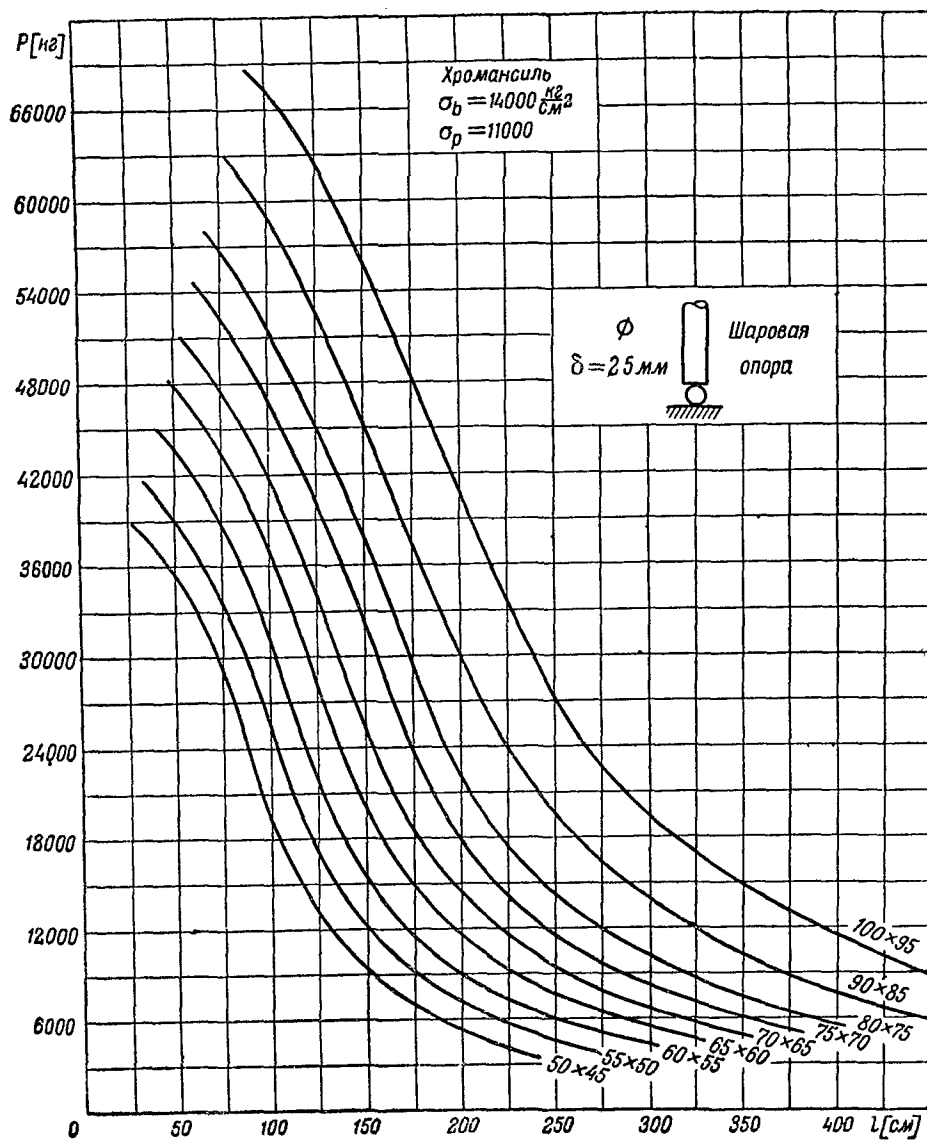
Фиг 148



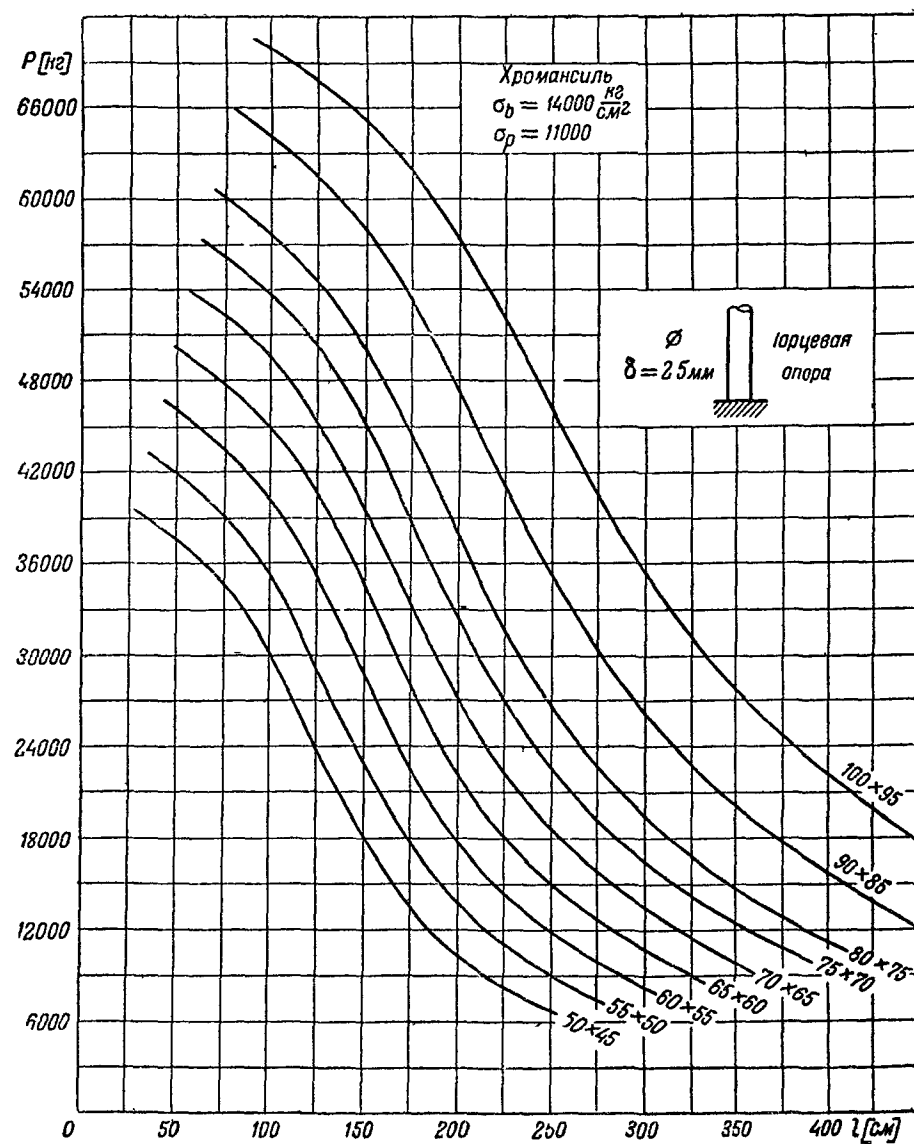
Фиг 149



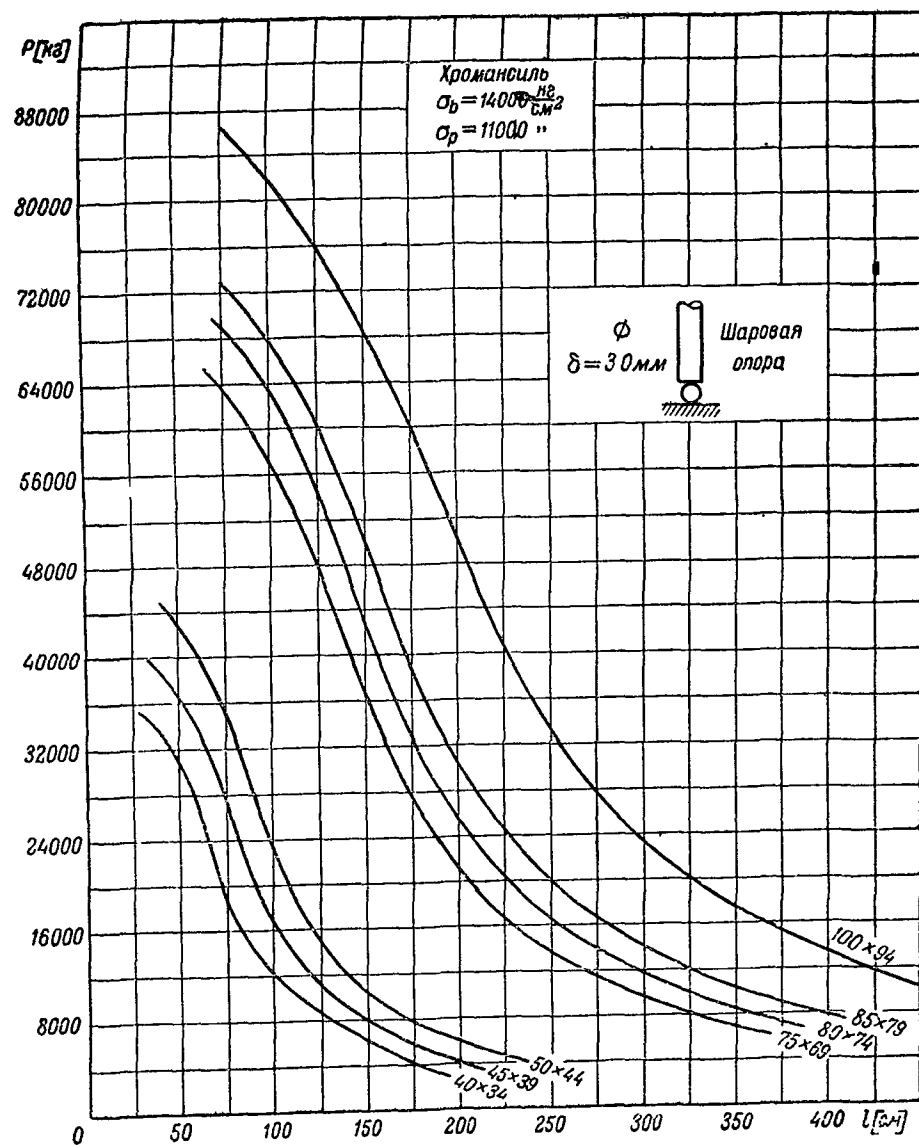
Фиг 150



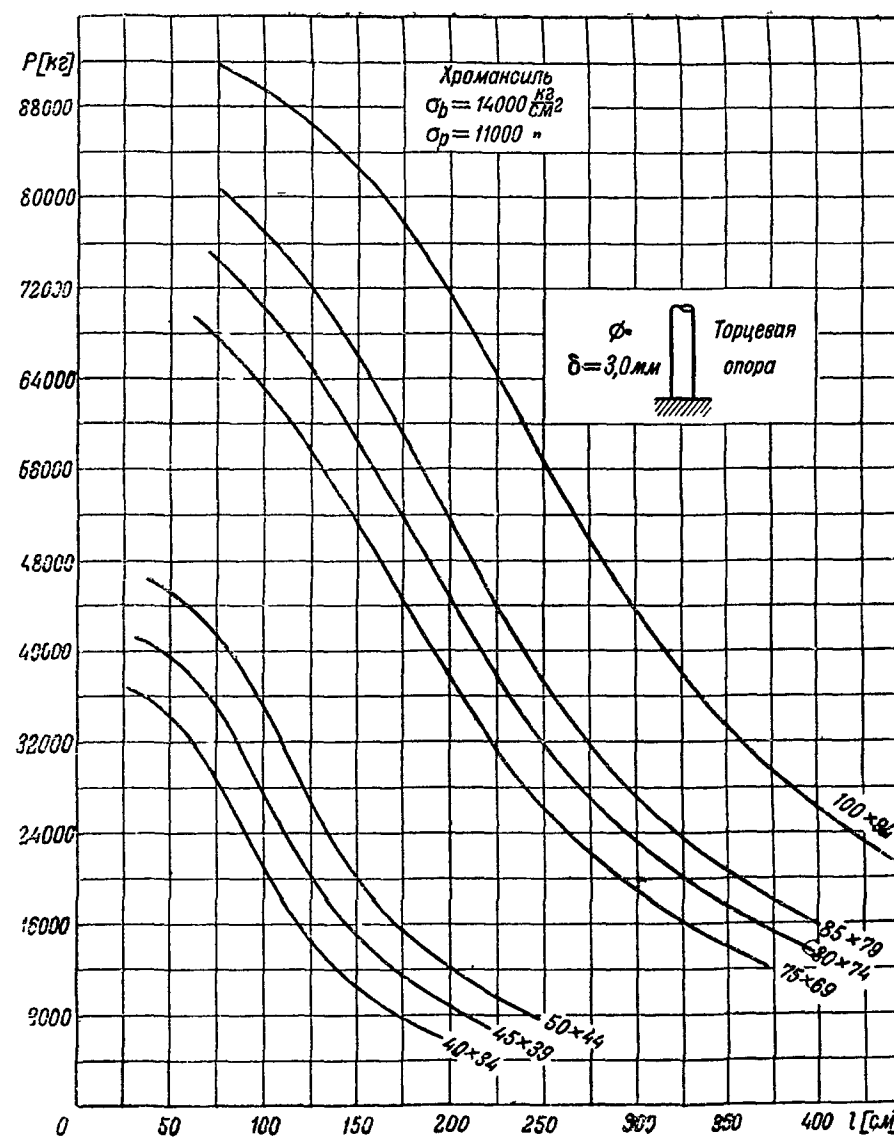
Фиг 151



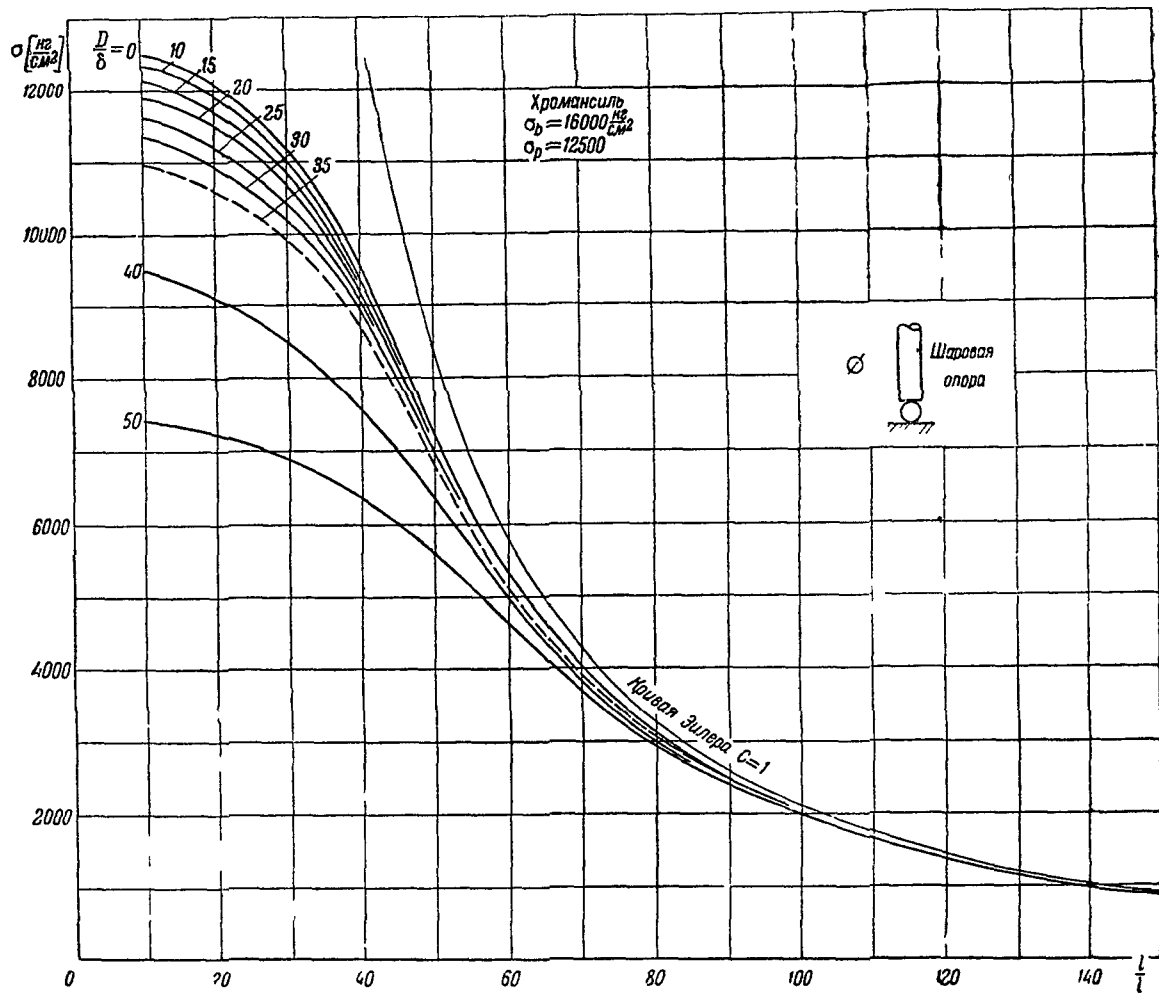
Фиг 152



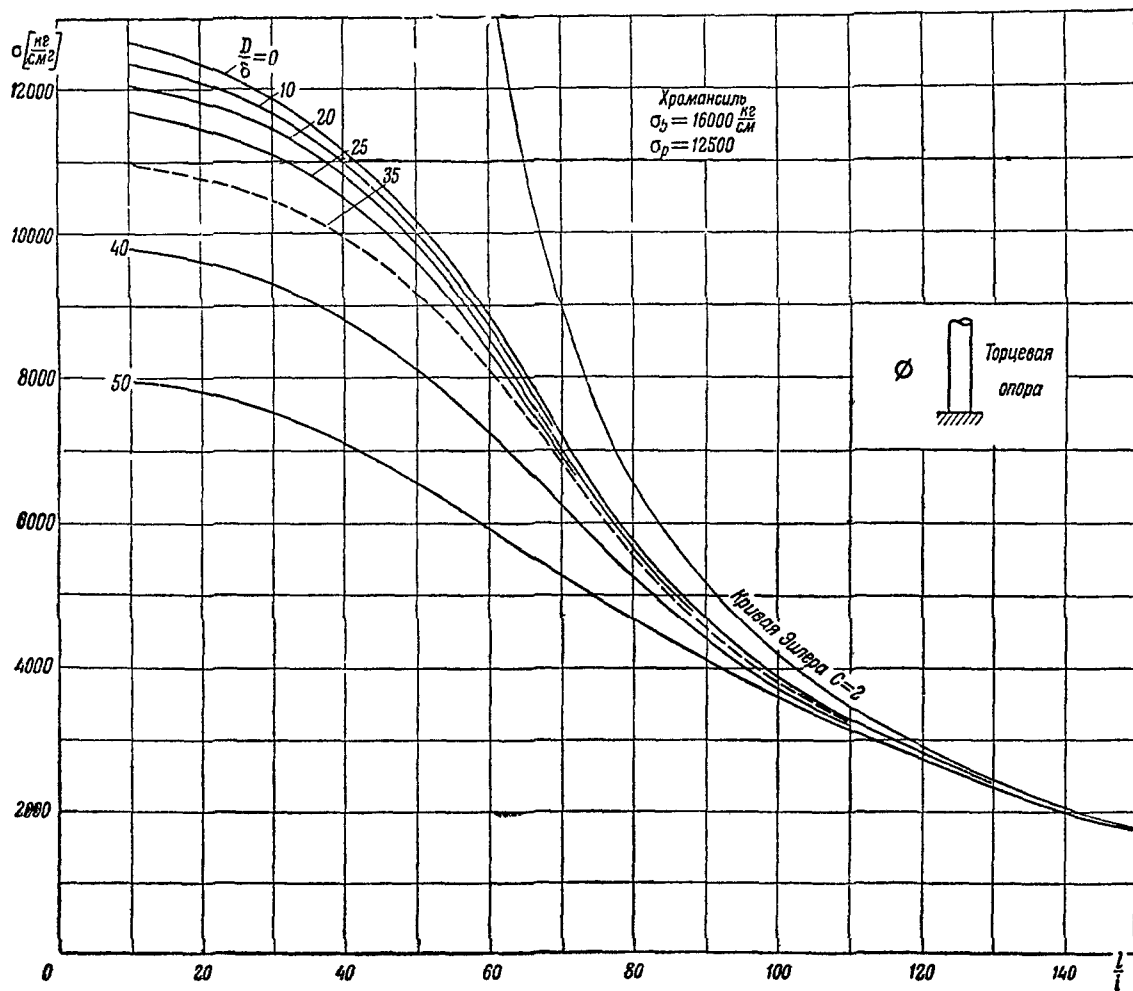
Фиг 153



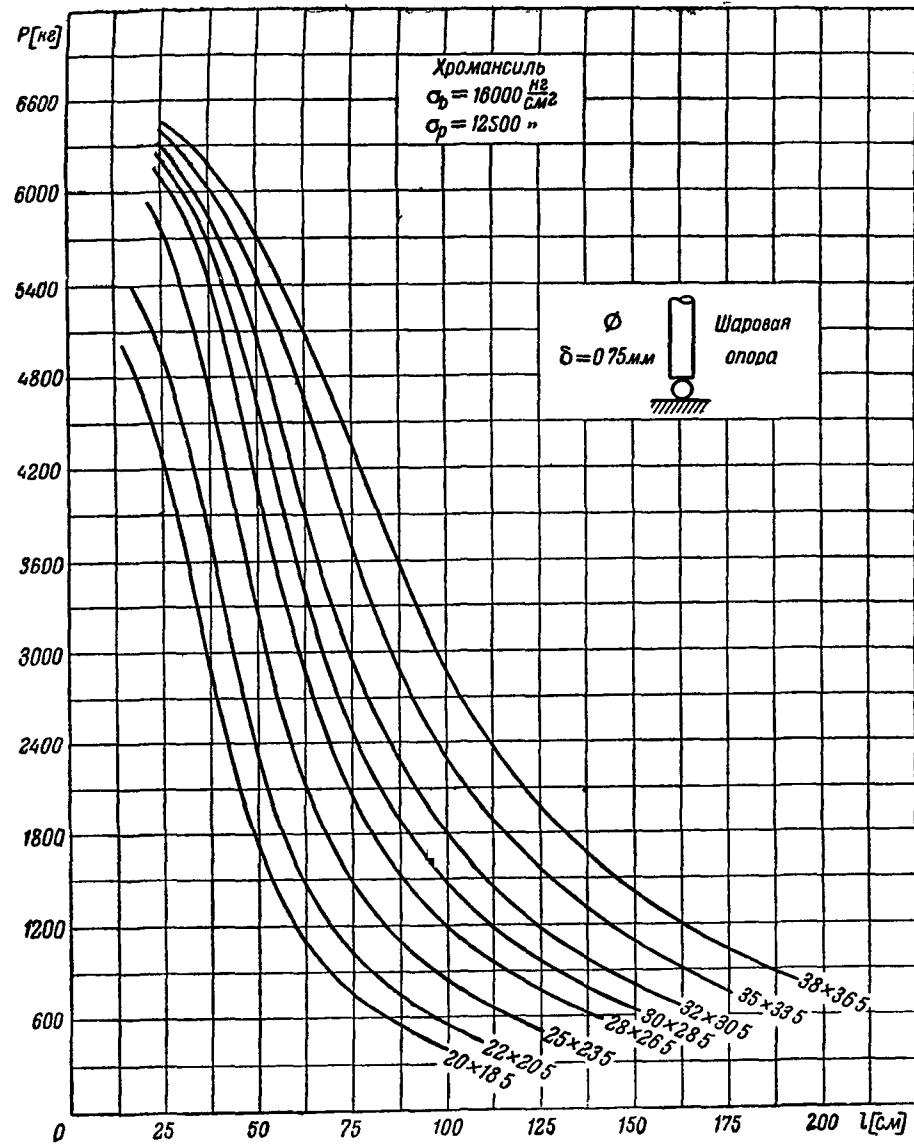
Фиг 154



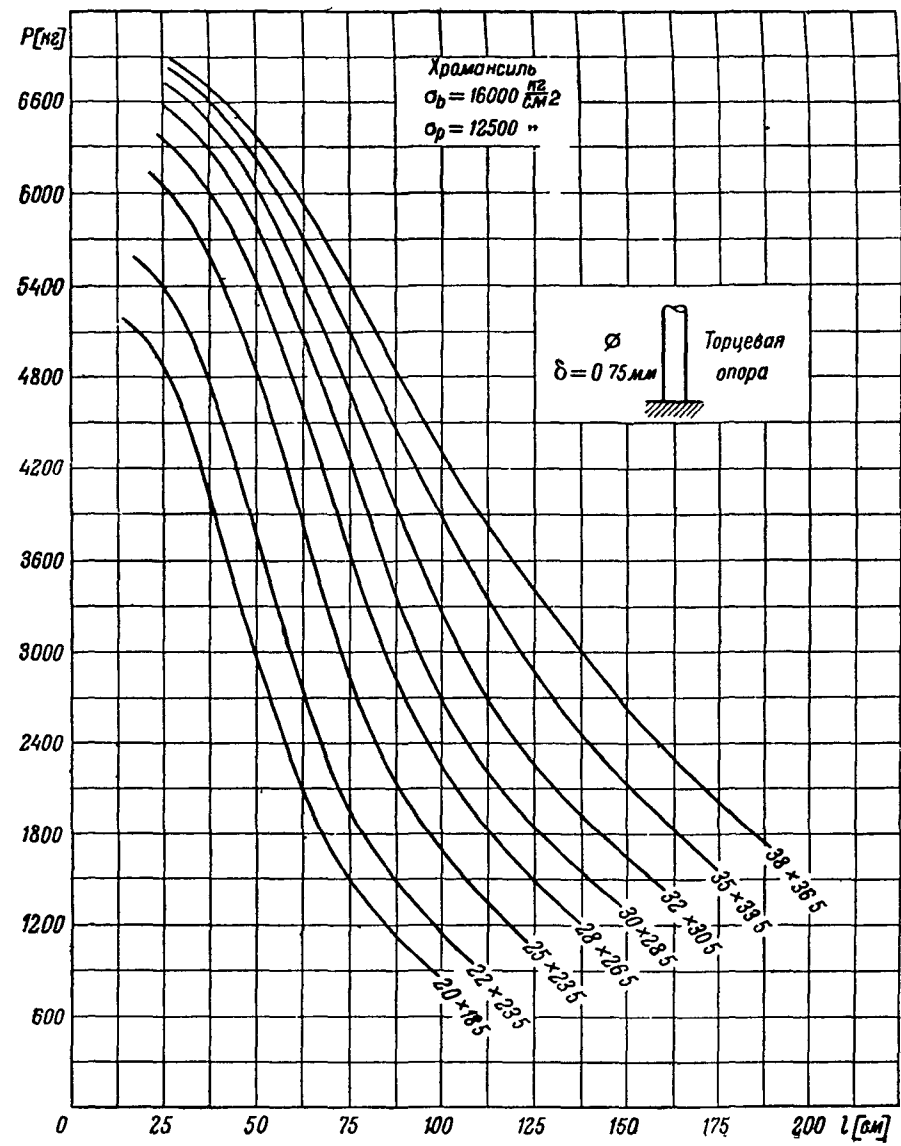
Фиг 155



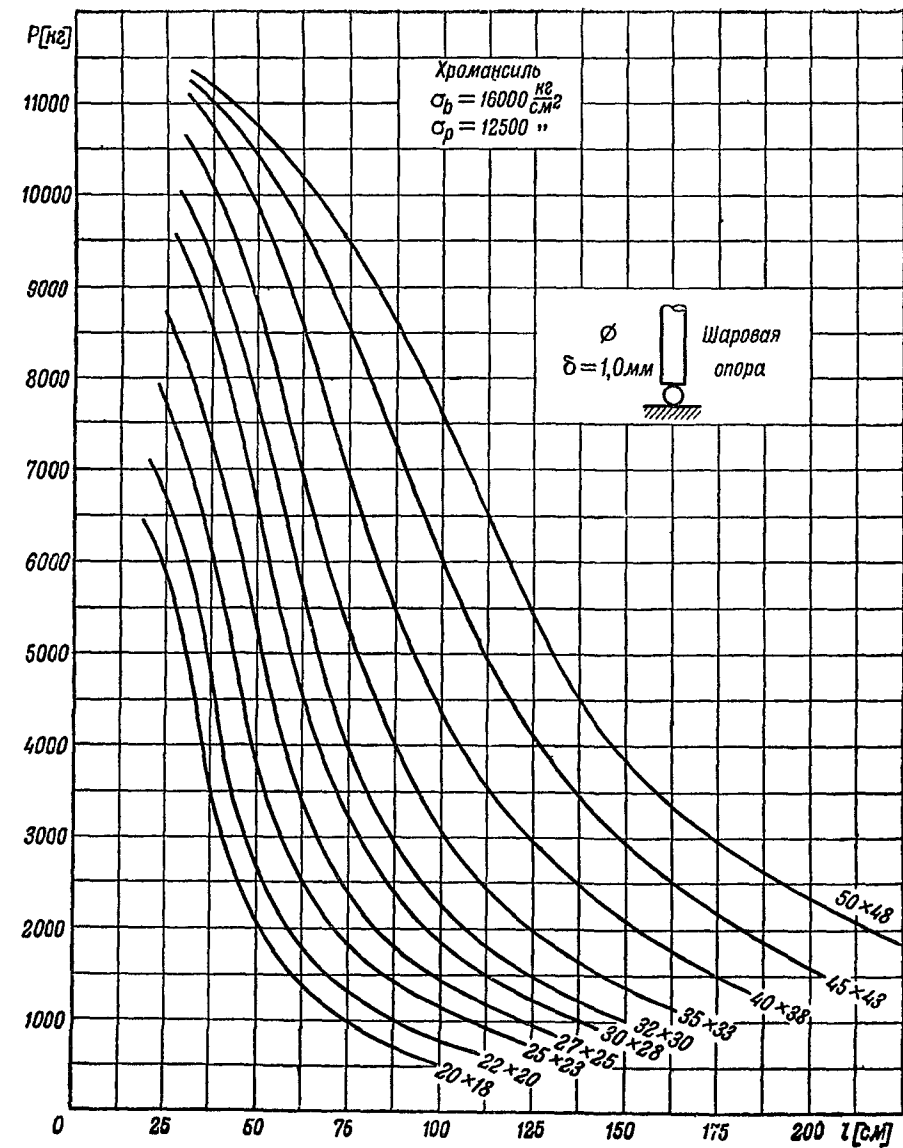
Фиг 156



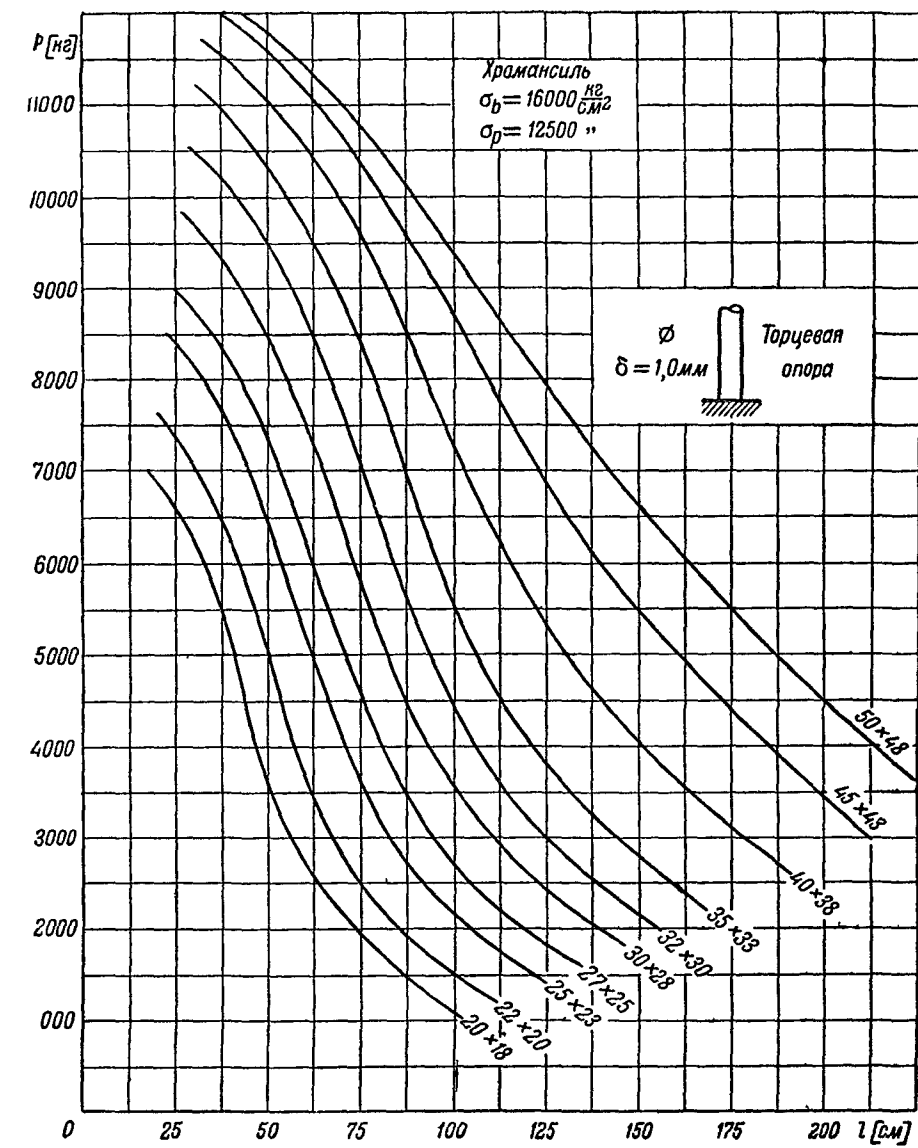
Фиг 157



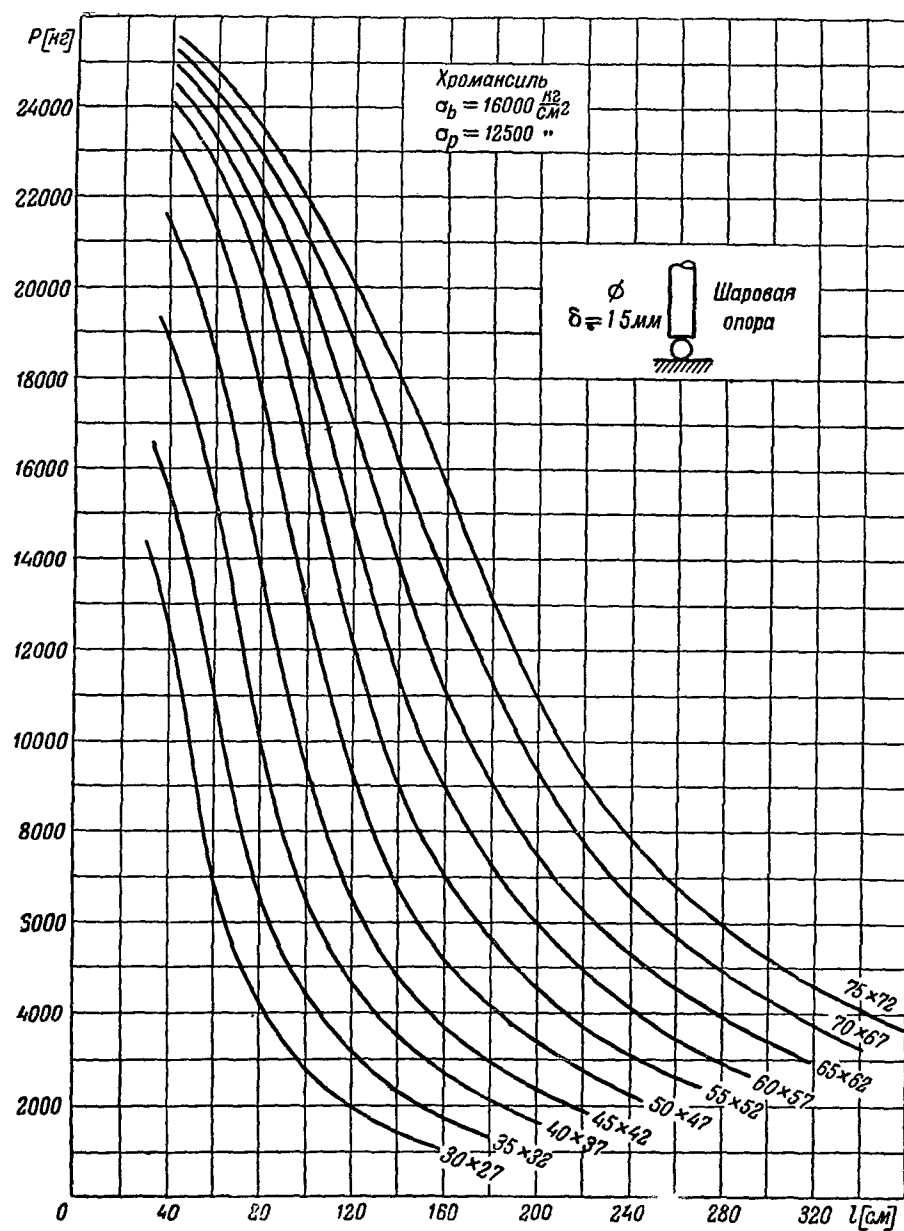
Фиг 158



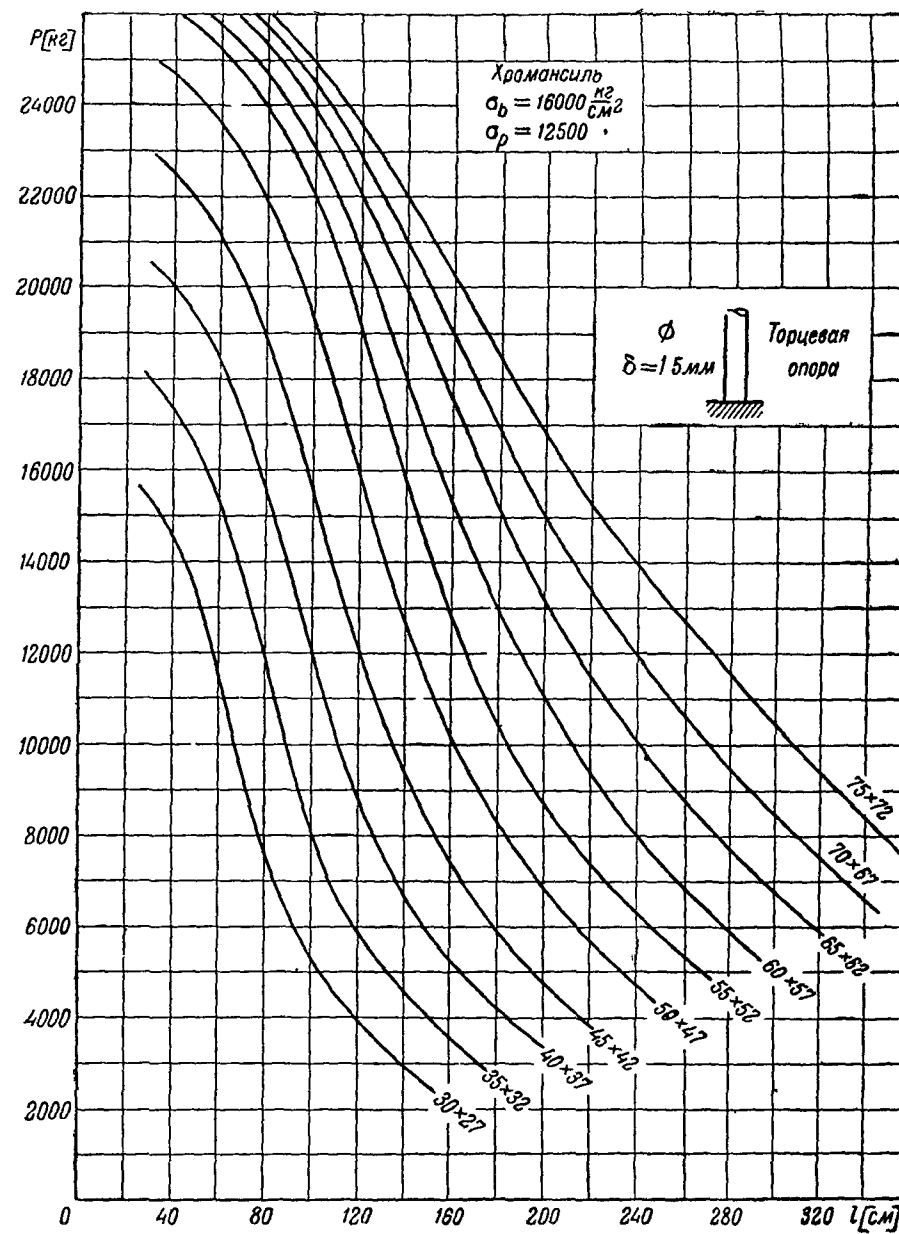
Фиг 159



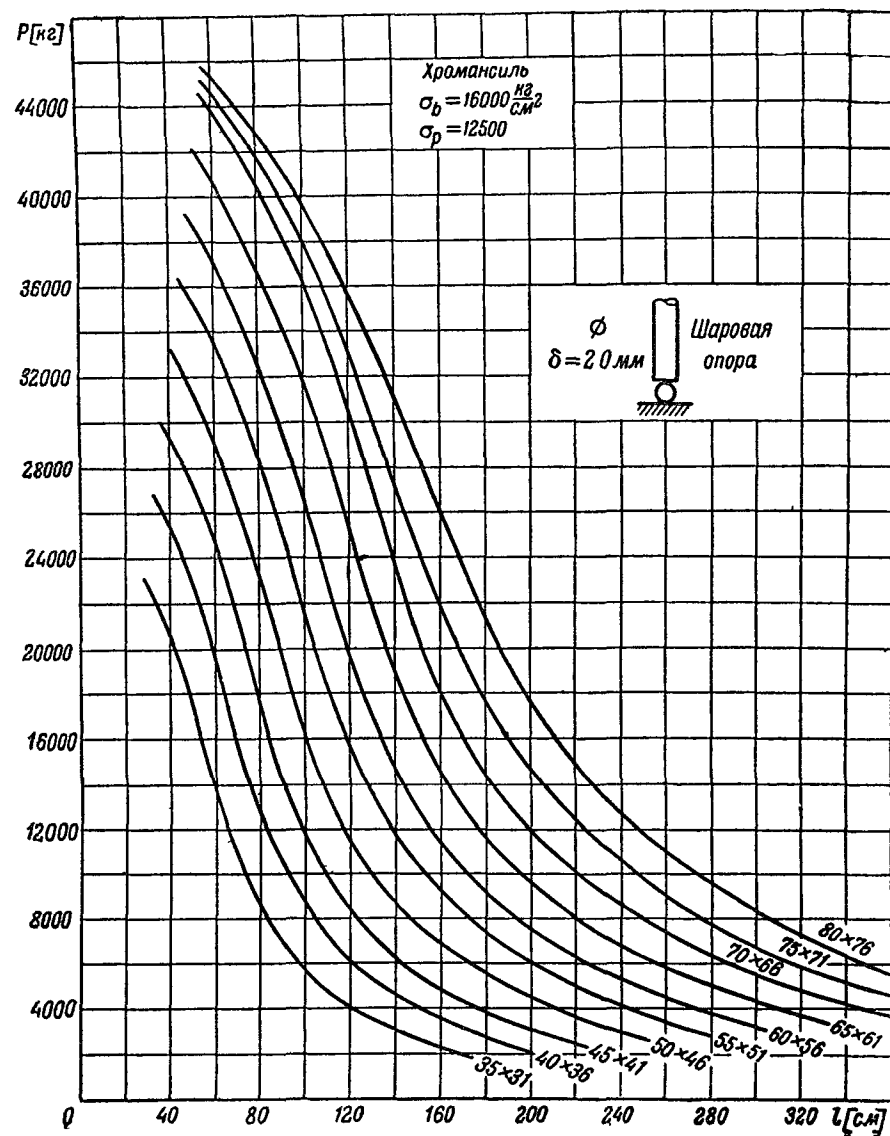
Фиг 160



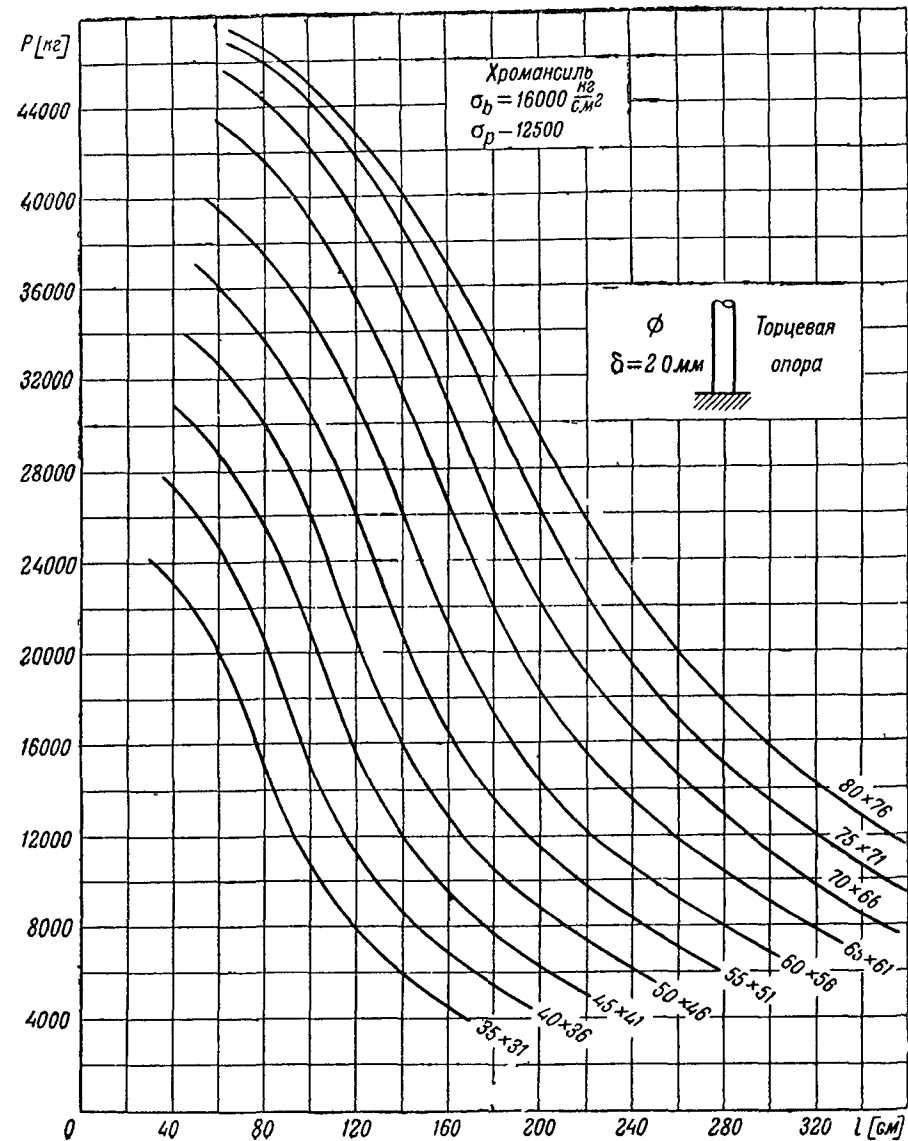
Фиг. 161



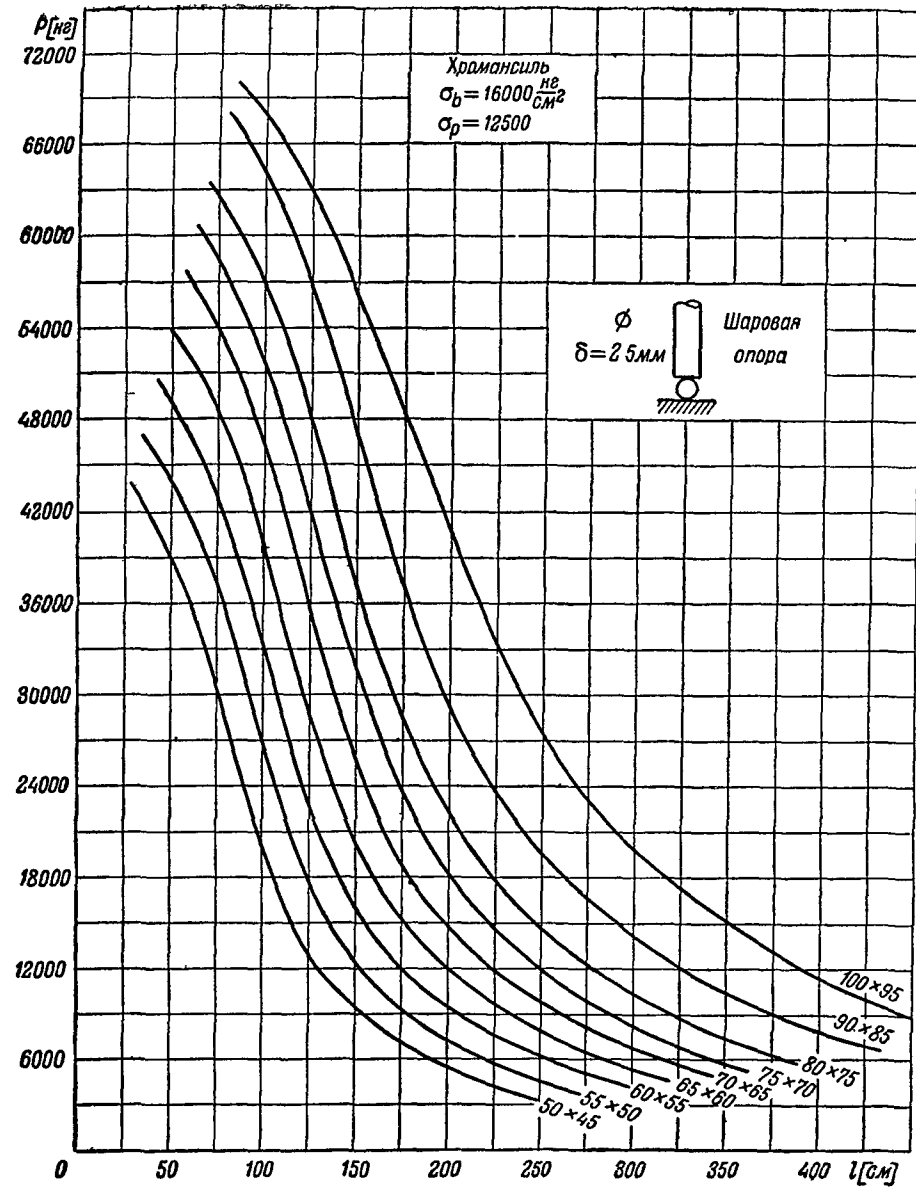
Фиг. 162



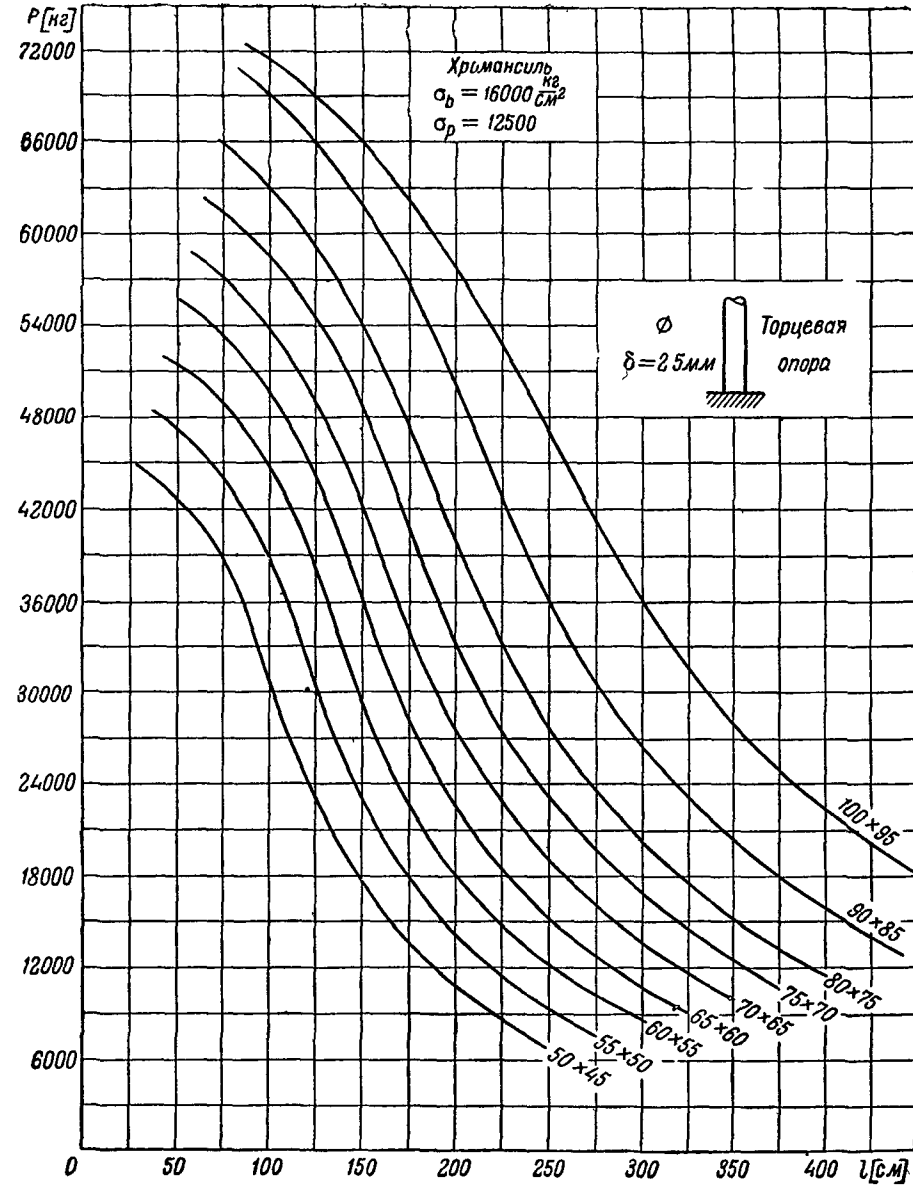
Фиг 163



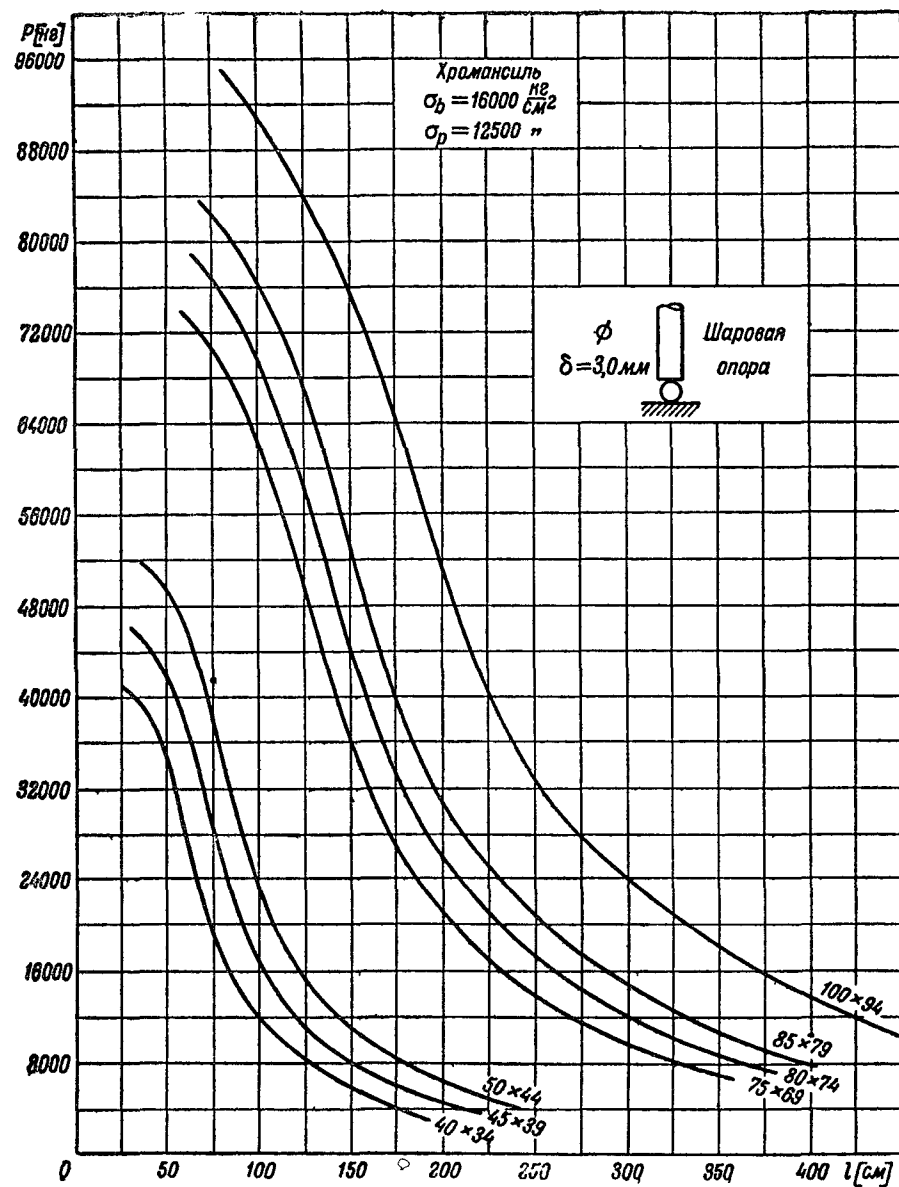
Фиг 164



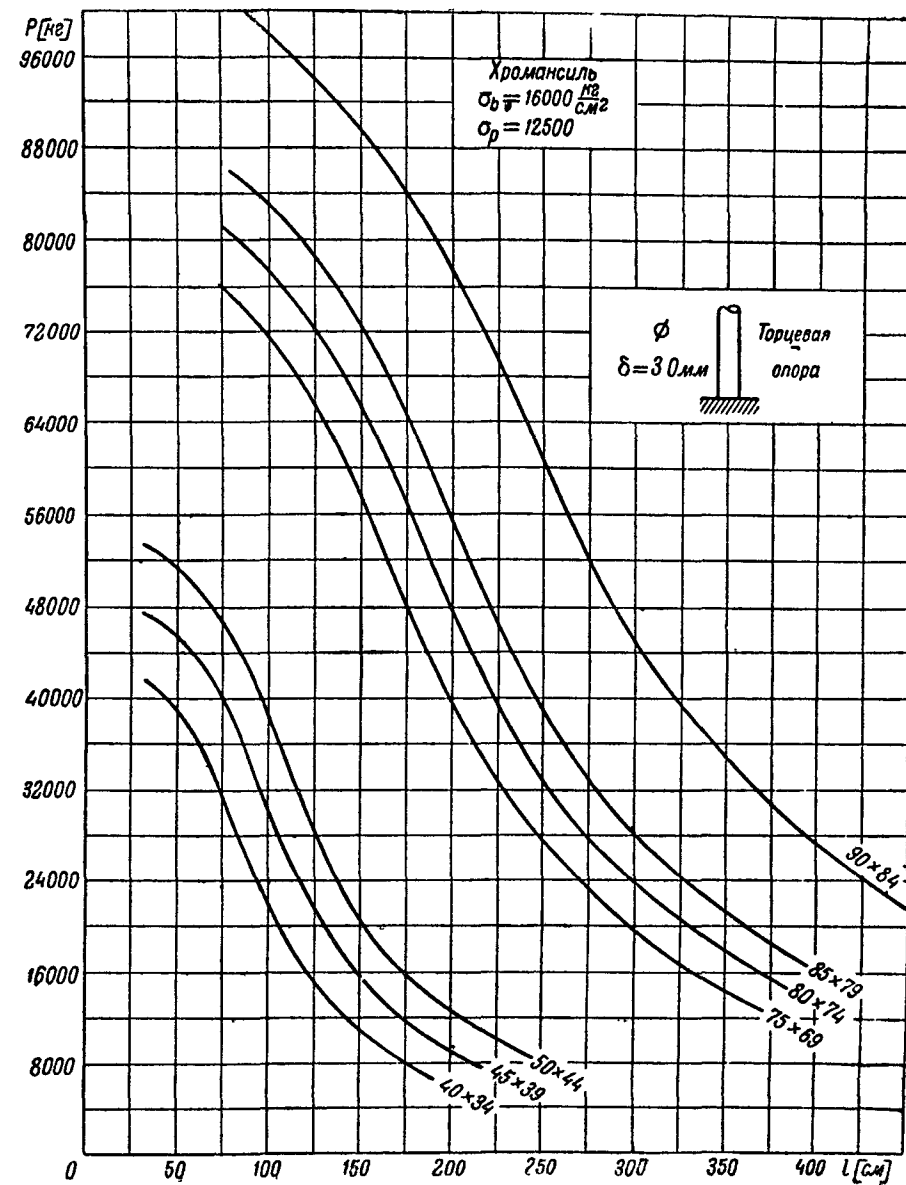
Фиг 165



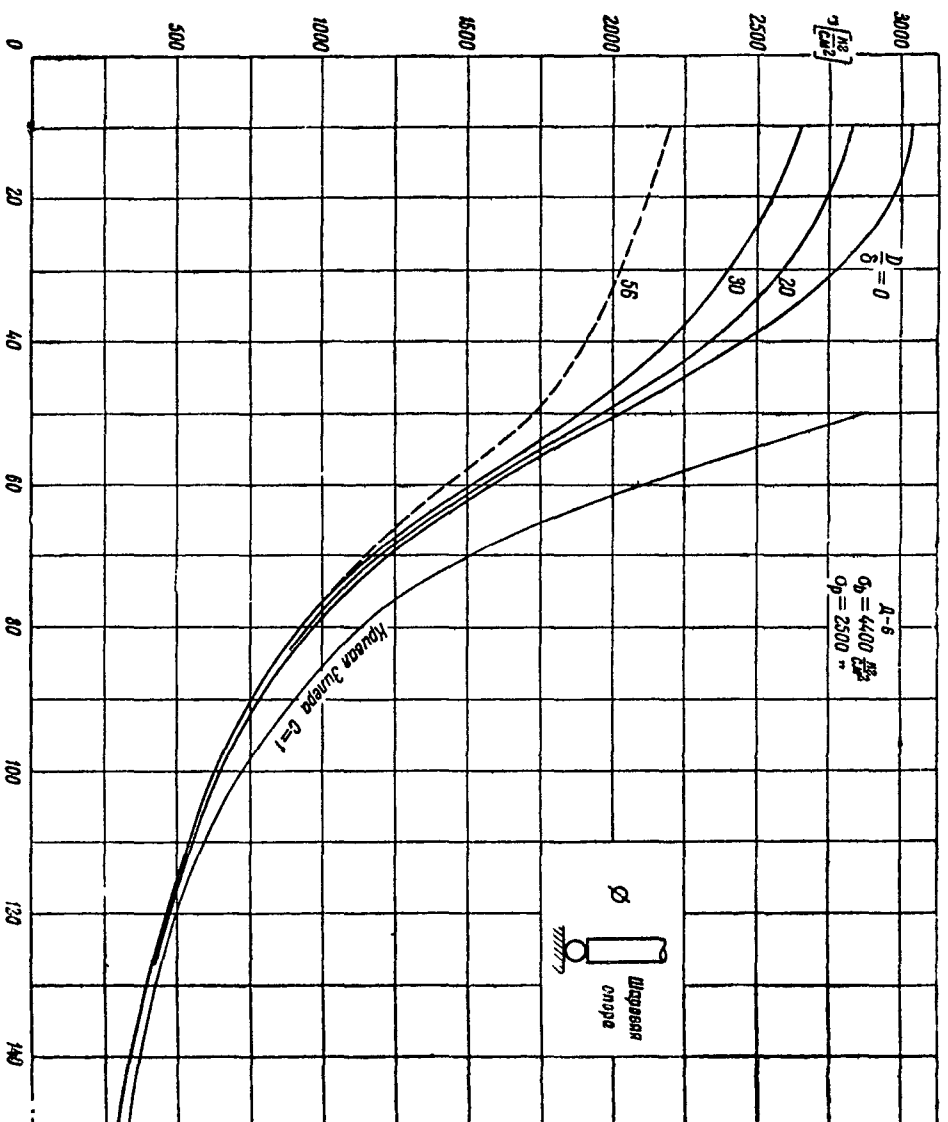
Фиг 166



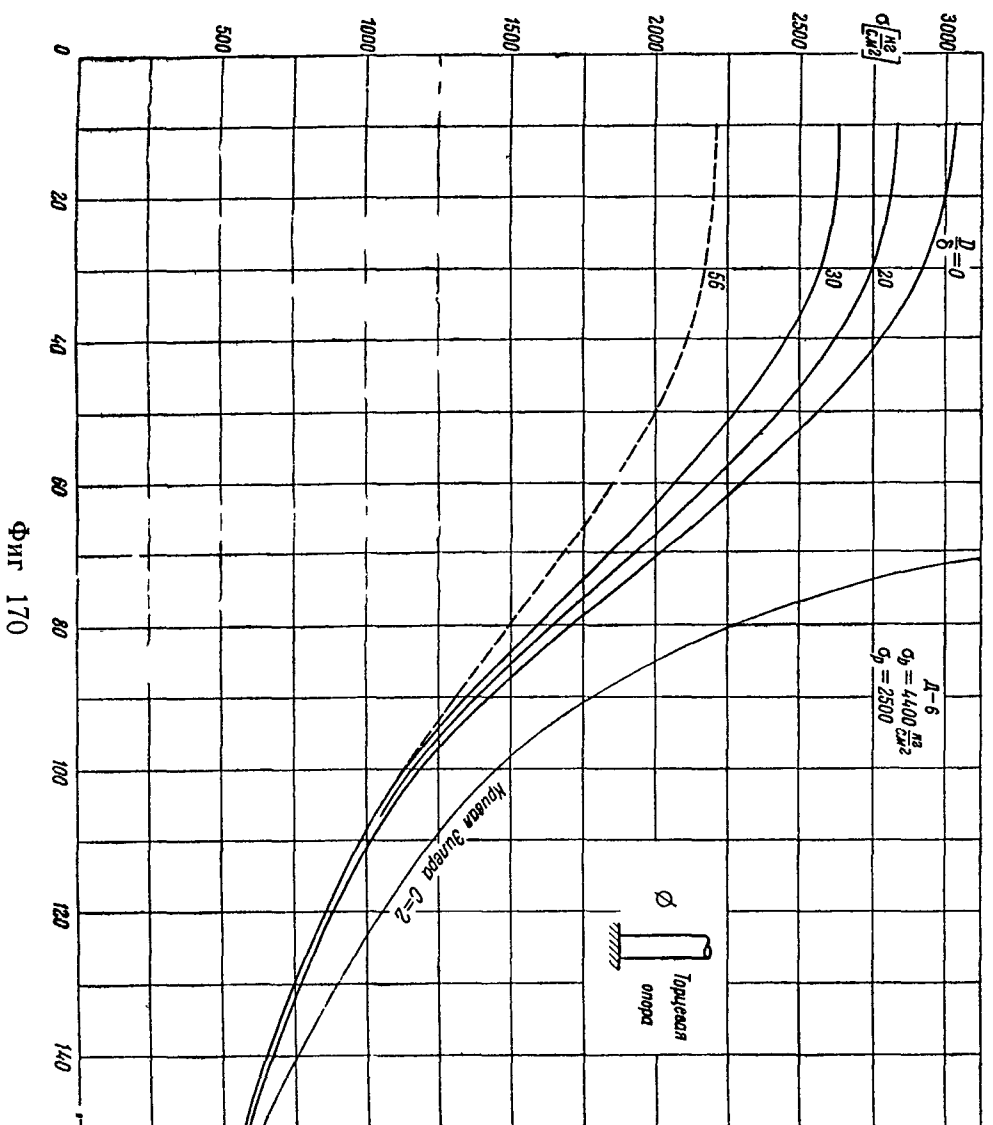
Фиг. 167



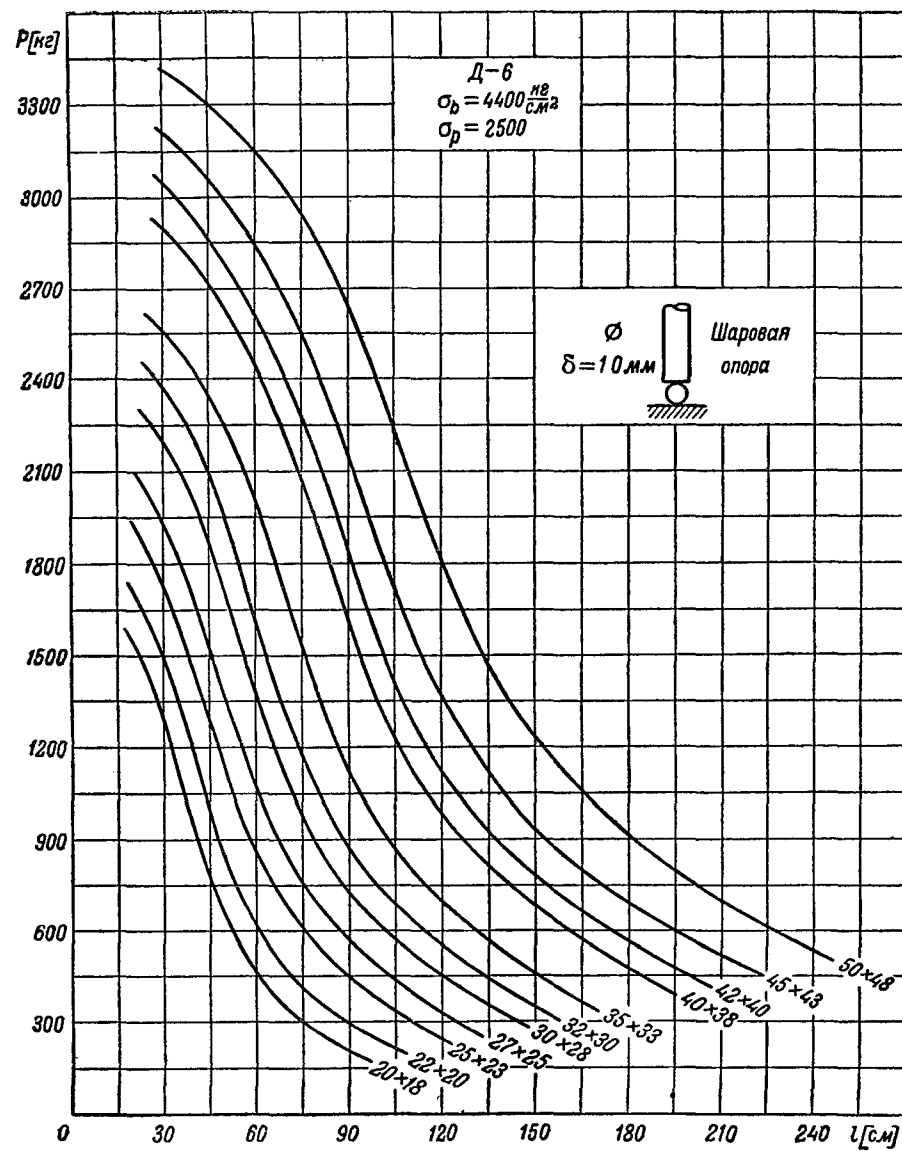
Фиг. 168



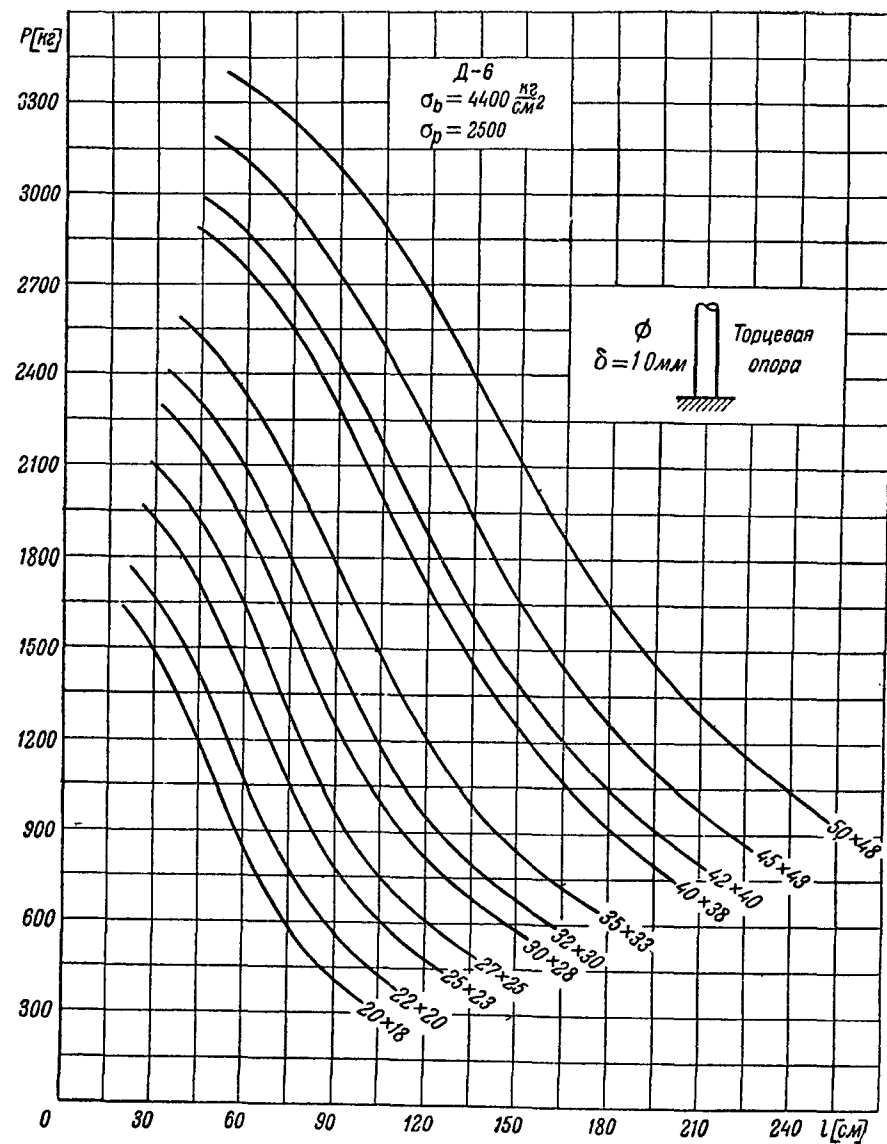
Фиг. 169



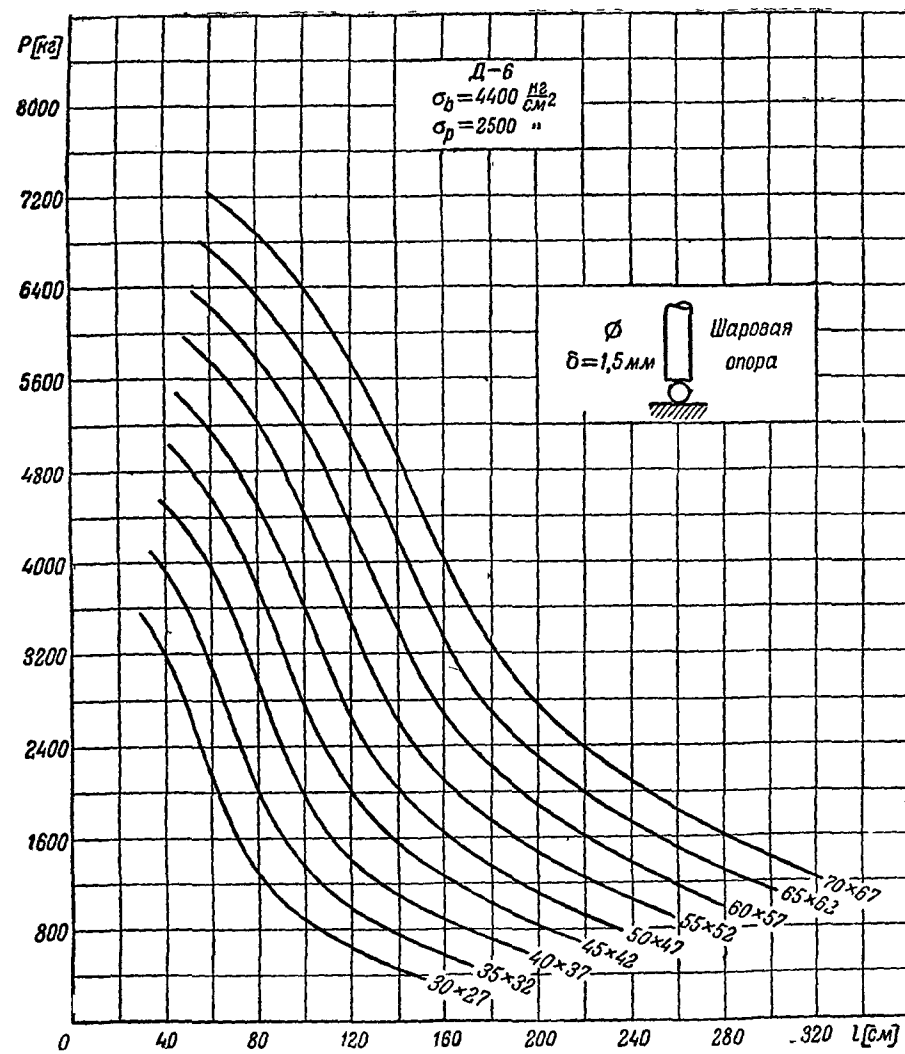
Фиг. 170



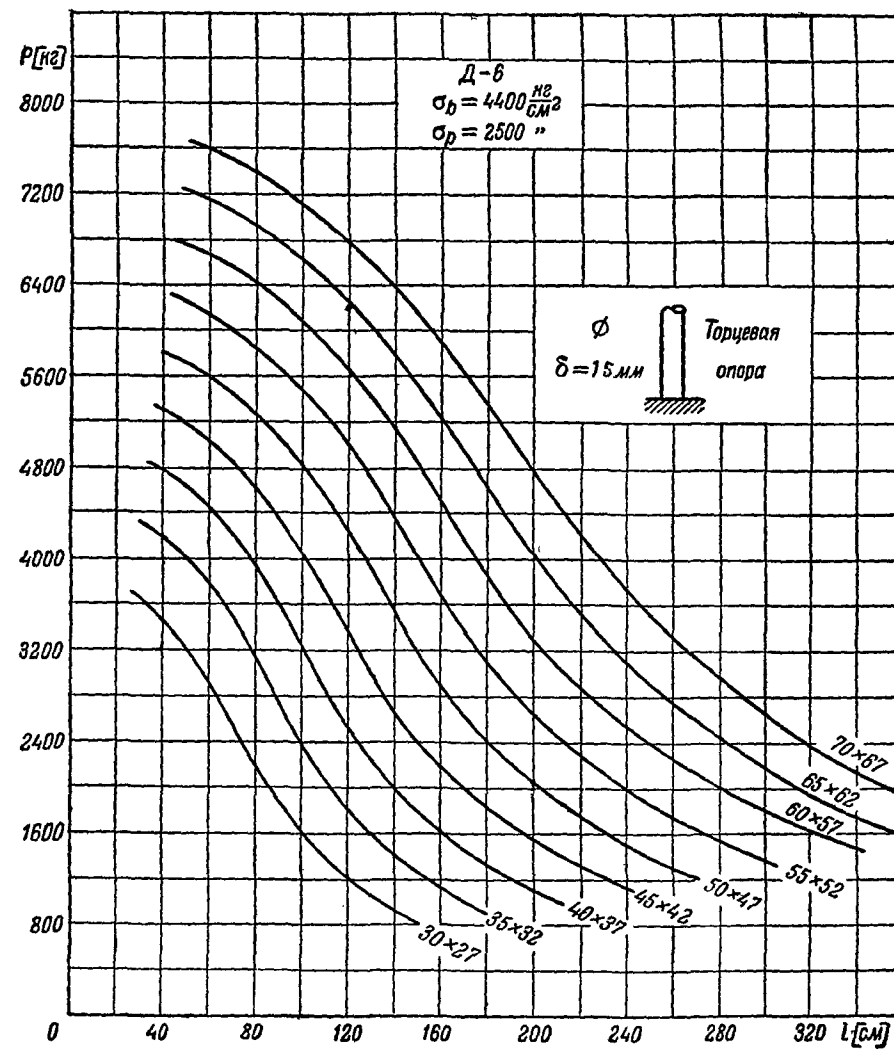
Фиг 171



Фиг 172

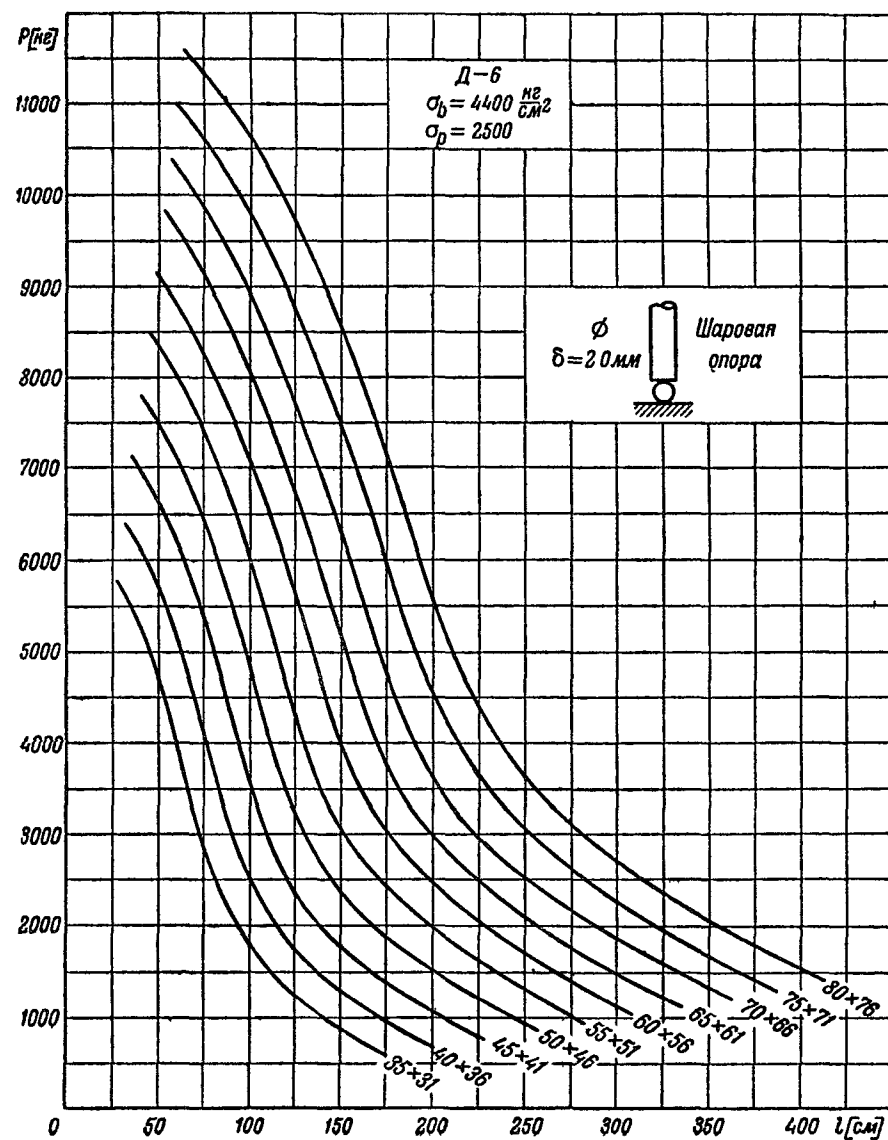


Фиг 173

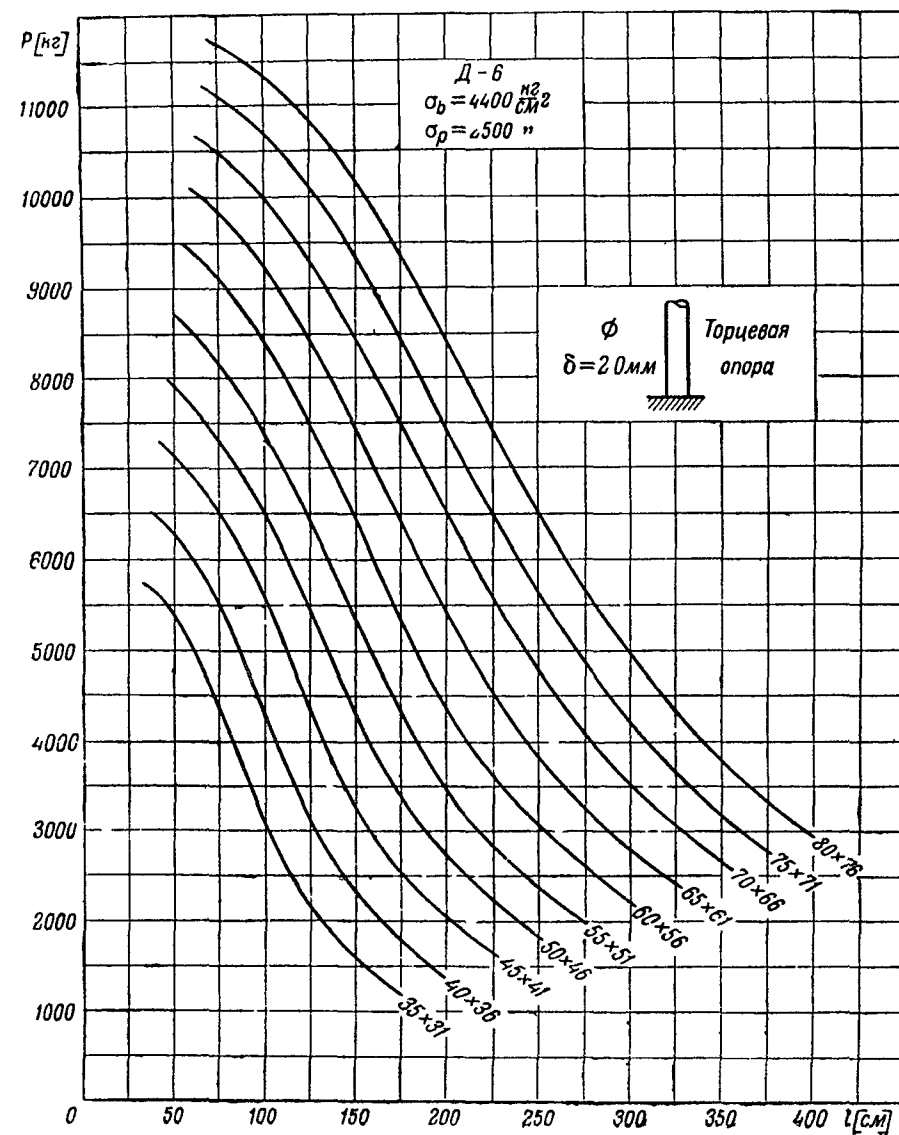


Фиг 174

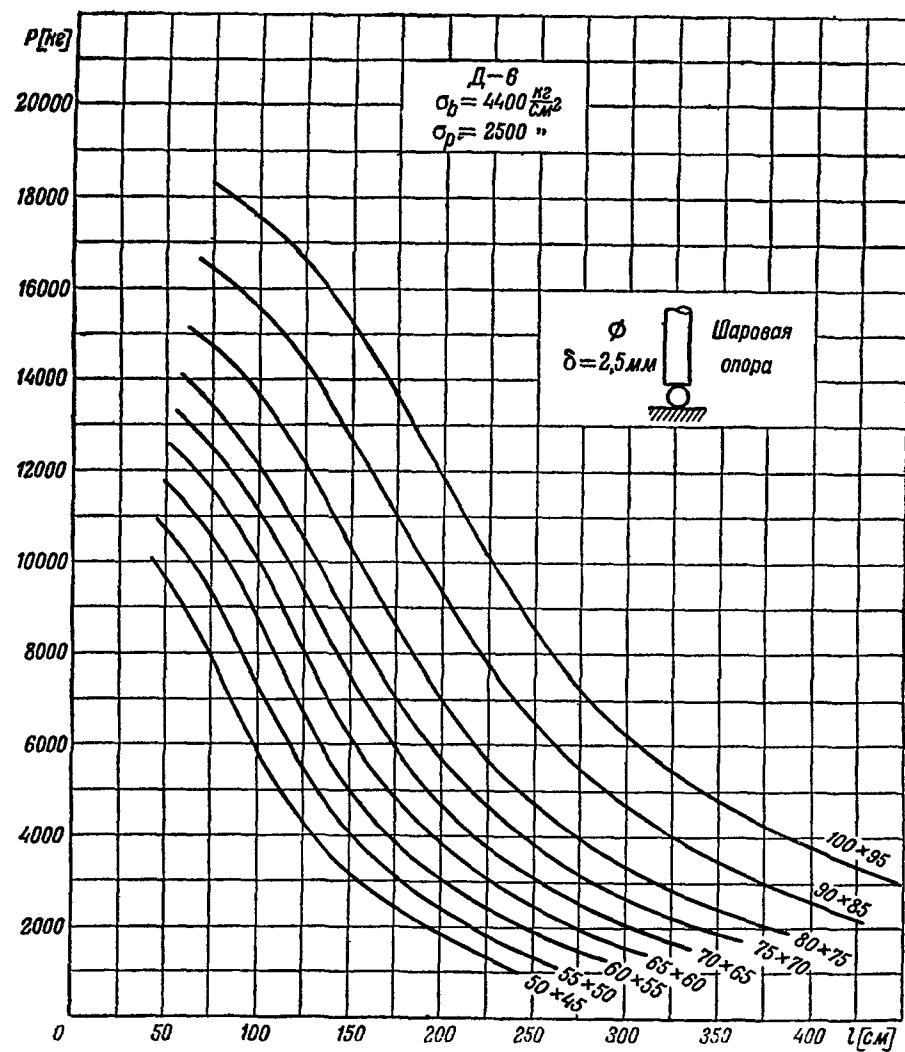
170



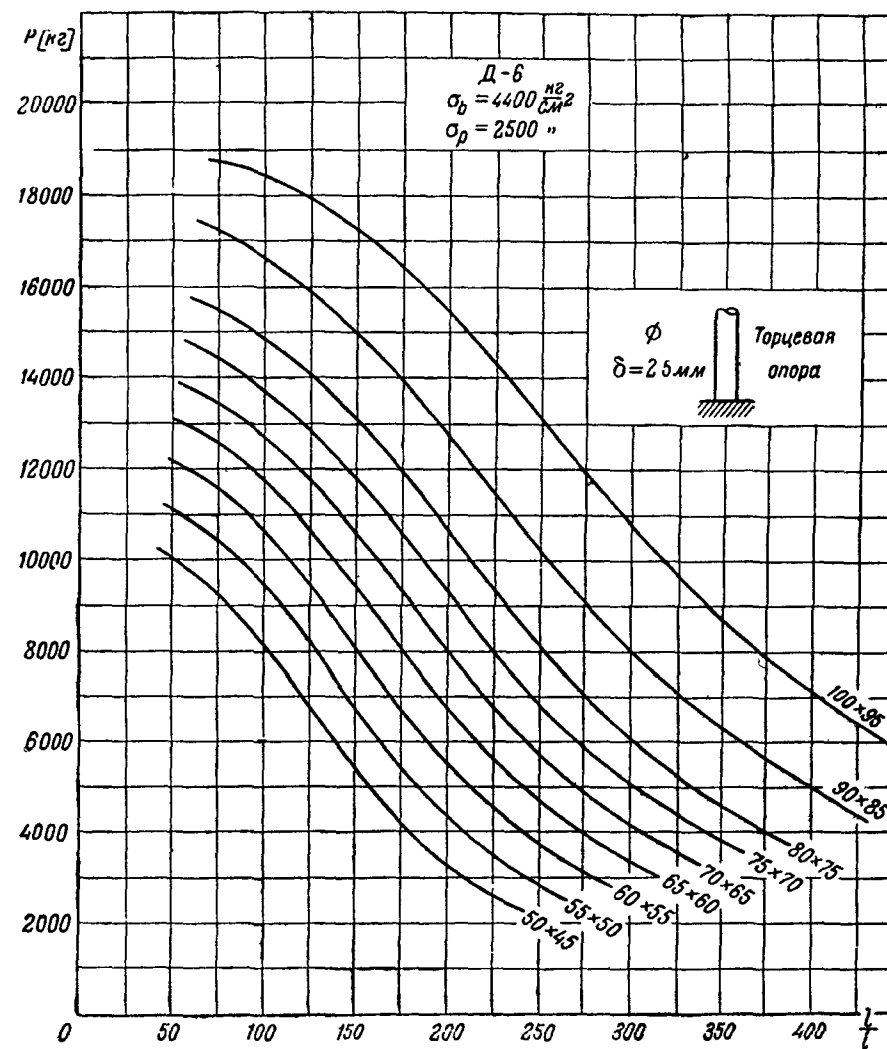
Фиг 175



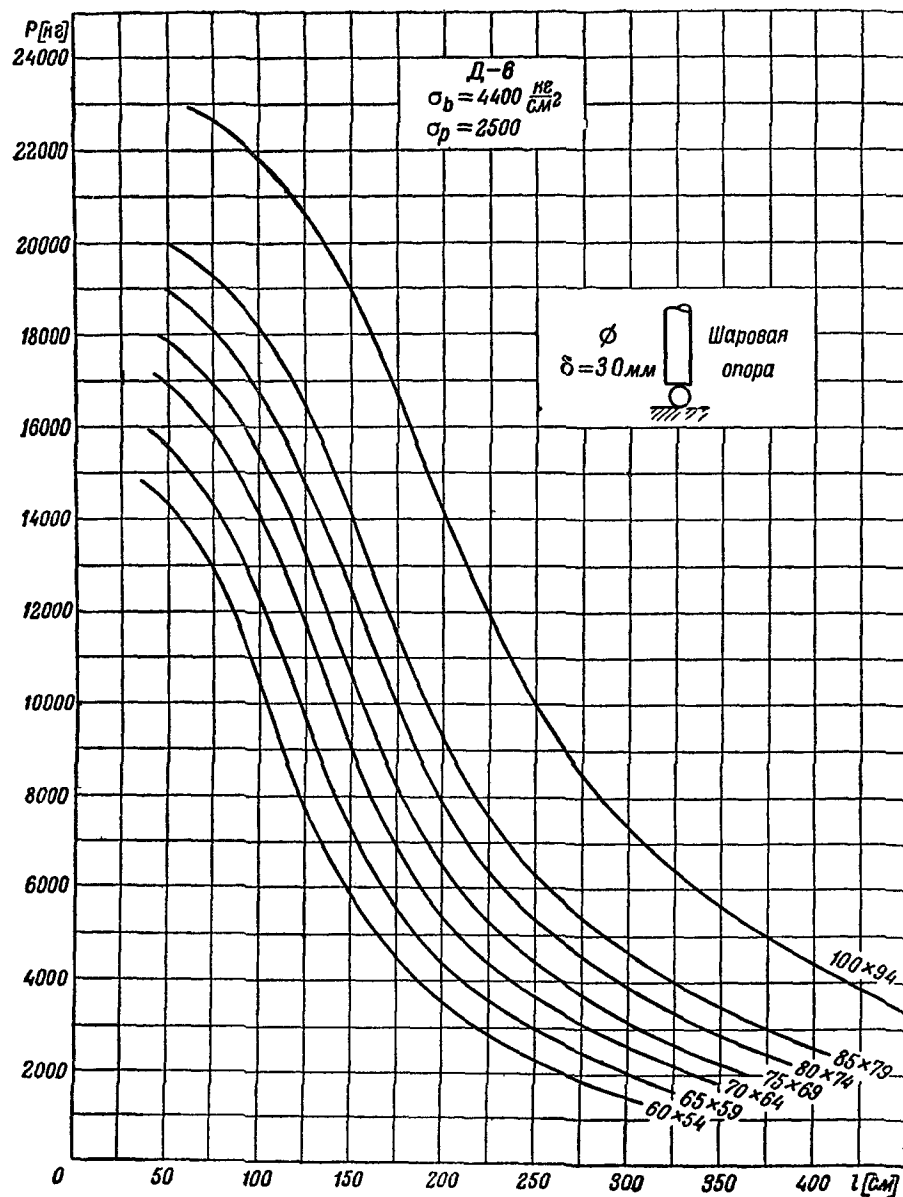
Фиг 176



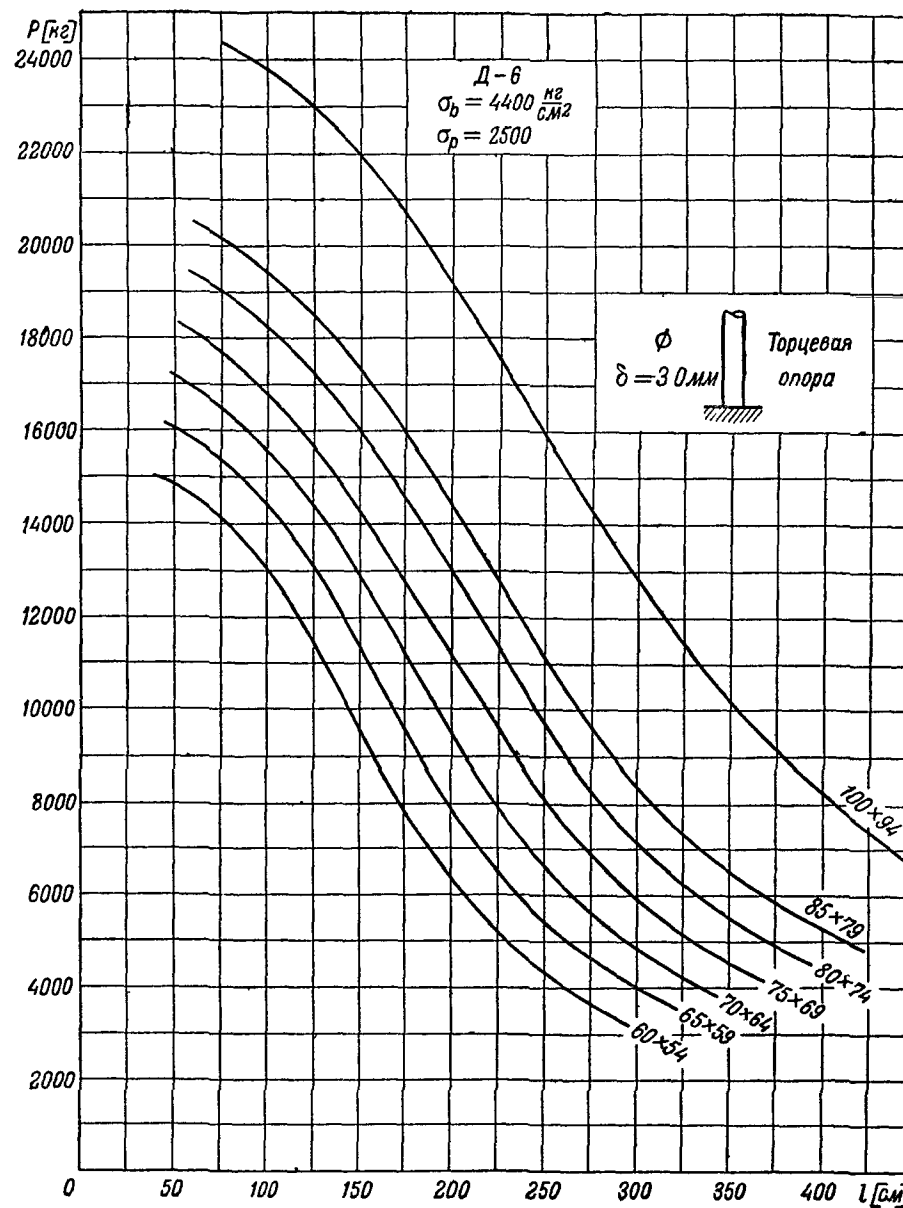
Фиг 177



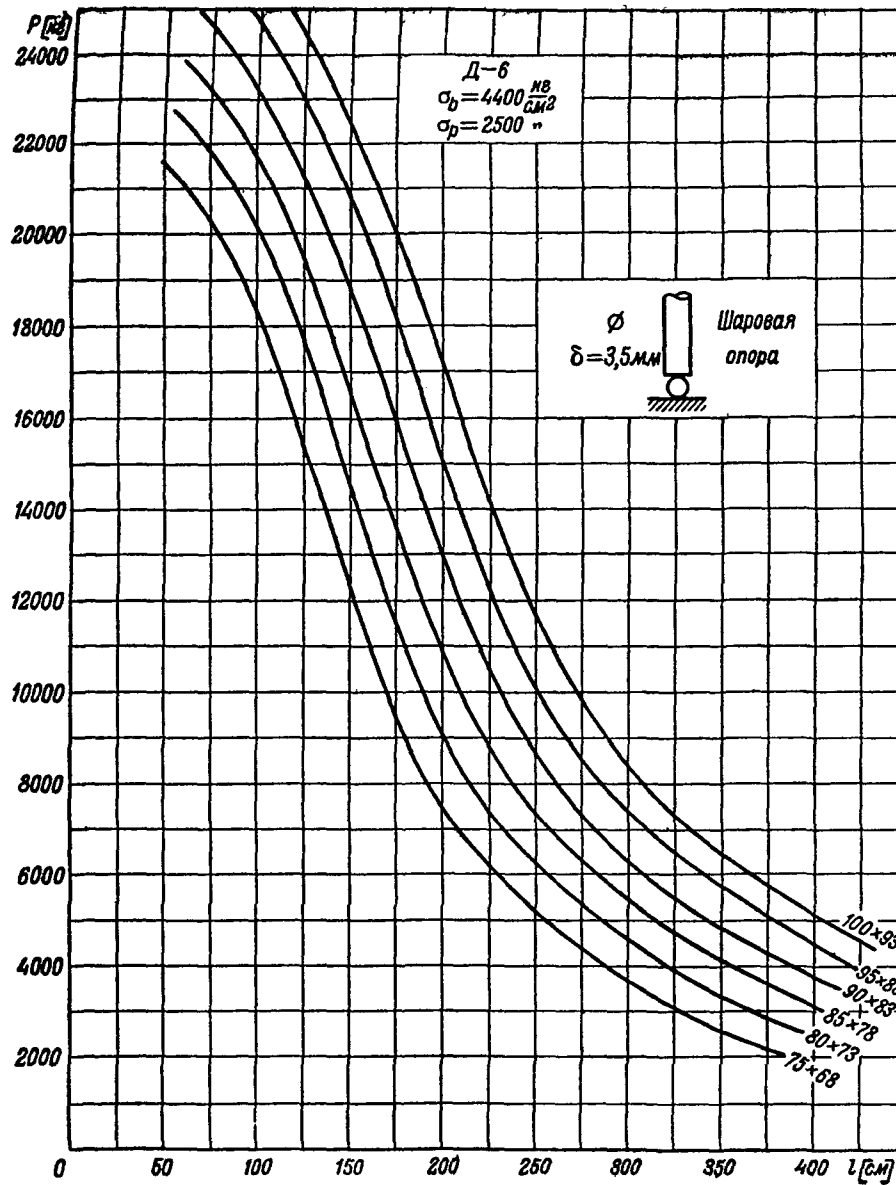
Фиг 178



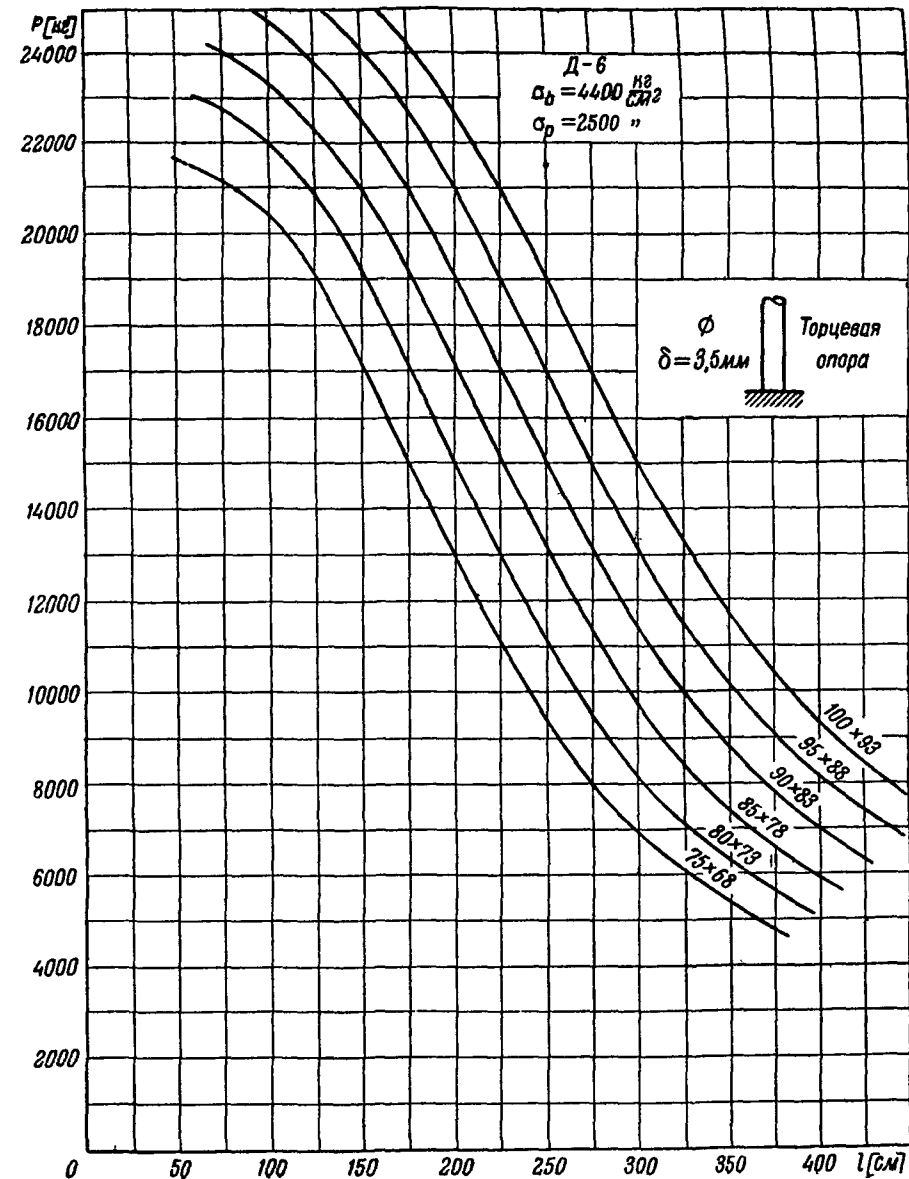
Фиг 179



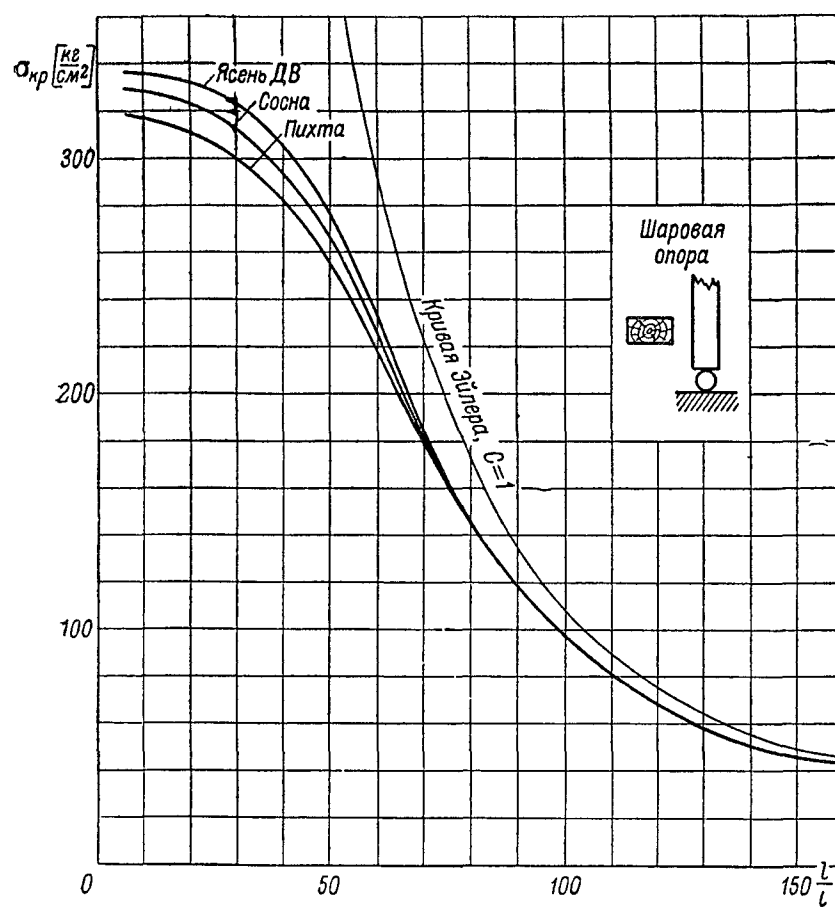
Фиг 180



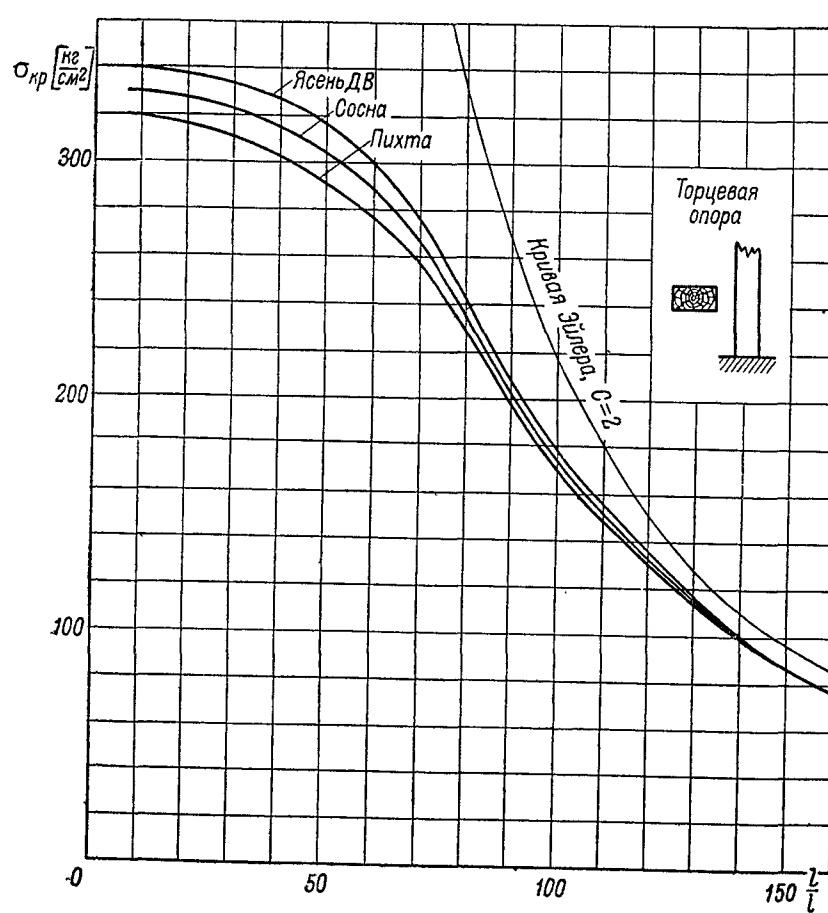
Фиг 181



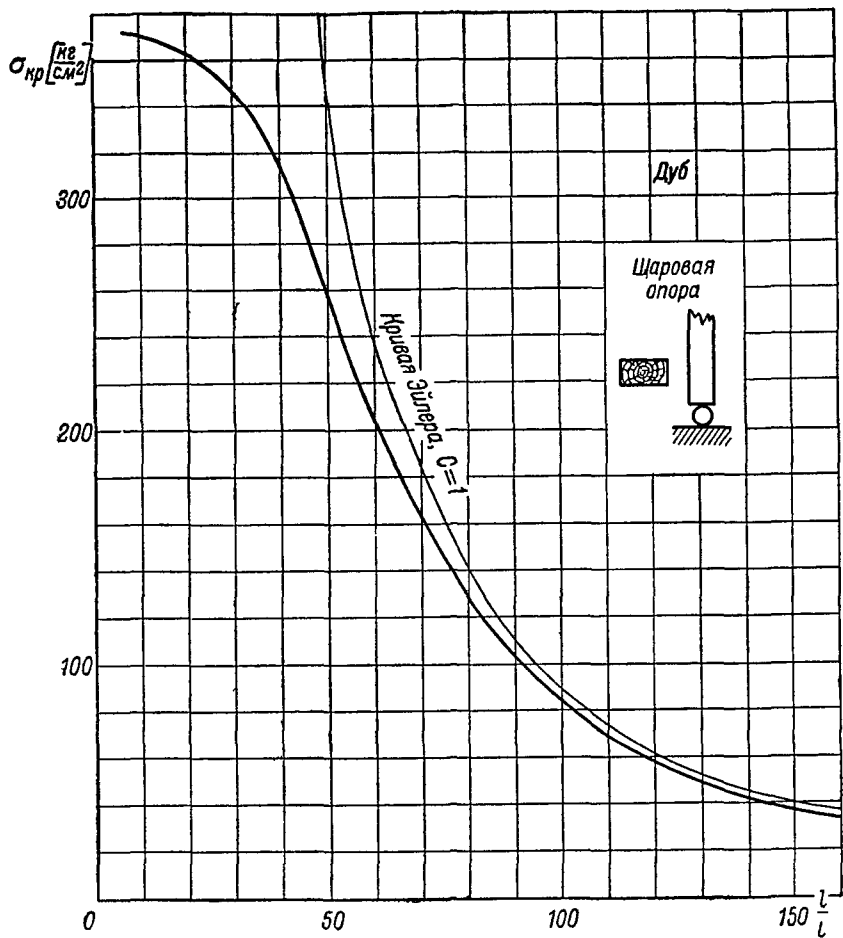
Фиг 182



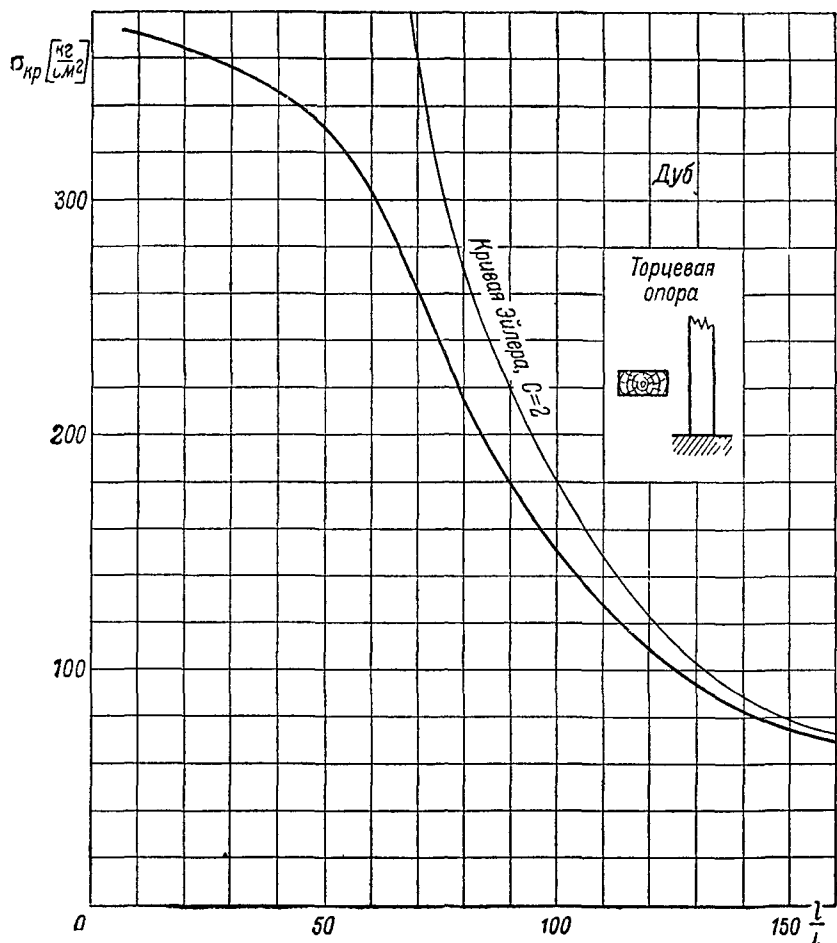
Фиг 183



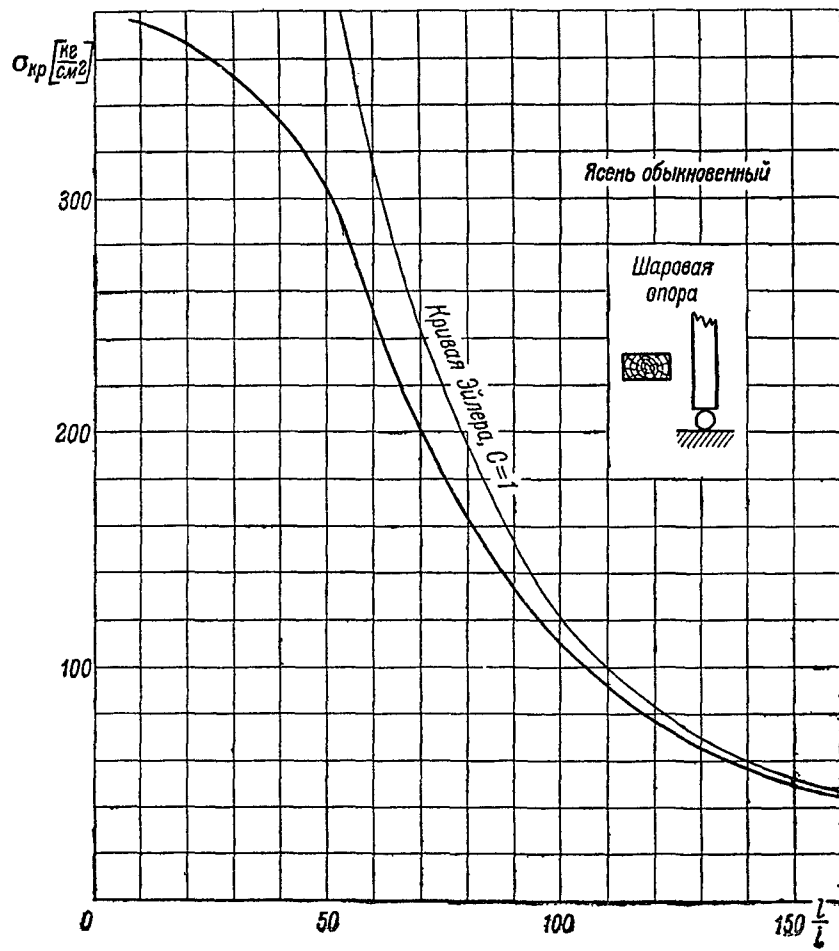
Фиг 184



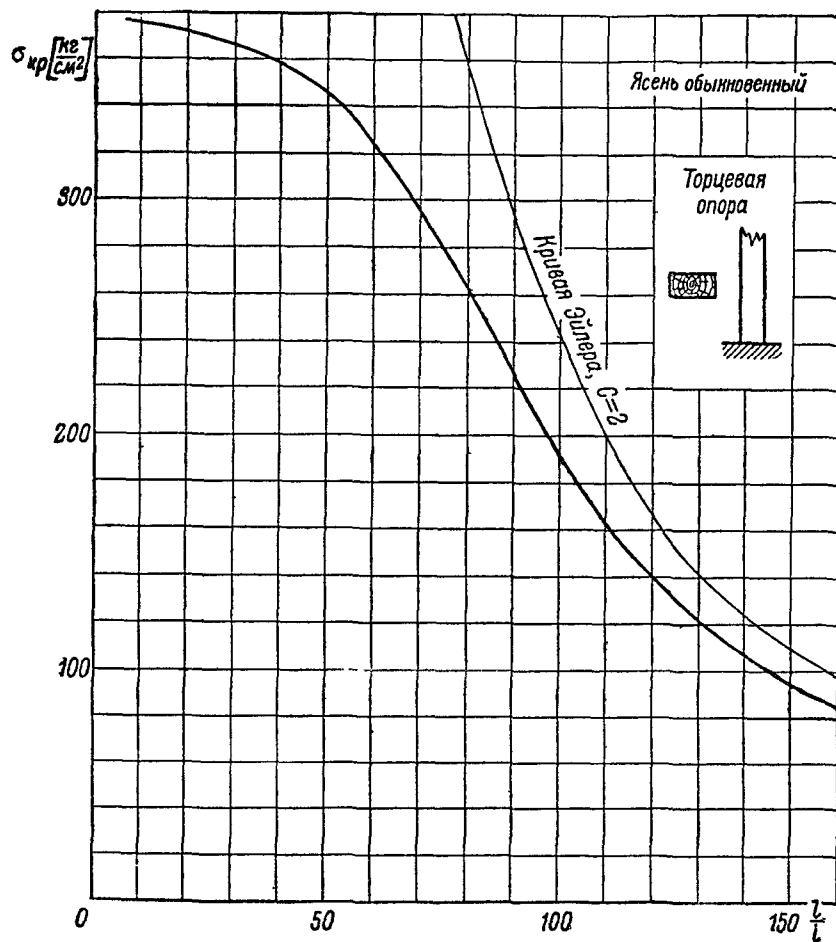
Фиг 185



Фиг 186



Фиг 187



Фиг 188

ствуют $\frac{D}{\delta}$, для которых потеря устойчивости стенки происходит при $\sigma_c = \sigma_p$

При пользовании этими графиками следует иметь в виду, что при построении их сделаны такие допущения, которые гарантируют достаточный запас прочности, при $\frac{l}{t} < 40$ допустимо в поверочном расчете иметь отклонения от данных графиков на 10—15%

При построении кривых $\sigma_{сж} = \varphi\left(\frac{l}{t}\right)$ для деревянных стоек сплошного прямоугольного сечения величина разрушающего напряжения σ_c бралась в зависимости от соотношения величин $\sigma_{сж}$ и $\sigma_{из}$ по формуле

$$\sigma_c = \sigma_{б\ сж} + \left(\sigma_{б\ из} - \sigma_{б\ сж} \right) \frac{\sigma_{из}}{\sigma_{из} + \sigma_{сж}},$$

где $\sigma_{б\ сж}$ и $\sigma_{б\ из}$ — временные сопротивления древесины соответственно при сжатии и при изгибе

Графиками можно пользоваться для расчета деревянных стоек, сечение которых не прямоугольное, так как небольшие изменения $\frac{D}{t}$ мало влияют на $\sigma_{кр}$

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Timoshenko S P Theory of elastic stability —N-Y and L McGraw-Hill Book Company, 1936
- 2 Тимошенко С П Курс теории упругости, ч II Стержни и пластины—Спб Ин-т инженеров путей сообщения, 1916
- 3 Тимошенко С П Вопросы устойчивости упругих систем—Л Кубуч, 1935
- 4 Тимошенко С П Сопротивление материалов—Л—М ГНТИ, 1932
- 5 Динник А Н Устойчивость упругих систем—М—Л ОНТИ, 1935
- 6 Справочник по судостроению, ч II—Л—М ОНТИ, 1934
- 7 Кан С Н Продольный изгиб стержней постоянного сечения—Техника возд флота 1938, № 5, стр 6—25
- 8 Кан С Н Исследование устойчивости некоторых элементов конструкций—Техника возд флота 1939, № 4, стр 22—33
- 9 Кан С Н и Свердлов И А Расчет самолета на прочность—Воен возд Академия РККА им Жуковского, 1938

РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ИЗОЛИРОВАННЫХ ПРОФИЛЕЙ И ПОДБОР ИХ РАЦИОНАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ

Устойчивость авиационных профилей при встречающихся соотношениях длины и размеров поперечного сечения определяется в большинстве случаев устойчивостью наиболее слабой стенки профиля⁽¹⁾ Расчетной стенкой является обычно та, для которой отношение ширины стенки к ее толщине является наибольшим

Расчет тонкостенных профилей

Расчет зашитых дюралевых профилей

Для зашитых тонкостенных дюралевых профилей критическое напряжение $\sigma_{кр}$, соответствующее выпучиванию слабой стенки, может быть определено из формулы (фиг 192, стр 181)

$$\sigma_{кр} = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - 8,41 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right]},$$

где

$$s = \frac{\left(\frac{b}{\delta}\right)^4}{134,5 (p + 2\sqrt{q})^2} + 5,8 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right],$$

b — ширина,

δ — толщина слабой стенки (пусть, как на фиг 189),

p и q — коэффициенты, характеризующие степень влияния смежных стенок на устойчивость расчетной стенки, зависящие от величины

$$\zeta = \frac{I b_1}{I_1 b} = \left(\frac{\delta}{\delta_1}\right)^3 \frac{b_1}{b},$$

δ_1 — толщина сильной стенки смежной со слабой,

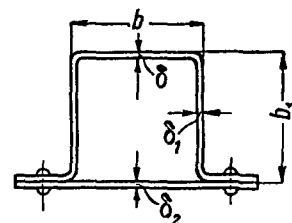
I — момент инерции полосы шириною единица из наиболее слабой стенки,

I_1 — момент инерции полосы шириною единица из смежной сильной стенки,

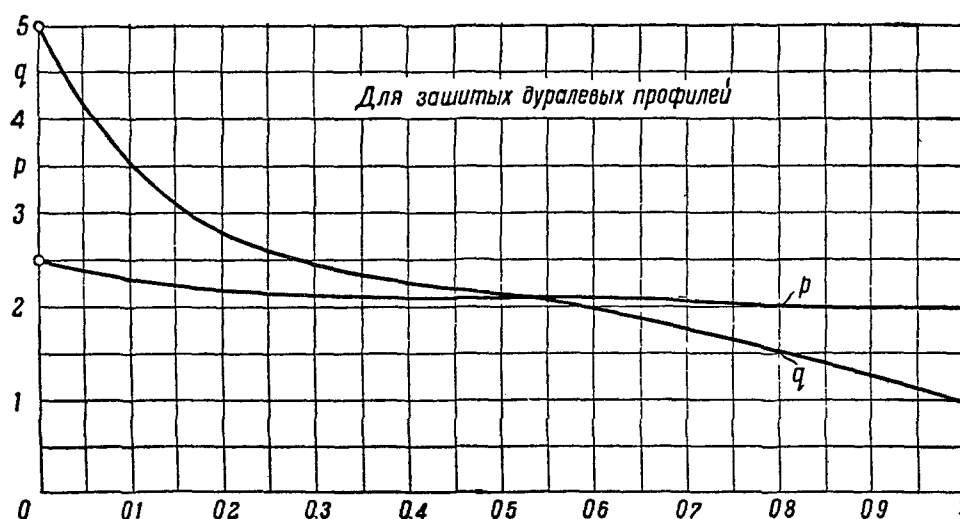
b_1 — ширина смежной сильной стенки

При числовом подсчете s принято $E = 720\,000 \text{ кг/см}^2$

Значения коэффициентов p и q в зависимости от ζ даны на графике
фиг 190



Фиг 189



Фиг 190

Расчетной шириной зашивки является расстояние между заклепками. Для профилей с очень тонкой зашивкой (если δ_2 на фиг. 189, например, мало по сравнению с δ_1 и δ) брать зашивку за расчетный элемент нельзя, так как потеря устойчивости ее не характеризует собою критическое состояние профиля в целом. В этом случае за расчетный элемент профиля необходимо брать самую слабую стенку из оставшихся трех.

Влиянием крайних полок как при расчете боковых стенок профиля, так и зашивки его можно пренебрегать.

Если проверкой установлено, что стенки профиля устойчивы, то необходимо проверить профиль на общую устойчивость. Здесь могут быть два случая:

- потеря устойчивости в зоне упругих деформаций и
- потеря устойчивости в зоне неупругих деформаций.

В первом случае критическое напряжение определяется по формуле Эйлера

$$\sigma_{кр} = \frac{C\pi^2 E}{\left(\frac{l}{l_{мин}}\right)^2},$$

где l — длина профиля,

$l_{мин}$ — наименьший радиус инерции сечения профиля,

C — коэффициент влияния опорных закреплений.

Для профилей с шарнирными опорами формула верна лишь при $\frac{l}{l_{мин}} \geq 70$.

В случае свободных торцевых опор на плоскости формула верна при $\frac{l}{l_{мин}} \geq 100$.

Для этого закрепления коэффициент C линейно изменяется, начиная с $C=2$ при $\frac{l}{l_{мин}}=100$ до $C=4$ при $\frac{l}{l_{мин}}=200$.

В зоне неупругих деформаций для профилей с торцевыми опорами критическое напряжение определяется по эмпирической линейной зависимости

$$\sigma_{кр} = 2900 - 14,8 \frac{l}{l_{мин}} \left[\frac{кг}{см^2} \right],$$

этой формулой можно пользоваться для профилей с гибкостью $\frac{l}{l_{мин}} \leq 100$.

Для профилей с шаровыми опорами $\sigma_{кр}$ определяется по формуле

$$\sigma_{кр} = 2900 - 21,2 \frac{l}{l_{мин}} \left[\frac{кг}{см^2} \right],$$

эта формула верна для профилей с гибкостью $\frac{l}{l_{мин}} \leq 70$.

Допускаемые значения отношений $\frac{b}{\delta}$, при которых выпучивание стенок или исключается совсем или оно происходит одновременно с общей потерей устойчивости профиля в целом, определяются из условия равенства критических напряжений для профиля в целом и его слабой стенки

$$\frac{C\pi^2 E \eta}{\left(\frac{l}{l_{мин}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\eta}}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 (p + 2\sqrt{q}),$$

где $\eta = \frac{T}{E}$ — коэффициент продольного изгиба,

T — переменный модуль, значение которого определяется из диаграммы сжатия коротких профилей как тангенс угла наклона касательной к кривой сжатия

Выражение для η может быть представлено в виде

$$\eta = 0,321 \sigma_{кр} (2,9 - \sigma_{кр})^2.$$

Условие равнопрочности при $C = 1$ дает

$$\frac{b}{\delta} = \left(3,3 \sqrt{\frac{l}{l_{мин}}} - 3,1 \right) (2,64 - 0,64 \sqrt{\zeta}) \quad \text{для } \frac{l}{l_{мин}} \leq 85,$$

$$\frac{b}{\delta} = 0,303 \frac{l}{l_{мин}} (2,64 - 0,64 \sqrt{\zeta}) \quad \text{для } \frac{l}{l_{мин}} > 85$$

Для профилей с торцевыми опорами значения отношений $\frac{b}{\delta}$ определяются из формул

$$\frac{b}{\delta} = \left(2,33 \sqrt{\frac{l}{l_{мин}}} - 2,19 \right) (2,64 - 0,64 \sqrt{\zeta}) \quad \text{для } \frac{l}{l_{мин}} \leq 100,$$

$$\frac{b}{\delta} = 0,214 \frac{l}{l_{мин}} (2,64 - 0,64 \sqrt{\zeta}) \quad \text{для } \frac{l}{l_{мин}} > 100$$

Рациональная длина профиля Рациональной длиной профиля будет та, при которой одинаково возможны как выпучивание стенок, так и общая потеря устойчивости профиля.

Рациональные значения гибкости $\frac{l}{l_{мин}}$ профилей с шаровыми опорами по концам определяются из следующих выражений

$$\frac{l}{l_{мин}} = 0,57 x + 0,1 x^2 \quad \left(\text{до } \frac{l}{l_{мин}} = 85 \right),$$

$$\frac{l}{l_{мин}} = 3,3 x - \left(\text{для } \frac{l}{l_{мин}} > 85 \right),$$

где

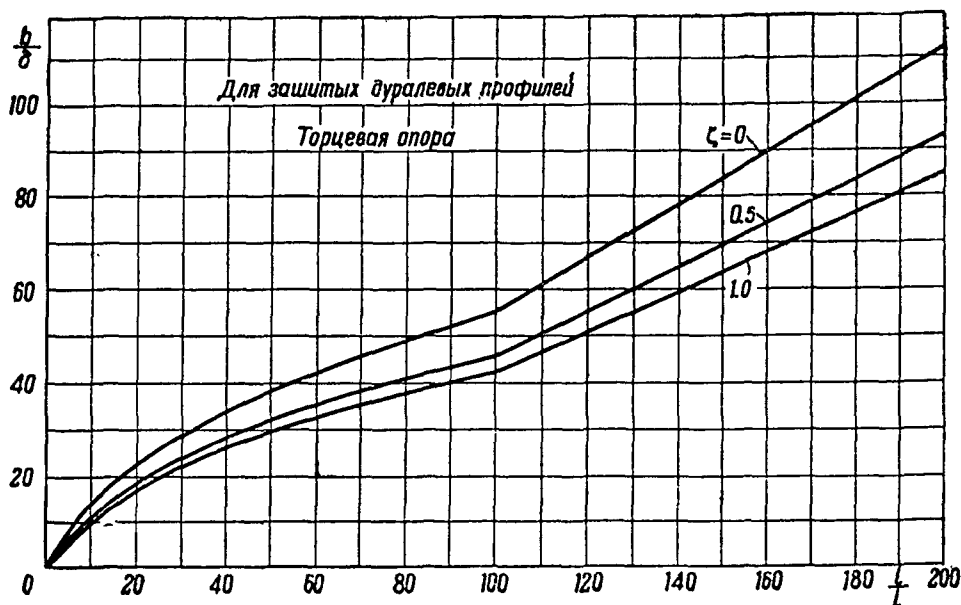
$$x = \frac{\frac{b}{\delta}}{2,64 - 0,64 \sqrt{\zeta}}.$$

Для профилей с торцевыми опорами значения $\frac{l}{l_{мин}}$ определяются из выражений

$$\frac{l}{l_{мин}} = 0,81 x + 0,185 x^2 \quad \left(\text{до } \frac{l}{l_{мин}} = 100 \right),$$

$$\frac{l}{l_{мин}} = 4,64 x \quad \left(\text{для } \frac{l}{l_{мин}} > 100 \right).$$

Связь между значениями гибкости $\frac{l}{i_{\min}}$ профиля и отношением $\frac{b}{\delta}$ ширины к толщине его расчетной стенки представлена в виде кривых на фиг. 191.



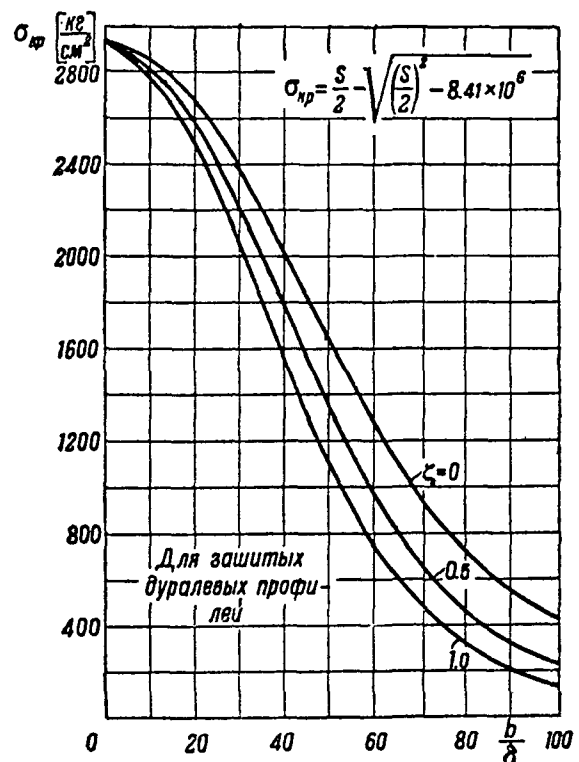
Фиг. 191

Для поверочных расчетов можно воспользоваться кривыми, приведенными на фиг. 192 и 193. На фиг. 192 по оси координат отложены значения $\sigma_{кр}$, соответствующие началу выпучивания стенки.

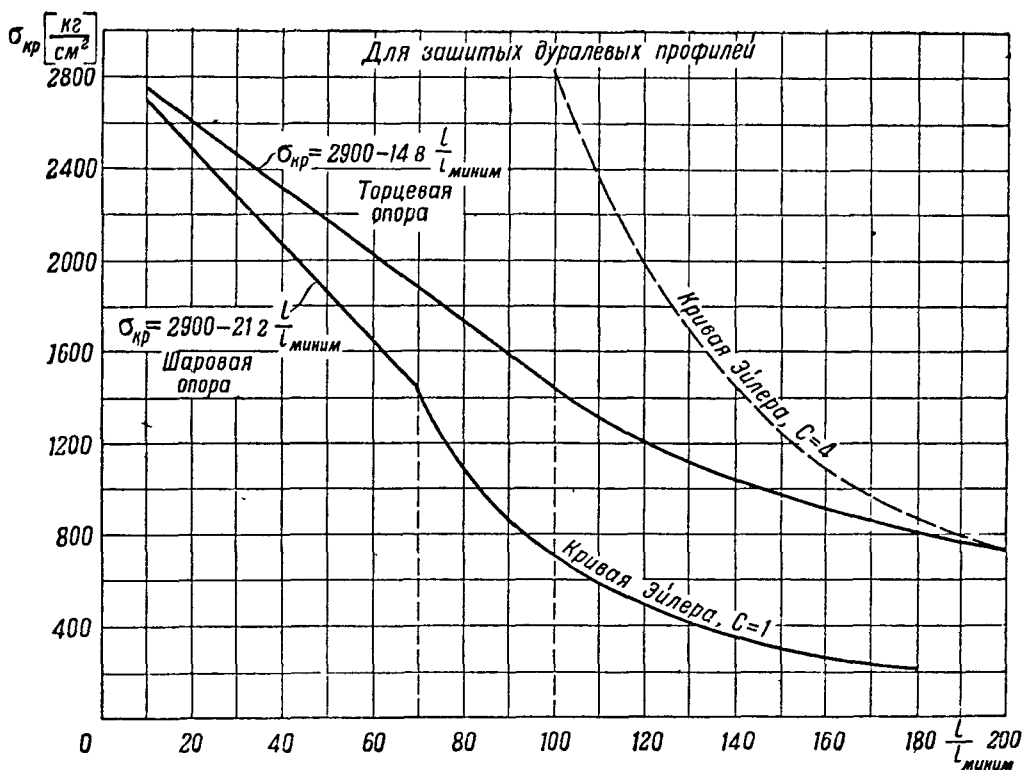
На фиг. 193 по оси ординат отложены значения $\sigma_{кр}$ для профиля в целом.

Меньшее из значений $\sigma_{кр}$ для профиля в целом и для его стенок является расчетным.

Чтобы установить рациональные размеры сечения закрытого профиля поступают так: задаются величинами $\sigma_{кр}$ и длиной l профиля; по заданному значению $\sigma_{кр}$ из диаграммы фиг. 193 определяют величину гибкости $\frac{l}{i_{\min}}$ профиля. По найденному значению $\frac{l}{i_{\min}}$ из диаграммы фиг. 191 определяют величину отношения $\frac{b}{\delta}$ ширины расчетной стенки к ее толщине, при которой возможны одновременно как потеря устойчивости стенки, так и общая потеря устойчивости профиля. Сохраняя величину отношения $\frac{b}{\delta}$, подбирают размеры сечения профиля так, чтобы получить величину $i_{\min}$, удовлетворяющую полученному значению гибкости $\frac{l}{i_{\min}}$ профиля.



Фиг. 192



Фиг. 193

Подобранные таким образом размеры сечения профиля будут рациональными.

Расчет открытых дуралевых профилей

При расчете открытых профилей возможны три основных случая:

1. Профиль при сжатии изгибается как целый стержень; при этом выпучивание его может происходить как в пределах, так и за пределами упругих деформаций.

2. Все стенки профиля или часть из них теряют устойчивость раньше, чем наступает общая потеря устойчивости профиля. При этом выпучивание стенок может быть как в пределах, так и за пределами упругих деформаций. Если у профиля все стенки выпучиваются одновременно, то независимо от формы его поперечного сечения при сжатии профиль не закручивается. В случае частичного выпучивания, особенно его полки, профиль при сжатии будет закручиваться.

3. При достаточной устойчивости всех стенок профиля возможен случай закручивания профиля в целом (2).

Расчет сводится к определению минимального значения $\sigma_{кр}$.

1-й случай. Профили в пределах упругих деформаций рассчитываются по формуле Эйлера. Коэффициент C для профилей, сечения которых показаны на фиг. 194, надо считать таким же, что и для закрытых профилей, а для профилей, сечения которых показаны на фиг. 195, независимо от величины $\frac{l}{i_{мин}}$ надо брать $C = 1$.

Практически для определения $\sigma_{кр}$ профилей фиг. 194 можно пользоваться кривыми фиг. 193, учитывая при этом характер крепления концов; для профилей фиг. 195 в обоих случаях опорных условий следует пользоваться нижней кривой фиг. 193.



Фиг. 194



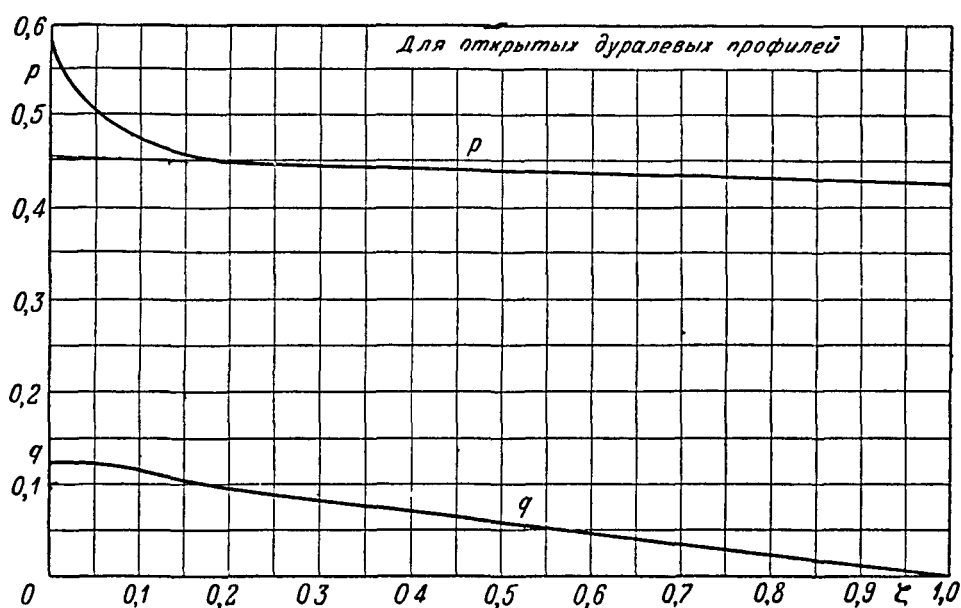
Фиг. 195

2-й случай Критическое напряжение стенок профилей определяется по формуле.

$$\sigma_{кр} = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - 8,41 \cdot 10^6} \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right],$$

$$s = \frac{\left(\frac{b}{\delta}\right)^4}{134,5 (p + 2\sqrt{q})^2} + 5,8 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right]$$

При определении $\sigma_{кр}$ полки значение коэффициентов p и q следует брать из графика фиг 196



Фиг 196

Допускаемые отношения $\frac{b}{\delta}$ определяются из условия равнопрочности расчетной полки с профилем в целом

$$\frac{\pi^2 E \eta}{\left(\frac{l}{l_{мин}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\eta}}{12(1 - \mu^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 (p + 2\sqrt{q}).$$

Решения для профилей фиг 194 с шаровыми опорами и для профилей фиг. 195 с любыми условиями закрепления концов дают

$$\frac{b}{\delta} \leq \left(2,9 \sqrt{\frac{l}{l_{мин}}} - 3,1\right) (1,13 - 0,48\zeta) \quad \text{до } \frac{l}{l_{мин}} = 70,$$

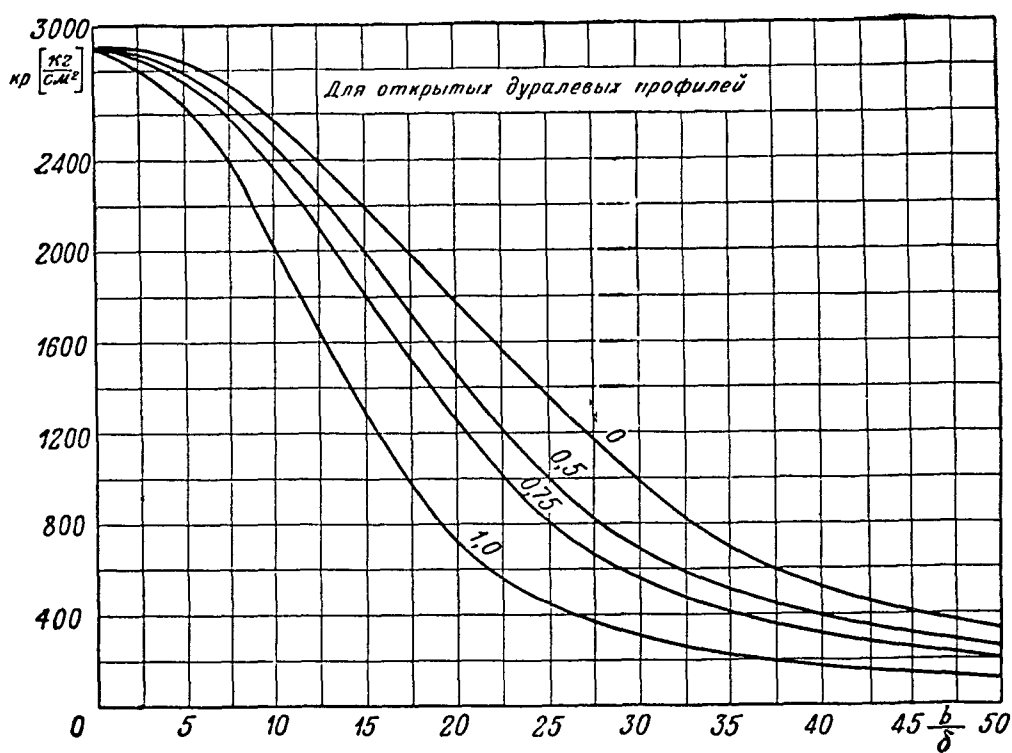
$$\frac{b}{\delta} \leq 0,303 \frac{l}{l_{мин}} (1,13 - 0,48\zeta) \quad \text{для } \frac{l}{l_{мин}} > 70$$

Для профилей фиг 194 с торцевыми опорами допускаемое отношение $\frac{b}{\delta}$ определяется из следующих выражений

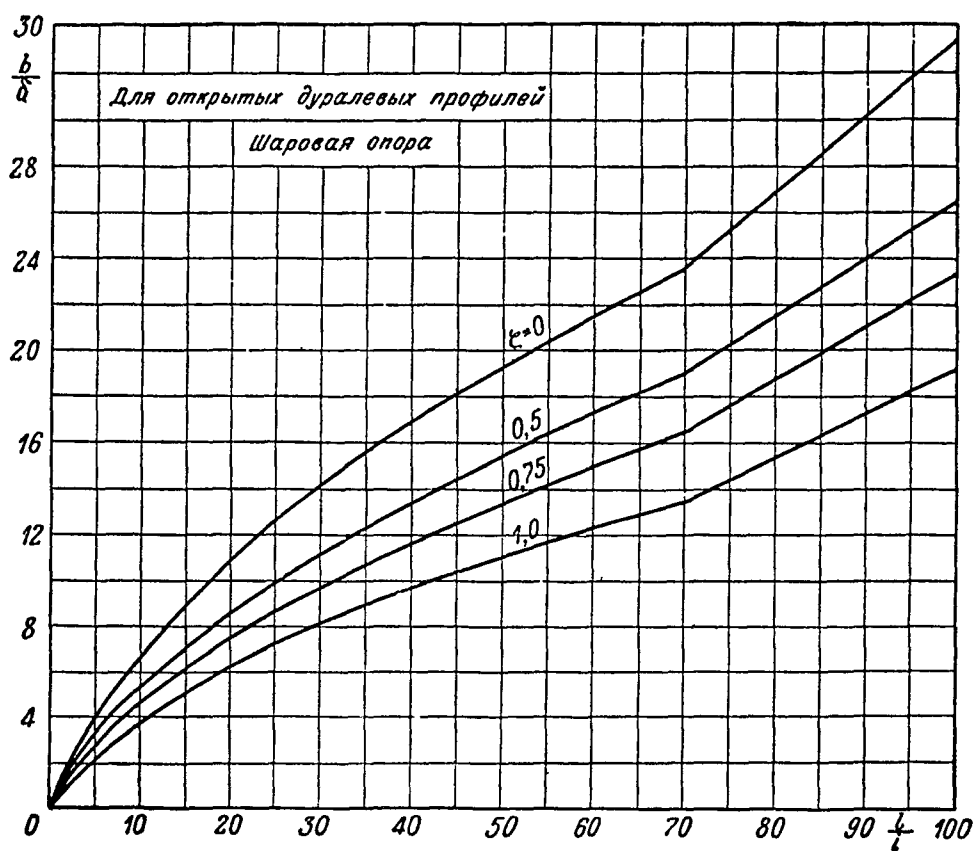
$$\frac{b}{\delta} \leq \left(2,33 \sqrt{\frac{l}{l_{мин}}} - 2,19\right) (1,13 - 0,48\zeta) \quad \text{до } \frac{l}{l_{мин}} = 100,$$

$$\frac{b}{\delta} \leq 0,214 \frac{l}{l_{мин}} (1,13 - 0,48\zeta) \quad \text{для } \frac{l}{l_{мин}} > 100$$

Для определения $\sigma_{кр}$ полки и допускаемых отношений $\frac{b}{\delta}$ можно пользоваться графиками фиг 197, 198 и 199



Фиг 197

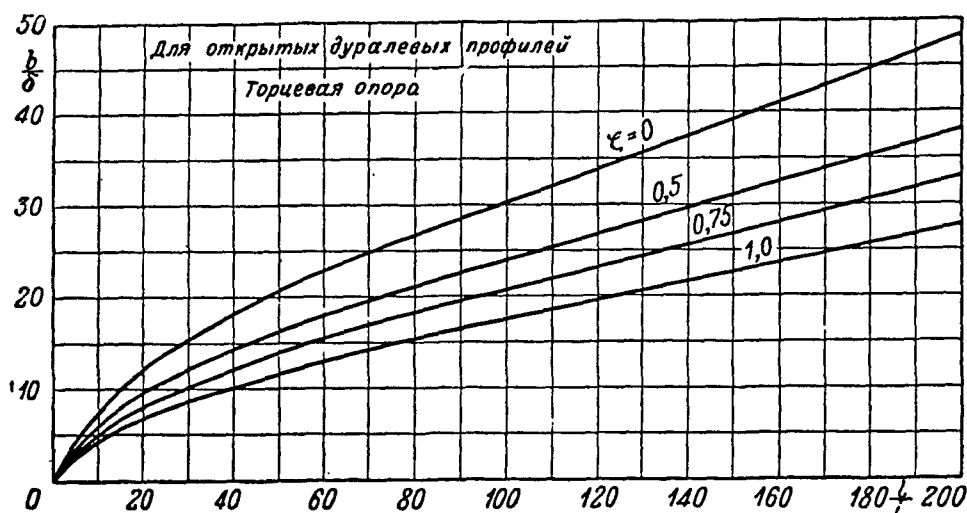


Фиг 198

Для того, чтобы полки профиля были равнопрочными со стенками, необходимо удовлетворить условию:

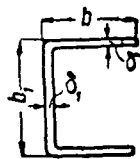
$$\left(\frac{\delta}{b}\right)^2 = 9,41 \left(\frac{\delta_1}{b_1}\right)^2,$$

где δ и b — толщина и ширина полки профиля и
 δ_1 и b_1 — толщина и ширина его стенки (фиг. 200).

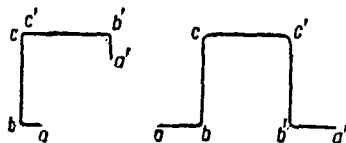


Фиг. 190

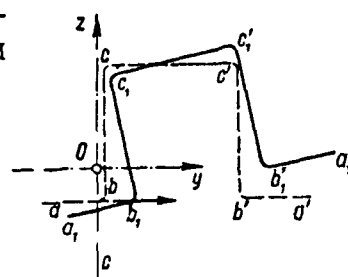
Для профилей фиг. 201 возможен и такой случай, когда профиль в целом и все его стенки устойчивы, а часть профиля, например, уголки abc и $a'b'c'$, образованные полками и стенками, будут неустойчивы. В этом случае, вследствие несимметричной потери устойчивости уголков abc и $a'b'c'$ (фиг. 202), профиль будет закручиваться⁽³⁾. Приближенный способ расчета таких профилей, согласующийся по результатам с экспериментом, основан на предположении, что сечения профиля несимметричны или



Фиг. 200



Фиг. 201



Фиг. 202

в результате неравенств размеров полок ab и $a'b'$ или в результате неточности изготовления; тогда один из них abc или $a'b'c'$ теряет устойчивость раньше, чем другой. Как следствие этого возникают поперечные силы, которые создают скручивающие моменты, распределенные по длине профиля.

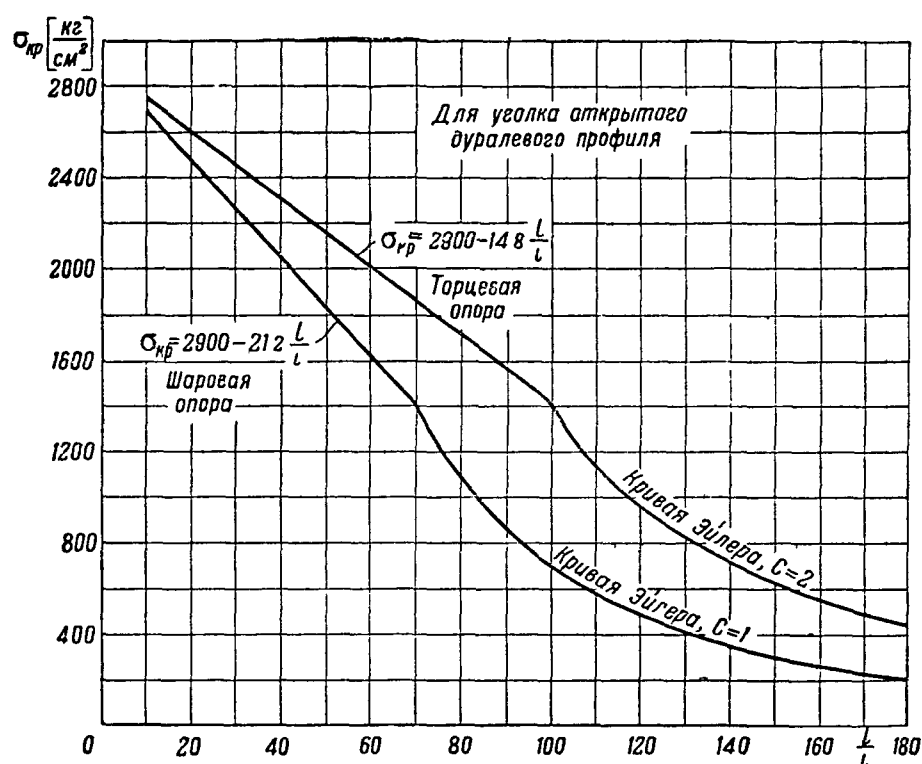
Поэтому необходимо найти критическое состояние уголка abc или $a'b'c'$; критическое состояние отдельного уголка является критическим состоянием профиля в целом.

Так как наиболее возможное направление потери устойчивости уголка такое, как это указано стрелкой на фиг. 202, то ищется жесткость его относительно оси Oz , проходящей через ц. т. и оси Oy , перпендикулярной этому направлению.

Для практически встречающихся случаев эти направления почти совпадают с направлениями стороны уголка bc , а ц. т. его очень близко располагается к ребру стороны bc . В результате этого определять критическое состояние как уголка, так и профиля в целом будет жесткость полки ab .

Значение $(\sigma_{кр})_{\text{уголка}}$ в пределах упругих деформаций ищется по формуле Эйлера, а за пределами упругих деформации по линейной зависимости, приведенной на фиг 203

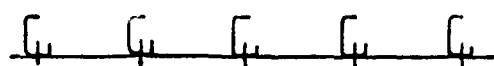
Если $(\sigma_{кр})_{\text{профиля}} > (\sigma_{кр})_{\text{уголка}} < (\sigma_{кр})_{\text{стенки}}$, то профиль будет закручиваться от потери устойчивости уголка



Фиг 203

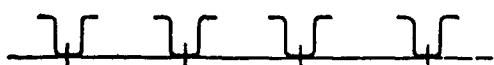
И в этом случае можно не делать расчетов полностью, а достаточно установить лишь гибкость уголка по указанному правилу, а по значению гибкости из графика фиг 203 установить величину $\sigma_{кр}$

Этот случай особо важен в тех конструкциях, когда профиль крепится к обшивке по типу фиг 204



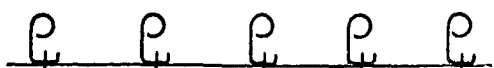
3-й случай Критическое напряжение профилей может быть получено по формуле ⁽²⁾

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 EK}{l^2 I_p} + \frac{C_{кр}}{I_p},$$



где I_F — полярный момент инерции сечения профиля относительно ц ж сечения,

$C_{кр}$ — жесткость кручения (стр 28),



$$K = \int \varpi^2 dF,$$

Фиг 204

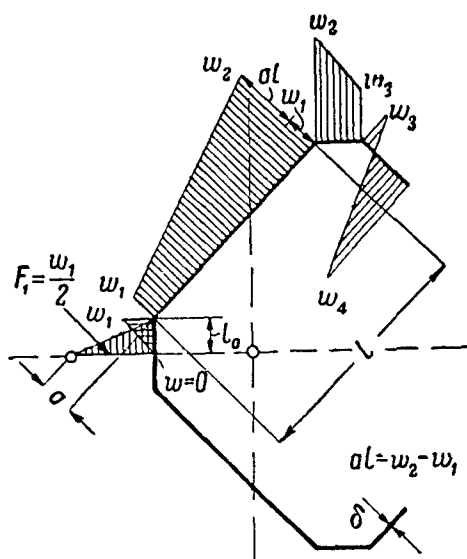
ϖ — стрелка искажения поперечного сечения

Вывод формулы основан на предположении, что напряжения сжатия во всех сечениях одинаковы, т е что при закручивании профиля ничто не препятствует искажению концевых сечений

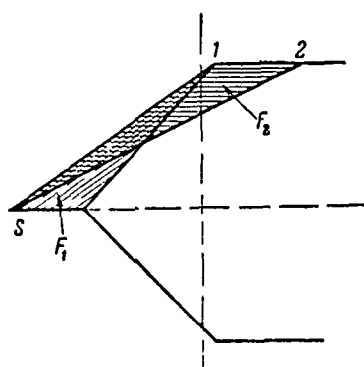
Постоянная профиля K может быть определена из выражения

$$K = \frac{1}{3} \sum \delta l (w_1^2 + w_1 w_2 + w_2^2)$$

Стрелка искажения w поперечного сечения на оси симметрии равна нулю (фиг 205). Для любой другой точки сечения стрелка искажения w определяется так, как показано на фиг 206 для точки 1, лежащей на части



Фиг 205



Фиг 206

контура, проходящей через нулевую точку, будет $w_1 = 2F_1$ (на фиг 206 буквой s обозначен центр кручения), а для точки 2, лежащей на следующей части контура, будет $w_2 = 2(F_1 - F_2)$ и т.д.

Выбор отношения ширины полки к толщине для уголка, швеллера и зетового профиля

Допускаемые отношения ширины полки к ее толщине $\frac{b}{\delta}$, в зависимости от гибкости профилей, сечения которых показаны на фиг 207, приведены в табл 25



Фиг 207

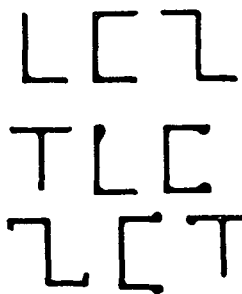
Таблица 25

Величина гибкости $\left(\frac{l}{i}\right)$	Допускаемое отношение $\frac{b}{\delta}$	Опора	Величина гибкости $\left(\frac{l}{i}\right)$	Допускаемое отношение $\frac{b}{\delta}$	Опора
От 10 до 30	От 5 до 8	Шаровая	От 10 до 30	От 4 до 7	Торцевая
„ 30 „ 60	„ 8 „ 12	„	„ 30 „ 60	„ 7 „ 10	„
„ 60 „ 90	„ 12 „ 17	„	„ 60 „ 100	„ 10 „ 14	„

Если отношения $\frac{b}{\delta}$ будут большими, чем это дано в табл 25, то при сжатии профиль будет разрушаться от местной потери устойчивости стенок. Поэтому не рекомендуется брать величины отношения $\frac{b}{\delta}$ больше указанных в таблице.

Расчет прессованных профилей

Характер деформации прессованных профилей (фиг 208) тот же, что и гнутых профилей открытого типа, но вследствие несколько иных механических свойств материала (стр 331), влияния поверхностного наклепа, и большей относительной толщины стенок данные для прессованных профилей отличаются от данных для гнутых открытых профилей. Экспериментально установлено, что коэффициент влияния торцевых опор при $\frac{l}{l_{\min}} = 100$ равен 2,7



Фиг 208

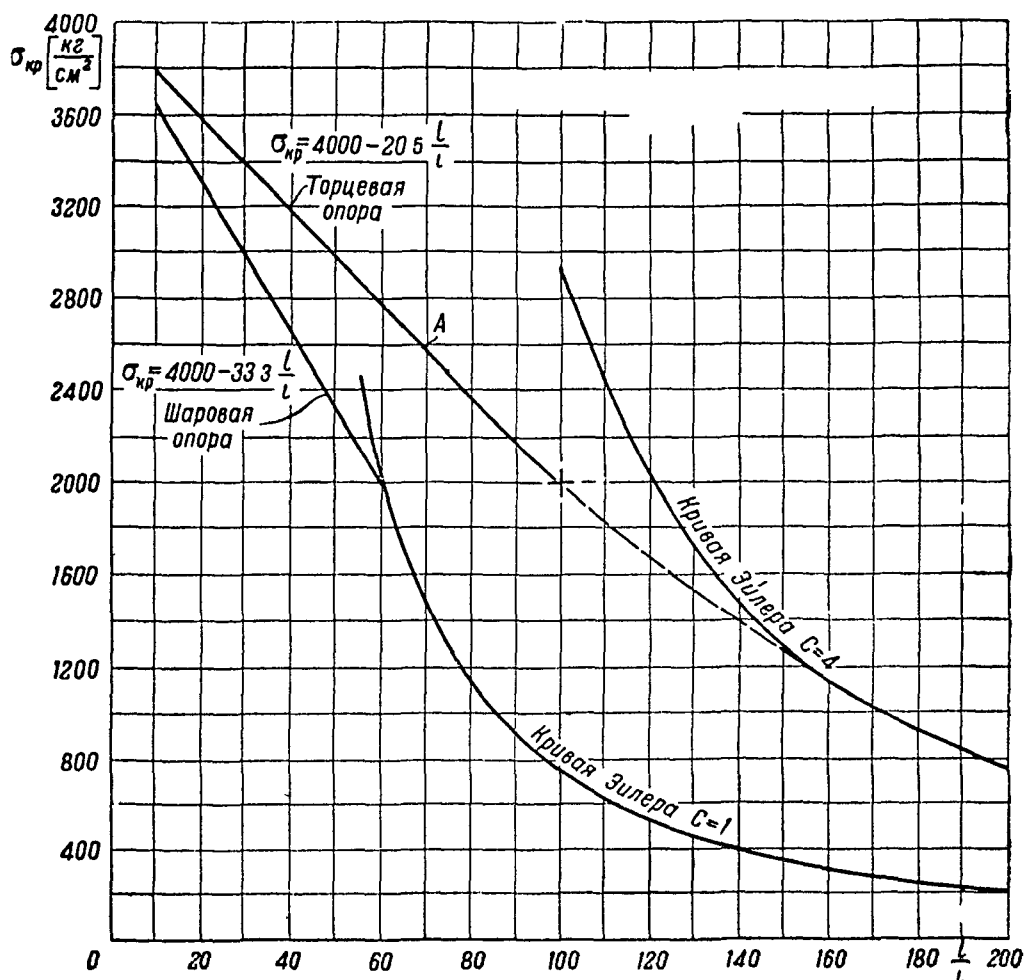
При значениях гибкости $\frac{l}{l_{\min}}$ больших 100 коэффициент C увеличивается и при $\frac{l}{l_{\min}} \approx 150$ будет $C = 4$. Поэтому, в случае общей потери устойчивости, $\sigma_{кр}$ профиля,

в пределах упругих деформаций, определяется по формуле Эйлера и при соответствующих значениях коэффициента C . В зоне же неупругих деформаций $\sigma_{кр}$ профиля определяется из следующих эмпирических формул (фиг 209) для профилей с шаровыми опорами

$$\sigma_{кр} = 4000 - 33,3 \frac{l}{l_{\min}} \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right] \quad \left(\text{для } 10 \leq \frac{l}{l_{\min}} \leq 62 \right),$$

для профилей с торцевыми опорами

$$\sigma_{кр} = 4000 - 20,5 \frac{l}{l_{\min}} \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right] \quad \left(\text{для } 10 \leq \frac{l}{l_{\min}} \leq 100 \right)$$



Фиг 209

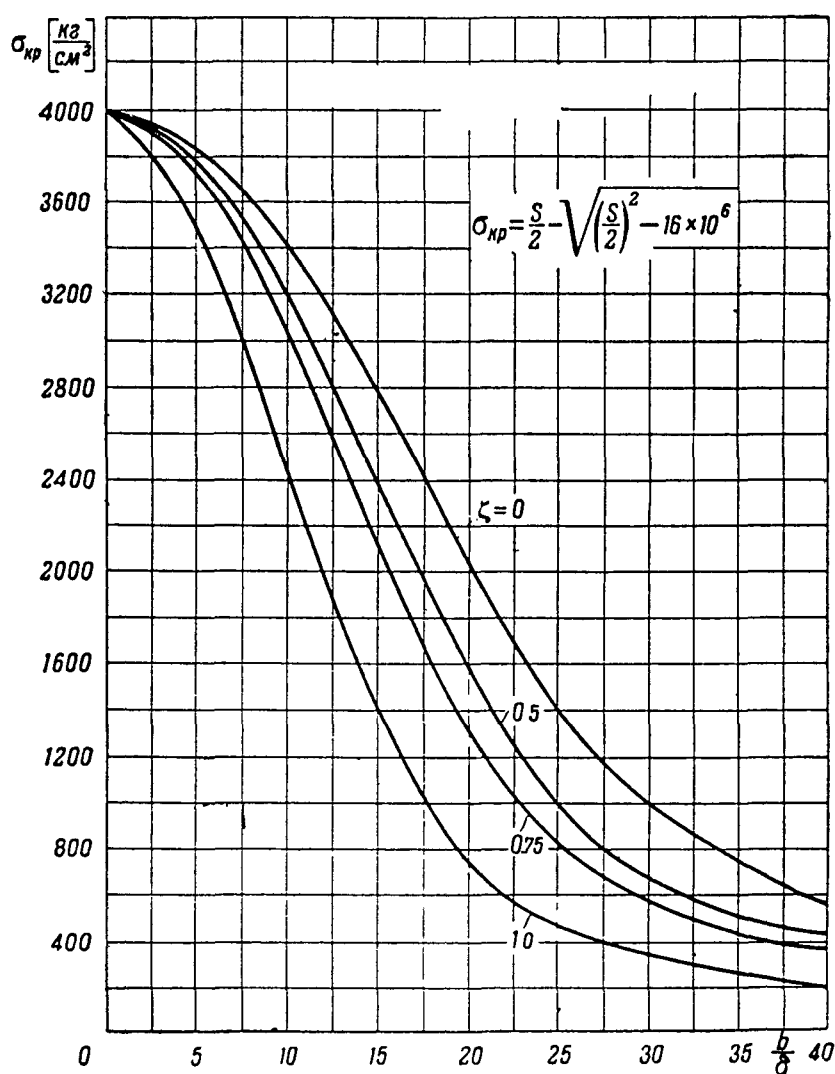
В случае местной потери устойчивости критическое напряжение для полок профиля определится из формулы

$$(\sigma_{кр})_{мин} = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - 16 \cdot 10^6} \quad \left[\frac{кг}{см^2} \right],$$

где

$$s = \frac{\left(\frac{b}{\delta}\right)^4}{56,59(p + 2\sqrt{q})^2} + 8 \cdot 10^8 \quad \left[\frac{кг}{см^2} \right]$$

Соответствующий график дан на фиг 210.



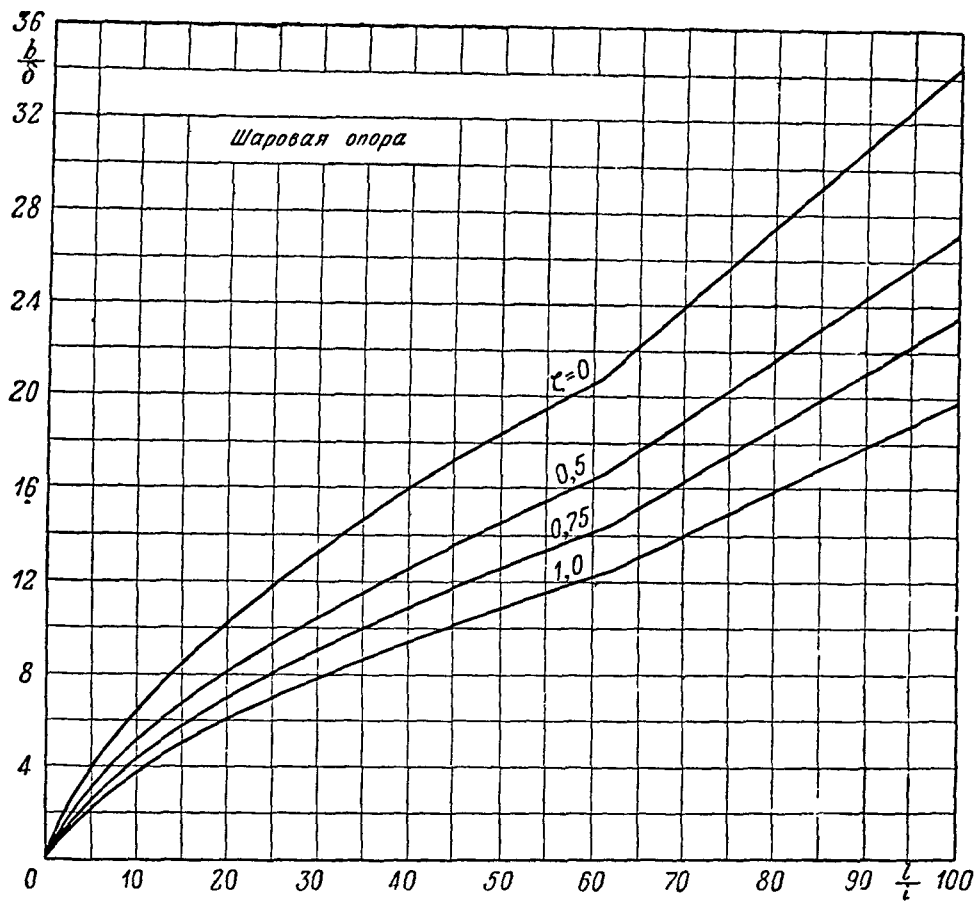
Фиг 210

Значения коэффициентов p и q берутся по графику фиг 196

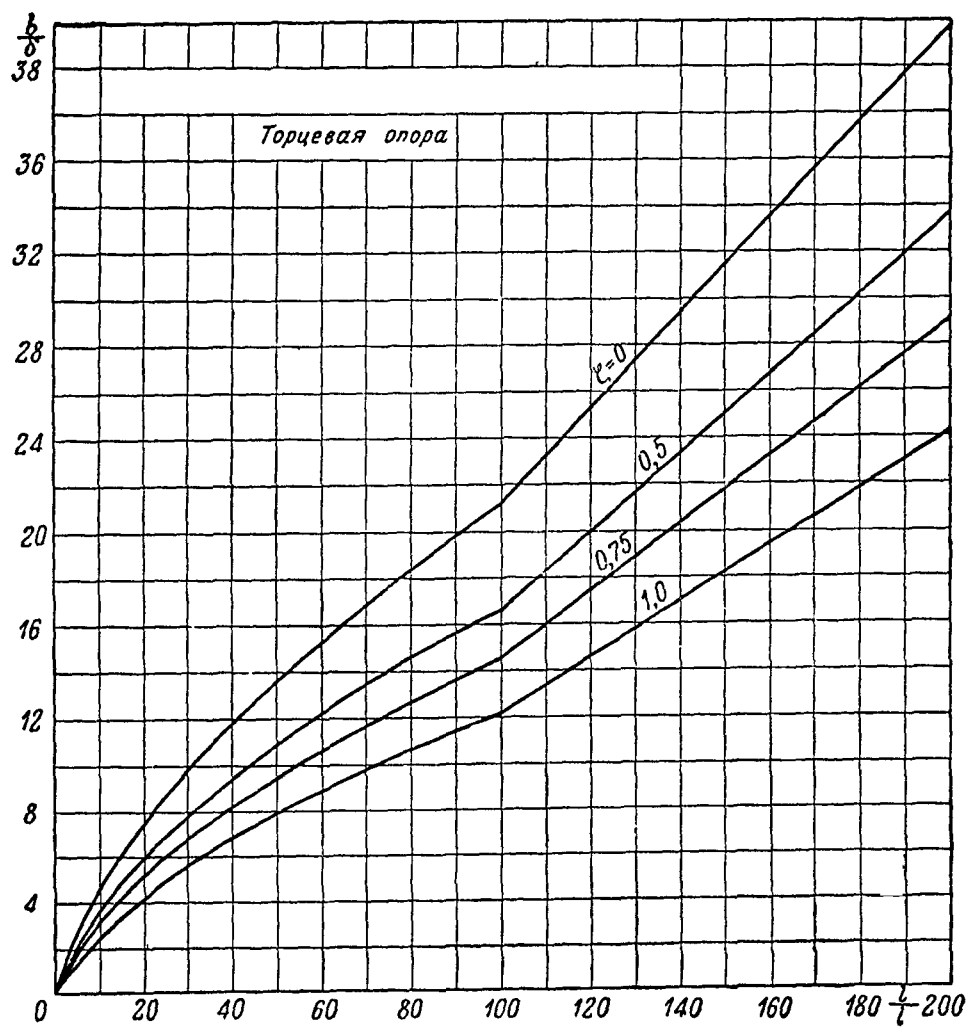
Допускаемое отношение $\frac{b}{\delta}$ ширины любой полки профиля к ее толщине берется из следующих формул

$$\frac{b}{\delta} \leq \left(2,7 \sqrt{\frac{l}{l_{мин}}} - 2,9 \right) (1,13 - 0,48\zeta) \quad \text{для} \quad \frac{l}{l_{мин}} \leq 62,$$

$$\frac{b}{\delta} \leq 0,303 \frac{l}{l_{мин}} (1,13 - 0,48\zeta) \quad \text{для} \quad \frac{l}{l_{мин}} > 62,$$



Фиг 211



Фиг 212

для профилей с торцевыми опорами

$$\frac{b}{\delta} \leq \left(2,2 \sqrt{\frac{l}{l_{\min}}} - 3,2\right) (1,13 - 0,48 \zeta) \quad \text{для } \frac{l}{l_{\min}} \leq 100,$$

$$\frac{b}{\delta} \leq 0,188 \frac{l}{l_{\min}} (1,13 - 0,48 \zeta) \quad \text{для } \frac{l}{l_{\min}} > 100$$

Зависимость допускаемых отношений $\frac{b}{\delta}$ и гибкости профиля $\frac{l}{l_{\min}}$ при различных значениях ζ представлена в виде кривых на фиг 211 и 212

Для того, чтобы полки профиля были равнопрочными со стенкой его, необходимо удовлетворить условию, приведенному на стр 185

Допускаемые отношения $\frac{b}{\delta}$ в зависимости от гибкости профилей фиг 211 и при $\zeta=1$ представлены в табл 26

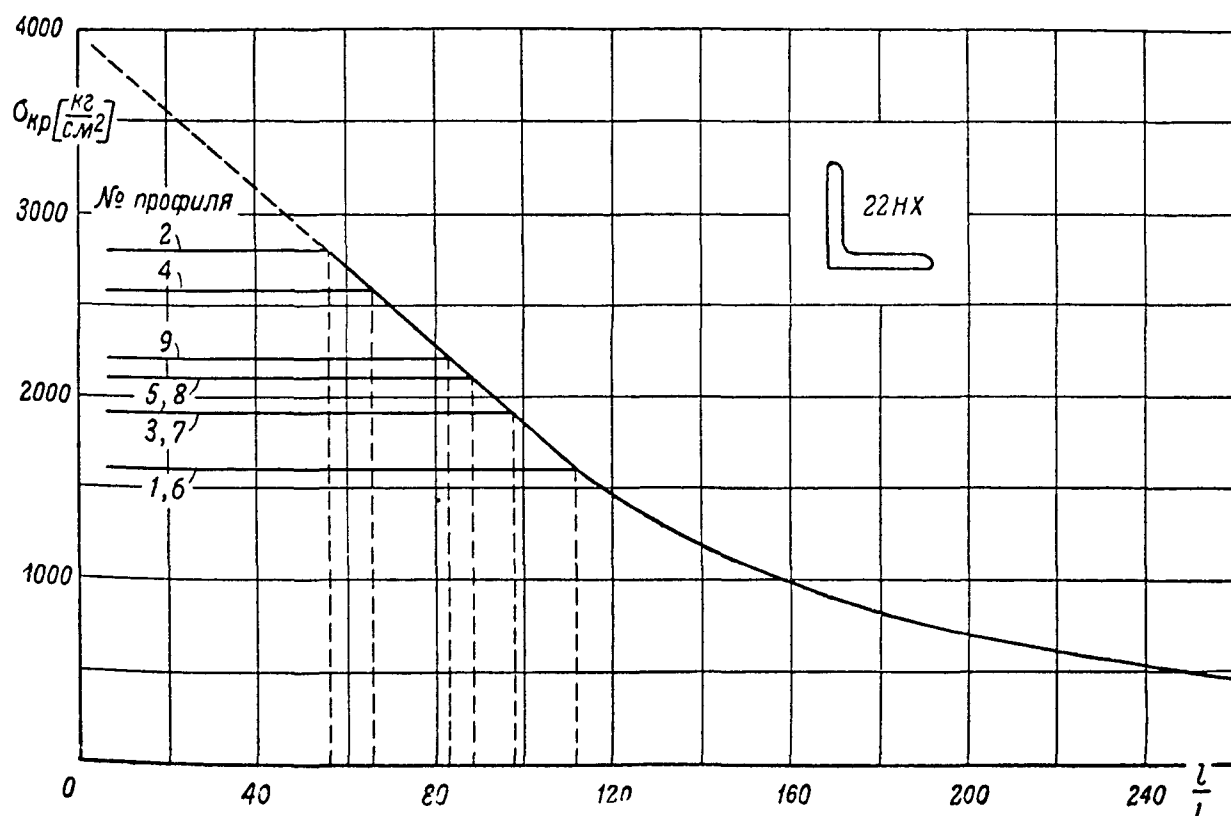
Т а б л и ц а 26

Гибкость $\frac{l}{l_{\min}}$	Допускаемое отношение $\frac{b}{\delta}$ полки	Опора	Гибкость $\frac{l}{l_{\min}}$	Допускаемое отношение $\frac{b}{\delta}$ полки	Опора
От 10 до 20	От 4 до 6	Шаровая	От 10 до 30	От 3 до 6	Торцевая
„ 20 „ 40	„ 6 „ 9,5	„	„ 30 „ 60	„ 6 „ 9	„
„ 40 „ 60	„ 9,5 „ 12	„	„ 60 „ 100	„ 9 „ 12	„

Случай общего закручивания сжатых профилей определяется по указанной на стр 186 формуле

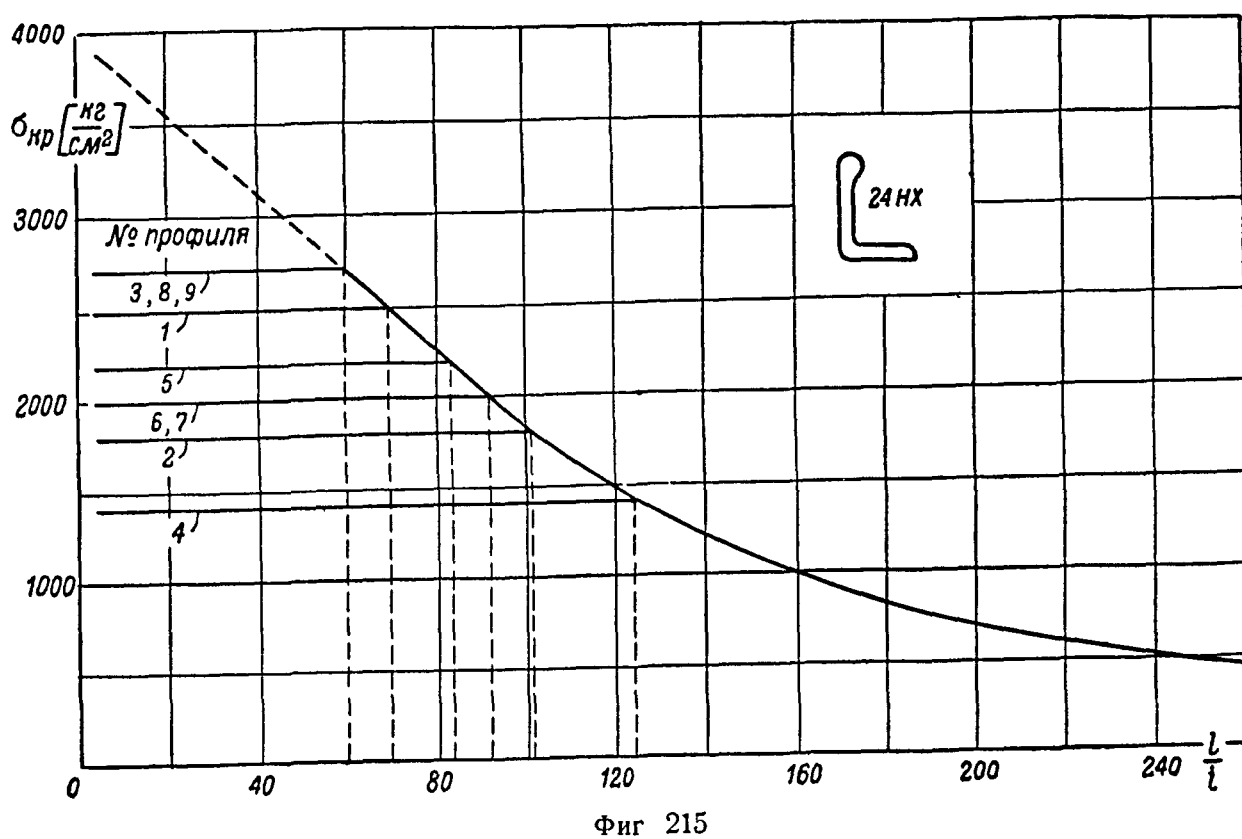
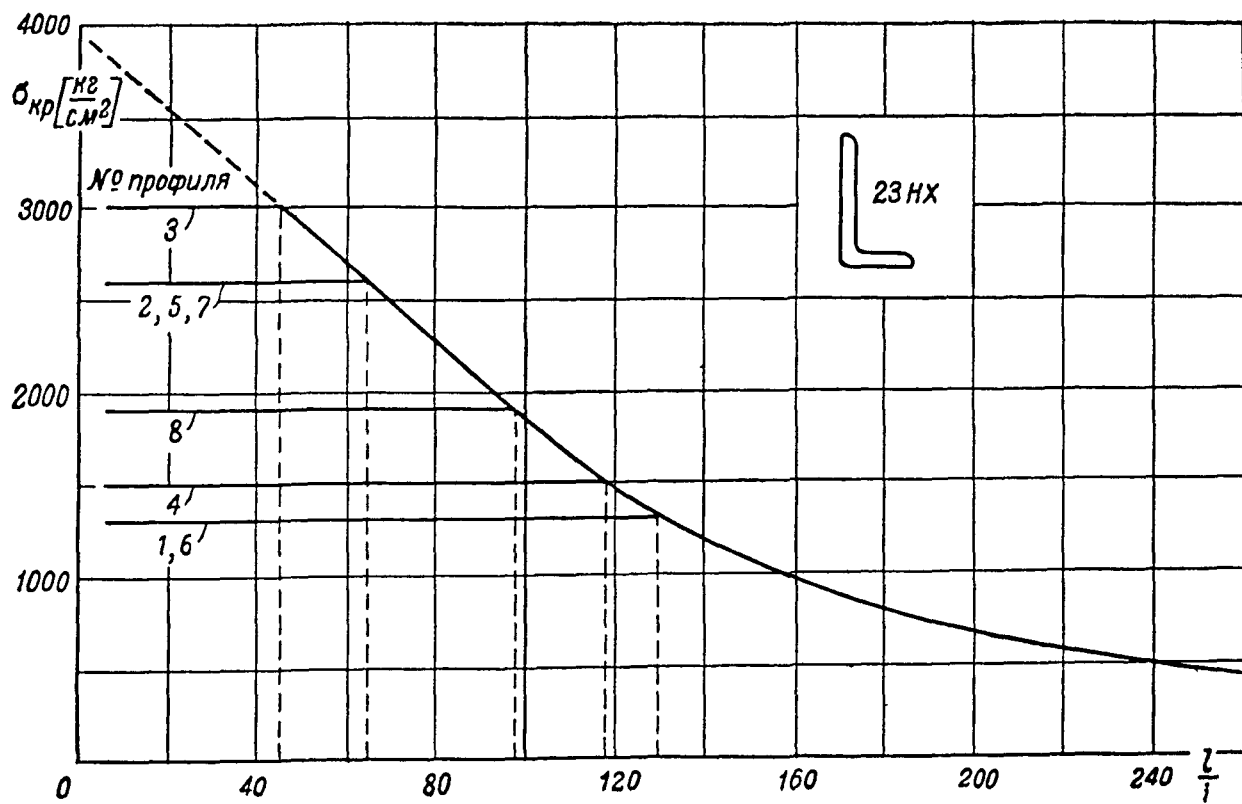
Расчетным является наименьшее значение $\sigma_{кр}$ из трех, определенных для различных случаев потери устойчивости

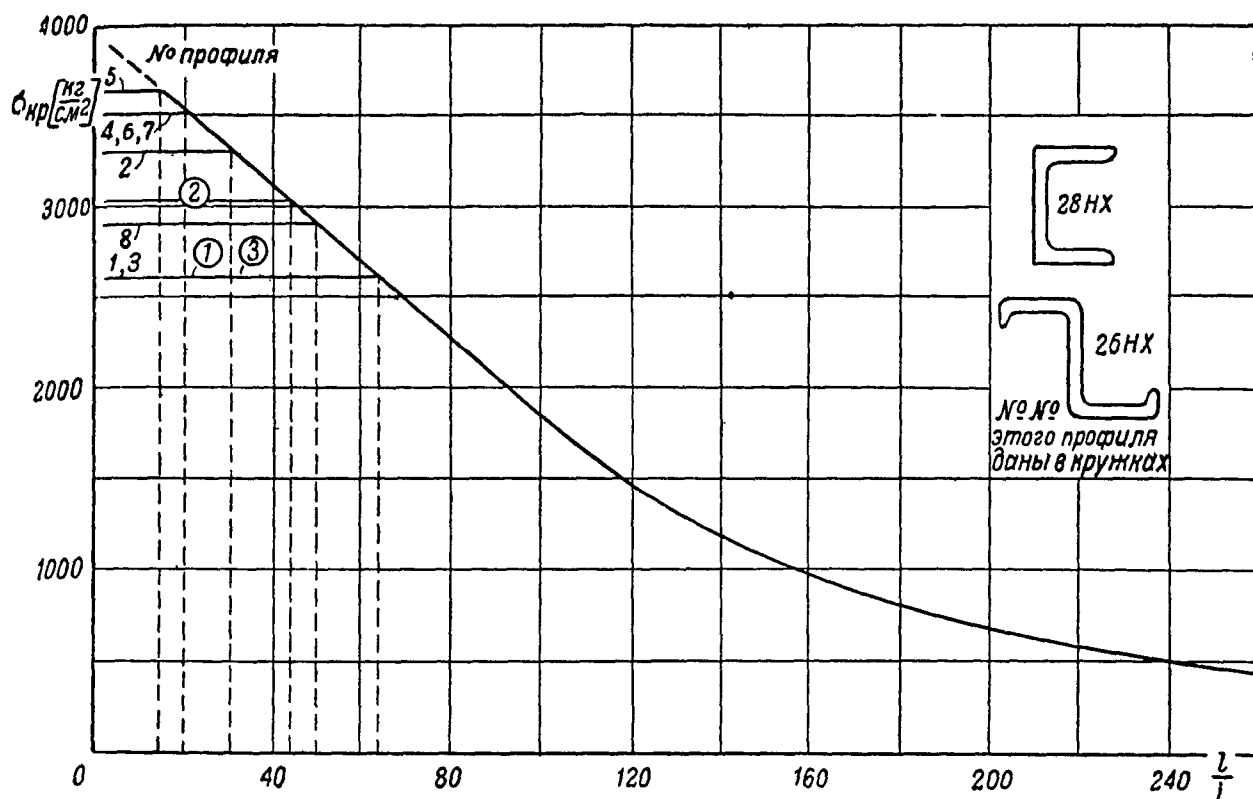
Для некоторых типов профилей на фиг 213—216 даны расчетные



Фиг 213

графики $\sigma_{кр}$ по $\frac{l}{l}$. Отрезки горизонтальных прямых соответствуют местной потере устойчивости. При них поставлены цифры, соответствующие номеру профиля данного типа. Например, для профиля 26НХ-3 (фиг. 216) при





Фиг 216

$\frac{l}{i} = 40$ будет $\sigma_{кр} = 2600 \frac{кг}{см^2}$, а при $\frac{l}{i} = 80$ будет $\sigma_{кр} = 2275 \frac{кг}{см^2}$. Для профиля 23HX-4 (фиг 214) при $\frac{l}{i} = 80$ будет $\sigma_{кр} = 1500 \frac{кг}{см^2}$, а при $\frac{l}{i} = 160$ будет $\sigma_{кр} = 970 \frac{кг}{см^2}$

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Тимошенко С П Плоская форма устойчивого равновесия — Вестник Киевск политехн ин-та 1907—1910
2. Блейх Ф Теория и расчет железных мостов — М ОГИЗ, 1931
3. Болобан Н А Исследование дуралюминиевых профилей — М —Л ОНТИ, 1936
4. Шульгин И Г Исследование дуралюминиевых толстостенных профилей — Труды ЦАГИ 1938, № 143
5. Благодетелев Н И Исследование работы кольчугалюминиевых пластин на перекашивание — Техн зам ЦАГИ 1936, № 102
6. Wagner H und Pretschner W Verdrehung und Knickung von offenen Profilen — Luftfahrtforschung 1934, v XI, № 6, p 174—180
7. Lundquist E and Fligg C A theory for primary failure of straight centrally loaded columns — NACA Rep 1937, № 582
8. Власов В З Кручение и устойчивость тонкостенных открытых профилей — Строит пром-сть 1938, № 6, стр 49—53, № 7, стр 55—60
9. Минаев К А Методы подбора рациональных размеров и расчет на устойчивость профилей закрытого типа — Техн зам ЦАГИ 1937, № 156
10. Минаев К А Теоретическое и экспериментальное исследование работы открытых профилей на сжатие Данные эксперимента для профилей закрытого типа — Труды ЦАГИ 1939, № 393

РАСЧЕТ ПЛАСТИНОК

Основные положения теории тонких пластинок

Пластинкой называется призматическое тело, высота которого мала по сравнению с его поперечными размерами. Наличие одного малого размера позволяет для расчета пластинок развить приближенную теорию, избегая пользования общими уравнениями теории упругости. Эта приближенная теория аналогична приближенной теории изгиба стержней, основанной на гипотезе Бернулли о сохранении плоской формы поперечных сечений.

Ввиду малости толщины пластинки δ удобно оперировать не с напряжениями, а с равнодействующими напряжений по всей толщине пластинки. Напряженное состояние в некоторой точке будет характеризоваться во семью величинами

$$N_x, T_{xy} = T_{yx}, Q_{xz}, N_y, Q_{yz}, M_y, M_{xy} = -M_{yx}, M_x,$$

имеющими следующие значения (фиг. 217)

$$N_x = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x dz, \quad T_{xy} = T_{yx} = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \tau_{xy} dz = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \tau_{yx} dz, \quad Q_{xz} = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \tau_{xz} dz,$$

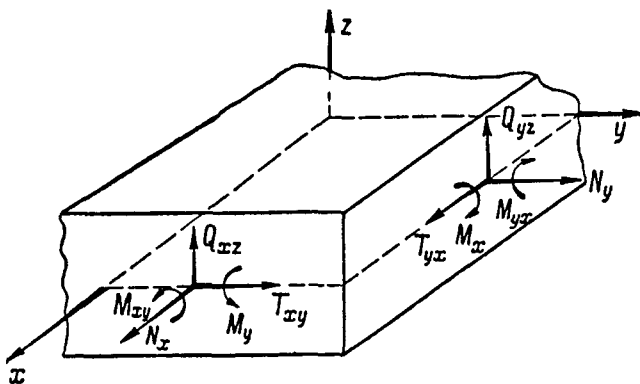
$$N_y = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_y dz, \quad Q_{yz} = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \tau_{yz} dz, \quad M_y = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x z dz,$$

$$M_{xy} = -M_{yx} = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \tau_{xy} z dz = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \tau_{yx} z dz, \quad M_x = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_y z dz$$

Нормальные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_x = \frac{6 M_y}{\delta^2}, \quad \sigma_y = \frac{6 M_x}{\delta^2}$$

Уравнения равновесия дают следующие пять соотношений между во семью указанными величинами, как функциями координат x и y



Фиг. 217

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{dT_{yx}}{dy} = 0,$$

$$\frac{dN_y}{dy} + \frac{dT_{xy}}{dx} = 0,$$

$$\frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} + p = 0,$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial x} + \frac{dM_{yx}}{dy} - Q_{xz} = 0,$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_{yz} = 0$$

Здесь p — внешняя нагрузка на единицу площади, перпендикулярная к пластинке, при составлении этих уравнений предполагается, что других

внешних нагрузок нет. Кроме того, эти уравнения справедливы лишь тогда, когда прогибы достаточно малы по сравнению с толщиной пластинки и величины N_x , N_y , T_{xy} , T_{yx} далеки от своих критических значений. При этих условиях можно было, составляя уравнения равновесия, пренебрегать изменениями в направлении усилий N_x , N_y , ... вследствие деформации. Поправки, которые требуется ввести в тех случаях, когда перечисленные требования не соблюдаются, даны ниже. Изгиб пластинки определяется последними тремя уравнениями, которые образуют самостоятельную систему и в результате исключения сил Q_{xz} и Q_{yz} дают одно уравнение:

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial y^2} = -p.$$

Моменты M_y , M_{xy} и M_x могут быть выражены через прогиб w срединной плоскости пластинки. Для вывода этих зависимостей делается предположение, что линейные элементы, первоначально перпендикулярные к срединной плоскости пластинки, остаются перпендикулярными к ней и после изгиба. Эта гипотеза соответствует гипотезе Бернулли в теории стержней и позволяет вывести следующие соотношения:

$$M_y = D \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{\mu}{\rho_2} \right); \quad M_x = D \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{\mu}{\rho_1} \right),$$

где ρ_1 и ρ_2 — радиусы кривизны сечений, сделанных плоскостями параллельными координатным, а D — константа, называемая цилиндрической жесткостью пластинки и равная

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$$

Так как прогибы малы по сравнению с поперечными размерами пластины, то кривизны могут быть приближенно заменены через вторые производные от w и изгибающие моменты будут:

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right);$$

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right).$$

Для скручивающего момента M_{xy} , при тех же условиях, будет справедливо соотношение

$$M_{xy} = -D (1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Подстановка этих выражений в уравнение

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial y^2} = -p$$

приводит к уравнению относительно w :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \nabla^4 w = \frac{p}{D}.$$

Для перерезывающих усилий Q_{xz} и Q_{yz} получаются формулы:

$$Q_{xz} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right); \quad Q_{yz} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right).$$

Если даже прогибы пластинки малы, но усилия N_x , N_y и $T = T_{xy} = T_{yx}$ достигают значений близких к критическим (как, например, при решении вопросов устойчивости, когда по контуру действуют силы, лежащие в плоскости пластинки), то нужно учесть при проектировании сил на ось Oz и слагаемые от усилий N_x , N_y и T вследствие изменения в их направлении в результате деформации. Внесение этих поправок дает следующее уравнение для прогиба w :

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

где N_x , N_y , T , вообще говоря, являются функциями x и y . Более общие уравнения, справедливые в тех случаях, когда и прогибы нельзя считать малыми по сравнению с толщиной пластинки, указаны ниже.

При расчете пластинок, кроме дифференциального уравнения для прогиба, нужно еще иметь граничные условия, налагаемые на функцию w и ее производные. Эти граничные условия выражают характер закрепления краев пластинки. Для прямоугольных пластинок граничные условия приводятся ниже для случая прямолинейной границы, совпадающей с координатной осью Oy . Формулы для другой прямолинейной границы, параллельной оси Ox , получаются соответственной перестановкой букв x и y .

Граничные условия можно разделить по их механическому значению на геометрические, налагаемые непосредственно на перемещения, и на статические (силовые), налагаемые на напряжения, действующие по краю. Последние условия также могут быть выражены через перемещения.

Основные случаи закрепления края пластинки следующие: край пластинки может быть заделан, оперт или свободен. Могут быть и промежуточные случаи, например, упругой заделки или упругой опоры.

Заделанный край характеризуется геометрическими условиями:

$$w_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} = 0,$$

которые показывают, что в этом случае прогиб и угол поворота срединной плоскости обращаются в нуль.

Опертый край характеризуется условиями:

$$w_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = 0,$$

из которых первое — геометрическое, второе — силовое. Второе указывает на обращение в нуль изгибающего момента M_y .

Упруго заделанный край приводит к условиям:

$$w_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = \kappa \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0},$$

где κ — коэффициент, зависящий от жесткости упругого защемления и цилиндрической жесткости пластинки.

Свободный край характеризуется отсутствием напряжений на нем. Это выражается с помощью двух силовых условий:

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = 0; \quad \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=0} = 0.$$

Первое выражает равенство нулю изгибающего момента M_y , второе — равенство нулю реактивного усилия на кромке.

Упруго опертый край приводит к условиям:

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right)_{x=0} = \kappa_1 w_{,x=0},$$

где коэффициент κ_1 зависит от жесткостей опоры и пластинки.

Наличие угловых точек у контура прямоугольной пластинки требует еще одного условия в том случае, когда оказываются свободными две смежные ее стороны. В этом случае в угловой точке должно выполняться соотношение:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0.$$

Потенциальная энергия деформации пластинки составляется из двух частей: энергии изгиба и энергии растяжения и сдвига срединной плоскости. В огромном большинстве случаев второй частью можно пренебречь. В тех случаях, когда этого сделать нельзя, приходится обращаться к более точной теории, изложенной ниже. Энергия изгиба получается, если составить выражение работы моментов M_y , M_x и M_{xy} , действующих на элемент, вырезанный из пластинки плоскостями, параллельными координатным, и затем проинтегрировать полученное выражение по всей площади пластинки. Повороты боковых граней элемента под действием моментов $M_y dy$ и $M_x dx$ будут соответственно $\frac{dx}{\rho_1}$ и $\frac{dy}{\rho_2}$, а работа этих моментов

будет:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{\rho_1} M_y dy + \frac{dy}{\rho_2} M_x dx &= \frac{D}{2} \left(\frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} + \frac{2\mu}{\rho_1 \rho_2} \right) dx dy = \\ &= \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] dx dy. \end{aligned}$$

Работа момента M_{xy} будет:

$$D(1 - \mu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy$$

Энергия деформации изгиба всей пластинки будет:

$$U = \frac{D}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy.$$

В этом выражении отсутствует энергия перерезывающих усилий Q_{xz} и Q_{yz} , которая дает обычно незначительную прибавку.

Пользуясь потенциальной энергией, можно удобно решать многие задачи расчета пластинок. При этом приходится обращаться к принципу

минимума полной энергии. Если A будет работа внешних, приложенных к пластинке сил при переходе от первоначального состояния к деформированному, то выражение $U - A$ называется полной энергией. Состояние равновесия отличается от близких к нему деформированных состояний тем, что для него полная энергия достигает минимума. Поэтому вариация полной энергии при малом отклонении от состояния равновесия должна равняться нулю. В частном случае, если внешней нагрузкой является одна лишь поперечная нагрузка $p(x, y)$, то определение прогиба $w(x, y)$ сводится к отысканию функции, дающей минимум интегралу:

$$U - A = \frac{D}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy - \\ - \iint p(x, y) w(x, y) dx dy$$

при граничных условиях, отвечающих закреплению пластинки. Отыскание функции, дающей минимум интегралу, может быть сделано приближенно. В технических задачах для этой цели обычно применяется метод Ритца.

При отыскании минимума полной энергии по методу Ритца необходимым является удовлетворить заранее только геометрическим граничным условиям, ибо функция $w(x, y)$, которая обращает вариацию полной энергии в нуль, тем самым удовлетворяет статическим (силовым) условиям на границе.

Изгиб жестких пластинок поперечной нагрузкой

Жесткими пластинками называются такие, при расчете которых напряжения, возникающими в срединной плоскости вследствие ее растяжений и сдвигов, можно пренебречь по сравнению с напряжениями от изгиба.

Прямоугольная свободно опертая пластинка, нагрузка — сосредоточенная сила P

Начало координат помещается в одной из вершин контура, причем оси координат совпадают с двумя сторонами пластинку a и b . Метод потенциальной энергии позволяет найти решение задачи с помощью следующих рассуждений. Прогиб w задается в виде тригонометрического ряда:

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

Подстановка этого ряда в выражение полной энергии

$$U - A = \frac{D}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy - \\ - P \cdot w(\xi, \eta)$$

(где ξ, η суть координаты точки приложения сосредоточенной силы P) приводит к следующему значению полной энергии

$$U - A = \frac{Dab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 - P \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi \xi}{a} \sin \frac{n\pi \eta}{b}.$$

Условия минимума

$$\frac{\partial (U - A)}{\partial A_{mn}} = 0 \quad \left(\begin{array}{l} m = 1, 2, 3, \\ n = 1, 2, 3, \end{array} \right)$$

дают систему уравнений, из которой непосредственно находятся все коэффициенты A_{mn} и тем самым определяется прогиб w

$$w_{\xi\eta}(x, y) = \frac{4P}{\pi^4 abD} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}$$

Если известно w , то при помощи данных ранее формул могут быть найдены моменты и перерезывающие силы

Метод наложения решений при расчете пластинок заключается в том, что прогибы и моменты в случае одновременного действия двух или нескольких (бесконечно многих) нагрузок представляют собой суммы прогибов и моментов, имеющих место при действии каждой нагрузки в отдельности

Пользуясь этим правилом, можно получить, суммируя результаты для действия одной сосредоточенной силы, прогибы и моменты при действии на свободно опертую пластинку поперечной нагрузки произвольного вида

Прямоугольная свободно опертая пластинка с равномерно распределенной нагрузкой

С помощью метода наложения из предыдущего случая получается следующее выражение для w

$$w(x, y) = p \iint w_{\xi\eta}(x, y) dx dy = \frac{16p}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{mn \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}$$

(Для случая свободно опертой пластинки так же, как и еще в некоторых случаях, могут быть получены и другие более быстро сходящиеся ряды)

Наибольший прогиб в центре пластинки $w_{\text{макс}}$, наибольшие значения $M_{x \text{ макс}}$ и $M_{y \text{ макс}}$, имеющие место в центре пластинки, а также наибольшие значения перерезывающих усилий $Q_{xz \text{ макс}}$, которые имеют место в серединах сторон контура, определяются по формулам

$$w_{\text{макс}} = k_1 \frac{p b^4}{E \delta^3},$$

$$M_{y \text{ макс}} = k_2 p b^2, \quad Q_{xz \text{ макс}} = k_4 p b,$$

$$M_{x \text{ макс}} = k_3 p b^2, \quad Q_{yz \text{ макс}} = k_5 p b$$

Значения коэффициентов k_1, k_2, k_3, k_4 и k_5 , зависящих от отношения сторон пластинки $\frac{a}{b}$, приведены в табл 27

Т а б л и ц а 27

$\frac{a}{b}$	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1,0	0,0443	0,0479	0,0479	0,338	0,338
1,2	0,0516	0,0501	0,0526	0,352	0,380
1,4	0,0770	0,0506	0,0753	0,361	0,411
1,6	0,0906	0,0493	0,0862	0,365	0,435
1,8	0,1017	0,0479	0,0948	0,368	0,452
2,0	0,1106	0,0454	0,1017	0,370	0,465
3,0	0,1336	0,0404	0,1185	0,371	0,493
4,0	0,1400	0,0384	0,1235	0,371	0,498
5,0	0,1416	0,0375	0,1246	0,371	0,500
∞	0,1422	0,0375	0,1250	0,371	0,500

Прямоугольная свободно опертая пластинка с нагрузкой, распределенной по линейному закону

Распределенная нагрузка постоянна в направлении оси Oy и меняется линейно в направлении оси Ox

$$p = \frac{p_a}{a} x,$$

где p_a — нагрузка на кромке $x = a$

При $a \geq b$ расчетными формулами будут
В центре пластинки

$$w = k_1 \frac{p_a b^4}{E \delta^3}, \quad M_y = k_2 p_a b^2, \quad M_x = k_3 p_a b^2$$

В середине стороны $x = 0$

$$Q_{xz} = k_4 p_a a$$

В середине стороны $x = a$

$$Q_{xz} = k_5 p_a a$$

В серединах сторон $y = 0$ и $y = b$.

$$Q_{yz} = k_6 p_a b$$

Численные значения безразмерных коэффициентов k приведены в табл. 28

Т а б л и ц а 28

$\frac{a}{b}$	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
1	0,0221	0,0239	0,0239	0,090	0,248	0,169
1,2	0,0308	0,0250	0,0313	0,071	0,223	0,190
1,4	0,0385	0,0253	0,0376	0,057	0,201	0,205
1,6	0,0453	0,0246	0,0431	0,045	0,183	0,217
1,8	0,0508	0,0239	0,0474	0,037	0,168	0,226
2,0	0,0553	0,0232	0,0508	0,031	0,154	0,232
3,0	0,0688	0,0202	0,0594	0,014	0,110	0,246
4,0	0,0700	0,0192	0,0617	0,008	0,085	0,249
5,0	0,0708	0,0187	0,0623	0,005	0,069	0,250
∞	0,0711	0,0187	0,0625	—	—	0,250

При $a < b$ расчетные формулы будут следующие
В центре пластинки

$$w = k_1 \frac{p_a a^4}{E \delta^3}, \quad M_y = k_2 p_a a^2, \quad M_x = k_3 p_a b^2.$$

В середине стороны $x=0$ $Q_{xz}=k_4 p_a a$
В середине стороны $x=a$ $Q_{xz}=k_5 p_a a$
В середине сторон $y=0$ и $y=b$ $Q_{yz}=k_6 p_a a$
В табл. 29 приведены значения коэффициентов k для этого случая

Т а б л и ц а 29

$\frac{a}{b}$	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
1	0,0221	0,0239	0,0239	0,090	0,248	0,169
1,2	0,0308	0,0313	0,0250	0,109	0,271	0,147
1,4	0,0385	0,0376	0,0253	0,124	0,288	0,129
1,6	0,0453	0,0431	0,0246	0,135	0,300	0,114
1,8	0,0508	0,0474	0,0239	0,143	0,309	0,102
2,0	0,0553	0,0508	0,0232	0,149	0,316	0,092
3,0	0,0668	0,0594	0,0202	0,163	0,330	0,062
4,0	0,0700	0,0617	0,0192	0,166	0,332	0,046
5,0	0,0708	0,0623	0,0187	0,167	0,333	0,037
∞	0,0711	0,0625	0,0187	0,167	0,333	—

Общий случай распределенной нагрузки, меняющейся по линейному закону, аналитическое выражение p может быть представлено в виде

$$p=p_0+\frac{p_a-p_0}{a}x+\frac{p_b-p_0}{b}y$$

Элементы изгиба получаются в этом случае как суммы соответствующих элементов изгиба для каждого из трех простейших случаев

Прямоугольная пластинка с заделанными краями, нагрузка равномерно распределенная

В центре пластинки (предполагается, что $a \geq b$)

$$w=k_1\frac{pb^4}{E\delta^3},\quad M_y=k_2pb^2,\quad M_x=k_3pb^2$$

В середине сторон $x=0$ и $x=a$

$$M_y=k_4pb^2$$

В середине сторон $y=0$ и $y=b$

$$M_x=k_5pb^2$$

Численные коэффициенты k в зависимости от отношения сторон пластинки даны в табл. 30

Т а б л и ц а 30

a/b	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1,0	0,0138	0,0229	0,0229	0,0517	0,0517
1,2	0,0191	0,0231	0,0302	0,0504	0,0612
1,4	0,0227	0,0215	0,0350	0,0511	0,0714
1,6	0,0251	—	0,0373	—	0,0784
1,8	0,0267	—	0,0389	—	0,0821
2,0	0,0276	—	0,0399	—	0,0829
3,0	0,0279	—	0,0405	—	0,0832
4,0	0,0282	—	0,0409	—	0,0833
5,0	0,0284	—	0,0413	—	0,0833
∞	0,0284	—	0,0417	—	0,0833

Из этой таблицы видно, что наибольший изгибающий момент действует в середине длинной стороны пластинки

Прямоугольная пластинка, у которой две противоположные стороны оперты, две другие заделаны, нагрузка — равномерно распределенная

В этом случае, как и во всех тех, когда имеются две противоположные свободно опертые стороны, можно получить решение задачи при помощи рядов. Если опертыми сторонами являются $y=0$ и $y=b$, то граничные условия, которым нужно удовлетворить, будут следующие

при $y=0$ и $y=b$ должно быть $w=0$ и $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0$,

при $x=0$ и $x=a$ „ „ $w=0$ и $\frac{\partial w}{\partial x}=0$

Для случая, когда $a > b$

Для случая, когда $a < b$

В центре пластинки

$$w = k_1 \frac{pb^4}{E\delta^3},$$

$$M_y = k_2 pb^2$$

$$M_x = k_3 pb^2$$

$$w = k_1 \frac{pa^4}{E\delta^3},$$

$$M_y = k_2 pa^2,$$

$$M_x = k_3 pa^2$$

Изгибающий момент в середине заделанной кромки

$$M_y = k_4 pb^2$$

$$M_y = k_4 pa^2$$

Коэффициенты k даны в табл. 31

Таблица 31

Отношение сторон	$a > b$				$a < b$			
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_1	k_2	k_3	k_4
1,0	0,0214	0,0332	0,0244	0,0698	0,0214	0,0332	0,0244	0,0698
1,2	0,0349	0,0401	0,0377	0,0868	0,0243	0,0374	0,0216	0,0770
1,4	0,0504	0,0446	0,0517	0,0998	0,0262	0,0399	0,0189	0,0808
1,6	0,0658	0,0469	0,0650	0,1090	—	—	—	—
1,8	0,0799	0,0476	0,0768	0,1152	—	—	—	—
2,0	0,0987	0,0474	0,0869	0,1191	0,0284	0,0421	0,0142	0,0842
3,0	0,1276	0,0421	0,1144	0,1246	—	—	—	—
4,0	0,1383	0,0390	0,1223	0,1250	—	—	—	—
5,0	0,1412	0,0379	0,1243	0,1250	—	—	—	—
∞	0,1422	0,0375	0,1250	0,1250	0,0284	0,0417	0,0125	0,0833

Прямоугольная пластинка, у которой три стороны свободно оперты, четвертая — заделана, нагрузка равномерно распределенная

Длина закрепленной стороны обозначена через b

Для случая $a > b$

Для случая $a < b$

В центре пластинки

$$w = k_1 \frac{pb^4}{E\delta^3},$$

$$M_y = k_2 pb^2,$$

$$M_x = k_3 pb^2$$

$$w = k_1 \frac{pa^4}{E\delta^3},$$

$$M_y = k_2 pa^2,$$

$$M_x = k_3 pa^2$$

Изгибающий момент в середине заделанной стороны

$$M_y = k_4 p b^3$$

$$M_y = k_4 p a^3$$

Коэффициенты k даны в табл 32

Т а б л и ц а 32

a/b	k_1	k_2	k_3	k_4	a/b	k_1	k_2	k_3	k_4
0	0,057	0,062	0,019	0,125	1,0	0,030	0,039	0,034	0,081
1/2	0,053	0,060	0,023	0,122	1,2	0,047	0,044	0,049	0,098
2/3	0,046	0,054	0,028	0,111	1,4	0,063	0,047	0,063	0,109
5/7	0,044	0,052	0,030	0,108	2,0	0,101	0,047	0,094	0,122
5/6	0,038	0,047	0,032	0,098	∞	0,142	0,037	0,125	0,125

Прямоугольная пластинка свободно опертая на раму, две противоположные стороны ($y = 0, y = b$) которой абсолютно жестки, две другие ($x = 0, x = a$) — упруги. Нагрузка равномерно распределенная

Наибольшая стрелка прогиба в середине пластинки

$$w_{\max} = 0,156 (1 - \mu^2) \frac{p_0 b^4}{E \delta^3} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1 - M_n}{n^5}$$

Наибольшие нормальные усилия в середине пластинки

$$N_{x \max} = 0,775 \frac{p_0 b^2}{\delta} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^3} (0,3 + 0,7 M_n - 2 N_n) \sin \frac{n \pi}{2},$$

$$N_{y \max} = 0,775 \frac{p_0 b^2}{\delta} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^3} (1 - 0,7 M_n - 0,6 N_n) \sin \frac{n \pi}{2}$$

Если при этом I — момент инерции упругих сторон рамы, $\lambda = \frac{24 (1 - \mu^2) I}{a \delta^3}$, $k = \frac{\pi a}{2b}$, то для величин M_n и N_n получаются следующие выражения

$$M_n = \frac{0,21 nk \operatorname{ch} nk - 0,39 \operatorname{sh} nk + \lambda nk (2 \operatorname{ch} nk + nk \operatorname{sh} nk)}{2,31 \operatorname{sh} nk \operatorname{ch} nk - 0,49 nk + 2 \lambda nk \operatorname{ch}^2 nk},$$

$$N_n = \frac{0,21 \operatorname{sh} nk + \lambda nk \operatorname{ch} nk}{2,31 \operatorname{sh} nk \operatorname{ch} nk - 0,49 nk + 2 \lambda nk \operatorname{sh}^2 nk}$$

Ряды, при помощи которых вычисляются напряжения и прогиб, хорошо сходятся, на практике достаточно бывает вычислить один—два члена этих рядов

Круглая пластинка радиуса a , нагруженная равномерно распределенной нагрузкой

Край свободно опертый Прогиб на радиусе r $w = \frac{p}{64 D} \left[(a^2 - r^2)^2 + \frac{4a^2 (a^2 - r^2)}{1 + \mu} \right]$ Прогиб в центре $w_{\text{макс}} = 0,7 \frac{pa^4}{E\delta^3}$		Край заделан $w = \frac{p}{64 D} (a^2 - r^2)^2$ $w_{\text{макс}} = 0,17 \frac{pa^4}{E\delta^3}$
---	--	--

Момент на радиусе r , вектор момента идет перпендикулярно радиусу

$$M_1 = \frac{p}{16} \left[a^2 (3 + \mu) - r^2 (3 + \mu) \right], \quad \left| \quad M_1 = \frac{p}{16} \left[a^2 (1 + \mu) - r^2 (3 + \mu) \right] \right.$$

Момент на радиусе r , вектор момента—по радиусу

$$M_2 = \frac{p}{16} \left[a^2 (3 + \mu) - r^2 (1 + 3\mu) \right], \quad \left| \quad M_2 = \frac{p}{16} \left[a^2 (1 + \mu) - r^2 (1 + 3\mu) \right] \right.$$

Круглая пластинка радиуса a со свободно опертым краем; нагрузка—сосредоточенная сила P , приложенная в центре

Прогиб выражается в этом случае формулой

$$w = \frac{P}{8\pi D} \left[\frac{1}{2} \frac{3 + \mu}{1 + \mu} (a^2 - r^2) - r^2 \ln \frac{a}{r} \right]$$

Изгибающие моменты

$$M_1 = \frac{1 + \mu}{2\pi} P \ln \frac{a}{r}, \quad M_2 = \frac{P}{4\pi} \left[(1 + \mu) \ln \frac{a}{r} + 1 - \mu \right]$$

Эллиптическая пластинка с полуосями a и b с заделанным краем; нагрузка равномерно распределенная

Прогиб выражается формулой

$$w = w_{\text{макс}} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right)^2, \quad w_{\text{макс}} = \frac{p}{D \left(\frac{24}{a^4} + \frac{24}{b^4} + \frac{16}{a^2 b^2} \right)}$$

Изгибающий момент на концах малой оси $2b$

$$M_1 = -D \frac{8 w_{\text{макс}}}{b^2}$$

Изгибающий момент в центре пластинки на площадке, перпендикулярной малой оси

$$M_1 = 4 D w_{\text{макс}} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{\mu}{a^2} \right)$$

Устойчивость пластинки при действии сил в ее плоскости

Если внешние силы, приложенные по контуру пластинки, расположены в срединной плоскости последней, то значительно ранее достижения разрушающего напряжения могут возникнуть явление потери устойчивости, которое заключается в появлении смещений, перпендикулярных к срединной плоскости

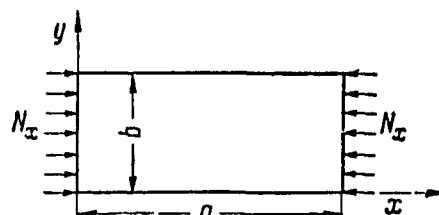
Прямоугольная пластинка сжатая равномерно распределенными усилиями, параллельными оси Ox (фиг 218)

Дифференциальное уравнение изгиба в этом случае будет

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

причем $N_x = \text{const}$

Все четыре края оперты В этом случае граничные условия, состоящие в том, что



Фиг. 118

при $x=0$ и $x=a$ будет $w=0$ и $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0$,

при $y=0$ и $y=b$ будет $w=0$ и $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0$,

будут удовлетворены, если принять

$$w = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Наименьшее критическое значение N_x будет

$$N_{x \text{ кр}} = \frac{\pi^2 a^2 D}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2$$

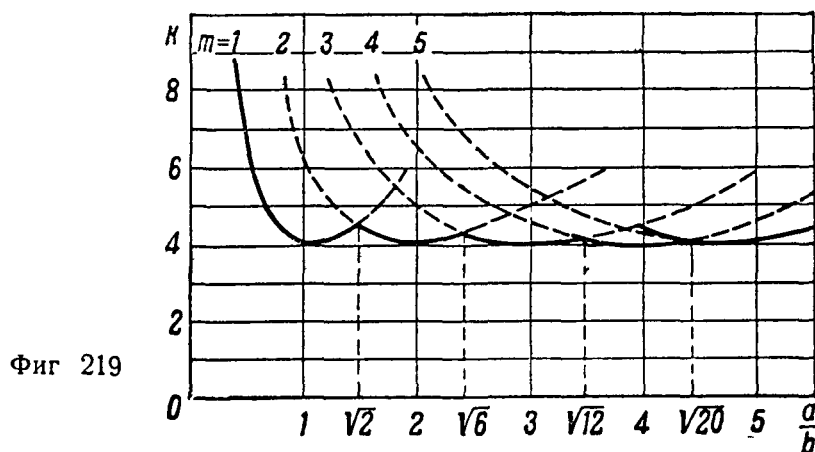
Формулу для критического напряжения можно представить в следующем виде

$$\sigma_{x \text{ кр}} = \frac{N_{x \text{ кр}}}{\delta} = \frac{\pi^2 D}{b^2 \delta} k,$$

где

$$k = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$$

Значения коэффициента k в зависимости от отношения стороны $\frac{a}{b}$ даны на фиг 219 и в табл 33



Фиг 219

Таблица 33

a/b	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2,0	∞
k	27,0	13,2	8,41	6,25	5,14	4,53	4,20	4,04	4,0	4,04	4,13	4,28	4,47	4,34	4,0	4,0

Две стороны, к которым приложены сжимающие усилия, оперты, сторона $y=0$ оперта, сторона $y=b$ свободна. Для решения задачи в этом случае, равно как во всех тех, когда имеются две противоположных свободно опертых стороны, можно воспользоваться непосредственным интегрированием уравнения. Граничные условия:

$$w=0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \text{при} \quad x=0 \quad \text{и} \quad x=a,$$

$$w=0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при} \quad y=0,$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y=b$$

Критическое напряжение сжатия может быть представлено в виде

$$\sigma_{x \text{ кр}} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 \delta},$$

значения коэффициента k при $\mu=0,25$ даны в табл 34

Таблица 34

a/b	0,5	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0
k	4,40	1,440	1,135	0,952	0,835	0,755	0,698	0,610	0,564	0,516	0,506

Стороны $x=0$ и $x=a$ оперты, сторона $y=0$ заделана, сторона $y=b$ свободна

Аналогично предыдущему

$$\sigma_{x \text{ кр}} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 \delta}.$$

Значение коэффициента k при $\mu=0,25$ даны в табл 35

Таблица 35

a/b	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4	∞
k	1,70	1,56	1,47	1,41	1,36	1,34	1,33	1,33	1,34	1,36	1,38	1,45	1,47	1,328

Стороны $x=0$, $x=a$ оперты, стороны $y=0$, $y=b$ заделаны

Критическое напряжение сжатия вычисляется по формуле

$$\sigma_{x \text{ кр}} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 \delta}$$

Значения коэффициента k при $\mu=0,25$ даны в табл 36

Таблица 36

a/b	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
k	9,44	7,69	7,05	7,00	7,29	7,83	7,69

Стороны $x=0$, $x=a$ заделаны, стороны $y=0$, $y=b$ оперты

Сжимающие усилия приложены не к опертым краям. Значения коэффициента k в формуле для критического сжимающего напряжения приводятся в табл. 37

Таблица 37

a/b	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7	1,73	1,8	2,0	2,5	2,83	3,0
k	13,38	8,73	6,74	5,84	5,45	5,34	5,33	5,33	5,18	4,85	4,52	4,50	4,41

Все стороны заделаны

$$\sigma_{x \text{ кр}} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 \delta}$$

Значения k приведены в табл. 38

Таблица 38

a/b	1	2	3	∞
k	9,4	8,15	7,8	7,3

Прямоугольная пластинка, сжатая равномерно распределенными усилиями вдоль оси Ox и одновременно растянутая или сжатая равномерно распределенными усилиями вдоль оси Oy

Края пластинки оперты. Совокупность критических значений усилий N_x и N_y удовлетворяет следующему уравнению

$$N_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + N_y \frac{n^2 \pi^2}{b^2} = \pi^4 D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

Из этого уравнения непосредственно видно, что наличие сжатия в направлении оси Oy понижает критическую величину напряжения сжатия в направлении оси Ox . Наоборот, растяжение в поперечном направлении увеличивает величину критического напряжения сжатия. Числа m и n определяют числа полуволн, образующихся по длине и по ширине пластинки. При расчете находятся те значения m и n , для которых критическое сжимающее усилие окажется наименьшим.

С помощью этой формулы можно решать не только такие задачи, в которых или N_x или N_y даны, но и такие, когда задано лишь некоторое соотношение между этими двумя усилиями (например, $N_y = \alpha N_x$). Для равномерного двустороннего сжатия ($N_x = N_y = N$) получается

$$N = \pi^2 D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

Для квадратной пластинки ($a = b$) наименьшее значение N будет

$$N = 2 \frac{\pi^2 D}{a^2},$$

т.е. равно половине того, которое имеет место при одностороннем сжатии.

Все края пластинки заделаны. При таком закреплении краев точного решения задачи получить не удастся. Приводимое ниже решение является приближенным и дает хорошие результаты для случаев, когда

усилия N_x и N_y одного знака и разнятся по величине немного, а пластинка близка по форме к квадратной

В рассматриваемом частном случае $T_{xy} = 0$

Уравнение критических значений N_x и N_y будет

$$N_x + \frac{a^2}{b^2} N_y = \frac{4\pi^2}{3} D a^2 \left(\frac{3}{a^4} + \frac{3}{b^4} + \frac{2}{a^2 b^2} \right)$$

Для квадратной пластинки ($a = b$), если притом $N_x = N_y = N$, эта формула дает

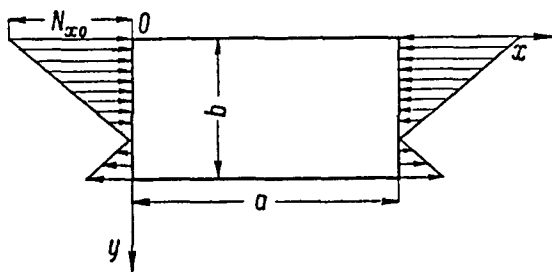
$$N_{кр} = 5,33 \frac{\pi^2 D}{a^2}.$$

$$\left(\text{Известно, что } N_{кр} > 5,30 \frac{\pi^2 D}{a^2} \right)$$

Прямоугольная пластинка, нагруженная одновременно сжимающими (или растягивающими) и изгибающими усилиями в срединной плоскости (фиг 220)

Края пластинки свободно оперты Величина внешнего усилия N_x будет переменной и может быть представлена формулой

$$N_x = N_{x0} \left(1 - \alpha \frac{y}{b} \right)$$



Фиг 220

Коэффициент α характеризует соотношение между изгибающими и растягивающими усилиями

при $\alpha = 0$ имеет место чистое сжатие,

при $0 < \alpha < 2$ — одновременное действие сжатия и изгиба,

при $\alpha = 2$ — чистый изгиб,

при $\alpha > 2$ — одновременное действие изгиба и растяжения

Значение $N_{кр}$ определяется по формуле

$$N_{кр} = k \frac{\pi^2 D}{b^2}$$

Значения коэффициента k в зависимости от отношения сторон $\frac{a}{b}$ и параметра α приведены в табл 39

Таблица 39

$\alpha \backslash \frac{a}{b}$	0,4	0,6	0,75	0,8	1,0	1,5
2	29,1	24,1	24,1	24,4	25,6	24,1
$\frac{4}{3}$	18,7	12,9	11,5	11,2	11,0	11,5
1	15,1	9,7	8,4	8,1	7,8	8,4
$\frac{4}{5}$	13,3	8,3	7,1	6,9	6,6	7,1
$\frac{2}{3}$	10,8	7,1	6,1	6,0	5,8	6,1

Прямоугольная пластинка, нагруженная по контуру равномерно распределенными касательными усилиями (фиг 221)

Края пластинки оперты Формула для определения $T_{кр}$ может быть представлена в виде

$$T_{кр} = k \frac{\pi^2 D}{b^2}$$

Значения k приведены в табл 40

Т а б л и ц а 40

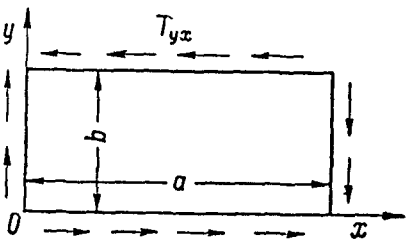
$\frac{a}{b}$	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
k	9,4	8,0	7,3	7,1	7,0	6,8	6,6	6,3	6,1

Для случая бесконечно длинной пластинки $\left(\frac{b}{a}=0\right)$ можно получить точное решение, которое дает для k значение $k=5,35$ Для вычисления коэффициента k может быть взята также, следующая формула

$$k = 5,35 + 4 \left(\frac{b}{a}\right)^2,$$

которой можно пользоваться при всех значениях $\frac{b}{a}$ от 0 до 1

Для определения критических касательных напряжений в плоской дуралевой пластинке для случая опертого контура принимается формула



Фиг 201

$$\tau_{кр} = 34\,300 \left[110 + 75 \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right] \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 \left[\frac{\kappa \tau}{сн^2} \right]$$

Здесь a — большая сторона пластинки

Края пластинки заделаны В этом случае для подсчета критического касательного усилия по формуле

$$T_{кр} = k \frac{\pi^2 D}{b^2}$$

можно пользоваться значениями k из табл 41

Т а б л и ц а 41

$\frac{a}{b}$	1	2	∞
k	15,4	11,5	9,1

(Экспериментальные исследования показывают, что теоретические значения критических напряжений оказываются обычно выше наблюдаемых Разница, иногда значительная (до 40%), может объясняться особым влиянием неточного изготовления образцов и осуществления нужных условий нагрузки и закрепления)

Прямоугольная пластинка, нагруженная одновременно действующими равномерно распределенными сжимающими усилиями N_x и N_y в двух направлениях и касательными усилиями T

Вагнером предложены следующие формулы для подобной нагрузки при условии, что пластинка длинная

для свободно опертых краев

$$T^2 = \gamma^2 \left(2 \sqrt{\frac{N_y}{\gamma} + 1} + 2 + \frac{N_x}{\gamma} \right) \left(2 \sqrt{\frac{N_y}{\gamma} + 1} + 6 + \frac{N_x}{\gamma} \right),$$

для заделанных краев

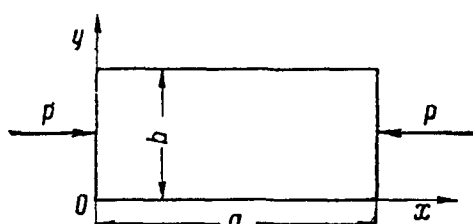
$$T^2 = \kappa^2 \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{N_y}{\gamma} + 4} + \frac{4}{3} + \frac{N_x}{\gamma} \right) \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{N_y}{\gamma} + 4} + 8 + \frac{N_x}{\gamma} \right),$$

$$\gamma = \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \frac{E}{1 - \mu^2}$$

Точного решения этой задачи нет

Прямоугольная пластинка, сжатая двумя сосредоточенными силами, параллельными оси Ox (фиг 222)

Края пластинки оперты. Значение для критической силы $P_{кр}$ определяется по формуле



Фиг 222

$$P_{кр} = \frac{4 \pi D}{b} \frac{1}{\operatorname{th} \frac{\pi \beta}{2} - \frac{\pi \frac{\beta}{2}}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi \beta}{2}}},$$

где $\beta = \frac{a}{b}$,

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} P_{кр} = \frac{4 \pi D}{b},$$

причем для $\beta = 2$

$$P_{кр} = 1,03 \frac{4 \pi D}{b}$$

Если края пластинки заделаны, то

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} P_{кр} = \frac{8 \pi D}{b}$$

Прямоугольная пластинка, сжатая равномерно распределенной нагрузкой, параллельной оси Ox

Края пластины $x=0$, $x=a$ оперты на абсолютно жесткие опоры, края $y=0$, $y=b$ оперты на упругие опоры одинаковой жесткости

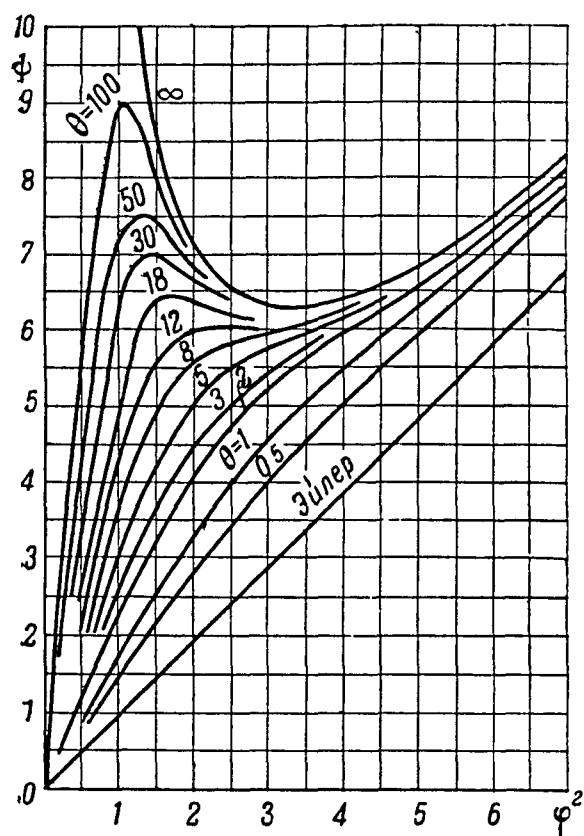
Модуль упругости ребер тот же, что и пластинки и напряжение сжатия, действующее на ребра, также равно σ , так что полная сила сжатия ребер будет $F \sigma$, где F — площадь поперечного сечения ребра. При этих

предположениях граничные условия на упруго опертых краях будут следующие

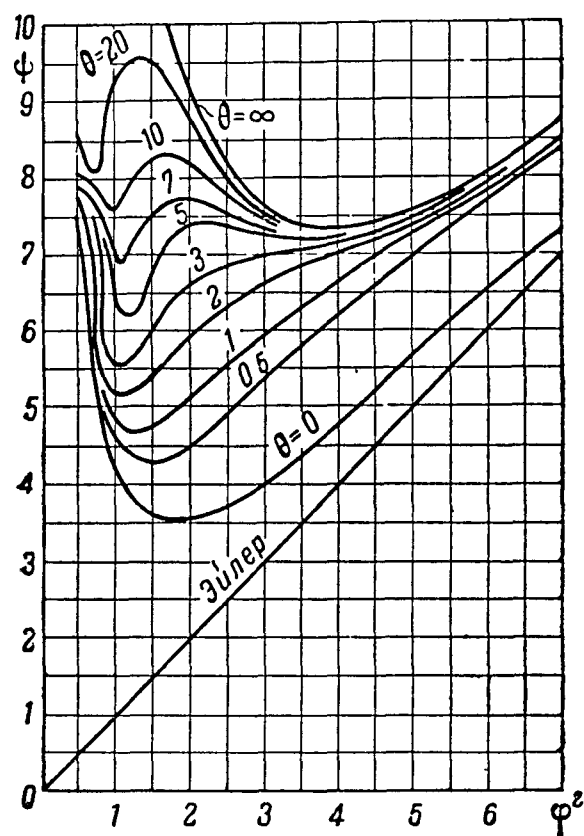
$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \pm D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] - F \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

(при $y = 0$ берется знак $-$, при $y = b$ — знак $+$)

Задача допускает точное решение и для нахождения критического значения напряжения сжатия получается трансцендентное уравнение сложного вида. Для целей практического расчета могут служить графики фиг. 223



Фиг. 223



Фиг. 224

При построении этих графиков использованы следующие сокращенные обозначения

$$\frac{m \pi b}{a} = \varphi, \quad b \sqrt{\frac{N_{кр}}{D}} = \psi, \quad \frac{EI}{b D} - \frac{F}{b \delta} \frac{\psi^2}{\varphi^2} = \theta,$$

где m — число полуволн в направлении оси Oy

Края пластины $x=0$, $x=a$ оперты, край $y=0$ заделан, край $y=b$ оперт на упругое ребро

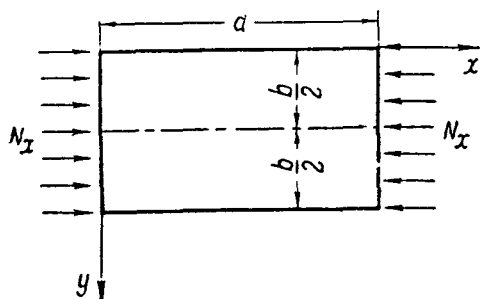
Для расчета могут служить графики фиг. 224. Пользование графиками вполне подобно предыдущему.

Подкрепленные пластинки

Прямоугольная пластинка имеет одно подкрепляющее ребро, параллельное направлению сжимающих ее равномерно распределенных сил и расположенное так, что оно делит пластинку на две равные части (фиг. 225)

В этом случае при большой относительной длине пластинки $\left(\frac{a}{b} > 2\right)$ уже первое приближение с помощью функции $w = A_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$ дает

хорошие и практически пригодные результаты Критическое усилие сжатия будет



Фиг 225

$$N_{кр} = \frac{D \pi^2}{b^2} \frac{\left[1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]^2 + 2 \frac{D_1}{b D}}{\left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(1 + \frac{F_1}{b \delta} \right)}$$

В этой формуле через D_1 обозначена жесткость изгиба ребра, через F_1 — площадь его поперечного сечения, кроме того, предполагается, что сила, сжимающая ребро, так относится к полной силе, сжимающей

пластинку, как площадь сечения ребра относится к площади сечения $b\delta$ пластинки

Для коротких пластинок, у которых отношение $\frac{a}{b}$ меньше двух, указанное первое приближение дает недостаточно точные результаты и приходится брать не один, а два или три члена тригонометрического ряда. Расчетную формулу для критического усилия представляют в виде

$$N_{кр} = k \frac{D \pi^2}{b^2}$$

Энергетический метод решения задачи при сохранении двух или трех членов ряда позволяет вычислить для k значения, приведенные в табл 42.

Таблица 42

$\frac{D_1}{bD}$	5			10			15			20			25		
$\frac{a}{b} \backslash \frac{F_1}{b \delta}$	0,05	0,1	0,2	0,05	0,1	0,2	0,05	0,1	0,2	0,05	0,1	0,2	0,05	0,1	0,2
0,6	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5
0,8	15,4	14,6	13,0	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8	16,8
1,0	12,0	11,1	9,72	16,0	16,0	15,8	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0
1,2	9,83	9,06	7,88	15,3	14,2	12,4	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5
1,4	8,62	7,91	6,82	12,9	12,0	10,3	16,1	15,7	13,6	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1
1,6	8,01	7,38	6,32	11,4	10,5	9,05	14,7	13,6	11,8	16,1	16,1	14,4	16,1	16,1	16,1
1,8	7,84	7,19	6,16	10,6	9,70	8,35	13,2	12,2	10,5	15,9	14,7	12,6	16,2	16,2	14,7
2,0	7,96	7,29	6,24	10,2	9,35	8,03	12,4	11,4	9,8	14,6	13,4	11,6	16,0	15,4	13,3

Прямоугольная пластинка подкреплена двумя одинаковыми продольными ребрами, делящими ширину пластинки b на три равные части, ребра параллельны равномерно распределенным силам сжатия

$$N_{кр} = \frac{D \pi^2}{b^2} \frac{\left[1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]^2 + 3 \frac{D_1}{b D}}{\frac{a^2}{b^2} \left(1 + 3 \frac{F_1}{b \delta} \right)}$$

Общий вид расчетной формулы

$$N_{кр} = k \frac{D \pi^2}{b^2}$$

Значения коэффициента k приводятся в табл 43

Таблица 43

$\frac{D_1}{bD}$ $\frac{a}{b}$	$10^{1/3}$		5		$10^{2/3}$		10	
	0 05	0 1	0 05	0 1	0 05	0 1	0 05	0 01
0 6	26 8	24 1	36 4	33 2	36 4	36 4	36,4	36 4
0 8	16 9	15 0	23 3	20 7	29 4	26 3	37 2	37 1
1 0	12,1	10 7	16 3	14 5	20 5	18 2	28 7	25 6
1 2	9 61	8 51	12 6	11 2	15 5	13,8	21 4	19,0
1 4	8 32	7 36	10,5	9 32	12 7	11 3	17,2	15 2
1 6	7 70	6 81	9 40	8 31	11 1	9 82	14 5	12 8
1 8	7 51	6 64	8 85	7 83	10 2	9 02	12 9	11 4
2 0	7 61	6 73	8 70	7 69	9 78	8 65	11 9	10 6

Пластика с большим числом продольных ребер N_r параллельно ребрам

$$N_{x \text{ кр}} = \frac{D\pi}{b} \frac{\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^2 + 2 \sum_i \frac{D_i}{bD} \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{\left(\frac{a}{b}\right) \left(1 + 2 \sum_i \frac{F_i}{b\sigma} \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}\right)},$$

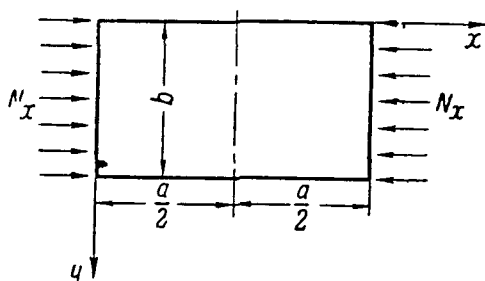
где c_i — расстояние i го ребра от края $y=0$

Пластика подкреплена одним поперечным ребром (фиг 226), жесткость изгиба которого есть D_1 и которое делит длину пластики пополам

$$N_{x \text{ кр}} = \frac{D\tau^2}{b} \left\{ \left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)\right] + \frac{2D_1}{bD} \left(\frac{a}{b}\right)^3 \right\} \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)}$$

Если поперечные ребра, число которых $r-1$, расположены достаточно часто и имеют малую жесткость изгиба, так что на одну полуволну выпучившейся пластики приходится несколько изогнутых ребер, то для критического усилия энергетический метод дает формулу

$$N_{x \text{ кр}} = \frac{D\tau^2}{b} \frac{\left[m + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^2 + r \frac{D_1}{bD} \left(\frac{a}{b}\right)^3}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 m^2}$$



Фиг 226

Здесь целое число m (число полуволн) должно быть подобрано так, чтобы правая часть получила наименьшее значение

Критическое касательное усилие длинной (теоретически — бесконечно длинной) пластики, подкрепленной ребрами, параллельными длинной стороне

$$T_{\text{кр}} = \frac{D^{-2}}{2b} \frac{1}{s} \left\{ 2 + 6\alpha + \frac{s}{b} + \frac{b}{s} \left[1 + (1 + \alpha')^2 \right] \right\}$$

Здесь α — тангенс угла наклона волн, а s — длина волн

Эти величины должны быть подобраны так, чтобы правая часть получила минимальное значение. Через γ обозначено:

$$\gamma = \frac{2}{Db} \sum D_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}.$$

Расчетную формулу для критического усилия можно представить в виде

$$T_{кр} = \frac{D\pi^2}{b^2} k.$$

Значения коэффициента k в зависимости от γ приведены в табл. 44.

Таблица 44

γ	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
k	6,98	7,70	8,67	9,36	9,90	10,4	10,8	11,1	11,4	11,7	12,0

Изгиб пластинок при больших прогибах

Существенным обстоятельством в теории изгиба при больших прогибах является то, что нельзя считать смещение точки срединной плоскости перпендикулярным к первоначальной плоскости пластинки, но надо рассматривать уже все три компонента u , v , w перемещения. Это сразу увеличивает число искомых функций (а следовательно, и уравнений, подлежащих разрешению).

Расчет пластинок, работающих при больших прогибах, может быть сделан практически только при помощи тех или других дополнительных упрощающих предположений.

Для тонких пластинок основным допущением является то, что жесткостью на изгиб можно пренебрегать. Такие пластины называются мембранами (гибкими пластинками). Пластинки, в которых напряжения от изгиба одного порядка с напряжениями растяжения в срединной плоскости называются пластинками конечной жесткости. Последние напряжения называются цепными (или мембранными).

Круглая мембрана

Принимается, что вследствие незначительной толщины пластинка работает лишь на растяжение (мембранные или цепные напряжения) и жесткостью изгиба можно пренебречь. Мембрана оперта по контуру; нагрузка равномерно распределенная по площади.

Значения напряжений и прогиба в центре мембраны следующие (решение Хенки):

$$N_{r=0} = 0,423 \sqrt[3]{Ep^2R^2\delta}; \quad w_{r=0} = 0,662R \sqrt{\frac{pR}{E\delta}},$$

где p — нагрузка на единицу площади.

Квадратная мембрана

Мембрана оперта по контуру; нагрузка равномерно распределенная по площади.

Значения напряжения и прогиба в центре мембраны по Фепплю следующие:

$$\sigma_0 = 0,396 \sqrt[3]{\frac{p^2Ea^2}{\delta^2}}, \quad w_0 = 0,820a \sqrt[3]{\frac{pa}{E\delta}}$$

(коэффициент в формуле прогиба исправлен по данным Даревского).

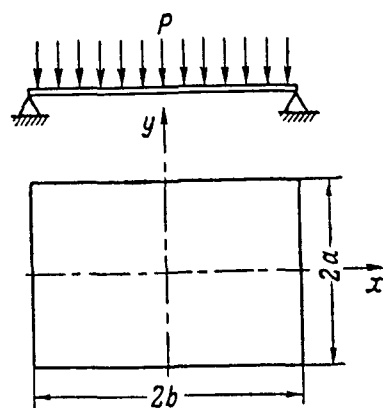
Прямоугольная мембрана

Для определения прогиба в центре и напряжений σ_x и σ_y при поперечном изгибе прямоугольной мембраны равномерно распределенной нагрузкой p (фиг 227) можно пользоваться следующими формулами

$$w_0 = \gamma \sqrt[3]{\frac{pa^4}{E\delta}},$$

$$\sigma_x = \alpha \sqrt[3]{\frac{p^2 Ea^2}{\delta^2}},$$

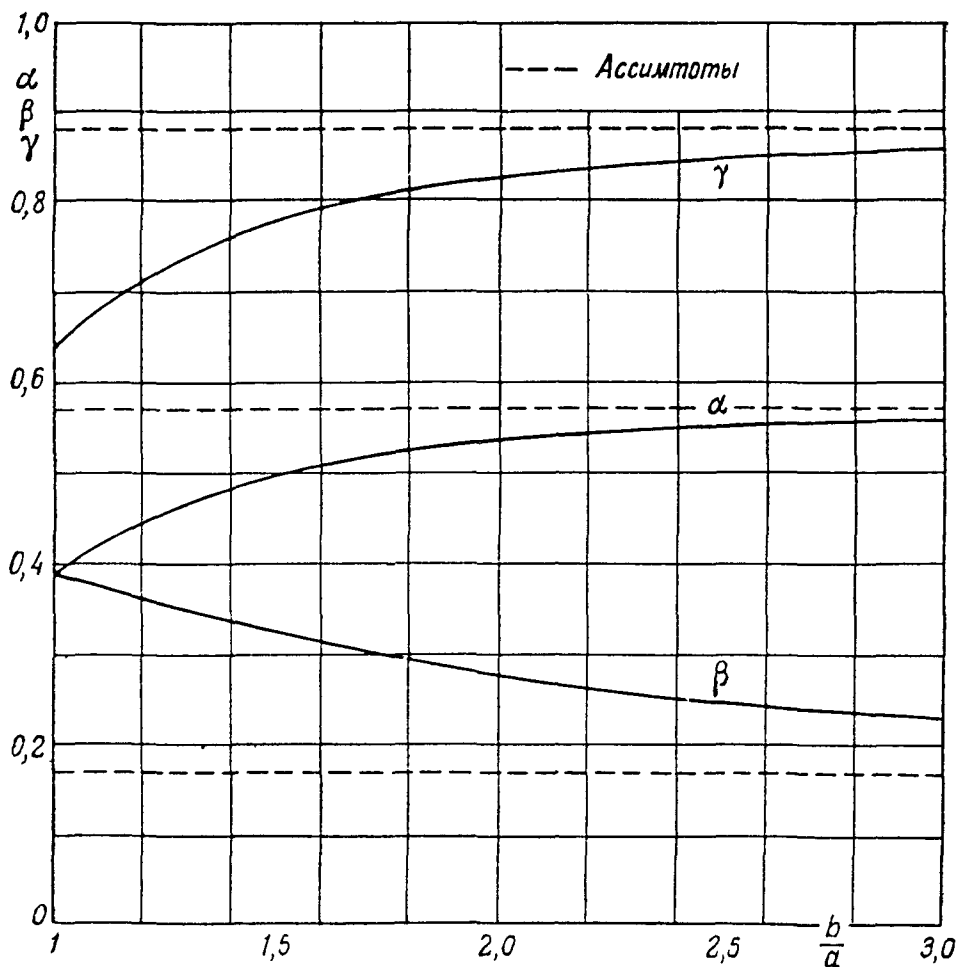
$$\sigma_y = \beta \sqrt[3]{\frac{p^2 Ea^2}{\delta^2}}$$



Фиг 227

для случая, когда кромки шарнирно оперты и опоры могут создавать распор. На фиг 228 приведены графики для определения α , β и γ в зависимости от отношения сторон при нахождении σ_x , σ_y и w в центре мембраны

Для нахождения σ_x и σ_y в других точках мембраны можно пользоваться табл 45



Фиг 228

Приведенные выше формулы для расчета мембран относятся к случаю жестких опор. В случае податливых опор можно пользоваться для расчета формулами, приведенными на стр 218

Таблица 45

Значения α					Значения β			
$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a	$n = 1$ $\gamma = 0,640$	$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a
0	0,390	0,350	0,300		0	0,390	0,259	0,090
$\frac{b}{2}$	0,259	0,219	0,167		$\frac{b}{2}$	0,350	0,219	0,051
b	0,090	0,051	0		b	0,300	0,167	0
$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a	$n = 1,5$ $\gamma = 0,775$	$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a
0	0,499	0,472	0,440		0	0,328	0,242	0,132
$\frac{b}{2}$	0,306	0,280	0,248		$\frac{b}{2}$	0,270	0,184	0,074
b	0,058	0,033	0		b	0,196	0,110	0
$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a	$n = 2$ $\gamma = 0,825$	$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a
0	0,535	0,520	0,499		0	0,274	0,220	0,150
$\frac{b}{2}$	0,318	0,301	0,280		$\frac{b}{2}$	0,209	0,155	0,084
b	0,037	0,021	0		b	0,125	0,070	0
$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a	$n = 2,5$ $\gamma = 0,845$	$y \backslash x$	0	$\frac{a}{2}$	a
0	0,550	0,539	0,525		0	0,242	0,205	0,158
$\frac{b}{2}$	0,320	0,309	0,296		$\frac{b}{2}$	0,173	0,133	0,088
b	0,025	0,014	0		b	0,084	0,047	0

Квадратная пластинка конечной жесткости

Края пластинки свободно оперты и неподвижны. Формулы для определения напряжения и прогиба в центре по Даревскому следующие

$$\sigma_0 = 0,692 E a \cdot s^3, \quad w_0 = a^2 s,$$

где s — вспомогательный параметр, определяемый из уравнения

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \frac{D}{E} + 2,94 s^2 = \frac{p}{E \delta} \frac{16}{\pi^2} \frac{1}{s} \frac{1}{a^2}$$

Длинная прямоугольная пластинка конечной жесткости (фиг. 229)

Принято что:

а) одна сторона пластины велика по сравнению с другой, так что ее можно считать бесконечно длинной, пренебрегать условиями на коротких сторонах и все искомые функции считать зависящими только от одного переменного;

б) внешние силы приложены к длинным сторонам и распределены по длине их равномерно;

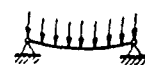
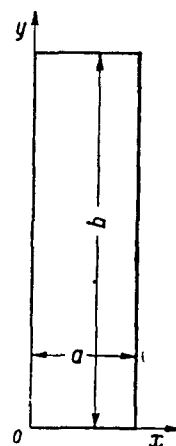
с) упругая поверхность пластинки (которая будет при названных предположениях цилиндрической) может быть приближенно представлена

при опертых длинных краях в виде.

$$w = A \sin \frac{\pi x}{a};$$

при заделанных длинных краях.

$$w = A \left(1 - \sin \frac{2\pi x}{a} \right).$$



Фиг. 229

При больших прогибах напряжение в некоторой точке пластинки складывается из двух: из напряжения в этой точке от изгиба и из напряжения от деформации срединной плоскости. В рассматриваемом случае, отличным от нуля мембранным усилием будет одно N_x ; оно притом будет постоянно по величине не только вдоль оси Oy , но и вдоль оси Ox . Если усилие N_x известно, то все основные элементы изгиба могут быть найдены по приведенным ниже формулам и с помощью табл. 46, в которой даны численные значения некоторых вспомогательных функций, или с помощью фиг. 230.

Вместо N_x вводят для упрощения пропорциональный этому усилию параметр u

$$u^2 = \frac{3(1-\mu^2)}{F} \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \frac{N_x}{\delta}.$$

Через параметр u элементы изгиба находятся следующим образом.

Наибольшая стрелка прогиба:

при свободно опертых краях:

$$w_{0 \text{ макс}} = \frac{5}{32} \frac{p(1-\mu)}{F} \left(\frac{a}{\delta} \right)^4 \delta \gamma_0(u),$$

а при заделанных краях:

$$w_{1 \text{ макс}} = \frac{1}{42} \frac{p(1-\mu)}{E} \left(\frac{a}{\delta} \right)^4 \delta \gamma_1(u).$$

Наибольшее напряжение в среднем сечении:

$$\sigma_{0 \text{ макс}} = \frac{N_x}{\delta} + \frac{3}{4} p \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \gamma_0(u) \quad \text{при свободно опертых краях,}$$

$$\sigma_{1 \text{ макс}} = \frac{N_x}{\delta} + \frac{1}{4} p \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \gamma_1(u) \quad \text{при заделанных краях,}$$

Т а б л и ц а 46

<i>u</i>	−30	−25	−20	−15	−10	−05	00	05	10	15
$\varphi_0(u)$	−0 386	−0 660	−1 621	+ 11 380	+ 1 684	+ 1 113	1 000	0 908	0 711	0 532
$\varphi_1(u)$	11 201	2 703	1 672	1 291	1 111	1 026	1 000	0 976	0 909	0 817
$\gamma_0(u)$	−0 449	−0 720	−1 702	+ 11 677	+ 1 702	+ 1 116	1 000	0 905	0 704	0 511
$\gamma_1(u)$	13 49	3 05	1 799	1 343	1 130	1 030	1 000	0 972	0 894	0 788
$\gamma_2(u)$	7 348	2 086	1 436	1 192	1 074	1 017	1 000	0 984	0 939	0 876

<i>u</i>	20	25	30	35	40	45	50	55	60	66
$\varphi_0(u)$	0 380	0 281	0 213	0 166	0 132	0 107	0 088	0 074	0 063	0 054
$\varphi_1(u)$	0 715	0 617	0 529	0 453	0 388	0 335	0 291	0 254	0 223	0 197
$\gamma_0(u)$	0 367	0 268	0 200	0 153	0 120	0 097	0 079	0 066	0 055	0 047
$\gamma_1(u)$	0 673	0 563	0 467	0 386	0 320	0 267	0 224	0 189	0 162	0 139
$\gamma(u)$	0 806	0 736	0 672	0 614	0 563	0 519	0 480	0 446	0 417	0 391

<i>u</i>	70	75	80	85	90	95	100	105	110	120
$\varphi_0(u)$	0 047	0 041	0 036	0 032	0 029	0 026	0 024	0 021	0 020	0,016
$\varphi_1(u)$	0 175	0 156	0 141	0 127	0 115	0 105	0 096	0 088	0 081	0 069
$\chi_0(u)$	0 041	0 036	0 031	0 028	0 025	0 022	0 020	0 018	0 017	0 014
$\chi_1(u)$	0 121	0 106	0 093	0 083	0 074	0 065	0 060	0 054	0 050	0 042
$\gamma(u)$	0 367	0 347	0 328	0 311	0 296	0 283	0 270	0 259	0 248	0 229

Наибольшее напряжение на контуре

$$\sigma_{2 \text{ макс}} = \frac{N_x}{\delta} + \frac{p}{2} \left(\frac{a}{\delta} \right) \gamma(u) \text{ при заделанных краях}$$

Предварительно определяют величину α из следующих уравнении

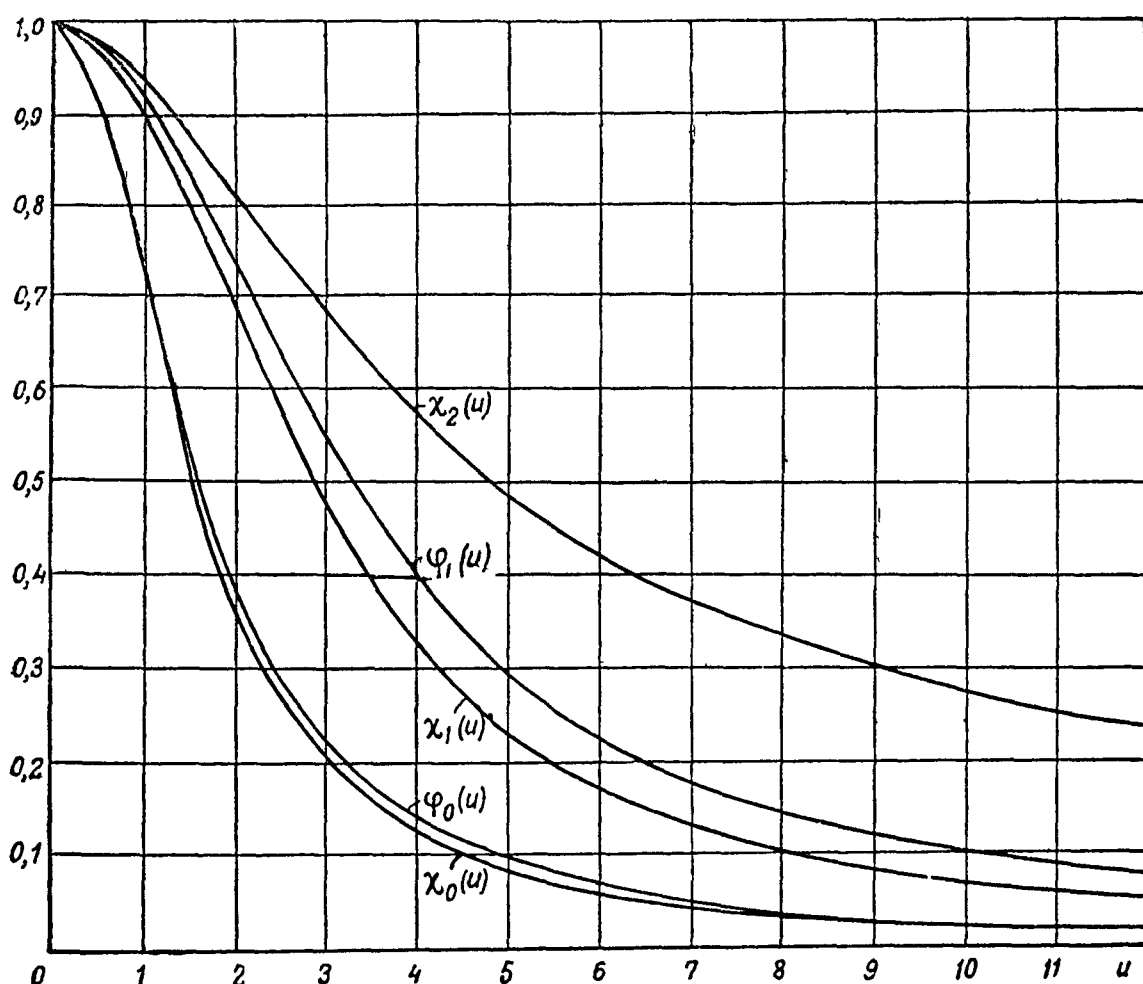
$$\alpha (1 + \alpha) = 3 \left(\frac{w_{п0}}{\delta} \right) k \text{ для опертых длинных сторон,}$$

$$\alpha \left(1 + \frac{\alpha}{4} \right) = 3 \left(\frac{w_{п1}}{\delta} \right) k \text{ для заделанных длинных сторон,}$$

где

$$\alpha = \frac{4}{\pi} u^2,$$

k — коэффициент распора, характеризующий смещение опор ($k=1$ при абсолютно несмещающихся опорах и $k=0$ при одной опоре на катке),
 $w_{п0}$ — наибольшая стрелка прогиба, вызванного одной только поперечной нагрузкой для пластинки с опертыми краями,
 $w_{п1}$ — то же для пластинки с заделанными краями



Фиг 230

По найденному значению α^2 находится u^2 , затем N_x и все основные элементы изгиба

Пластина с первоначальной кривизной

Пластина имеет небольшую первоначальную кривизну, выражаемую формулой

$$f = c \sin \frac{\pi x}{a}$$

Уравнения для определения параметра σ^2 имеют следующий вид при опертых длинных краях

$$\sigma^2 (1 + \alpha^2)^2 = \frac{3}{\delta^2} [(w_{n0} + c)^2 - c^2 (1 + \alpha^2)^2],$$

при заделанных длинных краях

$$\sigma^2 \left(1 + \frac{\sigma^2}{4}\right)^2 = \frac{3}{\delta^2} [(w_{n1} + c)^2 - c^2 \left(1 + \frac{\sigma^2}{4}\right)^2]$$

Формулы прогиба и напряжений для пластины с первоначальной кривизной будут отличаться от ранее данных формул множителем, стоящим при некоторых слагаемых

Если обозначить $\frac{c}{w_{n0}} \alpha^2 = \beta_0$ и $\frac{c}{w_{n1}} \frac{\alpha^2}{4} = \beta_1$, то наибольший прогиб будет

$$w_{0 \text{ макс}} = \frac{5}{32} (1 - \beta_0) \frac{p (1 - \mu)}{E} \left(\frac{a}{\delta} \right)^4 \delta \varphi_0(u) \quad \text{при опертых краях,}$$

$$w_{1 \text{ макс}} = \frac{1}{32} (1 - \beta_1) \frac{p (1 - \mu)}{I} \left(\frac{a}{\delta} \right)^4 \delta \varphi_1(u) \quad \text{при заделанных краях}$$

Наибольшее напряжение в среднем сечении.

$$\sigma_{0 \text{ макс}} = \frac{N_x}{\delta} + \frac{3}{4} (1 - \beta_0) p \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \varphi_0(u) \quad \text{при опертых краях,}$$

$$\sigma_{1 \text{ макс}} = \frac{N_x}{\delta} + \frac{1}{4} (1 - \beta_1) p \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \varphi_1(u) \quad \text{при заделанных краях.}$$

Наибольшее напряжение на контуре

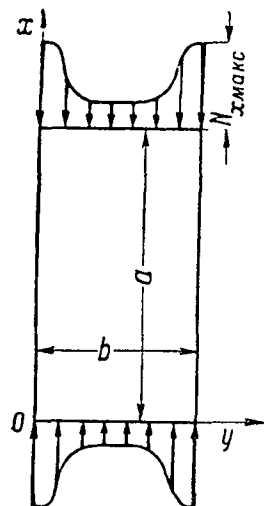
$$\sigma_{2 \text{ макс}} = \frac{N_x}{\delta} + (1 - \beta_1) \frac{p}{2} \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \varphi_1(u) \quad \text{при заделанных краях}$$

Работа пластинки после потери устойчивости

Характерным обстоятельством при сжатии прямоугольной пластинки за пределами устойчивости является появление неравномерности в распределении напряжений сжатия

Пластика сжимается равномерно распределенными усилиями, параллельными оси Ox , и сохраняет стороны $x = 0$ и $x = a$ прямыми и параллельными до и после потери устойчивости

Средние продольные волокна, которые получили большой прогиб, будут нести меньшую сжимающую нагрузку, тогда как волокна, прилегающие к краям $y = 0$, $y = b$ (эти края предполагаются неизменяемыми) будут нагружены большими продольными усилиями



Фиг 231

Усилие N_x будет функцией от y (фиг 231). Для оценки степени неравномерности в распределении напряжении сжатия после потери устойчивости пластинки на сжатие пользуются понятием приведенной ширины пластинки. Приведенной шириной $b_{пр}$ называют ту ширину, на протяжении которой нужно равномерно распределить данную сжимающую нагрузку для того, чтобы полученное сжимающее усилие равнялось $N_{x \text{ макс}}$. Приведенная ширина, следовательно, определяется формулой

$$b_{пр} = \frac{\int_0^b N_x(y) dy}{N_{x \text{ макс}}} = \varphi b$$

Коэффициент φ называется редуционным коэффициентом. Знание редуционного коэффициента приводит расчет пластинки после потери устойчивости к расчету на простое сжатие

По Карману, если края пластинки свободно оперты, будет

$$b_{\text{пр}} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{N_{\tau \text{ макс}}}} = \pi \delta \sqrt{\frac{E\delta}{3(1-\mu^2)N_{\tau \text{ макс}}}}$$

Если принять $\mu = 0,25$, то

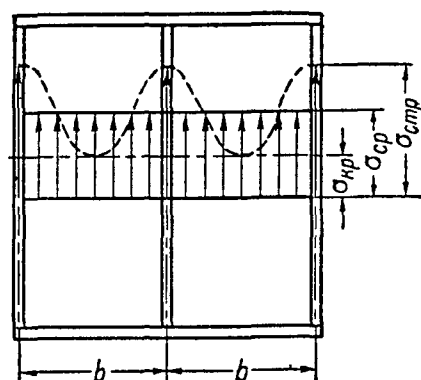
$$b_{\text{пр}} \approx 1,9\delta \sqrt{\frac{E\delta}{N_{\tau \text{ макс}}}}$$

По Коксу для опертых краев получается

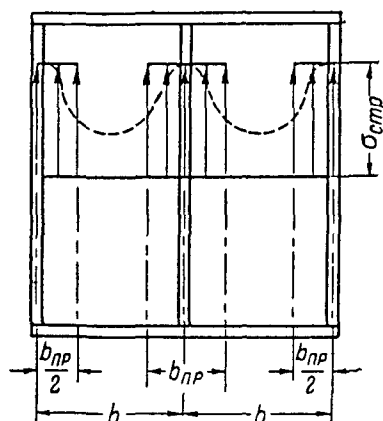
$$b_{\text{пр}} = 1,52\delta \sqrt{\frac{E\delta}{N_{\tau \text{ макс}}}} + 0,09b,$$

для пластины же, у которой нагруженные стороны свободно оперты, а ненагруженные—заделаны

$$b_{\text{пр}} = 2,18 \sqrt{\frac{E\delta}{N_{\tau \text{ макс}}}} + 0,14b$$



Фиг 232



Фиг 233

На фиг 232 и 233 показано схематическое распределение напряжений в панелях обшивки со стрингерами, как видно, редуцированный коэффициент можно представить и в виде

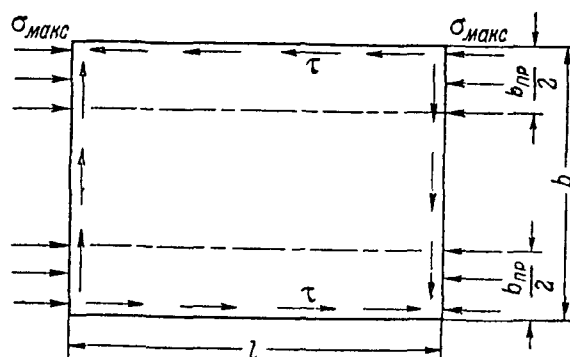
$$\varphi = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{\text{стр}}}$$

(в данном случае, до потери устойчивости обшивки, будет $\varphi = 1$).

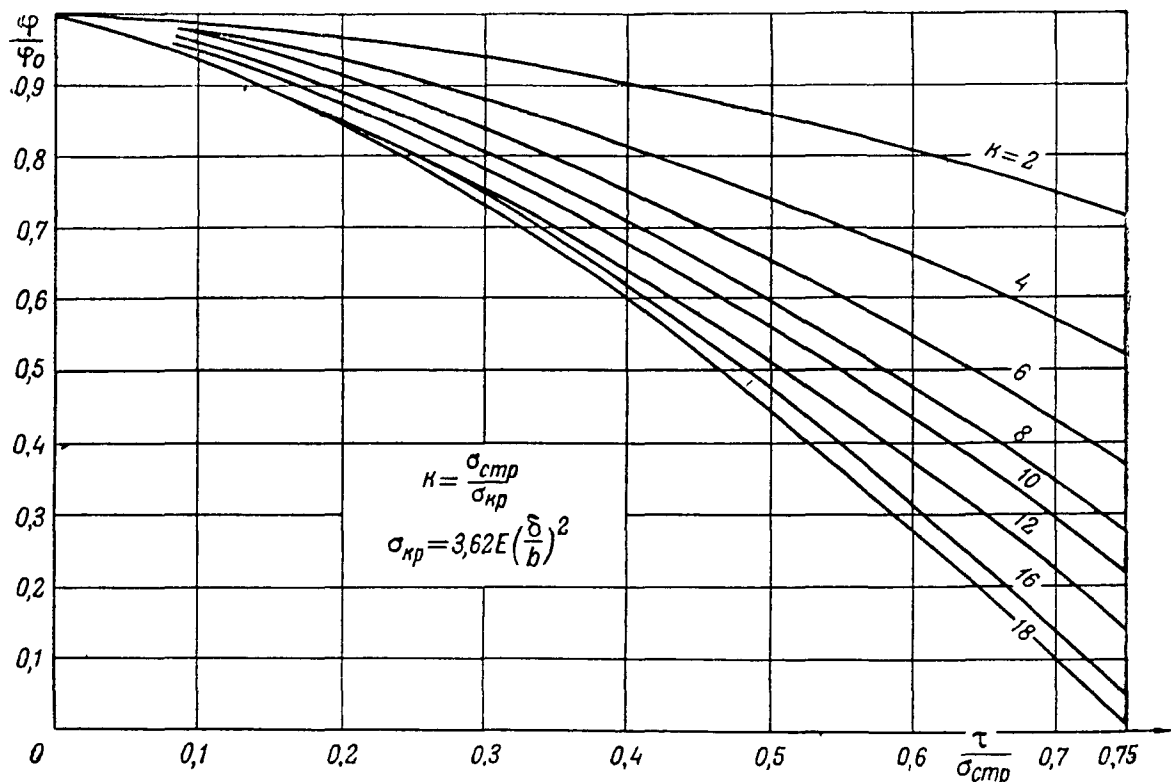
Экспериментальная проверка формул Кармана и Кокса показала удовлетворительное совпадение с опытом

Пластика одновременно нагружена сжимающими и касательными нагрузками

Обшивка, нагруженная одновременно сжатием и сдвигом (фиг 234) теряет устойчивость раньше, чем в случае простого нагружения. Для определения уменьшенного редуцированного коэффициента можно пользоваться графиком фиг 235. На этом графике обозначено



Фиг 234



Фиг. 235

через φ_0 — редуцированный коэффициент для случая одного сжатия, определяемый по формуле:

$$\varphi_0 = 1,9 \frac{\delta}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{стр}}},$$

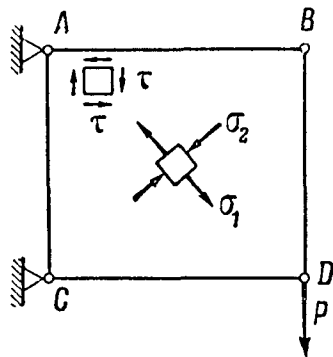
φ — редуцированный коэффициент для случая одновременного действия сжатия и сдвига,

$\sigma_{стр}$ — максимальное (критическое) напряжение в стрингере,

$\sigma_{кр}$ — критическое напряжение сжатия плоской обшивки (на графике приведена формула для свободно опертой пластинки в случае $\frac{l}{b} \geq 2$ при $\mu = 0,3$; см. стр. 205).

Расчет обшивки, как пластинки, работающей на сдвиг после потери устойчивости

Тонкая прямоугольная пластинка, нагруженная сдвигающими силами по контуру, после достижения момента потери устойчивости очень быстро приближается к разрушению, если края ее свободны. Если же края такой пластинки связаны с жесткими на изгиб стержнями (фиг. 236), то такая система может выдерживать нагрузки, значительно большие той критической, при которой тонкая пластинка теряет устойчивость. Пластика в подобной конструкции называется или тонкой стенкой или обшивкой (иногда называют ее листом).



Фиг. 236

Элемент, вырезанный параллельно сторонам рамки, будет испытывать чистый сдвиг: элемент, вырезанный под углом в 45° , можно представить испытывающим растяжение в направлении AC и сжатие в направлении BD . При достижении силой P

некоторого критического значения обшивка потеряет устойчивость и образуются складки в направлении главного напряжения растяжения σ_1 .

Очень тонкая обшивка (теория Вагнера)

Сопротивление листа сжатию настолько мало, что можно пренебречь σ_2 по сравнению с σ_1 , и считать $\sigma_2 = 0$. Получается одноосное поле диагональных растяжений.

В общем случае деформация рамки определяется тремя величинами: углом сдвига γ , удлинениями горизонтальных стержней ε_x и удлинениями вертикальных стержней ε_y , в зависимости от параметров деформации (в этом простейшем случае однородной) обшивки ε , ε_q и α , причем ε — есть относительное удлинение в направлении растяжения, ε_q — поперечное относительное укорочение, α — угол между направлением складок и осью Ox .

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon \cos^2 \alpha + \varepsilon_q \sin^2 \alpha, \\ \varepsilon_y &= \varepsilon \sin^2 \alpha + \varepsilon_q \cos^2 \alpha, \\ \gamma &= 2 \sin \alpha \cos \alpha (\varepsilon - \varepsilon_q)\end{aligned}$$

Обратные зависимости будут

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{\gamma}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}, \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma^2}, \\ \varepsilon_q &= \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma^2}\end{aligned}$$

Для того, чтобы приведенные формулы, как и вся теория Вагнера, были справедливы, должно выполняться условие одноосного напряженного состояния

$$\varepsilon = \frac{1}{1-\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) > 0,$$

которое требует, чтобы второе главное напряжение было напряжением сжатия.

Производя вертикальный разрез обшивки и рассматривая равновесие отрезанной части, можно найти зависимость напряжения растяжения от силы P .

$$\sigma_1 = \frac{2P}{a\delta} \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

Плоская обшивка

Напряжения растяжения и сжатия в обшивке после потери устойчивости (фиг. 237) для случая абсолютно жесткого на изгиб контура определяются по формулам напряжения растяжения

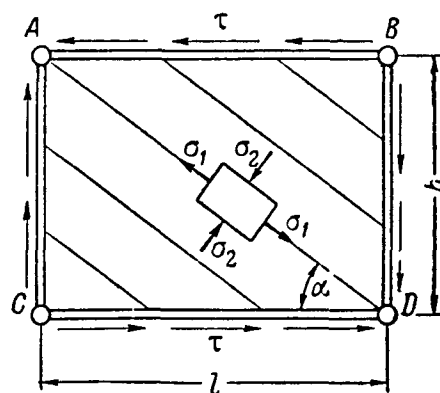
$$\sigma_1 = (2\tau - \tau_{кр}) \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

напряжения сжатия

$$\sigma_2 = \frac{\tau_{кр}}{\sin 2\alpha},$$

где $\tau_{кр}$ — критическое касательное напряжение,

τ — суммарное касательное напряжение в обшивке, которое определяется по обычным формулам строительной механики.

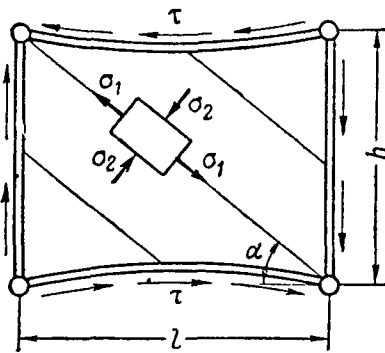


Фиг. 237

Напряжение растяжения в обшивке при двух упругих на изгиб поясах контура (фиг 248) определяется по формуле

$$\sigma_1 = \sigma_2 + (\Delta \sigma)_{\text{макс}},$$

где $(\Delta \sigma)_{\text{макс}}$ — дополнительное напряжение растяжения в обшивке, которое определяется с помощью графика фиг 239, причем



Фиг 238

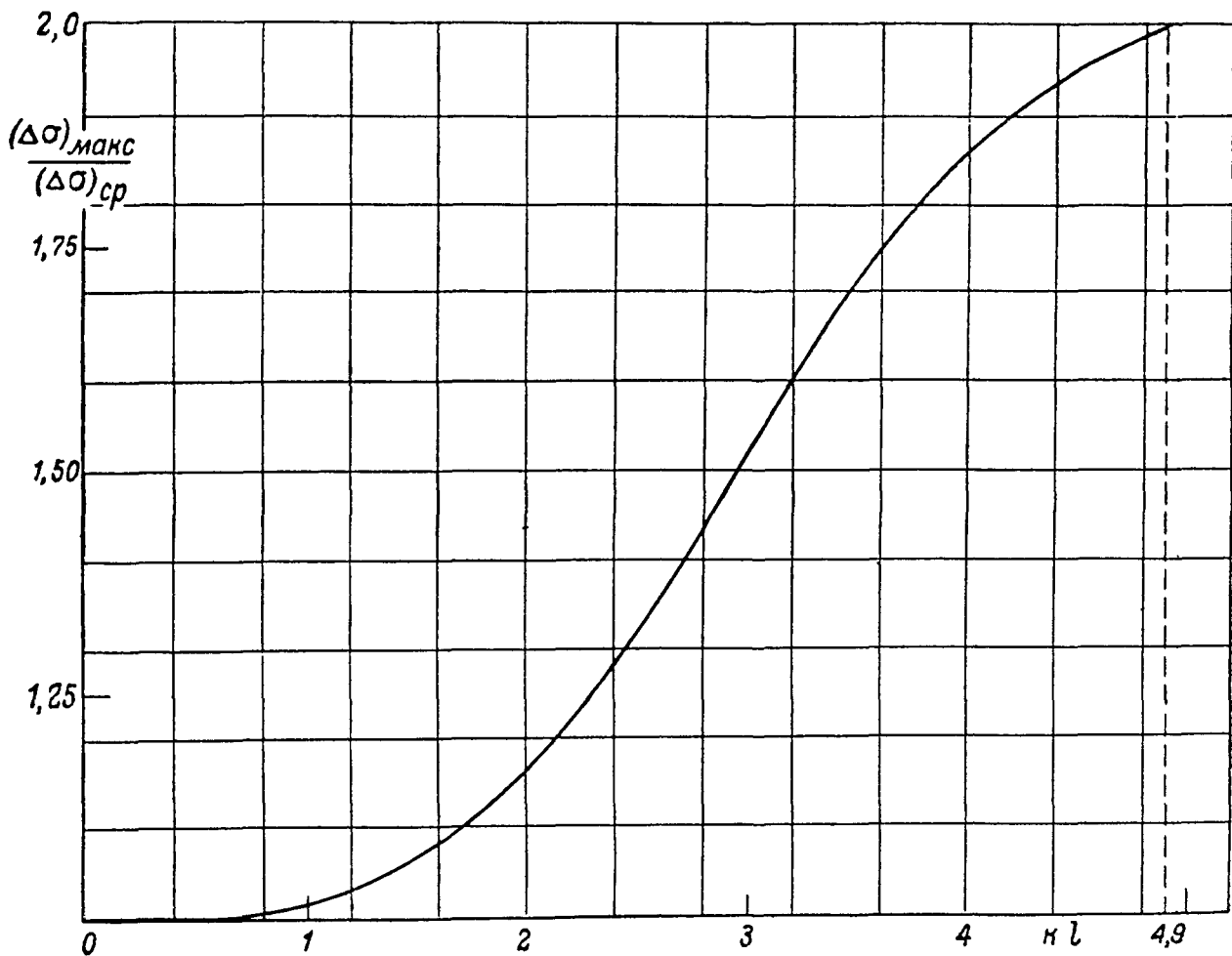
$$(\Delta \sigma)_{\text{ср}} = \frac{2(\tau - \tau_{\text{кр}})}{\sin 2\alpha},$$

$$k = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{I_{\text{пн}}}\right) + \left(\frac{1}{I_{\text{пв}}}\right) \frac{E_{\text{обш}} \delta \sin^2 \alpha}{4 h E_{\text{п}}}},$$

$I_{\text{пв}}$ и $I_{\text{пн}}$ — собственные осевые моменты инерции сечений верхнего и нижнего поясов,

$E_{\text{обш}}$ — модуль упругости обшивки,

$E_{\text{п}}$ — модуль упругости поясов

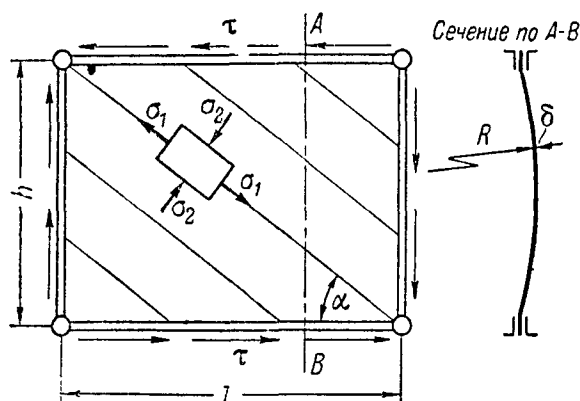


Фиг 239

Угол α принимается равным $40 \sim 50^\circ$, для квадратной панели принимается $\alpha = 45^\circ$, при $\frac{h}{l} > 1$ принимается $\alpha > 45^\circ$, а при $\frac{h}{l} < 1$ принимается $\alpha < 45^\circ$

Криволинейные обшивки

Для приближенного определения напряжений растяжения и сжатия в криволинейной обшивке после потери устойчивости (фиг. 240) для случая абсолютно жесткого на изгиб контура можно применять соответствующие формулы для плоских обшивок, подставляя в них значения $\tau_{кр}$ криволинейной обшивки (см. ниже).



Фиг. 240

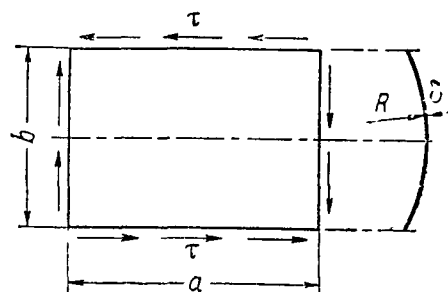
В криволинейных обшивках нельзя допускать таких величин напряжений растяжения, как в плоских, так как после потери устойчивости обшивка сильно деформируется и условия работы окаймляющих элементов могут оказаться тяжелыми. Для криволинейных обшивок в зависимости от расстояния между продольными подкрепляющими элементами и их жесткости понижение напряжения дается на 20—30% по сравнению с напряжением для плоских конструкций.

Критические касательные напряжения цилиндрических обшивок

Для определения критических касательных напряжений в цилиндрических обшивках (фиг. 241) применяется формула:

$$\tau_{кр} = \frac{k_1 E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2} + 0,1 \frac{E}{R},$$

где: k_1 — коэффициент, зависящий от условий заделки сторон обшивки: для свободно опертых краев пластинки $k_1=5,0$, а для заделанных $k_1=7,5$



Фиг. 241

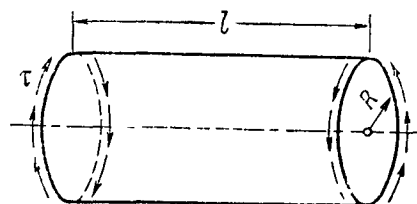
Критические касательные напряжения тонкостенных цилиндров

Для определения критических касательных напряжений в тонкостенных цилиндрах (фиг. 242) применяют следующую формулу:

$$\tau_{кр} = 5,0 E \left(\frac{\delta}{l}\right)^2 + 0,1 \frac{E}{R}$$

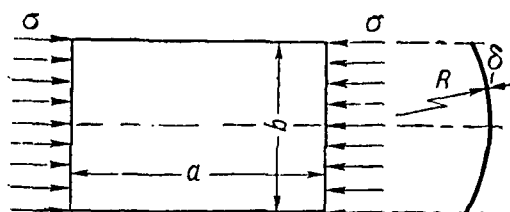
Формула применяется только при отношениях:

$$\frac{l}{R} < 5.$$



Фиг. 242

Критические напряжения сжатия неподкрепленных цилиндрических обшивок



Фиг. 243

Формула для определения критических напряжений сжатия в цилиндрических обшивках (фиг. 243) имеет следующий вид:

$$\sigma_{кр} = \chi E \frac{\delta}{R}.$$

Если обшивка натянута хорошо и не имеет начальных искривлений, то принимается, что $\chi = 0,4$; если этих условий нет, то $\chi = 0,3$.

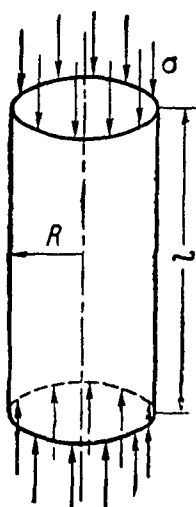
Критические напряжения сжатия тонкостенных цилиндров

Для определения критических напряжений сжатия в тонкостенных цилиндрах (фиг. 244) можно пользоваться следующей формулой:

$$\sigma_{кр} = 0,25 E \frac{\delta}{R}.$$

Формула применима только при длине цилиндров

$$l \geq 6 \sqrt{R \delta}$$



Фиг. 244

Расчет гофра

Расчет гофра на сжатие

Расчет гофра на сжатие производится по графикам фиг. 245 и 246. Основным графиком, служащим для проверочного расчета, является график фиг. 245, по оси абсцисс которого отложены значения длины l и соответственные значения $\frac{l}{i}$ (значение радиуса инерции взято без учета листа),

для гофра с длиной волны 60 мм и высотой 20 мм, составленного из дуг окружности. Для такого гофра основные геометрические характеристики следующие: длина волны $\lambda = 60$ мм, высота волны $h_{ср} = 20$ мм, радиус дуги $R_{ср} = 16$ мм, площадь сечения одной волны $F = 7,5 \delta_r$ [см²], момент инерции сечения одной волны $I = 3,88 \delta_r$ [см⁴], радиус инерции $i = 0,72$ [см].

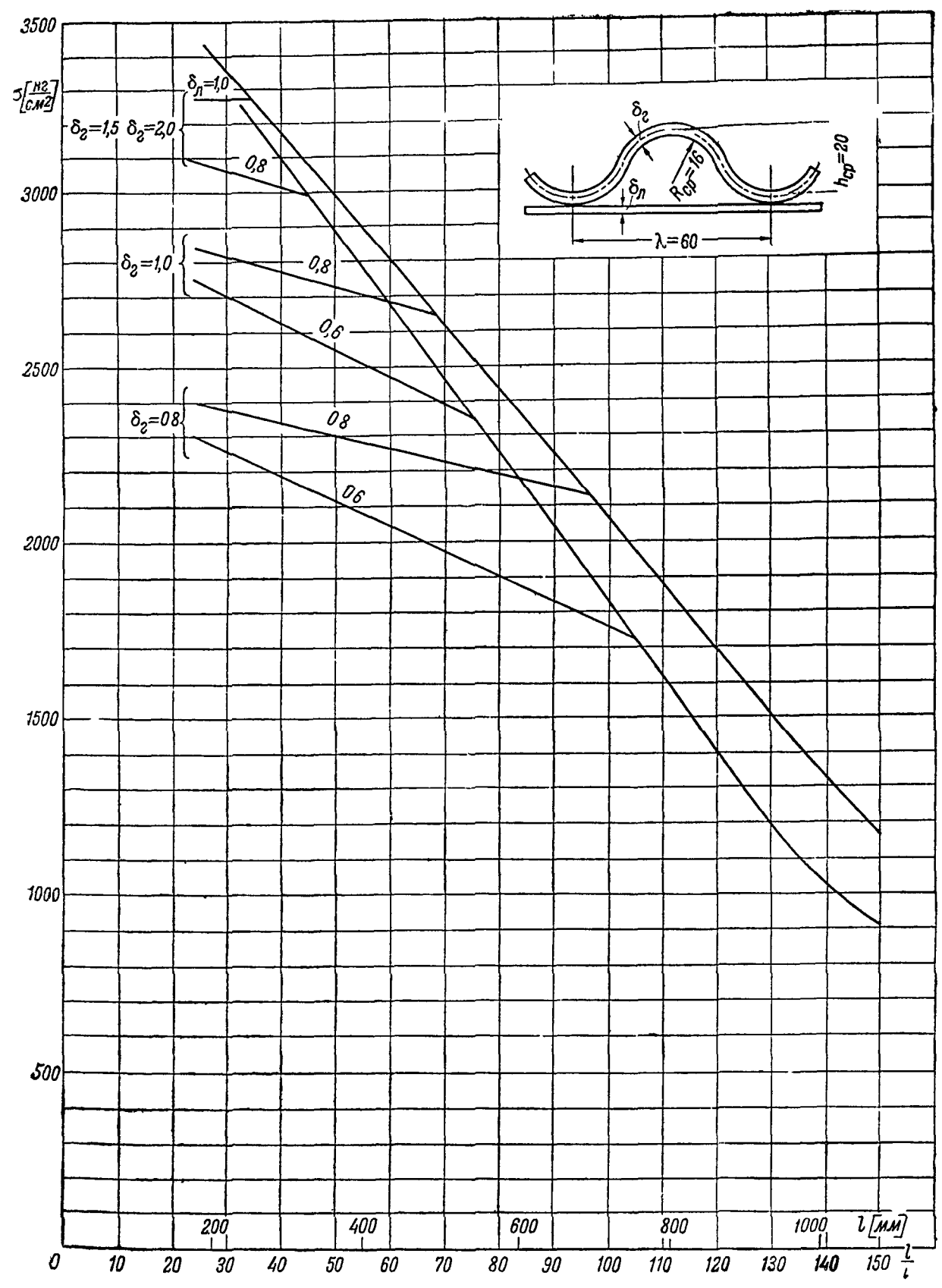
Для ряда комбинаций гофра с листом на графиках проведены расчетные линии, состоящие из пологой прямой (слева), соответствующей потере устойчивости стенки и кривой (справа), соответствующей общей потере устойчивости.

График для гофра, неподкрепленного плоским листом, дан на фиг. 246. Если толщина гофра лежит между значениями, приведенными на графике, то значения напряжений находятся интерполяцией. Гофр, составленный из дуг окружностей, является наиболее рациональным, особенно при отношении $\frac{\lambda}{h_{ср}} = 3$.

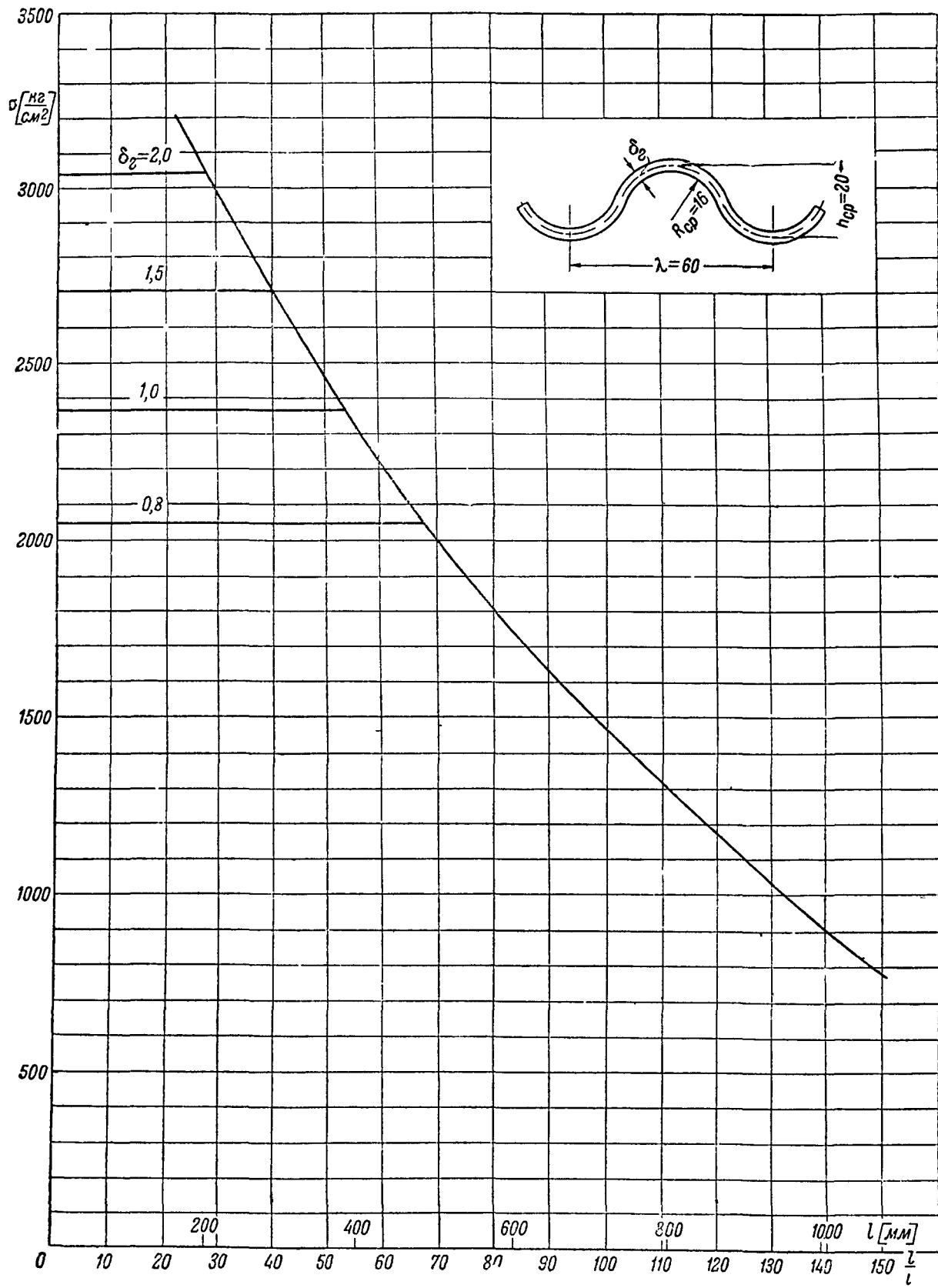
Ширина и кривизна листа гофра почти не влияют на его прочность.

Точечная сварка взамен склепки листа с гофром на прочность также не влияет.

Гофр, склепанный потайной клепкой ЗУ (с отштамповкой) и ЗГ (с раззенковкой), обладает одинаковой прочностью.



Фиг 245



Фиг 246

Расчет гофра подкрепленного листом на сдвиг

При совместной работе гофра с листом распределение интенсивности перерезывающей силы между гофром и листом определяется по формулам

$$T_r = \frac{G_r \delta_r}{G_r \delta_r + G_l \delta_l s} T \quad T_l = \frac{G_l \delta_l s}{G_r \delta_r + G_l \delta_l s} T,$$

где T — интенсивность перерезывающей силы в данном сечении

s — отношение длины дуги гофра к длине волны

δ_l — толщина листа

δ_r — толщина гофра

G_r — модуль сдвига материала гофра

G_l — модуль сдвига материала листа

Для гофра 60×20 величина $s \approx 1,25$

РАСЧЕТ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ТОНКОЙ СТЕНКОЙ

Простейшей конструкцией балки с тонкой стенкой является шарнирный прямоугольник из двух поясов и двух стоек, затянутый листом (фиг. 247). После потери устойчивости стенки напряжение сжатия σ можно считать постоянным.

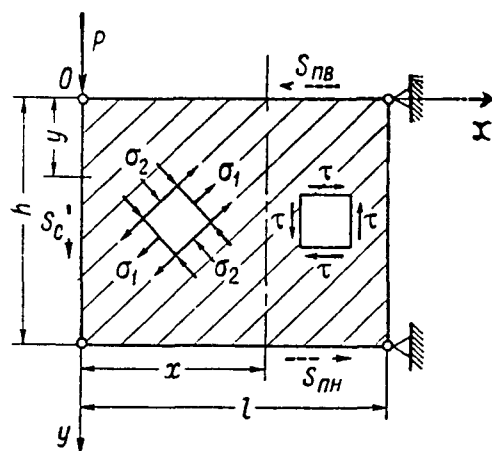
Контур стенки (пояса и стойки) нагружается только от части напряжения растяжения σ_1 , а именно

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma = \frac{2\tau}{\sin 2\alpha} (1 - \bar{\tau}),$$

где $\bar{\tau} = \frac{\tau_{кр}}{\tau}$

Значения τ и $\tau_{кр}$ определяются, как указано на стр. 209

Расчетными формулами с учетом напряжения сжатия для конструкции изображенной на фиг. 247 будут напряжения в стенке



Фиг. 247

$$\sigma_1 = \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \frac{2\tau}{\sin 2\alpha} = \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \frac{2P}{h \sin 2\alpha},$$

усилия в поясах (верхнем и нижнем)

$$S_{пв} = P \frac{x}{h} - \frac{1}{2} (1 - \bar{\tau}) P \operatorname{ctg} \alpha$$

$$S_{пн} = -P \frac{x}{h} - \frac{1}{2} (1 - \bar{\tau}) P \operatorname{ctg} \alpha$$

изгибающий момент пояса в сечении x

$$M_n = (1 - \bar{\tau}) \frac{P}{2} l \frac{x}{h} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \operatorname{tg} \alpha,$$

усилие в крайней стойке

$$S_c = -\frac{1}{2} (1 - \bar{\tau}) P \frac{l}{h} \operatorname{tg} \alpha - P \left[1 - (1 - \bar{\tau}) \frac{y}{h}\right],$$

изгибающий стенок момент в сечении y

$$M_c = (1 - \bar{\tau}) \frac{P}{2} \left(1 - \frac{y}{h} \right) y \operatorname{ctg} \sigma$$

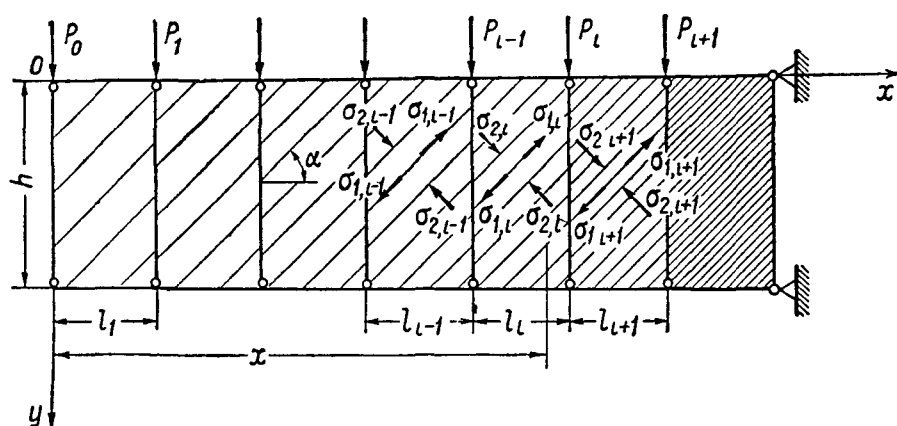
При расчете балочных конструкций с толщиной стенок до 0,8 мм, можно принимать $\bar{\tau} = 0$

Балочные конструкции с тонкой стенкой и с параллельными поясами

Случай стоек абсолютно жестких на изгиб

(Стойки большой жесткости, крепление стенки в большом числе точек)

В этом случае стойки препятствуют прохождению волн и стенка каждого отсека балки будет работать как у изолированного отсека, нагруженного всеми силами, находящимися с одной стороны отсека (фиг. 248)



Фиг. 248

Расчетные формулы (с учетом критического напряжения сжатия) для i го отсека имеют следующий вид

для стенки

$$\sigma_i = \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau} \right) \frac{2 \sum_{k=0}^{i-1} P_k}{h \delta \sin 2\sigma} -$$

для поясов

$$S_{n_{vi}} = \frac{M(x)}{h} - \frac{1}{2} (1 - \bar{\tau}) \sum_{k=0}^{i-1} P_k \operatorname{ctg} \alpha,$$

$$S_{n_{hi}} = - \frac{M(x)}{h} - \frac{1}{2} (1 - \bar{\tau}) \sum_{k=0}^{i-1} P_k \operatorname{ctg} \alpha,$$

для средних стоек (i -я стойка)

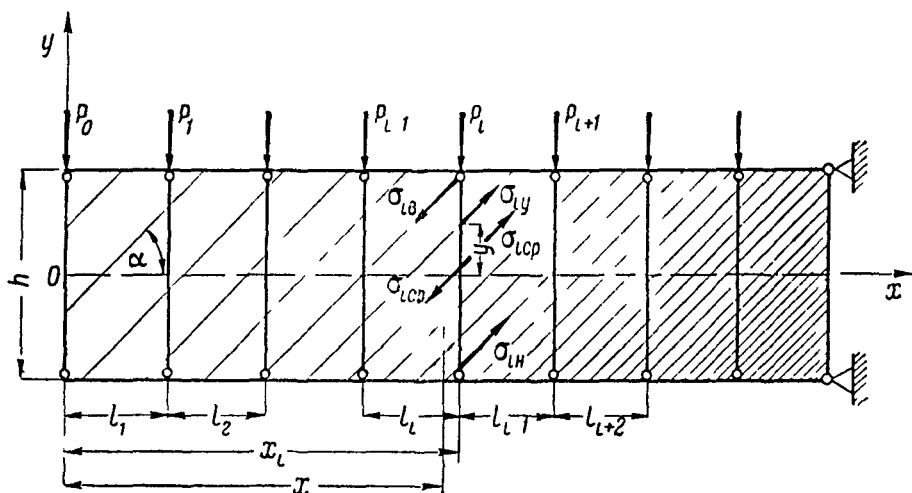
$$S_{ci} = - (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k}{2} \frac{l_i + l_{i-1}}{2h} \operatorname{tg} \alpha - P_i \left[1 - (1 - \bar{\tau}) \frac{y}{h} \right].$$

Случай абсолютно нежестких на изгиб стоек

(Стойки либо малой жесткости либо крепление стенки в малом числе стоек)

Стойки не препятствуют прохождению волн из одного отсека в другой
Расчетные формулы для i го отсека имеют следующий вид (фиг. 249)
для стенки

$$\begin{aligned} \sigma_{iy} = & \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k\right)}{h \delta \sin 2\sigma} - \\ & - \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right)}{4 \delta \sin \alpha} \left(\frac{P_{i-1} + P_i}{l_i} + \frac{P_i + P_{i+1}}{l_{i+1}}\right) \frac{y}{h} - \\ & - \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right)}{2 \delta \sin \alpha} \left(\frac{P_{i-1} + P_i}{l_i} - \frac{P_i + P_{i+1}}{l_{i+1}}\right) \left(\frac{y}{h}\right), \end{aligned}$$



Фиг. 249

при $y=0$ будет

$$\sigma_{iy} = (\sigma_i)_{\text{сп}} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k\right)}{h \delta \sin 2\alpha},$$

при $y = \frac{h}{2}$ будет

$$\sigma_{iv} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k\right)}{h \delta \sin 2\alpha} - \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) (P_{i-1} + P_i)}{4 l_i \delta \sin^2 \alpha}$$

при $y = -\frac{h}{2}$ будет

$$\sigma_{ii} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k\right)}{h \delta \sin 2\alpha} + \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) (P_i + P_{i+1})}{4 l_{i+1} \delta \sin^2 \alpha}$$

Если расстояния между стойками одинаковы

$$(l_1 = l_2 = \dots = l_i = \dots = l)$$

и силы между собою равны

$$(P_0 = P_1 = \dots = P_i = \dots = P),$$

то

$$\sigma_{iy} = \frac{2 \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) \left(l + \frac{1}{2}\right) P}{h \delta \sin 2\sigma} - \frac{(1 - \bar{\tau}) P}{l \delta \sin^2 \sigma} \frac{y'}{h},$$

для поясов (верхнего и нижнего) в сечении x (при $l_1 = l_2 = \dots = l$)

$$\begin{aligned} S_{\text{п в } i}^{(x)} = & \frac{M_i(x)}{h} - \frac{(1 - \bar{\tau})}{4} \left[\left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k \right) \frac{x - il}{l} + \right. \\ & + \left(\sum_{k=0}^{i-2} P_k + \sum_{k=0}^{i-1} P_k \right) \frac{(i+1)l - x}{l} \left. \right] \operatorname{ctg} \alpha + \frac{(1 - \bar{\tau})}{12} \left[P_i \frac{x - il}{l} + \right. \\ & + P_{i-1} \frac{(i+1)l - x}{l} \left. \right] \frac{h}{l} \operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{(1 - \bar{\tau})}{h} P_{i-1} \left[\frac{l}{12} - \right. \\ & \left. - \frac{(x - il)}{2} + \frac{(x - il)^2}{2l} \right], \\ S_{\text{п н } i}^{(x)} = & - \frac{M_i(x)}{h} - \frac{(1 - \bar{\tau})}{4} \left[\left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k \right) \frac{x - il}{l} + \right. \\ & + \left(\sum_{k=0}^{i-2} P_k + \sum_{k=0}^{i-1} P_k \right) \frac{(i+1)l - x}{l} \left. \right] + \operatorname{ctg} \alpha - \frac{(1 - \bar{\tau})}{12} \left[P_i \frac{x - il}{l} + \right. \\ & + P_{i-1} \frac{(i+1)l - x}{l} \left. \right] \frac{h}{l} \operatorname{ctg}^2 \alpha - \frac{(1 - \bar{\tau})}{h} \left[\frac{l}{12} - \frac{x - il}{2} + \frac{(x - il)^2}{2l} \right], \end{aligned}$$

для i -ой стойки

$$S_{ci} = - \frac{(1 - \bar{\tau}) \left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k \right)}{2} \frac{l_{i-1} + l_i}{2h} - \frac{P_{i-1}}{2}$$

Действительные конструкции в большинстве случаев подходят ближе к конструкции с абсолютно жесткими стойками

Изгиб поясов

Величина погонной нагрузки, представляющей собой действие стенки на пояс после потери стенкой устойчивости, при одинаковых расстояниях между стойками будет в случае абсолютно жестких на изгиб стоек

$$q_{ni} = \delta \sigma_i \sin^2 \alpha = (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k}{h} \operatorname{tg} \alpha,$$

в случае абсолютно нежестких на изгиб стоек
для верхнего пояса

$$q_{п.в.}^{(i)} = (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k}{2h} \operatorname{tg} \alpha \frac{x - il}{l} + (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-2} P_k + \sum_{k=0}^{i-1} P_k}{2h} \operatorname{tg} \alpha \times \\ \times \frac{(i+1)l - x}{l} - (1 - \bar{\tau}) \frac{P_i}{2l} \frac{x - il}{l} - (1 - \bar{\tau}) \frac{P_{i-1}}{2l} \frac{(i+1)l - x}{l},$$

для нижнего пояса

$$q_{п.н.}^{(i)} = \frac{(1 - \bar{\tau}) \left(\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k \right)}{2h} \operatorname{tg} \alpha \frac{x - il}{l} + (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-2} P_k + \sum_{k=0}^{i-1} P_k}{2h} \operatorname{tg} \alpha \times \\ \times \frac{(i+1)l - x}{l} + (1 - \bar{\tau}) \frac{P_i}{2l} \frac{x - il}{l} + (1 - \bar{\tau}) \frac{P_{i-1}}{2l} \frac{(i+1)l - x}{l}$$

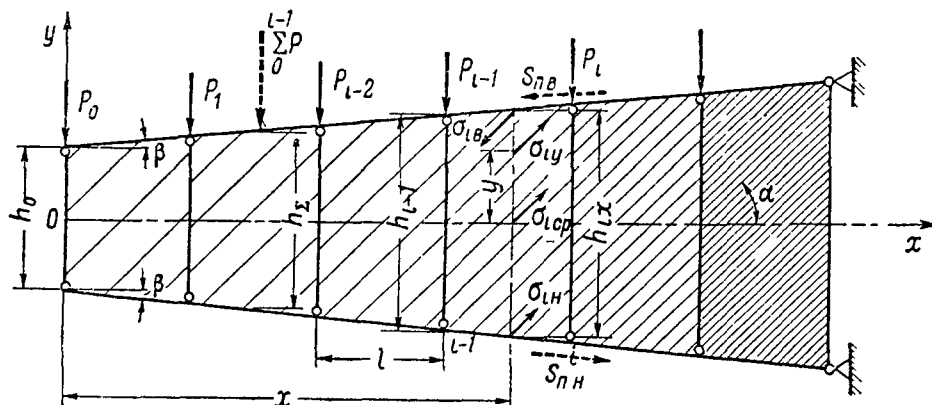
Балочные конструкции с непараллельными поясами

Формулы для определения напряжений и усилий в элементах балки, с учетом напряжений сжатия, при одинаковых углах наклона поясов и одинаковых расстояниях между стойками ($l_1 = l_2 = \dots = l_i = \dots = l$), имеют следующий вид

Случай абсолютно жестких на изгиб стоек

Напряжение в стенке в i -м пролете (фиг. 250)

$$\sigma_{iy} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau}\right) 2 \sum_{k=0}^{i-1} P_k h_{\Sigma}}{h_{ix} \delta \sin 2\gamma} \frac{1}{h_{ix}} \frac{1}{x} \frac{1}{\left(1 - 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta \frac{y}{h_{ix}}\right)^2}$$



Фиг. 250

Здесь h_{ix} — высота стенки в сечении x ,
 h_{Σ} — высота стенки в сечении, где проходит равнодействующая всех сил действующих на длине x ,

$$\nu = 1 + \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^2 \gamma \operatorname{tg}^2 \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^4 \gamma \operatorname{tg}^4 \beta + \dots + \frac{1}{2n-1} \operatorname{ctg}^{2n-2} \gamma \operatorname{tg}^{2n-2} \beta,$$

усилия в поясах (в верхнем и нижнем) в сечении x

$$S(x)_{п\ в} = \frac{M_i(x)}{h_{ix} \cos \beta} - \frac{(1 - \bar{\tau})}{2} \sum_{k=0}^{i-1} P_k \frac{h_{\Sigma}}{h_{ix}} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\cos \beta} \left[\frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta} - \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \sigma \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^3 \sigma \operatorname{tg}^3 \beta + \right) \right],$$

$$S(x)_{п\ н} = - \frac{M_i(x)}{h_{ix} \cos \beta} - \frac{(1 - \bar{\tau})}{2} \sum_{k=0}^{i-1} P_k \frac{h_{\Sigma}}{h_{ix}} \frac{\operatorname{ctg} \sigma}{\cos \beta} \left[\frac{1}{1 + \operatorname{ctg} \sigma \operatorname{tg} \beta} + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^3 \sigma \operatorname{tg}^3 \beta + \right) \right],$$

среднее усилие в i -й стойке

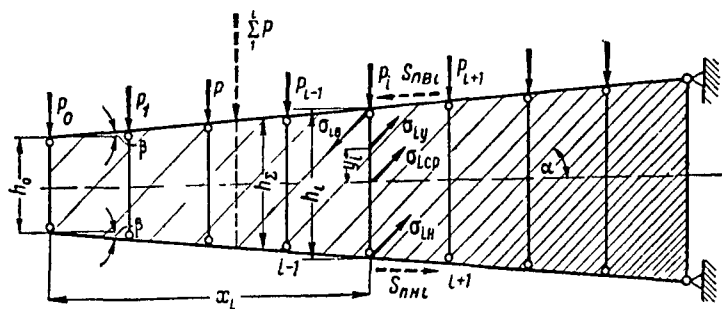
$$S_{ci} = - (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k}{2} \frac{l}{h_{ix}} \frac{h_{\Sigma}}{h_{ix}} \operatorname{tg} \sigma - \frac{1}{2} P_i \frac{h_{\Sigma}}{h_{ix}}$$

Случай абсолютно нежестких на изгиб стоек (фиг 251) на-
пряжение в стенке у i -й стойки

$$\sigma_{iy} = \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\tau} \right) \left(\frac{2 \sum_{k=0}^i P_k}{h_i \delta \sin 2\sigma} - \frac{P_i}{l \delta \sin^2 \sigma} - \frac{y_i}{h_i} \right) \frac{h_{\Sigma}}{h_i} \times \\ \times \frac{1}{(x - y) \left(1 - 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta \frac{y_i}{h_i} \right)^2},$$

где

$$y = \frac{1}{2} \frac{P_i}{\sum_{k=0}^i P_k} \frac{h_i}{l} \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^3 \alpha \operatorname{tg}^3 \beta + \right)$$



Фиг 251

усилие в i -й стойке

$$S_{ci} = - (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k}{2} \frac{l}{h_i} \operatorname{tg} \sigma - P_i \left(1 - \frac{1}{2} \frac{h_{\Sigma}}{h_i} \right)$$

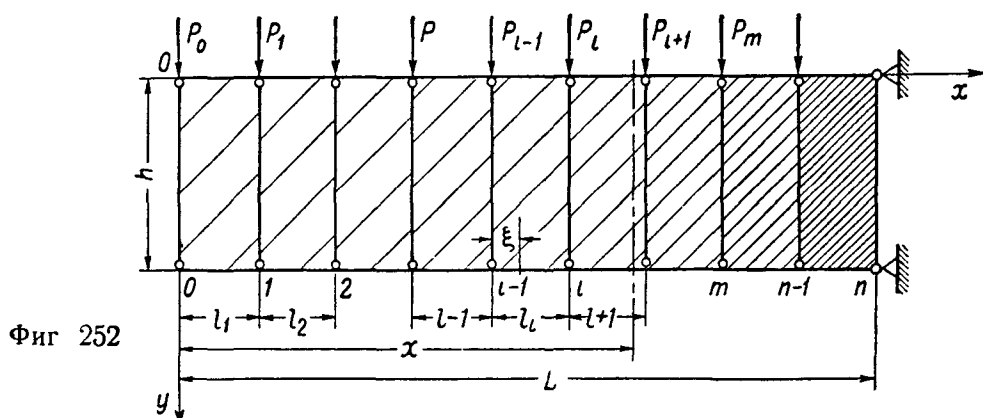
усилия в поясах (верхнем и нижнем) у i -й стойки

$$S_{пв i} = \frac{M_i}{h_i \cos \beta} - (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k}{4} \frac{h_z}{h_i} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\cos \beta} \left[\frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta} - \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^3 \alpha \operatorname{tg}^3 \beta + \right) \right] + (1 - \bar{\tau}) \frac{P_i}{4} \frac{h_z}{l} \times \\ \times \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{\cos \beta} \left[\frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta} - 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta + \right) - \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^3 \alpha \operatorname{tg}^3 \beta + \right) \right], \\ S_{пн i} = \frac{M_i}{h_i \cos \beta} - (1 - \bar{\tau}) \frac{\sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=0}^i P_k}{4} \frac{h_z}{h_i} \times \\ \times \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\cos \beta} \left[\frac{1}{1 + \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta} - 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta + \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{3} \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^3 \alpha \operatorname{tg}^3 \beta + \right) \right],$$

Прогибы

Случай балки с параллельными поясами

Подсчет прогибов во всех случаях можно вести, считая пояса и стойки абсолютно жесткими на изгиб. Тогда формула для определения переме-



Фиг. 252

щения точки i по вертикальному направлению от воздействия сосредоточенных нагрузок, приложенных по узлам (фиг. 252), имеет вид

$$f_i = \sum_{i=0}^n \delta \int_0^l \int_0^h \frac{\sigma \sigma'}{E} dy d\xi + \sum_{i=0}^n \int_0^l \frac{S_{пв} S'_{пв}}{EF_{пв}} d\xi + \\ + \sum_{i=0}^n \int_0^l \frac{S_{пн} S'_{пн}}{EF_{пн}} d\xi + \sum_{i=0}^n \int_0^h \frac{S_c S'_c}{EF_c} dy,$$

где

$$\sigma = \frac{2\tau}{\sin 2\alpha} \left[1 + \left(\frac{1}{2} \bar{\tau}^2 - \bar{\tau} \right) (1 - \mu) \right],$$

$$\sigma'_i = \frac{2}{\sin 2\sigma},$$

$$S_{пн} = \frac{Px}{h} - (1 - \bar{\tau}) P \operatorname{ctg} \sigma - \text{усилие в верхнем поясе от сил } P,$$

$$S'_{пв} = \frac{x}{h} - (1 - \bar{\tau}) \operatorname{ctg} \sigma - \text{усилие в верхнем поясе от силы, равной единице, приложенной в точке } i,$$

$$S_{ни} = -P \frac{x}{h} - (1 - \bar{\tau}) P \operatorname{ctg} \alpha - \text{усилие в нижнем поясе от сил } P,$$

$$S_{ни} = \frac{x}{h} - (1 - \bar{\tau}) \operatorname{ctg} \sigma - \text{усилие в верхнем поясе от силы равной единице, приложенной в точке } i,$$

$$S_c = - (1 - \tau) \frac{l}{h} P \operatorname{tg} \sigma - \text{усилие в стойке от силы, } P,$$

$$S_{ci} = - (1 - \bar{\tau}) \frac{l}{h} \operatorname{tg} \sigma - \text{усилие в стойке от силы, равной единице, приложенной в точке } i$$

При равных площадях поперечного сечения поясов ($F_{пв} = F_{пн} = F_n$) и слоев и равных расстояниях между стойками формула для определения перемещения точки i от действующей силы P , приложенной в точке m , будет

$$f_{im} = \frac{Pl}{Eh\delta} \left(\left[1 + \left(\frac{1}{2} \bar{\tau}^2 - \bar{\tau} \right) (1 - \mu) \right] \frac{4(n-i)}{\sin^2 2\alpha} + \frac{h\delta}{F_n} \left\{ \frac{2}{3} \frac{l^2}{h^2} [(n-m)^3 - (i-m)^3] - \frac{l^2}{h^2} (i-m) [(n-m)^2 + (i-m)^2] + \frac{n-i}{2} (1 - \bar{\tau})^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha \right\} + (n-i)(1 - \bar{\tau})^2 \frac{l\delta}{F_c} \operatorname{tg}^2 \alpha \right),$$

где n — число отсеков балки,

m — номер узла, где приложена сила P ,

i — номер узла, перемещение которого определяют

В случае достаточно тонкой стенки, при $\tau = 0$ будет

$$f_{im} = \frac{Pl}{Eh\delta} \left(\frac{4(n-i)}{\sin^2 2\sigma} + \frac{h\delta}{F_n} \left\{ \frac{2}{3} \frac{l^2}{h^2} [(n-m)^3 - (i-m)^3] - \frac{l^2}{h^2} (i-m) [(n-m)^2 + (i-m)^2] + \frac{n-i}{2} \operatorname{ctg}^2 \alpha \right\} + (n-i) \frac{l\delta}{F_c} \operatorname{tg}^2 \sigma \right),$$

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Ляв А Математическая теория упругости — М — Л ОНТИ, 1935
- 2 Тимошенко С П Курс теории упругости Ч II — Спб Ин-т Инженеров Путей сообщения 1914—16, стр 264—265
- 3 Геккелер И В Статика упругого тела, — М — Л ГТТИ, 1934, стр 139
- 4 Прочность и устойчивость тонкостенных конструкций в самолетостроении — Сборник рефератов и переводов под ред. А А Уманского и П М, Знаменского М ЦАГИ, 1937

- 5 Фелпль Л Сила и деформация Т 1 — М — Л ГТТИ, 1933, стр 254—258
- 6 Даревский В М Изгиб прямоугольной пластины средней толщины (Задача Кармана) — Труды ЦАГИ 1936, № 297
- 7 Timoshenko S P Theory of elastic stability — N-Y and L Mc Graw-Hill book Company, 1936
- 8 Ромашевский А Ю Исследование работы балочных систем с тонкой стенкой с непараллельными поясами — Труды ЦАГИ, 1935, № 203
- 9 Ромашевский А Ю Исследование работы балочных систем с тонкой стенкой с параллельными поясами — Труды ЦАГИ 1935, № 206
- 10 Ромашевский А Ю Исследование работы балок с тонкой стенкой с наклонными стойками после потери устойчивости стенок — Техн заметки ЦАГИ 1935, № 58
- 11 Стригунов В М Исследование работы и метод расчета двухопорной балки с тонкой стенкой — Техн заметки ЦАГИ 1935, № 58
- 12 Стригунов В М Теоретическое и экспериментальное исследование тонкостенных балок — Труды ЦАГИ 1938, № 349
- 13 Исследования прочности тонкостенных конструкций крыла и фюзеляжа — Сборник переводов под ред А А Уманского М — Л Оборонгиз, 1938

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Элементы, из которых состоят деревянные конструкции, обладают свойством упругой анизотропии, поэтому расчет таких элементов представляет некоторые особенности по сравнению с обычными методами расчета металлических элементов

Скручивание и изгиб деревянных стержней

Предполагается, что древесина в отношении упругих свойств имеет три взаимноперпендикулярные плоскости симметрии Для стержня из древесины (фиг 253) этими плоскостями будут плоскость, параллельная годовым слоям, плоскость, перпендикулярная первой и параллельная оси стержня и плоскость, перпендикулярная двум первым Такие материалы в отношении упругих свойств называются ортотропными

Здесь принято, что поперечное сечение стержня постоянно и что плоскости упругой симметрии приняты за координатные плоскости, а ось y направлена по годовым слоям

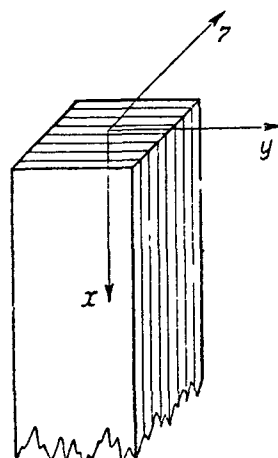
Модули упругости в направлении осей x , y и z обозначаются соответственно через E_1 , E_2 и E_3

Модули сдвига в плоскостях xy , yz и xz обозначаются через G_{12} , G_{23} и G_{13}

Коэффициенты Пуассона в направлении осей y и z , для напряжений σ_x обозначаются через μ_{21} и μ_{31} , в направлении оси z и x для напряжений σ_y — через μ_{32} и μ_{12} и в направлении осей x и y для напряжений σ_z — через μ_{13} и μ_{23}

Из этих шести коэффициентов μ_{21} , μ_{31} , μ_{32} , μ_{12} , μ_{13} и μ_{23} только три независимы, так как все они попарно связаны между собой тремя такими соотношениями

$$\frac{\mu_{21}}{E_1} = \frac{\mu_{12}}{E_2}, \quad \frac{\mu_{31}}{E_1} = \frac{\mu_{13}}{E_3} \quad \text{и} \quad \frac{\mu_{23}}{E_1} = \frac{\mu_{32}}{E_2}$$



Фиг 253

Между компонентами деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}$ и γ_{yz} и компонентами напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ и τ_{yz} имеются следующие зависимости

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E_1} \sigma_x - \frac{\mu_{12}}{E_2} \sigma_y - \frac{\mu_{13}}{E_3} \sigma_z, \\ \varepsilon_y &= -\frac{\mu_{21}}{E_1} \sigma_x + \frac{1}{E_2} \sigma_y - \frac{\mu_{23}}{E_3} \sigma_z, \\ \varepsilon_z &= -\frac{\mu_{31}}{E_1} \sigma_x - \frac{\mu_{32}}{E_2} \sigma_y + \frac{1}{E_3} \sigma_z, \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{12}} \tau_{xy}, \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{G_{23}} \tau_{yz}, \\ \gamma_{xz} &= \frac{1}{G_{13}} \tau_{xz}.\end{aligned}$$

При скручивании стержня моментом M_x имеются следующие зависимости

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \tau_{xy} = G_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{xz} = G_{13} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Предполагается, что при скручивании стержня проекция поперечного сечения на плоскость yz поворачивается вся на угол $\varphi = \theta x$. Тогда перемещения будут

$$\begin{aligned}v &= -\theta z x, \\ w &= \theta x y,\end{aligned}$$

и дифференциальное уравнение в этом случае примет вид

$$G_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + G_{13} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Требование, чтобы равнодействующая касательных усилий была касательна к контуру, дает следующую зависимость вдоль контура

$$G_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \theta z \right) dz - G_{13} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \theta y \right) dy = 0$$

Если положить, что

$$y = y_1 \frac{\sqrt{G_{12}}}{\sqrt{G}}, \quad z = z_1 \frac{\sqrt{G_{13}}}{\sqrt{G}},$$

где

$$G = \sqrt{G_{12} G_{13}},$$

то уравнения примут вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z_1^2} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial y_1} - \theta z_1 \right) dz_1 - \left(\frac{\partial u}{\partial z_1} + \theta y_1 \right) dy_1 = 0,$$

и скручивающий момент касательных напряжений, действующих в поперечном сечении, будет равен

$$M_{кр} = G \iint_F \left(\frac{\partial u}{\partial z_1} y_1 - \frac{\partial u}{\partial y_1} z_1 \right) dy_1 dz_1 - G I_{кр} \theta.$$

Последние формулы показывают, что задача о скручивании стержня из ортотропного материала приводится к задаче о скручивании стержня из изотропного материала, если данное поперечное сечение стержня преобразовать по формулам:

$$y = y_1 \frac{\sqrt{G_{12}}}{\sqrt{G}} \quad \text{и} \quad z = z_1 \frac{\sqrt{G_{13}}}{\sqrt{G}}$$

и модуль сдвига G положить равным:

$$G = \sqrt{G_{12} G_{13}}$$

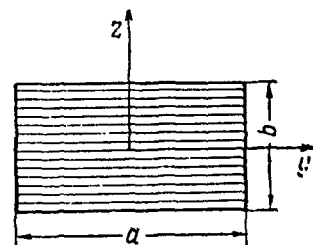
Для прямоугольного сечения со сторонами a и b (фиг. 254) получаются такие формулы:
для скручивающего момента:

$$\frac{M}{\theta ab^3} = G_{12} \left(\frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{a} \sqrt{\frac{G_{12}}{G_{13}}} \right);$$

для максимальных напряжений:

$$\tau_{xy} = \frac{M}{ab^2} \frac{3}{5} \left(5 + 3 \frac{b}{a} \sqrt{\frac{G_{12}}{G_{13}}} \right);$$

$$\tau_{xz} = \frac{M}{ab^2} \frac{3}{5} \left(5 + 3 \frac{a}{b} \sqrt{\frac{G_{13}}{G_{12}}} \right).$$



Фиг. 254

При чистом изгибе до появления пластических деформаций нормальные напряжения будут в таких же соотношениях с кривизной $\frac{1}{\rho}$ и моментом инерции I , как и для стержня из изотропного материала:

$$M_{из} = \frac{E_1 I}{\rho}; \quad \sigma_x = \frac{E_1 z}{\rho} = \frac{M}{I} z.$$

Такие же формулы будут и при изгибе с перерезывающей силой. Приближенно можно считать, что распределение касательных напряжений по сечению будет такое же, как и для балки из изотропного материала.

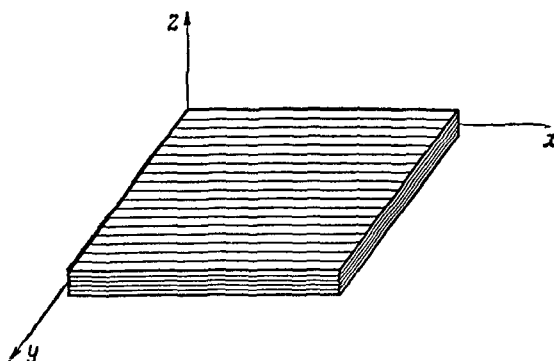
Расчет фанерных пластинок

Фанера в отношении упругих свойств также имеет три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии. Одна плоскость расположена по срединной плоскости фанерной пластинки, вторая перпендикулярно ей и параллельно волокнам рубашки и третья — перпендикулярно двум первым (фиг. 255).

Модуль упругости по направлению оси x (вдоль волокон) обозначается через E_1 , в направлении оси y (поперек волокон) — через E_2 , модуль сдвига в плоскости xy — через G_{12} . Коэффициенты Пуассона обозначаются: в направлении оси x для напряжений σ_y — через μ_{21} и в направлении оси y для напряжений σ_x — через μ_{12} .

Между величинами μ_{12} и μ_{21} имеется следующее соотношение:

$$\frac{\mu_{12}}{E_2} = \frac{\mu_{21}}{E_1}.$$



Фиг. 255

Зависимости между компонентами деформаций и компонентами напряжений будут

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E_1} \sigma_x - \frac{\mu_{12}}{E_2} \sigma_y, \\ \varepsilon_y &= -\frac{\mu_{21}}{E_1} \sigma_x + \frac{1}{E_2} \sigma_y, \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{12}} \tau_{xy}\end{aligned}$$

Если координатные оси расположены не по осям упругой симметрии фанерной пластинки, а под углом α к ним, то зависимости между компонентами деформаций и напряжений примут следующий вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= c_{11} \sigma_x + c_{12} \sigma_y + c_{16} \tau_{xy}, \\ \varepsilon_y &= c_{12} \sigma_x + c_{22} \sigma_y + c_{26} \tau_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= c_{16} \sigma_x + c_{26} \sigma_y + c_{66} \tau_{xy}\end{aligned}$$

Входящие в эти выражения шесть различных коэффициентов выражаются линейно через коэффициенты

$$a_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad a_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad a_{12} = -\frac{\mu_{12}}{E_2} \text{ и } a_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

при помощи следующих соотношений

$$\begin{aligned}c_{11} &= a_{11} \cos^4 \alpha + a_{22} \sin^4 \alpha + 2a_{12} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + a_{66} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \\ c_{12} &= (a_{11} + a_{22}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + a_{12} (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - a_{66} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \\ c_{16} &= (-a_{11} \cos^2 \alpha + a_{22} \sin^2 \alpha + a_{12} \cos 2\alpha) \sin 2\alpha + \frac{a_{66}}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha, \\ c_{22} &= a_{11} \sin^4 \alpha + a_{22} \cos^4 \alpha + 2a_{12} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + a_{66} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \\ c_{26} &= -(-a_{11} \sin^2 \alpha + a_{22} \cos^2 \alpha - a_{12} \cos 2\alpha) \sin 2\alpha - \frac{a_{66}}{2} \cos 2\alpha \sin 2\alpha, \\ c_{66} &= (a_{11} + a_{22} - 2a_{12}) \sin^2 2\alpha + a_{66} \cos^2 2\alpha.\end{aligned}$$

Если $\alpha = 45^\circ$, то последние формулы принимают следующий вид

$$\begin{aligned}c_{11} &= \frac{1}{4} (a_{11} + 2a_{12} + a_{22} + a_{66}), \quad c_{22} = \frac{1}{4} (a_{11} + 2a_{12} + a_{22} + a_{66}), \\ c_{12} &= \frac{1}{4} (a_{11} + 2a_{12} + a_{22} - a_{66}), \quad c_{26} = \frac{a_{22} - a_{11}}{2}, \\ c_{16} &= \frac{a_{22} - a_{11}}{2}, \quad c_{66} = a_{11} - 2a_{12} + a_{22}\end{aligned}$$

Коэффициенты c могут быть обозначены иначе

$$c_{11} = c_{22} = \frac{1}{E_{45}}, \quad c_{12} = -\frac{\mu_{45}}{E_{45}}, \quad c_{66} = \frac{1}{G_{45}}$$

Дифференциальное уравнение равновесия плоской фанерной пластинки

Предполагается, что прямоугольная пластинка (фиг. 256) находится под действием касательных усилий на единицу длины T , равномерно распределенных вдоль сторон срединной поверхности, равномерных растягивающих усилий на единицу длины N_x и N_y , направленных перпендикулярно к сторонам пластинки, и нагружена нормальной нагрузкой p на единицу площади

Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки будет

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_1 \mu_{12} + D_2 \mu_{21} + 2D_3) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} =$$

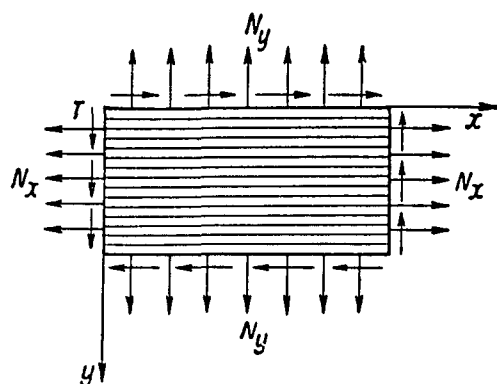
$$= p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

где

$$D_1 = \frac{E_1 \delta^3}{12(1 - \mu_{12} \mu_{21})},$$

$$D_2 = \frac{E_2 \delta^3}{12(1 - \mu_{12} \mu_{21})},$$

$$D_3 = \frac{2\delta^3}{12} G_{12}$$



Фиг 256

Если волокна направлены под углом в 45° к осям, то дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки будет

$$\frac{\delta^3}{12} \left[\beta_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(\beta_{12} + 2\beta_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \beta_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 4\beta_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 4\beta_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial y^3 \partial x} \right] =$$

$$= p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

где

$$\beta_{11} = \beta_{22} = \frac{c_{11}c_{66} - c_{16}^2}{[c_{66}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{16}^2](c_{11} - c_{12})},$$

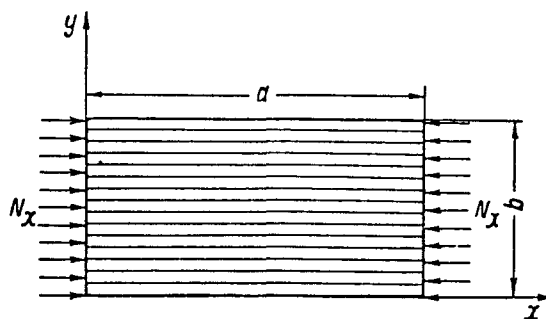
$$\beta_{12} = - \frac{c_{12}c_{66} - c_{16}^2}{[c_{66}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{16}^2](c_{11} - c_{12})},$$

$$\beta_{16} = \beta_{26} = - \frac{c_{16}}{c_{66}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{16}^2}, \quad \beta_{66} = \frac{c_{11} + c_{12}}{c_{66}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{16}^2}$$

Критические сжимающие усилия фанерной пластинки

Пластинка со сторонами a и b сжимается силой на единицу длины N_x вдоль оси x (фиг 257) Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластинки будет

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_1 \mu_{12} + D_2 \mu_{21} + 2D_3) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$



Фиг 257

Пластинка оперта по краям
Граничные условия

$$w = 0, \text{ при } x = 0, \text{ при } x = a, \text{ при } y = 0 \text{ и при } y = b$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= 0 \\ \text{при } x = 0 \text{ и при } x = a \end{aligned} \right| \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu_{21} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\ \text{при } y = 0 \text{ и при } y = b \end{aligned} \right.$$

(на краях изгибающие моменты равняются нулю)

Если задаться выражением для прогиба в форме:

$$w = w_0 \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{n\pi x}{a}$$

где w_0 — наибольший прогиб пластинки,

n — число полуволн вдоль оси x ,

то значение критического усилия получится из формулы:

$$N_{x \text{ кр}} = \frac{\pi^2 D_1}{b^2} \left[\frac{n^2}{\left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{2D}{D_1} + \frac{D_2}{D_1} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right] = \frac{\pi^2 D_1}{b^2} B,$$

где

$$D_1 \mu_{12} + D_2 \mu_{21} + 2D_3 = 2D.$$

При коротких пластинках выпучивание будет происходить по одной полуволне, затем, начиная с некоторого значения $\frac{a}{b}$, выпучивание будет происходить по двум полуволнам и т. д. Для предельного положения, когда равновесие возможно как при $n=1$, так и при $n=2$ последняя формула будет давать одинаковый результат при подстановке в нее $n=1$ и $n=2$.

Предельное значение $\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}}$, при котором возможно выпучивание как по n , так и по $n+1$ волнам, определяется по формуле:

$$\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}} = \sqrt{n(n+1)} \sqrt[4]{\frac{D_1}{D_2}}.$$

Значения $\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}}$ при $\frac{D_1}{D_2} = 12$ даны в табл. 47.

На фиг. 258 графически изображено выражение B для:

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{12}$$

и

$$\frac{D}{D_1} = 0,21.$$

Таблица 47

n	1	2	3
$\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}}$	2,63	4,56	6,45

Так как $N_{\text{кр}}$ пропорционально B , то график дает изменение критической нагрузки в функции $\frac{a}{b}$. Минимумы кривых $B = f\left(\frac{a}{b}\right)$, соответствующих $n=1, 2, 3, \dots$, равны между собой:

$$N_{x \text{ кр мин}} = \frac{2\pi^2 D_1}{b^2} \left[\sqrt{\frac{D_2}{D_1}} + \frac{D}{D_1} \right]$$

Фиг. 258 показывает, что для $n=2, 3, \dots$ разность между наибольшим значением B и минимальным составляет 10%.

Продольные стороны $y=0$ и $y=b$ заделаны. Граничные условия

при $x=0$ и при $x=a$ будет $w=0$,

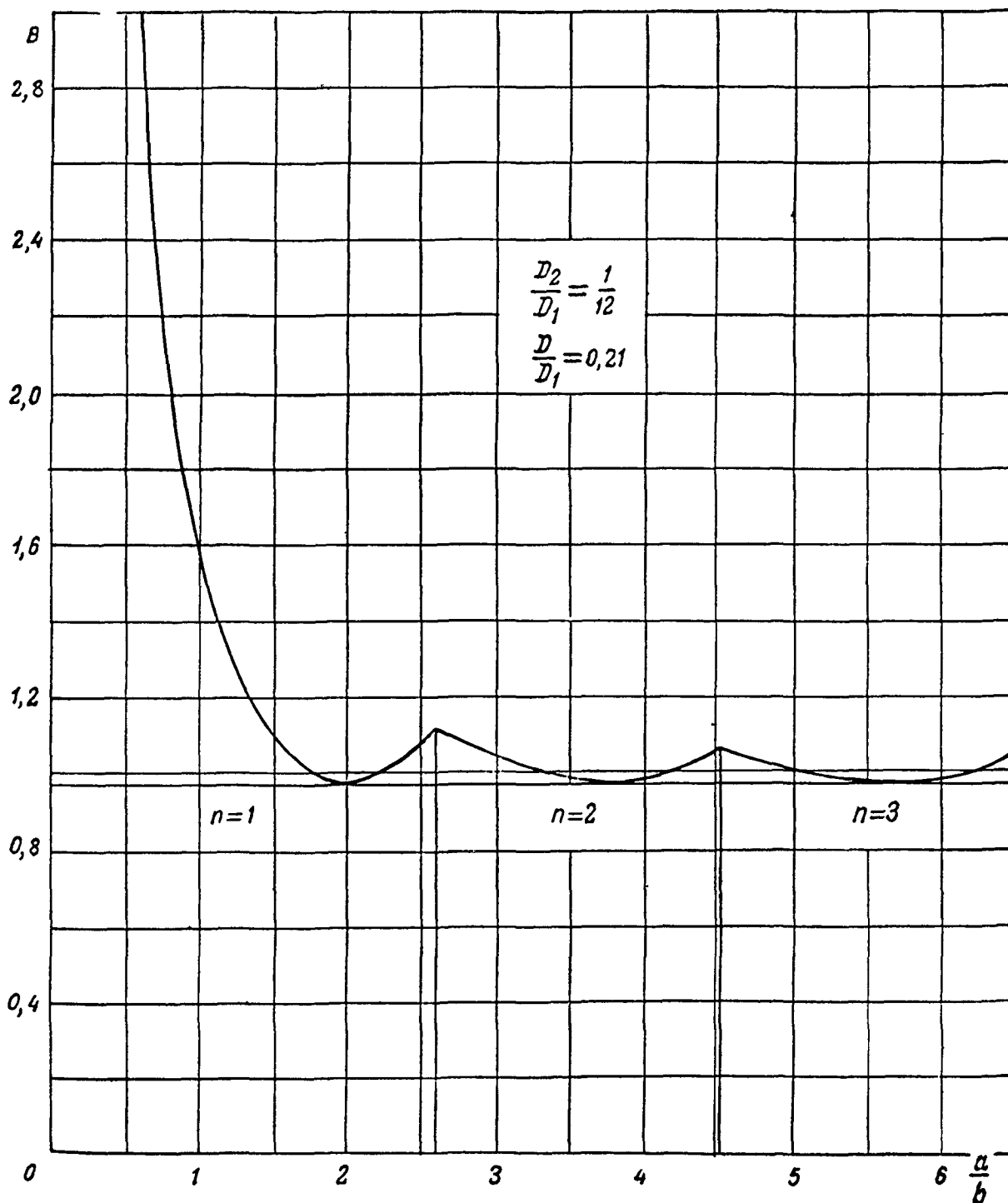
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0,$$

при $y=0$ и при $y=b$ будет $w=0$,

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

Решение ищется в форме

$$w = \sin \frac{m\pi x}{a} f(y)$$



Фиг 251

При подстановке этого выражения в дифференциальное уравнение изгиба пластинки, получается обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка. Общее решение такого уравнения содержит четыре произвольных постоянных, при определении которых задача сводится к однородной системе уравнений.

Равенство нулю детерминанта системы дает трансцендентное уравнение для определения $N_{кр}$

$$\frac{2k_1k_2}{k_1^2 - k_2^2} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} k_1 b \cos k_2 b} \right) = \operatorname{tg} k_1 b \operatorname{tg} k_2 b,$$

где

$$k_1 = \sqrt[4]{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \frac{N_{кр}}{D_2} + \left(\frac{D_2^2}{D_2^2} - \frac{D_1}{D_2}\right) \frac{m^4 \tau^4}{a^4} + \frac{D}{D_2} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}},$$

$$k_2 = \sqrt[4]{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \frac{N_{кр}}{D_2} + \left(\frac{D_2^2}{D_2^2} - \frac{D_1}{D_2}\right) \frac{m^4 \tau^4}{a^4} - \frac{D}{D_2} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}}$$

Анализ этих формул дает, что при достаточно большом отношении сторон $N_{кр}$ не зависит от $\frac{a}{b}$. При значениях $\frac{D_1}{D_2} = 12$, $\frac{D}{D_2} = 2,52$ и $\frac{a}{b} \geq 4$ формула для $N_{кр}$ будет

$$N_{кр} = 1,83 \frac{\pi^2 D_1}{b^2}$$

Пластинка оперта по краям, волокна рубашки направлены поперек действия нагрузки (фиг. 259)

Формула для критической силы будет

$$N_{у\text{кр}} = \frac{\pi^2 D_2}{b^2} \left[\frac{n^2}{\left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{2D}{D_2} + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right] = \frac{\pi^2 D_2}{b^2} B_1,$$

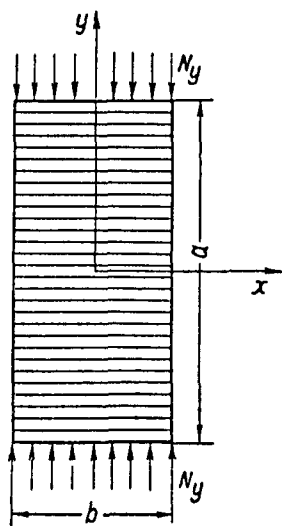
Предельное значение $\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}}$, при котором возможно выпучивание как по n , так и по $n+1$ волнам, определяется по формуле

$$\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}} = \sqrt[4]{n(n+1)} \sqrt[4]{\frac{D_2}{D_1}}$$

Значения $\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}}$ при $\frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{12}$ приведены в табл. 48

Таблица 48

n	1	2	3
$\left(\frac{a}{b}\right)_{\text{пред}}$	0,756	1,315	1,856



Фиг. 259

На фиг 260 дана зависимость B_1 от $\frac{a}{b}$ при разных n . Из этого графика следует, что для $n=3$ и больше, разница между наибольшим значением B_1 и минимальным составляет не более 5%, и, следовательно, для значения $\frac{a}{b} \geq 1,315$ можно пользоваться следующей формулой для определения $N_{y \text{ кр}}$

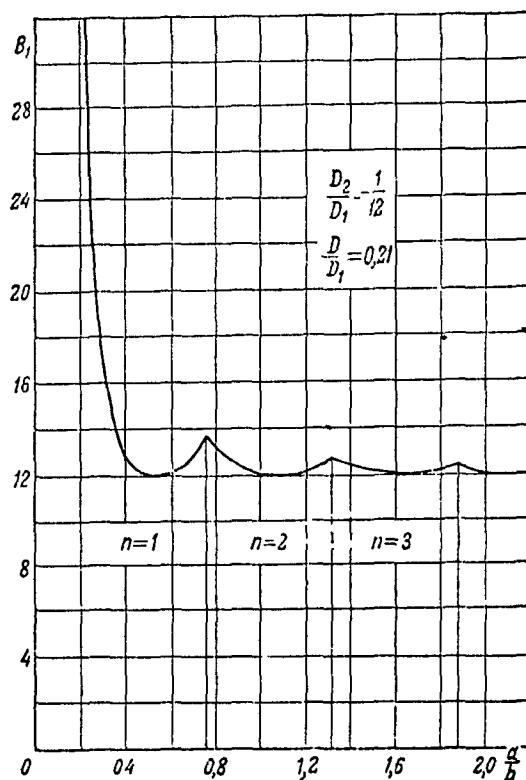
$$N_{y \text{ кр}} = \frac{2\pi^2 D^2}{b^2} \left[\sqrt{\frac{D_1}{D_2}} + \frac{D}{D_2} \right]$$

В случае жесткого защемления продольных сторон для $\frac{a}{b} \geq 4$, формула для определения $N_{y \text{ кр}}$ может быть представлена в виде

$$N_{y \text{ кр}} = 21,95 \frac{\pi^3 D_2}{b^2}$$

Последняя формула справедлива лишь при следующих соотношениях жесткостей

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{12} \text{ и } \frac{D}{D_1} = 0,21$$



Фиг 260

Определение критических касательных усилий фанерной пластинки

Прямоугольная фанерная пластинка длиной a и шириной b , опертая по краям, нагружена равномерными касательными усилиями T (фиг 261)

Волокна рубашки направлены параллельно длинной стороне пластинки

Дифференциальное уравнение имеет вид

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Граничные условия будут

$$w = 0 \text{ при } x = 0,$$

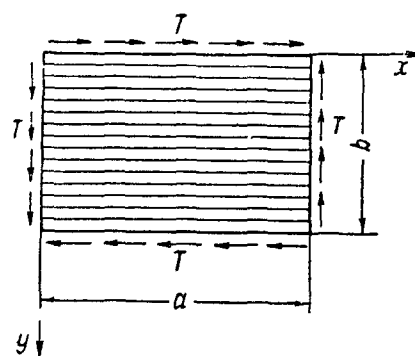
$$\text{при } y = 0,$$

$$\text{при } x = a$$

$$\text{и при } y = b,$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{при } x = 0 \text{ и при } x = a,$$



Фиг 261

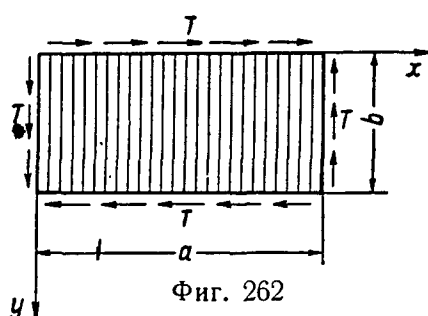
$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu_{21} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$\text{при } y = 0 \text{ и при } y = b$$

Для отношения $\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{12}$ можно пользоваться для вычисления $T_{кр}$ следующей формулой:

$$T_{кр} = \frac{E_1 \delta^3}{b^2} \left[0,664 + \frac{2,08}{\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^3}} \right]$$

Ошибка, получающаяся при пользовании этой формулой, не превышает 4%.



Фиг. 262

Волокна параллельны короткой стороне пластинки (фиг. 262). Приближенная формула имеет вид:

$$T_{кр} = \frac{E_1 \delta^3}{b^2} \left(2,3 + \frac{0,446b}{a} \right).$$

Ошибка, получающаяся при пользовании этой формулой, не превышает 2%.

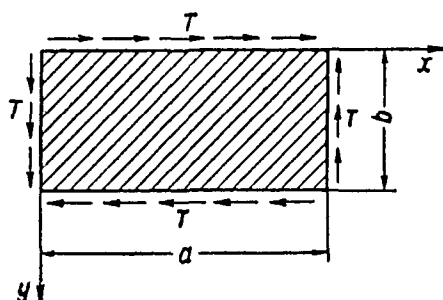
Волокна фанеры направлены под углом в 45° к сторонам пластинки. Дифференциальное уравнение равновесия такой пластинки будет:

$$\frac{\delta^3}{12} \left[\beta_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(\beta_{12} + 2\beta_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \beta_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 4\beta_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 4\beta_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial y^3 \partial x} \right] = 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

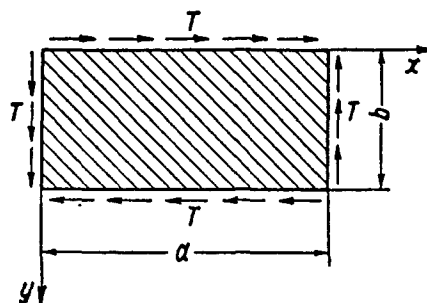
Задача решается приближенно для бесконечно длинной пластинки, шириною b . В этом случае прогиб можно задать функцией:

$$w = w_0 \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi(x - y \operatorname{tg} \psi)}{s}.$$

Изогнутая поверхность, характеризуемая этой формулой, представляет ряд полуволн длиной s , узловые линии которых наклонены под углом ψ к длинным сторонам пластинки.



Фиг. 263



Фиг. 264

Критическое напряжение сдвига будет зависеть от направления сдвигающей нагрузки по отношению к волокнам фанеры. Принято различать эти два направления так: если сдвигающие усилия по отношению к волокнам направлены так, как это показано на фиг. 263, то сдвиг называют сдвигом под углом в 45°, и если таким образом, как на фиг. 264, — сдвигом под углом в 135°.

При соотношении

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{12}, \quad \frac{G_{12}}{E_1} = 0,086$$

получается

$$T_{кр} = 0,8 \frac{\pi^2 E_1 \delta}{12} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \quad \text{для сдвига под углом в } 45^\circ$$

и

$$T_{кр} = 4,4 \frac{\pi^2 E_1 \delta}{12} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \quad \text{для сдвига под углом в } 135^\circ$$

Приведенные формулы могут применяться лишь при $\frac{a}{b} \geq 4$

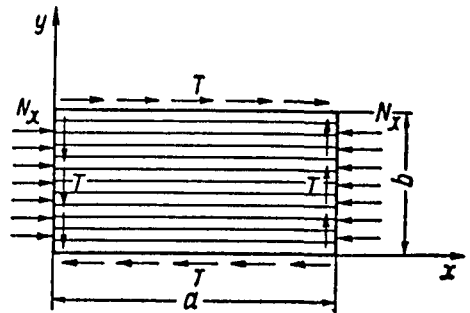
Устойчивость фанерных пластинок при одновременном действии сжатия и сдвига

Прямоугольная пластина нагружена погонным усилием сдвига T и погонной сжимающей нагрузкой N_x (фиг 265). Волокна рубашки предполагаются направленными параллельно длинной стороне.

Дифференциальное уравнение изгиба такой пластинки будет иметь следующий вид

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} =$$

$$= N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$



Фиг 265

Задача решается для бесконечно длинной пластинки шириной b . Прогиб w задается функцией

$$w = w_0 \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi(x - y \operatorname{tg} \psi)}{s}$$

Для определения $N_{кр}$ и $T_{кр}$ могут служить следующие формулы

$$N_x + 2 \operatorname{tg} \psi T = 2 \frac{\pi^2}{b^2} \left[D_1 + 3 \operatorname{tg}^2 \psi D_2 + \sqrt{D_1 D_2 + 2 D D_2 \operatorname{tg}^2 \psi - D_2^2 \operatorname{tg}^4 \psi} \right]$$

$$T = \frac{2 \pi^2}{b^2} \operatorname{tg} \psi \left[3 D_2 + \frac{(D + \operatorname{tg}^2 \psi D_2) \sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1 + 2 D \operatorname{tg}^4 \psi + D_2 \operatorname{tg}^4 \psi}} \right]$$

Приближенная формула для определения критических напряжений будет

$$\sigma_x + \frac{\tau^2}{\frac{2 \pi^2}{b^2} \left(3 D_1 + D \sqrt{\frac{D_2}{D_1}} \right)} = \frac{2 \pi^2}{b^2} \left(D + \sqrt{D_1 D_2} \right)$$

Всякая комбинация, удовлетворяющая этому уравнению, будет критической для фанерной пластинки.

Расчет на сжатие фанерной обшивки, подкрепленной стрингерами

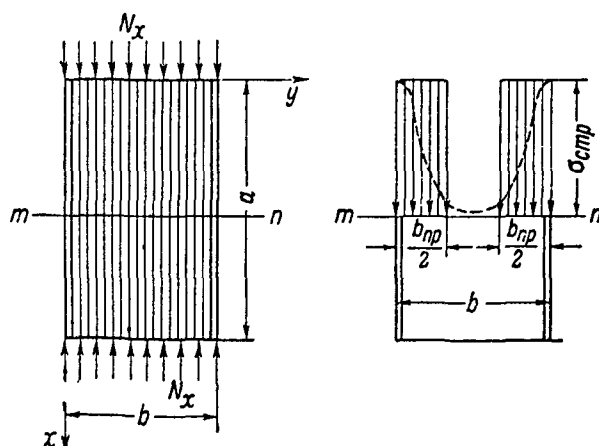
Фанерная обшивка подкреплена стрингерами и нагружена сжимающей нагрузкой N_x на единицу длины (фиг 266). Принимается, что обшивка работает с напряжением, равным

напряжению в стрингере только на некоторой ширине $b_{пр}$, а вся средняя часть обшивки не работает. Величина $b_{пр}$ ищется из того условия, что напряжения в обшивке равны критическому, умноженному на отношение модулей $\frac{E_{1обш}}{E_{стр}}$

$$\sigma_{стр} \delta = \frac{E_{1обш}}{E_{стр}} N_{кр}, \quad \text{при } b = b_{пр}$$

Если обшивка достаточно длинная, то критические напряжения в ней можно считать независимыми от отношения сторон пластины $\frac{a}{b}$

$$N_{кр} = \frac{2\pi^2 D_1}{b^2} \left[\sqrt{\frac{D_2}{D_1}} + \frac{2D}{D_1} \right]$$



Фиг 266

Приведенная ширина $b_{пр}$ будет равна

$$b_{пр} = b \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{стр}} \frac{E_{1обш}}{E_{стр}}}$$

Редукционный коэффициент $\varphi = \frac{b_{пр}}{b}$ будет

$$\varphi = \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{стр}} \frac{E_{1обш}}{E_{стр}}}$$

Напряжение в стрингере определится по формуле

$$\sigma_{стр} = \frac{P}{F_{стр} + \varphi F_{обш}},$$

где P — нагрузка, действующая на панель,

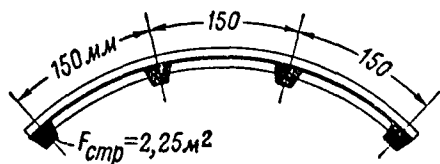
$F_{стр}$ — площадь поперечного сечения стрингеров,

$F_{обш}$ — площадь сечения обшивки,

$\sigma_{стр}$ — напряжение в стрингере,

φ — редукционный коэффициент

Среднее напряжение в обшивке $\sigma_{обш ср}$ будет



Фиг 267

$$\sigma_{обш ср} = \frac{P\varphi}{F_{стр} + \varphi F_{обш}}$$

Редукционный коэффициент может быть представлен в виде

$$\varphi = \frac{\sigma_{обш ср}}{\sigma_{стр}}$$

Для панелей со слабыми стрингерами (фиг 267) значение редукционного коэффициента можно брать для плоских равным 0,8, а для криволинейных с радиусом 250—300 мм, для толщин обшивки от 1 до 2,5 мм, равным 0,89

Для панелей с сильными стрингерами (фиг. 268) может применяться формула Кармана в виде:

$$\varphi = \sqrt{\frac{\sigma_{кр} E_1}{\sigma_{стр} E_{стр}}} = \sqrt{\frac{1,35 \frac{\pi^2 E_1}{12} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 + 0,03 E_1 \left(\frac{\delta}{\rho}\right)}{\sigma_{стр}}} \frac{E_1}{E_{стр}},$$

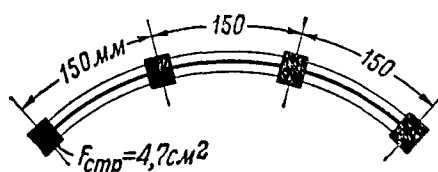
где b — ширина обшивки между стрингерами,

$E_{стр}$ — модуль упругости стрингера вдоль волокон,

E_1 — модуль упругости фанеры вдоль волокон рубашки,

δ — толщина обшивки,

ρ — радиус кривизны панели.



Фиг. 268

Разрушение образца происходит тогда, когда стрингеры потеряют устойчивость. Напряжение, при котором стрингер теряет устойчивость, можно подсчитывать по формуле:

$$\sigma_{стр кр} = \frac{\sigma_{бсж}}{1 + 0,001 \left(\frac{l}{i}\right)^2} \left[\frac{кг}{см^2} \right],$$

Здесь l — длина стрингера,

i — радиус инерции его сечения.

Для панелей, у которых волокна рубашки имеют угол с направлением N , можно пользоваться следующей формулой для редуционного коэффициента φ в функции угла наклона волокон рубашки α :

$$\varphi(\alpha) = \varphi_0 \left[1 - 0,245 \left(\frac{\alpha^\circ}{90} \right) \right] \frac{E_\alpha}{E_1},$$

где E_1 — модуль упругости фанеры вдоль волокон,

E_α — модуль упругости фанеры под углом α к направлению волокон,

φ_0 — редуционный коэффициент для обшивки с направлением волокон, совпадающим с направлением N .

Тонкостенные балки типа лонжеронов крыла

Расчет балки с фанерной стенкой можно вести, исходя из следующих предположений:

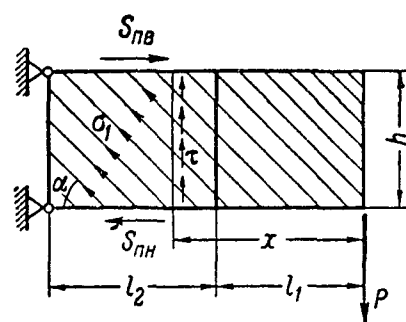
1) Стенка балки работает только от перерезывающей силы, не воспринимая изгибающего момента, который полностью передается на пояса.

2) Напряженное состояние стенки можно расчленить на два; первое — это напряженное состояние до потери устойчивости, когда стенка работает на чистый сдвиг и второе — растяжение вдоль одной диагонали, которое будет отвечать дальнейшему росту перерезывающей силы.

Расчетными формулами для балки нагруженной одной силой на конце (фиг. 269) будут:

Для стенки:

$$\sigma_1 = \left(1 - \frac{\tau_{кр}}{2\tau} \right) \frac{2\tau}{\sin 2\sigma}$$



Фиг. 269

где $\tau = \frac{P}{h\delta}$,
 h — высота стенки,
 δ — толщина стенки,
 $\tau_{кр}$ — критическое касательное напряжение, при котором стенка теряет устойчивость,
 α — угол наклона волн.

Для поясов:

$$S_n = \pm \frac{Px}{h} - \frac{1}{2} (\tau - \tau_{кр}) h \delta \operatorname{ctg} \alpha.$$

Для стоек:

$$S_c = (\tau - \tau_{кр}) \frac{l_1 + l_2}{2} \delta \operatorname{tg} \alpha,$$

где l_1 и l_2 — длины двух прилегающих к стойке отсеков.

Углы наклона волн, для балок со стенками, волокна рубашек которых направлены под углами 45 и 135°, следует принимать равным $\alpha = 45^\circ$, а для балок со стенками, волокна на рубашки которых направлены под углами 0 и 90°, — в пределах $\alpha = 20 \sim 30^\circ$ и $\alpha = 50 \sim 60^\circ$ соответственно.

Расчет стенки балки следует вести по касательным напряжениям.

При определении касательных напряжений по формуле $\tau_b \geq \frac{P}{\delta h}$ значения τ_b следует принимать $\tau_b = 140 \text{ кг/см}^2$ для сдвига под углом 45 и 135° и $\tau_b = 120 \text{ кг/см}^2$ для сдвига под углами 0 и 90°.

РАСЧЕТ ВТОРИЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМ

Напряжения в сечениях стержней фермы, возникающие вследствие жесткости узлов, называют дополнительными или вторичными напряжениями. При общей деформации стержневой фермы жесткие узлы имеют кроме линейных перемещений еще и поворот. Повороты узлов вызывают поворот концов стержней, вследствие чего последние нагружаются опорными моментами, обуславливающими появление дополнительных напряжений. Полные напряжения в сечениях стержней фермы получаются сложением напряжений от продольных сил (основные) и напряжений от изгиба (вторичные).

В основу расчета вторичных напряжений положено допущение, что продольные усилия в стержнях фермы с жесткими узлами совпадают с усилиями в стержнях той же фермы, но в предположении шарнирных узлов. Отсюда непосредственно следует, что линейные перемещения узлов должны считаться одинаковыми для жесткой и для шарнирной ферм. Многочисленные исследования показали, что указанное допущение, значительно облегчающее расчет, приводит к достаточно точным результатам.

Кроме того, принимают, что узлы фермы являются абсолютно жесткими, т. е. все стержни, сходящиеся в узел, поворачиваются на один угол. Вследствие жесткости узлов ферма является статически неопределимой с числом лишних неизвестных, равным числу узлов.

Значение вторичных напряжений в общей прочности ферм зависит и от механических свойств материала, и от самой конструкции их.

Для ферм из пластичных материалов, обладающих большими удлинениями при разрыве, вторичные напряжения менее опасны, чем для ферм

из материалов с малыми удлинениями Теоретически, если материал является „идеально-пластическим“, т е диаграмма растяжения—сжатия обладает бесконечно длинной горизонтальной площадкой текучести, разрушение от вторичных напряжений невозможно Это объясняется тем, что наибольшие напряжения будут у узлов и, следовательно, при появлении пластических деформаций происходит более свободный поворот конца стержня, узел делается менее жестким (в узле появляется так называемый пластический шарнир) и вторичные напряжения убывают Однако, после полученного перенапряжения, вследствие явления наклепа, предел упругости поднимается и при повторении того же нагружения процесс становится упругим, причем удлинение при разрыве падает и увеличение перенапряжения становится опаснее

Для ферм из высококачественных сталей с малым удлинением (всего 5—10%) вторичные напряжения могут иметь в отдельных случаях решающее значение

Фермы с небольшим отношением толщины поясов к высоте фермы имеют меньшие вторичные напряжения

Грубо приближенной формулой, позволяющей определить порядок вторичных напряжений, является формула

$$\sigma_{\text{втор}} = \sigma \frac{d}{h},$$

где σ — основное напряжение в стержне пояса, рассчитанное для шарнирной фермы,

h — высота фермы,

d — толщина (диаметр трубы) стержня пояса

Фермы с раскосной и простой треугольной решеткой имеют значительно меньшую величину вторичных напряжений в поясах, чем фермы с треугольной решеткой с дополнительными стойками Это подтверждается данными, полученными из числовых расчетов

Тип решетки фермы	Отношение вторичных напряжений к основным в процентах		
	Пояса	Раскосы	Стойки
Ферма с жесткими узлами и раскосной решеткой	до 16 %	до 17 %	до 51 %
Ферма с шарнирно присоединенной раскосной решеткой	до 12 %	—	—
Ферма с шарнирно присоединенной треугольной решеткой и стойками	до 42 %	—	—

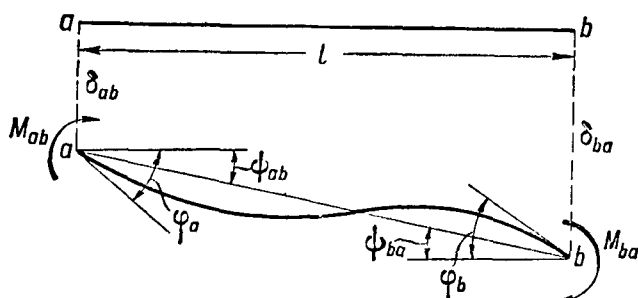
Большой процент вторичных напряжений получается в стойках, удаленных от корня, т е в тех, у которых основные напряжения малы В этих стойках вторичные напряжения обычно не опасны, так как суммарные напряжения остаются небольшими

Связь между опорными моментами стержня и перемещениями его концов

Балка на двух опорах, нагруженная опорными изгибающими моментами M_{ab} и M_{ba} , у которой опоры смещаются на величины δ_{ab} и δ_{ba} в направлении, перпендикулярном к оси балки, получает следующие углы поворота концов (фиг 270)

$$\varphi_a = \frac{M_{ab}l}{3EI} - \frac{M_{ba}l}{6EI} + \psi_{ab}, \quad \varphi_b = -\frac{M_{ab}l}{6EI} + \frac{M_{ba}l}{3EI} + \psi_{ba}$$

Изгибающие моменты M_{ab} , M_{ba} и углы поворота φ_a и φ_b считаются положительными при вращении по часовой стрелке. Величина $\psi_{ab} = l(\delta_{ba} - \delta_{ab})$ представляет собою угол перекося стержня ab . Угол перекося ψ — положительный, когда $\delta_{ba} > \delta_{ab}$, т. е. когда перекося происходит по часовой стрелке.



Фиг 270

Совместное решение уравнений дает выражения изгибающих моментов M_{ab} и M_{ba} в виде:

$$M_{ab} = \frac{2EI}{l} (2\varphi_a + \varphi_b - 3\psi_{ab}),$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{l} (2\varphi_b + \varphi_a - 3\psi_{ab}),$$

$$(\psi_{ab} = \psi_{ba}).$$

Таким образом, зная величину углов поворота φ_a и φ_b концов стержня, а также его перекося ψ_{ab} , можно определить опорные моменты. Формулы для углов и моментов являются основными при расчете ферм с жесткими узлами и стержнями постоянного сечения, не несущими местной нагрузки.

Основные уравнения углов поворота

Если число стержней фермы с жесткими узлами равно m , то для решения задачи необходимо знать $2m$ углов поворота φ торцов стержней и m углов перекося ψ . Так как углы поворота концов стержней, сходящихся в узле, равны между собой и равны углу поворота узла, то число лишних неизвестных углов поворота φ будет равно числу узлов фермы:

$$n = \frac{m + 3}{2}.$$

Для определения этих неизвестных необходимо составить уравнения равновесия жестких узлов фермы.

Углы перекося ψ известны и могут быть определены из расчета идеальной шарнирной фермы.

Вырезая узел k и рассмотрев его равновесие, можно получить, приравнявая нулю сумму моментов, действующих на каждый узел, n уравнений вида:

$$\sum_{j=1}^s M_{kj} = 0,$$

где: s — число стержней, сходящихся в узле k . Эти уравнения после подстановки вместо моментов их значений приводятся к следующим:

$$2\varphi_k \sum i_{kj} + \sum \varphi_j i_{kj} - 3 \sum (\psi)_{kj} = 0.$$

Здесь $i = \frac{EI}{l}$ — погонная жесткость стержня.

Решение системы таких уравнений дает углы φ . Имея углы φ и ψ , можно вычислить опорные моменты и, следовательно, получить возможность определить вторичные напряжения.

Определение углов перекося стержней шарнирной фермы

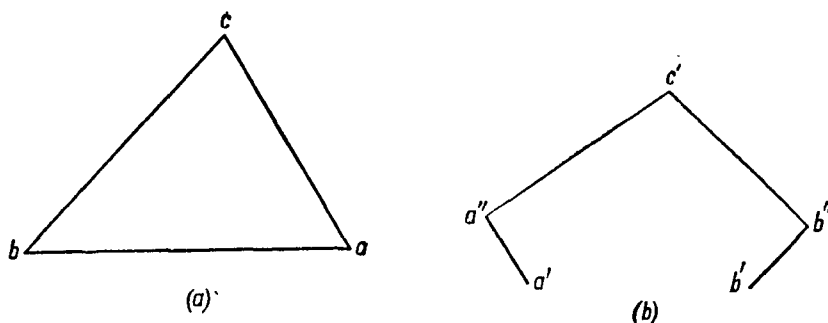
Для определения углов перекося ψ необходимо, прежде всего, найти удлинения Δl всех стержней. Построением диаграммы Кремоны или иным

путем определяются усилия (или напряжения) в стержнях, а затем удлинения по формуле:

$$\Delta l = \frac{Sl}{EF}.$$

Если стержни из одного материала, то удобнее определить величины $\frac{Sl}{F}$, которые представляют собой удлинения, увеличенные в E раз. Перекосы могут быть определены либо графически при помощи диаграммы, либо аналитически при помощи формул для изменений углов треугольника по удлинениям его сторон.

Применение диаграммы Виллио. На фиг. 271а точки a , b и c представляют три узла фермы. Удлинения стержней ac и bc соответственно будут Δl_{ac} и Δl_{bc} .



Фиг. 271

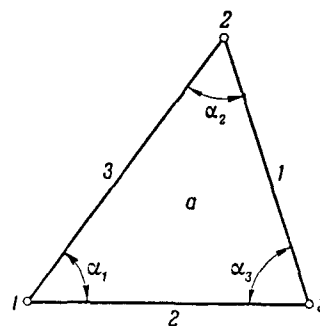
На фиг. 271, б показана часть диаграммы Виллио, причем a' и b' — изображения узлов a и b фермы (т. е. концы векторов, исходящих из полюса и изображающих перемещения узлов a и b). Для нахождения изображения узла c надо отложить от точек a' и b' отрезки $a'a'' = \Delta l_{ac}$ и $b'b'' = \Delta l_{bc}$ параллельно соответствующим стержням ab и bc и затем провести перпендикуляры к $a'a''$ в точке a'' и к $b'b''$ в точке b'' до их взаимного пересечения в точке c' , которая и будет искомым изображением узла c . Исходя из известного обоснования построения диаграммы Виллио, можно доказать, что величины перпендикуляров $a''c'$ и $b''c'$ представляют величины углов перекоса.

При этом стержень ac вращается по часовой стрелке, а стержень bc против. Углы перекоса стержней ac и bc соответственно будут:

$$\psi_{ac} = \frac{a''c'}{l_{ac}}; \quad \psi_{bc} = -\frac{b''c'}{l_{bc}}.$$

Для определения узлов перекоса достаточно построить диаграмму Виллио для всей фермы, измерить величины перпендикуляров и поделить их на длины соответствующих стержней. При построении диаграммы Виллио можно принять за исходный стержень (т. е. стержень, у которого $\psi = 0$) любой из стержней фермы, совершенно не считаясь с условиями, накладываемыми опорными закреплениями. Это объясняется тем, что поворот фермы, как одного целого, не вызывает вторичных напряжений.

Из аналитических приемов определения углов перекоса стержней фермы лучше пользоваться формулами для изменения углов треугольника по удлинениям его сторон. В треугольнике $1-2-3$, ограничивающем контур a (фиг. 272) углы α_1 , α_2 и α_3 удобно обозначить номерами вершин и буквой контура (т. е. $\angle 1$ через $\angle (1-a)$ и т. д.), стороны — номерами противолежащих углов.



Фиг. 272

Тогда увеличенные в E раз приращения углов выражаются через напряжения стержней следующими формулами

$$E\theta_{1-a} = (\sigma_1 - \sigma_2) \operatorname{ctg} \alpha_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \operatorname{ctg} \alpha_2,$$

$$E\theta_{2-a} = (\sigma_2 - \sigma_1) \operatorname{ctg} \alpha_3 + (\sigma_2 - \sigma_3) \operatorname{ctg} \alpha_1,$$

$$E\theta_{3-a} = (\sigma_3 - \sigma_1) \operatorname{ctg} \alpha_2 + (\sigma_3 - \sigma_2) \operatorname{ctg} \alpha_1.$$

θ — считается положительной величиной при возрастании внутреннего угла треугольника. Если угол перекоса стержня 1—2 равен ψ_{1-2} , то угол перекоса стержня 2—3 будет:

$$E\psi_{2-3} = E\psi_{1-2} - E\theta_{2-a},$$

угол перекоса стержня 1—3 равен:

$$E\psi_{1-3} = E\psi_{1-2} + E\theta_{1-a}.$$

(При обходе по часовой стрелке θ вычитается, а при обходе против часовой стрелки прибавляется.)

Таким образом, зная угол перекоса одного стержня, можно затем последовательно найти все остальные перекосы по найденным приращениям углов θ . Исходный угол перекоса всегда может быть взят произвольным (например, равным нулю), так как абсолютная величина перекосов роли не играет.

Система уравнений фермы с жесткими узлами и ее решение

Структура уравнений, к решению которых приводится определение вторичных напряжений, зависит, главным образом, от типа решетки фермы. Каждое уравнение содержит столько членов, сколько в данном узле сходится стержней плюс единица. Для фермы с раскосной и простой треугольной решеткой уравнения будут пятичленными. Для фермы с треугольной решеткой с дополнительными стойками и подвесками будут чередоваться шести- и четырехчленные уравнения. Составление системы уравнений углов поворота сводится к определенному стандарту. Рекомендуется систему уравнений записывать в виде матрицы A (табл. 49). В клетках главной диагонали матрицы вписываются удвоенные суммы побочных коэффициентов (погонных жесткостей i_{kj}) соответствующих горизонталей. В последней вертикальной графе записываются свободные члены.

Таблица 49

Матрица A

№ ур-ний	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	Свободные члены
1	$2 \sum i_{1j}$	i_{12}	i_{13}	—	—	—	—	—	$-3 \sum (i\psi)_{1j}$
2	i_{21}	$2 \sum i_{2j}$	i_{23}	i_{24}	—	—	—	—	$-3 \sum (i\psi)_{2j}$
3	i_{31}	i_{32}	$2 \sum i_{3j}$	i_{34}	i_{35}	—	—	—	$-3 \sum (i\psi)_{3j}$
4	—	i_{42}	i_{43}	$2 \sum i_{4j}$	i_{45}	i_{46}	—	—	$-3 \sum (i\psi)_{4j}$
5	—	—	i_{53}	i_{54}	$2 \sum i_{5j}$	i_{56}	i_{57}	—	$-3 \sum (i\psi)_{5j}$
6	—	—	—	i_{64}	i_{65}	$2 \sum i_{6j}$	i_{67}	i_{68}	$-3 \sum (i\psi)_{6j}$
7	—	—	—	—	i_{75}	i_{76}	$2 \sum i_{7j}$	i_{78}	$-3 \sum (i\psi)_{7j}$
8	—	—	—	—	—	i_{86}	i_{87}	$2 \sum i_{8j}$	$-3 \sum (i\psi)_{8j}$

Существенной особенностью уравнений деформаций является то, что главные коэффициенты в них значительно превосходят по величине побочные.

Такая система хорошо решается методом последовательных приближений и при определении углов φ для какой-либо группы смежных узлов нет необходимости рассматривать всю ферму, а можно выделить из нее часть (группу панелей) и провести расчет независимо от остальной части, т. е. поступить аналогично тому, как делается при расчете многопролетных неразрезных балок. При этом неизвестные, лежащие ближе к середине выделенной части; будут определены достаточно точно. Практически для точного определения угла φ достаточно рассмотреть четыре панели от узла $k - 2$ до узла $k + 2$.

На практике при расчете вторичных напряжений пользуются методом последовательных приближений, причем для расчета разбивают ферму на отдельные части, немного перекрывающие друг друга. Приняв затем за исходные данные результат решения для отдельных частей фермы, можно, пользуясь полной системой уравнений, увязать одним-двумя приближениями все неизвестные. При решении уравнений рекомендуется применять прием выделения трехчленной системы уравнений, позволяющий повысить точность и быстроту решения. Сущность этого приема сводится к следующему.

Обычно решетка выполняется слабее поясов и, кроме того, всегда длины раскосов больше длины панели. Прямым следствием этого обстоятельства является то, что коэффициенты, например, при φ_4 и φ_6 оказываются меньше коэффициентов при φ_3 , φ_5 и φ_7 и могут быть в первом приближении приняты равными нулю (см. уравнение, составленное для узла 5 фермы, пятая строка матрицы А).

Остающиеся члены образуют трехчленную систему уравнений, которая может быть по определенной схеме решена сразу точно. В то же время форма этого решения позволяет весьма просто вычислять дальнейшие приближения путем введения поправок в свободные члены уравнений.

Таким образом, из рассмотрения матрицы А следует, что эту систему можно заменить двумя трехчленными системами уравнений, для чего члены в пятичленных уравнениях с малыми коэффициентами помещаются в графу свободных членов. Эти трехчленные системы уравнений приведены в матрицах В и С (табл. 50 и 51). Первая из них содержит в качестве неизвестных углы поворотов с нечетными индексами, а вторая с четными.

Т а б л и ц а 50

Матрица В

№ урав- нений	φ_1	φ_3	φ_5	φ_7	Свободные члены
1	$1 \sum i_{1j}$	i_{13}	—	—	$-3 \sum (i\psi)_{1j} + \varphi_2 i_{12}$
3	i_{31}	$2 \sum i_{3j}$	i_{35}	—	$-3 \sum (i\psi)_{3j} + \varphi_2 i_{32} + \varphi_4 i_{34}$
5	—	i_{53}	$2 \sum i_{5j}$	i_{57}	$-3 \sum (i\psi)_{5j} + \varphi_4 i_{54} + \varphi_6 i_{56}$
7	—	—	i_{75}	$2 \sum i_{7j}$	$-3 \sum (i\psi)_{7j} + \varphi_6 i_{76} + \varphi_8 i_{78}$

Т а б л и ц а 51

Матрица С

№ урав- нений	φ_2	φ_4	φ_6	φ_8	Свободные члены
2	$2 \sum i_{2j}$	i_{24}	—	—	$-3 \sum (i\psi)_{2j} + \varphi_1 i_{21} + \varphi_3 i_{23}$
4	i_{42}	$2 \sum i_{4j}$	i_{46}	—	$-3 \sum (i\psi)_{4j} + \varphi_3 i_{43} + \varphi_5 i_{45}$
6	—	i_{64}	$2 \sum i_{6j}$	i_{68}	$-3 \sum (i\psi)_{6j} + \varphi_5 i_{65} + \varphi_7 i_{67}$
8	—	—	i_{86}	$2 \sum i_{8j}$	$-3 \sum (i\psi)_{8j} + \varphi_7 i_{87}$

Решение этих систем ведется последовательными приближениями. В системе В все φ с четными индексами полагаются равными нулю и решается трехчленная система. Получаются первые приближения неизвестных системы В. Найденные первые приближения неизвестных системы В подставляются в свободные члены системы С.

Решают трехчленную систему С, из которой находят первые приближения системы С. По найденным первым приближениям системы С вычисляются первые поправки свободных членов системы В, зависящие только от неизвестных системы С.

По известным первым поправкам определяются первые поправки неизвестных системы В и т. д. Решение трехчленных систем следует вести так, чтобы не повторять одних и тех же вычислений.

Решение таким приемом приводит быстро к цели, так как не приходится вычислять больше одной поправки к каждой трехчленной системе уравнений.

Сводка операций при решении уравнений

- 1) вычисляются погонные жесткости $\left(i = \frac{EI}{l}\right)$ стержней фермы;
- 2) определяются углы перекосов ψ стержней фермы и по ним вычисляются свободные члены системы уравнений;
- 3) составляется система уравнений;
- 4) решается система уравнений;
- 5) вычисляются изгибающие моменты на концах стержней;
- 6) определяются величины вторичных напряжений по формуле:

$$\sigma = \pm \frac{M}{W}.$$

Упрощение расчета вторичных напряжений

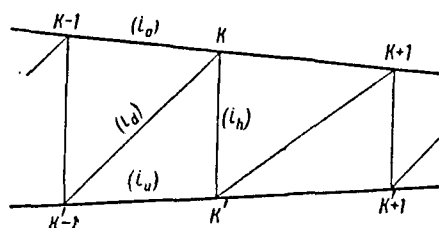
Обычно углы поворота φ узлов верхнего и нижнего пояса, относящиеся к одной и той же стойке, весьма мало отличаются один от другого. Это наблюдается во всех случаях, когда ферма с раскосной решеткой имеет не слишком сильно отличающиеся сечения верхнего и нижнего пояса, что практически почти всегда имеет место.

Если заранее приравнять углы поворота концов стоек, то число неизвестных снижается вдвое, а уравнения приобретают трехчленную структуру.

Если сделать предположение о равенстве углов φ верхнего и нижнего поясов и воспользоваться системой уравнений равновесия для узлов, например, верхнего пояса, то уравнения, хотя и получаются трехчленными, но перестают быть каноническими, т. е. нарушается равенство $a_{ki} = a_{ik}$.

Чтобы получить канонические уравнения, нужно скомбинировать уравнения, составленные для верхнего и нижнего поясов.

Два уравнения углов поворота для двух узлов k и k' (фиг. 273) в развернутом виде будут следующие:



Фиг. 273

$$\begin{aligned} &\varphi_{k-1} i_{k, k-1} + \varphi_{k'-1} i_{k, k'-1} + 2 \varphi_{k'} (i_{k, k-1} + i_{k, k+1} + i_{k, k'-1} + i_{k, k'}) + \\ &+ \varphi_{k'} i_{k, k'} + \varphi_{k+1} i_{k, k+1} - 3 \sum (i\psi)_{kj} = 0, \end{aligned}$$

$$\varphi_{k'-1} \iota_{k' k'-1} + \varphi_{k k'} \iota_{k k'} + 2 \varphi_{k'} (\iota_{k' k'-1} + \iota_{k' k+1} + \iota_{k k'} + \iota_{k' k+1}) + \\ + \varphi_{k'+1} \iota_{k' k'+1} + \varphi_{k+1} \iota_{k k'+1} - 3 \sum (\iota \psi)_{k'j} = 0$$

Если сложить два уравнения, положив при этом, что

$$\varphi_{k'-1} = \varphi_{k-1}, \quad \varphi_{k'} = \varphi_k, \quad \varphi_{k'+1} = \varphi_{k+1}$$

и т.д., то получается

$$\varphi_{k-1} a_{k k-1} + \varphi_k a_{k k} + \varphi_{k+1} a_{k k+1} - a_{k m} = 0,$$

где

$$a_{k k-1} = (\iota_0 + \iota_u + \iota_d)_{k k-1},$$

$$a_{k k+1} = (\iota_0 + \iota_u + \iota_d)_{k k+1},$$

$$a_{k k} = 2(a_{k k-1} + a_{k k+1}) + 6 \iota_h,$$

$$a_{k m} = 3 \sum (\iota \psi)_{kj} + 3 \sum (\iota \psi)_{k'j}$$

Первая сумма распространяется на все стержни, сходящиеся в узле k верхнего пояса, а вторая сумма распространяется на все стержни, сходящиеся в узле k' нижнего пояса

Таким образом, расчет вторичных напряжений приводится к решению одной трехчленной системы уравнений. Порядок расчета должен быть следующий:

а) вычисляются погонные жесткости всех стержней фермы и определяются коэффициенты системы уравнений, б) определяются углы перекосов стержней фермы и подсчитываются сводные члены уравнений, в) составляется и решается система уравнений, г) вычисляются на концах стержней моменты, д) определяются вторичные напряжения

Расчет вторичных напряжений в поясах лонжеронов с шарнирно присоединенной решеткой

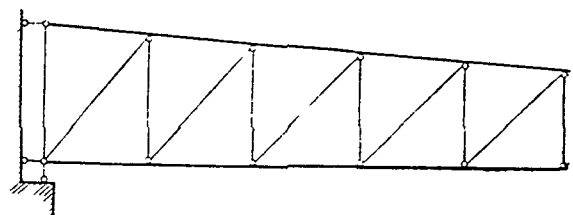
При стальных трубчатых поясах и сравнительно слабых (например, дуралевых) элементах решетки, присоединенных к поясам при помощи небольших косынок, можно пояса рассматривать как неразрезные, а решетку считать присоединенной шарнирно (фиг. 274)

Основную статически определимую систему получают путем постановки шарниров в узлах жестких поясов фермы. Полученная, таким образом, основная система является обыкновенной шарнирной фермой (фиг. 275). За лишние неизвестные принимают

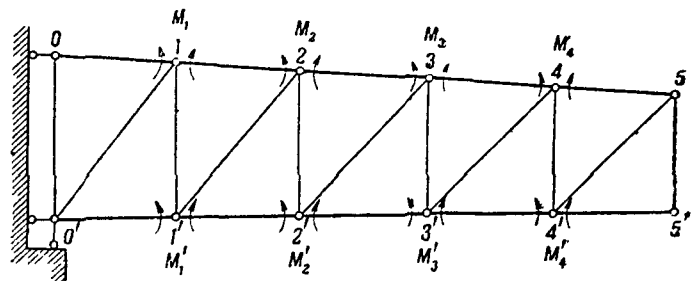
M_1, M_2 — изгибающие моменты в стержнях верхнего пояса,

M'_1, M'_2 — изгибающие моменты в стержнях нижнего пояса

Для определения неизвестных M и M' необходимо ставить столько же уравнений, сколько нужно поставить шарниров в узлах жестких поясов для обращения фермы в статически определимую



Фиг. 274



Фиг. 275

Коэффициенты при неизвестных системы канонических уравнений, зависящие только от нормальных сил, обычно могут быть положены равными нулю, так как их влияние на точность расчета ничтожно. Поэтому расчет ферм с неразрезными поясами и шарнирной решеткой приводится к решению двух независимых систем трехчленных уравнений. Типовое уравнение системы для верхнего пояса будет:

$$M_{k-1} a_{k, k-1} + M_k a_{k, k} + M_{k+1} a_{k, k+1} + a_{k, m} = 0,$$

то же для нижнего пояса:

$$M'_{k-1} b_{k, k-1} + M'_k b_{k, k} + M'_{k+1} b_{k, k+1} + b_{k, m} = 0.$$

Коэффициенты при неизвестных обеих систем вычисляются по формуле Мора. Для этого необходимо предварительно определить усилия S' от единичных неизвестных в стержнях основной системы.

Вычисление коэффициентов при неизвестных следует вести по формулам:

$$a_{k, k} = 2(l'_k + l'_{k+1}) + 6EI_c \sum \frac{S'^2_{i, k} l_i}{EF_i};$$

$$a_{k, k+1} = l'_{k+1} + 6EI_c \sum \frac{S'_{i, k} S'_{i, k+1}}{EF_i} l_i.$$

Свободные члены вычисляются по формуле:

$$a_{k, m} = 6EI_c \sum \frac{S'_{i, k} S^0_{i, k+1}}{EF_i} l_i,$$

где: $S'_{i, k}$ и $S'_{i, k+1}$ — усилия в i -м стержне основной системы, вызванные соответственно $M_k = 1$ и $M_{k+1} = 1$,

$S^0_{i, k}$ — усилие в i -м стержне основной системы от нагрузки,

l_i и F_i — длина и площадь поперечного сечения i -го стержня,

$l'_k = l_k \frac{I_c}{kI_k}$ — так называемая приведенная длина панели пояса фермы,

I_c — произвольный момент инерции (может быть взят любой).

Таким образом, для определения коэффициентов при неизвестных и свободных членов необходимо определить усилия в стержнях основной системы от единичных лишних неизвестных и внешней нагрузки. Усилия могут быть найдены при помощи диаграммы Кремоны.

В случае ферм с неразрезными поясами и шарнирно-присоединенной раскосной или простой треугольной решеткой (без стоек) при расчете вторичных напряжений можно не учитывать влияние продольных сил в стержнях, так как оно невелико, и расчет вести каждого пояса как неразрезной балки, исходя из уравнений трех моментов:

$$M_{k-1} l'_k + 2M_k (l'_k + l'_{k+1}) + M_{k+1} l'_{k+1} + a_{k, m} = 0.$$

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Блейх Ф. Теория и расчет железных мостов. — М ОГИЗ. 1931.
2. Morris J. Loads and bending moments in members of a plane braced frame with rigid joints. — A. R. C. R. and M. 1935. № 1672.

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Температурные напряжения в лонжеронах смешанной конструкции

Случаи возникновения температурных напряжений приведены в табл 52

Таблица 52

Конструкция	Определима в отношении опорных реакций		Неопределима в отношении опорных реакций	
	Внутренне статически определима	Внутренне статически неопределима	Внутренне статически определима	Внутренне статически неопределима
	1	2	3	4
Из одного материала	напряжений нет	напряжений нет	напряжения возникают	напряжения возникают
Смешанная	напряжений нет	напряжения возникают	напряжения возникают	напряжения возникают

При определении температурных напряжений лонжероны смешанной конструкции рассматриваются как фермы с неразрезными поясами и шарнирно прикрепленными раскосами и стойками (фиг 276)

Температурные напряжения учитываются только от действия изгибающих моментов, незначительными напряжениями от продольных сил пренебрегают

Величина температурных напряжений в лонжеронах смешанной конструкции зависит от соотношения упругих констант материалов ферм лонжеронов (коэффициентов линейного расширения и модулей упругости), а также от системы решетки и геометрических размеров лонжерона, причем

а) величина температурных напряжений тем больше, чем больше разнятся между собой упругие константы,

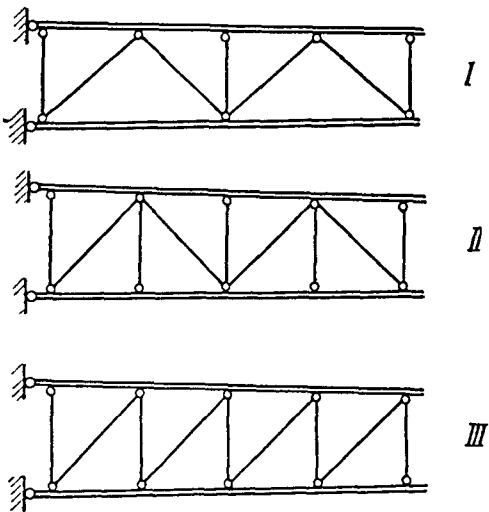
б) увеличение высоты фермы понижает величину температурных напряжений,

в) возрастание моментов инерции поясов вызывает увеличение температурных напряжений в том случае, если высота сечения пояса остается постоянной

Наиболее высокие температурные напряжения появляются в фермах с треугольной решеткой со стойками (фиг 276—I) Несколько меньшие напряжения возникают в фермах с треугольной решеткой со стойками и подвесками (фиг 276—II) Отдельное место занимают фермы раскосной системы (фиг 276—III), в которых температурные напряжения настолько малы, что ими можно пренебречь Таким образом, с точки зрения наименьших температурных напряжений, лонжероны раскосной системы наиболее рациональны

В лонжеронах с треугольной решеткой со стойками, с поясами из стали, а раскосами и стойками из дuralю, при изменении температуры на 80°С температурные напряжения составляют около 10% от напряжений, вызываемых основными расчетными нагрузками

Расчет температурных напряжений можно производить по приводимым ниже приближенным формулам (с точностью до 10%)



Фиг 276

Приближенные формулы для определения температурных напряжений

Условные обозначения

- α_1 — коэффициент линейного расширения поясов,
- α_2 — " " " " решетки,
- E_1 — модуль упругости поясов,
- E_2 — " " " " решетки,
- t — изменение температуры,
- I — момент инерции сечения пояса (верхнего или нижнего),
- l — длина панели верхнего пояса,
- l_h и F_h — длина и площадь сечения стойки,
- l_d и F_d — " " " " раскоса,
- M_a и M_b — изгибающие моменты поясов в узлах a и b , вызываемые равномерным изменением температуры

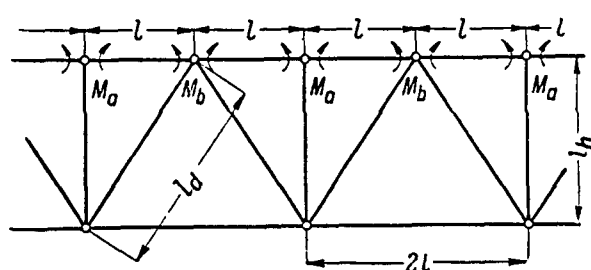
Положительное направление моментов принято согласно фиг 277 и 278,

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad c = \frac{E_1}{E_2}$$

При различных сечениях и длинах двух соседних одноименных элементов в формулы следует подставлять средние значения этих величин
Лонжероны с треугольной решеткой со стойками (фиг 277)

Изгибающими моментами в узлах нижнего пояса, ввиду их малости, пренебрегают

Формула для определения M имеет вид



Фиг 277

$$M_a = -M_b = -\frac{6\alpha_1 t E_2 (1-k) l^3}{\frac{l^3 l_h}{cI} + 20 \frac{l_h^2}{F_h} + 12 \frac{l_d^3}{l_h F_d}}$$

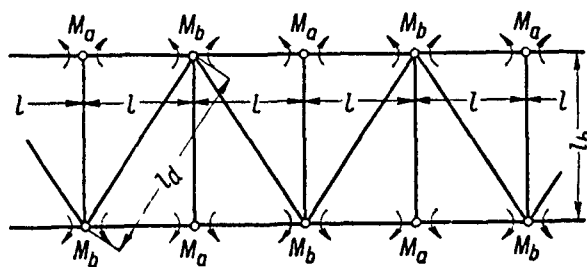
Здесь I — момент инерции верхнего пояса

Для лонжеронов, имеющих пояса из хромомолибденовой стали, а раскосы и стойки из дуралья, значения упругих констант α и E можно принять следующими

Хромомолибденовая сталь $\alpha = 11,3 \cdot 10^{-6}$, $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$

Дураль $\alpha = 22,6 \cdot 10^{-6}$, $E = 7 \cdot 10^5$ "

Лонжероны с треугольной решеткой со стойками и подвесками (фиг 278)



Фиг 278

$$M_a = -M_b = -\frac{6\alpha_1 t E_2 (1-k) l^3}{\frac{l^3 l_h}{cI} + 20 \frac{l_h^2}{F_h} + 24 \frac{l_d^3}{l_h F_d}}$$

Здесь вместо I следует подставлять значения моментов инерции того пояса, в узлах которого определяются изгибающие моменты

Лонжероны с раскосами (фиг. 276, III)

В лонжеронах этого типа с параллельными поясами вовсе не возникают температурные напряжения.

В конструкциях с малым наклоном поясов температурными напряжениями можно пренебречь.

Температурные напряжения в конструкциях с работающей обшивкой

Для простейших элементов: листа, подкрепленного с двух сторон, и листа, подкрепленного по контуру стрингерами, существует приближенное решение, дающее возможность ориентироваться в порядке величин и в картине распределения напряжений в листе.

Для приближенного решения задачи о температурных напряжениях делаются следующие предположения:

- 1) стрингер с листом соединен непрерывно;
- 2) деформации листа и стрингера происходят в плоскости листа;
- 3) напряжения, возникающие в листе, действуют также только в плоскости листа;
- 4) в стрингере возникают только нормальные усилия.

Величина температурных напряжений в смешанных конструкциях зависит от соотношения упругих констант материалов (коэффициентов линейного расширения и модулей упругости), а также от геометрических размеров листа и стрингера.

Нормальные напряжения листа, действующие параллельно стрингеру, возрастают с увеличением разности коэффициентов линейного расширения листа и стрингера и пропорциональны модулю упругости листа.

Напряжения в стрингере пропорциональны разности коэффициентов линейного расширения и модулю упругости стрингера, напряжения в стрингере обратны по знаку напряжениям в пластине.

В случае листа, подкрепленного с двух сторон, приходится решать бигармоническое уравнение следующего вида:

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0,$$

где φ — функция напряжений Эри.

По формулам:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}$$

определяются напряжения в пластине.

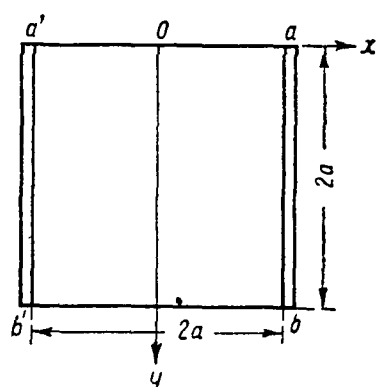
Уравнение решается при следующих контурных условиях:

- а) деформация стрингера и листа в месте прикрепления стрингера к листу одинакова,
- б) изгиб стрингеров отсутствует,
- в) на свободных краях листа, там, где нет стрингеров, отсутствуют нормальные и касательные напряжения.

Для квадратного листа (фиг. 279) получены следующие расчетные формулы максимальных нормальных напряжений в листе и стрингере:

$$\sigma_c = (\alpha_l - \alpha_c) t E_c (1 - k)$$

$$\sigma_l = -(\alpha_l - \alpha_c) t E_l k,$$



Фиг. 279

где α_c — коэффициент линейного расширения стрингера,
 α_l — коэффициент линейного расширения листа,
 E_c — модуль упругости стрингера,
 E_l — модуль упругости листа,

$$k = \frac{45 + 3,7\eta}{45 + 11,2\eta + 0,7\eta^2},$$

$$\eta = \frac{E_l F_l}{E_c F_c},$$

F_c — площадь поперечного сечения стрингера,
 F_l — площадь поперечного сечения листа

Для наиболее употребительных значений $E_c F_c$, $E_l F_l$ можно пользоваться значениями k в зависимости от η , приведенными в табл 53

Т а б л и ц а 53

η	0,25	0,5	0,75	1,00	1,50	2,00
k	0,965	0,925	0,888	0,858	0,812	0,795

Расчетные формулы могут быть использованы при расчете деревянных конструкций, подкрепленных стальными или дуралевыми профилями

Для фанеры можно принять $E_1 = 1 \cdot 10^5$ кг/см² вдоль волокон, $E_2 = 0,45 \cdot 10^5$ кг/см² поперек волокон, $E_3 = 0,16 \cdot 10^5$ кг/см² под углом 45° к волокнам

Соответственно этим трем значениям получаются при понижении температуры на 80° С следующие расчетные формулы для листа

сталь + фанера	дураль + фанера
$\sigma_l = -90,5 k$ [кг/см ²]	$\sigma_l = -180 k$ [кг/см ²] — стрингер вдоль волокон,
$\sigma_l = -40,8 k$ [кг/см ²]	$\sigma_l = -81,5 k$ [кг/см ²] — стрингер поперек волокон,
$\sigma_l = -14,5 k$ [кг/см ²]	$\sigma_l = -29 k$ [кг/см ²] — стрингер под углом в 45°

Максимальное усилие в стрингере при тех же температурных условиях будет

сталь + фанера	$\sigma_c = 2000 (1 - k)$ [кг/см ²],
дураль + фанера	$\sigma_c = 1300 (1 - k)$ [кг/см ²]

Расчетные формулы для максимальных напряжений в стрингере и листе в случае сочетания сталь + дураль при понижении температуры на 80° С могут быть представлены в следующем виде

$$\sigma_c = -2000 (1 - k) \text{ [кг/см}^2\text{]}$$

$$\sigma_l = 650 k \text{ [кг/см}^2\text{]}$$

Если пренебречь появлением касательных напряжений у свободного края листа, то можно воспользоваться более общей формулой подсчета максимальных напряжений в стрингере и листе, годной для прямоугольного листа с любым отношением сторон

$$\sigma_c = \frac{4(\alpha_l - \alpha_c) t E_c}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n \left[1 + \frac{2\pi a}{b\eta} \frac{n (\operatorname{ch} 2\beta a + 1)}{\operatorname{sh} 2\beta a + 2\beta a} \right]}$$

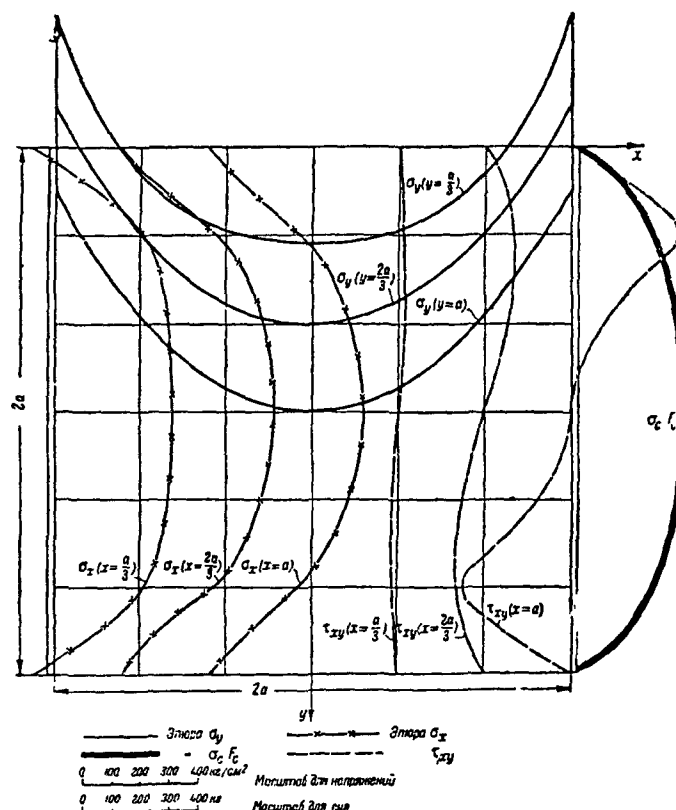
Здесь: $n = 1; 3; 5 \dots$, $2a$ — ширина листа, $2b$ — длина листа,

$$\beta = \frac{n\pi}{2b}.$$

Распределение напряжений в листе и стрингерах указано на фиг. 280 для дуралевого листа $600 \times 600 \times 0,5$ мм, подкрепленного двумя стальными стрингерами, площадью $F_c = 2$ см². Константы материала следующие: $\alpha_c = 11,3 \cdot 10^{-6}$; $\alpha_l = 22,6 \cdot 10^{-6}$; $E_c = 2,1 \cdot 10^6$ кг/см²; $E_l = 0,7 \cdot 10^6$ кг/см².

При изменении температуры на $\pm 100^\circ\text{C}$ в листе возникают максимальные напряжения: нормальные в листе вдоль стрингеров $\sigma_y = \pm 754$ кг/см²; нормальные перпендикулярные стрингерам $\sigma_x = \pm 380$ кг/см²; касательные вдоль стрингера, на расстоянии 20 см от свободного края $\tau = 370$ кг/см². Напряжение в стрингере $\sigma_c = \mp 145$ кг/см².

В качестве средних значений при понижении температуры на 80°C , считая от температуры, при которой производилась сборка, можно принять



Фиг. 280

1) дополнительное напряжение растяжения в дуралевой обшивке при стальных стрингерах или поясах $450-600$ кг/см². Меньшее значение соответствует толщине обшивки в $2,5$ мм, большее — $0,5$ мм (прочие геометрические размеры листа и стрингера сохранены без изменения).

Напряжения сжатия в стрингерах $550-150$ кг/см² (первое при толщине обшивки $2,5$ мм; второе — при $0,5$ мм).

2) Максимальное напряжение сжатия в трехслойной фанере при стальных стрингерах, поставленных вдоль волокон — 85 кг/см², при дуралевых — 150 кг/см².

Напряжения растяжения в стрингере соответственно 130 и 200 кг/см².

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ УПРУГИХ СИСТЕМ

Полная работа внешней силы при статическом действии равна половине произведения полной величины силы на соответствующий ей путь (теорема Клапейрона) и ей равна потенциальная энергия упругого тела

$$U_{11} = \frac{1}{2} \delta_{11} P_1^2,$$

где $\delta_{11} P_1$ — перемещение, вызванное силой P_1

Теорема действительна для любой группы сил (называемой обобщенной силой); в этом случае δ_{11} будет единичной обобщенной координатой и представлять собой множитель обобщенной силы для получения соответствующей работы

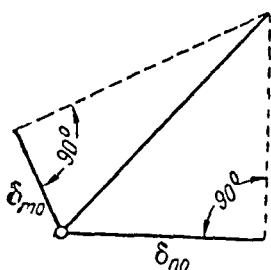
Для обозначения перемещений обычно применяется следующее правило у δ ставится сначала индекс той силы, в точке приложения которой рассматривается перемещение по направлению этой силы, а затем индекс той силы, которой вызвано это перемещение, если последняя равна единице (такое перемещение называется единичным)

Таким образом, δ_{11} означает единичное перемещение в точке приложения силы P_1 по направлению этой силы, вызванное силой $P_1 = 1$,

δ_{12} означает перемещение в точке приложения силы P_1 по направлению этой силы, вызванное силой $P_2 = 1$ и т. д.

Свойства перемещений

Если P_1 — обобщенная сила и δ_{12} — обобщенная координата, то при $P_1 = 1$ работа этой силы при каком-либо возможном перемещении будет выражаться тем же числом, что и обобщенная координата



Фиг 281

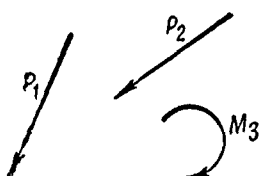
Если для какой-либо точки построены перемещения δ_{m0} и δ_{n0} , то полное перемещение определится по правилу вписанного четырехугольника (фиг 281)

Перемещение δ_{mn} имеет следующую размерность

$$\delta_{mn} = \left[\frac{\text{обобщенная координата силы } P_m}{\text{обобщенная сила } P_n} \right],$$

а перемещение $\delta_{m P_n}$ имеет размерность

$$\delta_{m P_n} = \left[\frac{\text{обобщенная координата силы } P_m \times \text{обобщенная сила } P_n}{\text{обобщенная сила } P_n} \right]$$



Фиг 282

Для случая фиг 282 будет

$$\delta_{12} = [см/кг], \quad \delta_{21} = [см/кг], \quad \delta_{13} = \left[\frac{радиан}{кг см} \right],$$

$$\delta_{1 P} = [см], \quad \delta_{2 P_1} = [см], \quad \delta_{1 M_3} = [радиан]$$

Теорема Максвелла о взаимности перемещений

$$\delta_{12} = \delta_{21}$$

(частные случаи теоремы Бетти, см ниже)

Потенциальная энергия при действии многих сил

При совместном действии двух обобщенных сил потенциальная энергия будет

$$U = U_{11} + U_{22} + U_{12}$$

где U_{12} — работа одной (первой) группы сил вследствие деформации, вызванных действием другой группы сил

При совместном действии нескольких обобщенных (или простых) сил потенциальная энергия может быть представлена в виде

$$U = \frac{1}{2} \delta_{11} P_1^2 + \frac{1}{2} \delta_{22} P_2^2 + \dots + \frac{1}{2} \delta_{nn} P_n^2 + \delta_{12} P_1 P_2 + \delta_{13} P_1 P_3 + \dots + \delta_{n-1, n} P_{n-1} P_n$$

Суммарные (г е вызванные всеи нагрузкой) обобщенные координаты будут

$$\Delta_1 = \delta_{11} P_1 + \delta_{12} P_2 + \dots + \delta_{1n} P_n,$$

$$\Delta_2 = \delta_{21} P_1 + \delta_{22} P_2 + \dots + \delta_{2n} P_n,$$

$$\Delta_n = \delta_{n1} P_1 + \delta_{n2} P_2 + \dots + \delta_{nn} P_n$$

Погенциальная энергия такой системы может быть представлена через суммарные обобщенные координаты в виде

$$U = \frac{1}{2} \Delta_1 P_1 + \frac{1}{2} \Delta_2 P_2 + \dots + \frac{1}{2} \Delta_n P_n$$

или в виде

$$U = \alpha_{11} \Delta_1^2 + \alpha_{22} \Delta_2^2 + \dots + \alpha_{nn} \Delta_n^2 + \alpha_{12} \Delta_1 \Delta_2 + \alpha_{13} \Delta_1 \Delta_3 + \dots + \alpha_{n-1, n} \Delta_{n-1} \Delta_n,$$

где α_{11} , α_{12} — коэффициенты, независщие от сил и являющиеся лишь функциями единичных перемещений

Основные теоремы

Частные производные от энергии по обобщенной координате равны обобщенной силе

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_1} = P_1, \quad \frac{\partial U}{\partial \Delta_2} = P_2, \quad \frac{\partial U}{\partial \Delta_3} = P_3$$

Эта теорема Лагранжа имеет место и в том случае, когда конструкция не следует закону Гука

Теорема Кастильяно

Частная производная от энергии по обобщенной силе равна обобщенной координате

$$\frac{\partial U}{\partial P_1} = \Delta_1, \quad \frac{\partial U}{\partial P_2} = \Delta_2, \quad \frac{\partial U}{\partial P_3} = \Delta_3$$

Теорема Кастильяно имеет место лишь тогда, когда конструкция следует закону Гука, и, следовательно, энергия, представляет собой квадратичную функцию изменения обобщенной координаты

Теорема Бетти

Если система нагружена сначала одной системой сил (I состояние), а затем второй системой (II состояние), то работа сил первого состояния на соответственных перемещениях второго состояния равна работе сил второго состояния на соответственных перемещениях первого состояния:

$$U_{12} = U_{21}$$

В частном случае одной силы, действующей сначала в направлении первого состояния, а затем в направлении второго состояния, имеет место равенство:

$$\delta_{12} = \delta_{21} \text{ (теорема Максвелла)}$$

Начало наименьшей работы

Лишние неизвестные в статически неопределимых системах принимают такие значения, при которых потенциальная энергия всей системы получает наименьшее значение, т. е.

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0; \dots \quad \frac{\partial U}{\partial X_n} = 0,$$

где $X_1, X_2, \dots$ — лишние неизвестные,
 n — число лишних неизвестных.

Формула Мора для определения перемещений

Перемещение любой точки стержневой системы выражается формулой

$$\delta_{mn} = \sum \int \frac{M_{кр m} M_{кр n}}{C} ds + \sum \int \frac{M_{из m} M_{из n}}{EI} ds + \\ + \sum \int \frac{S_m S_n}{EF} ds + \sum \int \frac{k Q_m Q_n}{GF} ds,$$

где $M_{кр m}, M_{из m}, S_m$ и Q_m — скручивающий момент, изгибающий момент, осевая сила и перерезывающая сила, вызванные в любом стержне силой, равной единице, приложенной в той точке и по тому направлению, по которому отыскивается перемещение.
 $M_{кр n}, M_{из n}, S_n$ и Q_n — скручивающий момент, изгибающий момент, осевая сила и перерезывающая сила, вызывающие определяемое перемещение.

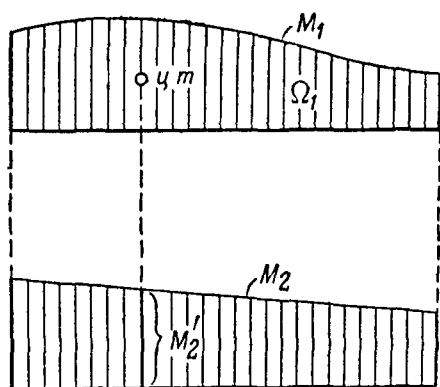
Знак $\sum$ показывает, что суммируются интегралы, взятые по всем стержням системы.

Практически не приходится пользоваться всеми интегралами, так как или величины части из них оказываются очень малыми, или действует лишь одного вида нагрузка.

Значения интегралов Мора для случая изгиба стержней даны в табл. 54.

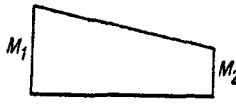
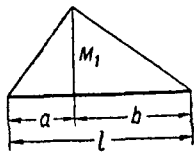
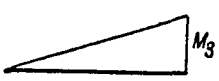
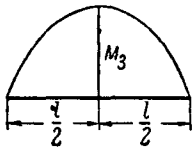
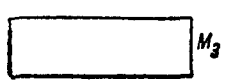
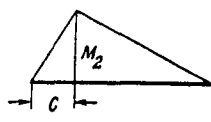
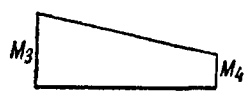
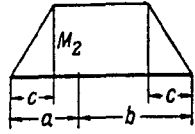
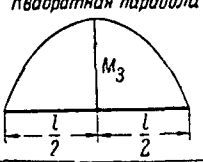
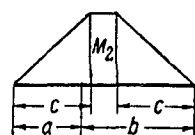
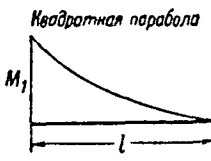
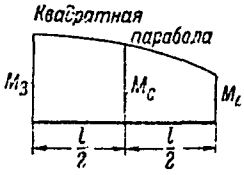
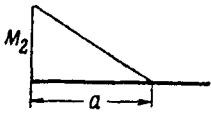
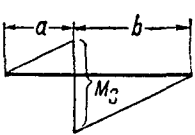
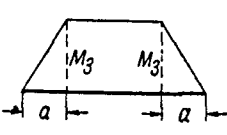
Если одна из эпюр моментов прямолинейна, то значение интеграла Мора равно произведению площади криволинейной эпюры на ординату прямолинейной эпюры, соответ-

ствующую абсциссе, равной абсциссе центра тяжести криволинейной эпюры (фиг. 283).



Фиг. 283

Таблица 54

Эпюра M_n	$\int M_m M_n dx$	Эпюра M_n	$\int M_m M_n dx$
			
	$\frac{1}{6} (M_1 + 2M_2) M_3 l$	 <i>Квадратная парабола</i>	$\frac{1}{3} M_1 M_3 \left[1 + \frac{a}{l} - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] l$
	$\frac{1}{2} (M_1 + M_2) M_3 l$		$\frac{1}{6} M_1 M_2 l \left[2 - \frac{(a-c)^2}{ac} \right]$
	$\frac{l}{6} (2M_1 M_3 + 2M_2 M_4 + M_1 M_4 + M_2 M_3)$		$\frac{1}{6} M_1 M_2 l \left(3 - \frac{c^2}{ab} \right)$
 <i>Квадратная парабола</i>	$\frac{1}{3} M_3 (M_1 + M_2) l$		$\frac{1}{6} M_1 M_2 l \left(3 \frac{l-c}{b} - \frac{a^2}{bc} \right)$
 <i>Квадратная парабола</i>	$\frac{1}{12} M_3 (3M_1 + M_2) l$	 <i>Квадратная парабола</i>	
 <i>Квадратная парабола</i>	$\frac{1}{6} [M_1 (M_3 + 2M_c) + M_2 (2M_c + M_4)] l$		$\frac{1}{12} M_1 M_2 a \left[2 + \left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 \right]$
 <i>Кубическая парабола</i>	$\frac{1}{20} M_3 (4M_1 + M_2) l$		
	$\frac{1}{6} M_3 \left[M_2 \left(1 - \frac{3a^2}{l^2} \right) - M_1 \left(1 - \frac{3b^2}{l^2} \right) \right] l$		
	$\frac{1}{2} M_3 (M_1 + M_2) (l - a)$		

Решение статически неопределимых систем

Решение статически неопределимых систем с n неизвестными сводится в общем случае к решению n канонических уравнений

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \dots + \delta_{1n} X_n = K_1,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \dots + \delta_{2n} X_n = K_2,$$

$$\delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \delta_{n3} X_3 + \dots + \delta_{nn} X_n = K_n$$

В этих уравнениях, согласно теореме Бетти

$$\delta_{mn} = \delta_{nm}$$

Для численного решения этой системы уравнений при большом их числе применяют обычно так называемый алгоритм Гаусса (табл. 55)

Ход решения следующий. В первой строке выписываются значения $\delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{1n}$ и коэффициенты $\alpha_{12} = -\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}, \alpha_{13} = -\frac{\delta_{13}}{\delta_{11}}, \dots, \alpha_{1n} = -\frac{\delta_{1n}}{\delta_{11}}$. Затем во второй строке вписывают сверху значения $\delta'_{22}, \delta'_{23}, \dots, \delta'_{2n}$, а под ними соответственно значения $\alpha_{12} \delta_{12}, \alpha_{12} \delta_{13}, \dots, \alpha_{12} \delta_{1n}$, оставляя незаполненной клетку первого столбца. В следующей строке выписываются значения (коэффициенты новых уравнений) суммы двух чисел, стоящих в предыдущей строке, так что

$$\delta'_{22} = \delta_{22} + \alpha_{12} \delta_{12},$$

$$\delta'_{23} = \delta_{23} + \alpha_{12} \delta_{13},$$

Аналогично составляется строка III

$$\delta'_{33} = \delta_{33} + \alpha_{13} \delta_{13} + \alpha_{23} \delta'_{23}$$

$$\delta'_{34} = \delta_{34} + \alpha_{13} \delta_{14} + \alpha_{23} \delta'_{24},$$

В каждом из уравнений I, II, ..., N, представленных соответствующими строками в таблице, последующее содержит на одно неизвестное меньше, нежели предыдущее.

Последнее уравнение содержит лишь одно неизвестное, которое из него и определяется. Затем из предпоследнего определяется еще одно неизвестное и т. д.

Для проверки служат тождества (графа Σ)

$$\Sigma'_2 = \Sigma_2 + \alpha_{12} \Sigma_1 = \delta'_{22} + \delta'_{23} + \dots + \delta'_{2n},$$

$$\Sigma'_3 = \Sigma_3 + \alpha_{13} \Sigma_1 + \alpha_{23} \Sigma'_2 = \delta'_{33} + \delta'_{34} + \dots + \delta'_{3n},$$

Для решения трехчленных уравнений служат упрощенные схемы (табл. 56)

Таблица 55

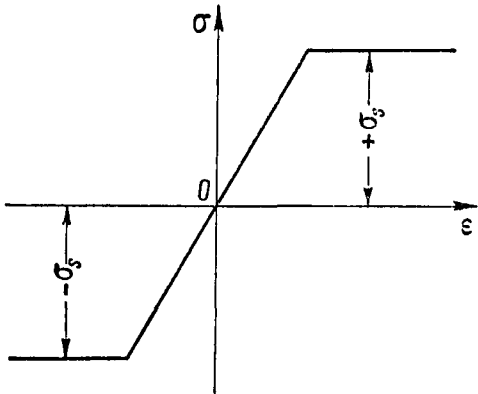
Урав- нения	X_1	X_2	X_3	X_4		X_l		X_n	Множители						Σ	K
									α_{k2}	α_{k3}	α_{k4}	α_{k5}		α_{kn}		
I	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}		δ_{1l}		δ_{1n}	$\alpha_{12} =$ $= -\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}$	$\alpha_{13} =$ $= -\frac{\delta_{13}}{\delta_{11}}$	$\alpha_{14} =$ $= -\frac{\delta_{14}}{\delta_{11}}$	$\alpha_{15} =$ $= -\frac{\delta_{15}}{\delta_{11}}$		$\alpha_{1n} =$ $= -\frac{\delta_{1n}}{\delta_{11}}$	Σ_1	K_1
2 α_{12} I		δ_{22} $\alpha_{12} \delta_{12}$	δ_{23} $\alpha_{12} \delta_{13}$	δ_{24} $\alpha_{12} \delta_{14}$		δ_{2l} $\alpha_{12} \delta_{1l}$		δ_{2n} $\alpha_{12} \delta_{1n}$							Σ_2 $\alpha_{12} \Sigma_1$	K_2 $\alpha_{12} K_1$
II		δ'_{22}	δ'_{23}	δ'_{24}		δ'_{2l}		δ'_{2n}		$\alpha_{23} =$ $= -\frac{\delta'_{23}}{\delta'_{22}}$	$\alpha_{24} =$ $= -\frac{\delta'_{24}}{\delta'_{22}}$	$\alpha_{25} =$ $= -\frac{\delta'_{25}}{\delta'_{22}}$		$\alpha_{2n} =$ $= -\frac{\delta'_{2n}}{\delta'_{22}}$	Σ'_2	K'_2
3 α_{13} I α_{23} II			δ_{33} $\alpha_{13} \delta_{13}$ $\alpha_{23} \delta'_{23}$	δ_{34} $\alpha_{13} \delta_{14}$ $\alpha_{23} \delta'_{24}$		δ_{3l} $\alpha_{13} \delta_{1l}$ $\alpha_{23} \delta'_{2l}$		δ_{3n} $\alpha_{13} \delta_{1n}$ $\alpha_{23} \delta'_{2n}$							Σ_3 $\alpha_{13} \Sigma_1$ $\alpha_{23} \Sigma'_2$	K_3 $\alpha_{13} K_1$ $\alpha_{23} K'_2$
III			δ'_{33}	δ'_{34}		δ'_{3l}		δ'_{3n}			$\alpha_{34} =$ $= -\frac{\delta'_{34}}{\delta'_{33}}$	$\alpha_{35} =$ $= -\frac{\delta'_{35}}{\delta'_{33}}$		$\alpha_{3n} =$ $= -\frac{\delta'_{3n}}{\delta'_{33}}$	Σ'_3	K'_3
4 α_{14} I α_{24} II α_{34} III				δ_{44} $\alpha_{14} \delta_{14}$ $\alpha_{24} \delta'_{24}$ $\alpha_{34} \delta'_{34}$		δ_{4l} $\alpha_{14} \delta_{1l}$ $\alpha_{24} \delta'_{2l}$ $\alpha_{34} \delta'_{3l}$		δ_{4n} $\alpha_{14} \delta_{1n}$ $\alpha_{24} \delta'_{2n}$ $\alpha_{34} \delta'_{3n}$							Σ_4 $\alpha_{14} \Sigma_1$ $\alpha_{24} \Sigma'_2$ $\alpha_{34} \Sigma'_3$	K_4 $\alpha_{14} K_1$ $\alpha_{24} K'_2$ $\alpha_{34} K'_3$
IV				δ'_{44}		δ'_{4l}		δ'_{4n}							Σ'_4	K'_4
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
N								δ'_{nn}							Σ'_n	K'_n

Т а б л и ц а 56

№ уравнения	X_1	X_2	X_3	X_4		Множители	Σ	Свободные члены
I	δ_{11}	δ_{12}					Σ_1	K_1
2 α_1 I		δ_{22} $\alpha_1 \delta_{12}$	δ_{23}			$\alpha_1 = -\frac{\delta_{21}}{\delta_{11}}$	Σ_2 $\alpha_1 \Sigma_1$	K_2 $\alpha_1 K_1$
II		δ'_{22}	δ_{23}				Σ_{II}	K_{II}
3 α_2 II			δ_{33} $\alpha_2 \delta_{23}$	δ_{34}		$\alpha_2 = -\frac{\delta_{32}}{\delta'_{22}}$	Σ_3 $\alpha_2 \Sigma_{II}$	K_3 $\alpha_2 K_{II}$
III			δ'_{33}	δ_{34}			Σ_{III}	K_{III}
4 α_3 III				δ_{44} $\alpha_3 \delta_{34}$	δ_{45}	$\alpha_3 = -\frac{\delta_{43}}{\delta'_{33}}$	Σ_4 $\alpha_3 \Sigma_{III}$	K_4 $\alpha_3 K_{III}$
IV				δ'_{44}	δ_{45}		Σ_{IV}	K_{IV}
N							Σ_N	K_N

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ ЗА ПРЕДЕЛОМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

Коэффициент безопасности конструкции, применяемый в обычных расчетах, иногда существенно отличается от действительного, ибо не учитывает особенности сопротивления материала за пределом текучести. Знание всей работы материала позволяет точнее рассчитывать конструкцию и оценивать результаты статических испытаний. Изложенные ниже расчетные данные являются ориентировочными и приводятся для ознакомления конструкторов и расчетчиков с новейшими методами строительной механики в области „статики разрушения“.



Фиг. 284

В конструкциях, состоящих из многих элементов, при переходе одним элементом предела текучести, не всегда исчерпывается несущая способность. Для подсчета полной несущей способности предполагают, что диаграмма материала следует идеализированному графику Прандтля (фиг. 284), в котором пренебрегают всей частью диаграммы материала, лежащей выше горизонта, соответствующей пределу текучести. Экспери-

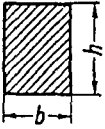
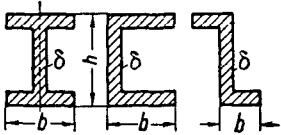
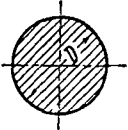
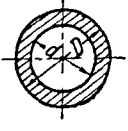
ментальные исследования показали, что подобное допущение не ведет к большим ошибкам. Если стержень имеет неравномерное распределение напряжений по сечению (кручение, изгиб), то предполагают, что сначала образуется некоторая зона пластических деформаций, которая постепенно захватывает, по нагружению, все поперечное сечение. При изгибе, например, балки из мягкой стали, имеет место последовательное изменение распределения напряжений по сечению, три стадии которого показаны на фиг. 285 (сечение предполагается симметричным относительно нейтральной оси).

Вначале только крайнее волокно достигает предела текучести (фиг. 285, а), затем следующие (фиг. 285, б) и так далее, пока все сечение не представит совокупность двух зон, одной растянутой, другой сжатой, причем соответственно в каждой зоне напряжения постоянны (фиг. 285, в).

Таким образом, максимальный изгибающий момент получается выше подсчитанного по обычной теории.

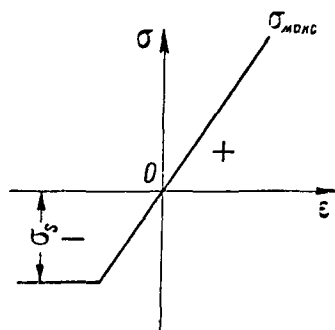
В табл. 57 приведены формулы $M_{\text{макс}}$ для некоторых частных случаев.

Таблица 57

Сечение	$M_{\text{макс}}$
	$M_{\text{макс}} = 1,5 W \sigma_s$
	$M_{\text{макс}} \approx 1,15 W \sigma_s$
	$M_{\text{макс}} = \frac{16}{3\pi} W \sigma_s \approx 1,70 W \sigma_s$
	$M_{\text{макс}} \approx 1,70 \frac{\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^3\right] W}{\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]} \sigma_s$ Для тонкостенных труб $M_{\text{макс}} \approx 1,25 W \sigma_s$

Здесь W — момент сопротивления сечения, определяемый как при обычном расчете.

Для поперечного сечения любой формы (при распределении напряжений аналогично фиг. 285, с) максимальный изгибающий момент равен:



Фиг. 286

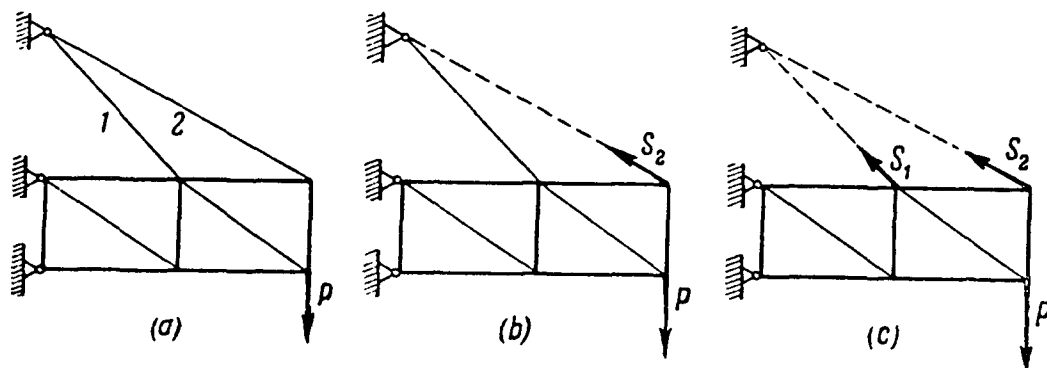
$$M = \sigma_s (S_b + S_n),$$

где: S_b — статический момент площади сечения, расположенной над прямой, делящей пополам площадь поперечного сечения.
 S_n — статический момент площади сечения, расположенной под прямой, делящей пополам площадь поперечного сечения.

(Для дерева также имеет место пластическая зона. Диаграмма дерева имеет, примерно, вид фиг. 286; стр. 275).

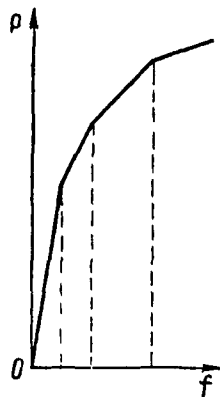
Расчет статически неопределимых ферм за пределом пропорциональности

Для определения несущей способности ферм сначала рассчитывают систему по обычным методам строительной механики и получают усилия во всех стержнях. Если ни один из стержней не теряет устойчивости (этот случай см. стр. 273), то тот из них, в котором напряжение наибольшее,



Фиг. 287

при определенной нагрузке первым достигнет предела текучести. Тогда считают усилие в нем постоянным ($S = \sigma_s F$) и систему рассматривают без этого стержня, заменяя его действие узловыми нагрузками S , т. е. уменьшая число лишних неизвестных на единицу. Затем продолжают расчет системы, пока не приходят к статически определимой системе.



Фиг. 288

Если в ферме, показанной на фиг. 287, первым перейдет предел текучести стержень 2, то его действие заменяется силой S_2 , и если потом переходит предел текучести стержень 1, то и его действие заменяется соответствующей силой S_1 .

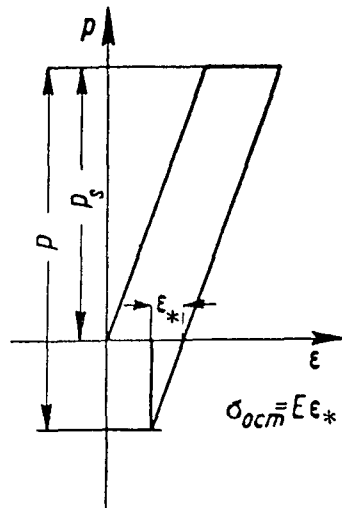
На фиг. 287, с показана окончательная схема фермы.

Перемещения узлов фермы могут быть определены любым способом, применяемым в строительной механике.

График зависимости деформаций от нагрузки для случая трех лишних неизвестных имеет вид, показанный на фиг. 288.

Основная диаграмма фиг. 284 может служить исходной для определения остаточных напряжений в ферме при удалении внешних сил.

На фиг. 289 через P_s обозначена внешняя нагрузка на ферму, при которой один из стержней переходит предел текучести, а через P — некоторая внешняя нагрузка, большая чем P_s . На этом же чертеже показано графическое определение остаточного напряжения стержня в системе.



Фиг. 289

Расчет сжатых стержней в фермах

Если шарнирно опертый стержень теряет устойчивость, не переходя при этом предела текучести, то расчет производится, исходя из того, что продольное усилие в нем после потери устойчивости остается постоянным, а напряжения в нем растут вследствие появления и резкого увеличения прогибов и возникновения больших изгибающих моментов. Стержень можно с некоторым запасом считать работающим до того момента, когда наибольшее напряжение достигнет предела текучести.

Напряжение в наиболее удаленном от нейтральной оси волокне для любой нагрузки на конструкцию, большей той, при которой стержень теряет устойчивость, определяется по формуле:

$$\sigma = \sigma_{кр} \left[1 + 2 \frac{e}{i} \sqrt{m \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right)} \right] = k \sigma_{кр}.$$

В этой формуле:

e — расстояние от нейтральной линии до максимально удаленного волокна;

i — радиус инерции в плоскости выпучивания стержня;

$$m = \frac{P - P_{кр}}{P_{кр}},$$

где P — внешняя нагрузка,

$P_{кр}$ — внешняя нагрузка, при которой данный стержень теряет устойчивость;

$$\frac{\beta}{\alpha} = \delta_{11} \frac{EF}{l},$$

где E — модуль упругости стержня,

F — площадь его поперечного сечения,

l — длина стержня,

δ_{11} — перемещение в направлении стержня под действием единичной силы, совпадающей с направлением стержня;

$\frac{\beta}{\alpha}$ есть отношение жесткости стержня к жесткости всей остальной системы в его направлении.

Отношение $\frac{e}{i}$ для наиболее употребительных сечений имеет следующие значения: для прямоугольника 1,73, для круга 2, для тонкостенной трубы 1,41.

Максимальный прогиб (посредине стержня) определяется для труб по формуле (имея в виду, что $i \approx 0,355 D_{ср}$):

$$f_{\max} = \frac{1}{4} D_{ср} (k - 1),$$

где $D_{ср}$ — средний диаметр трубы.

Максимальное значение k для труб можно взять из табл 58

Таблица 58

	Дураль	С т а л ь				
σ_p [кг/см ²]	1 800	2 600	4 000	6 000	8 000	10 000
$k_{\text{макс}}$	$0,00026 \left(\frac{l}{t}\right)^2$	$0,00013 \left(\frac{l}{t}\right)^2$	$0,0002 \left(\frac{l}{t}\right)^2$	$0,0003 \left(\frac{l}{t}\right)^2$	$0,0004 \left(\frac{l}{t}\right)^2$	$0,0005 \left(\frac{l}{t}\right)^2$

Расчет металлических балок с учетом пластических деформаций

Расчет балок с учетом пластичности основан на диаграммах фиг 284 и 285 В табл 57 даны значения максимального изгибающего момента Для определения прогибов в случае прямоугольного сечения служит дифференциальное уравнение

$$z'' = \frac{M_s}{EI} \frac{1}{\sqrt{3 - \frac{2M}{M_s}}},$$

где

$$M_s = \frac{bh^2}{6} \sigma_s,$$

M — изгибающий момент в рассматриваемом сечении

Максимальные прогибы при полном использовании несущей способности балки (фиг 285, с)

Балка на двух опорах

а) Постоянный момент по длине

Максимальный прогиб будет

$$z_{\text{макс}} = \frac{M_s l^2}{8 EI \sqrt{3 - \frac{2M}{M_s}}}$$

(При $M = M_{\text{макс}}$ прогиб делается равным бесконечности Этот результат объясняется тем, что все сечения балки исчерпывают свою несущую способность одновременно, не поддерживают друг друга и равновесие внешних и внутренних сил неустойчиво)

б) Сосредоточенная сила P посередине

Максимальный прогиб будет

$$z_{\text{макс}} = \frac{M_s^3}{3 P^2 EI} \left[20 - \left(12 + \frac{Pl}{M_s} \right) \sqrt{3 - \frac{Pl}{2M_s}} \right]$$

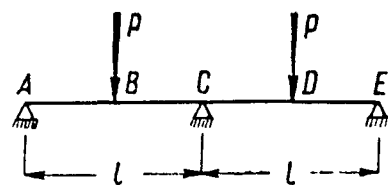
Определение максимальных изгибающих моментов

Расчет многоопорных балок ведется по следующей схеме определяют обычными способами (уравнениями трех моментов) опорные моменты В том сечении, где момент достигает наибольшей величины, принимают этот момент равным максимальному (при котором исчерпывается несущая способность сечения) Тогда в этом сечении появляется как-бы шарнир, в котором действует постоянный момент Как и в случае ферм, число лишних неизвестных также уменьшается на одно Дальнейший расчет аналогичен расчету ферм и основан на последовательном уменьшении числа неизвестных В качестве примера ниже приводятся два случая определения максимального момента ($M_{\text{макс}}$)

Балка на трех опорах. Пролеты нагружены одинаковыми силами посередине (фиг. 290). В области упругих деформаций опорные моменты равны:

$$M_C = \frac{3}{16} Pl,$$

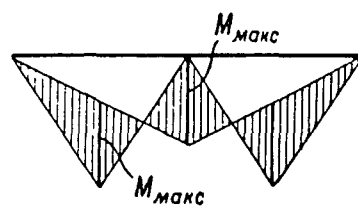
$$M_B = M_D = \frac{Pl}{4} - \frac{3Pl}{32} = \frac{5}{32} Pl.$$



Для определения полной несущей способности служит равенство, основанное на том, что в точках C, B и D моменты должны быть одинаковы и равны $M_{\text{макс}}$:

$$\frac{Pl}{4} - \frac{M_{\text{макс}}}{2} = M_{\text{макс}};$$

$$P = \frac{6 M_{\text{макс}}}{l}$$



Фиг. 290

Балка на трех опорах. Равномерная нагрузка по всей длине балки. В левом пролете при полном исчерпании несущей способности должно быть:

$$M = \frac{qx}{2}(l-x) - \frac{M_{\text{макс}} x}{l};$$

$$\frac{dM}{dx} = \frac{ql}{2} - qx - \frac{M_{\text{макс}}}{l} = 0.$$

Последнее уравнение служит для определения абсциссы максимального момента в пролете, который должен быть равным $M_{\text{макс}}$:

$$x_m = \frac{l}{2} - \frac{M_{\text{макс}}}{ql}$$

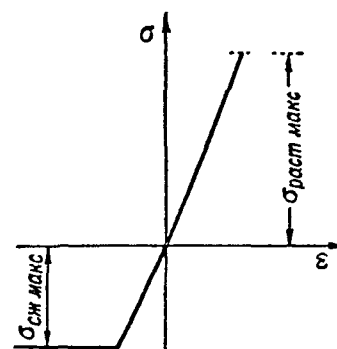
$$\frac{q}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{M_{\text{макс}}}{ql} \right) \left(\frac{l}{2} + \frac{M_{\text{макс}}}{ql} \right) - \frac{M_{\text{макс}}}{l} \left(\frac{l}{2} - \frac{M_{\text{макс}}}{ql} \right) = M_{\text{макс}}$$

$$\frac{ql^2}{8} = 1,457 M_{\text{макс}}.$$

Расчет деревянных балок на изгиб

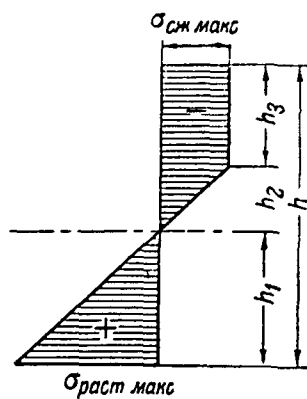
Диаграмма Клапейрона для дерева имеет вид, показанный на фиг. 291: материал при растяжении следует линейному закону практически до разрушения, а при сжатии имеет почти пластическую зону. Поэтому расчет деревянных балок на изгиб имеет свои особенности.

При расчете исходят из распределения напряжений по сечению, которое соответствует переходу сжатой зоны в область пластических деформаций (фиг. 292). Из условий равенства суммы сил в сечении нулю и момента внутренних сил—моменту внешних сил получаются формулы для определения основных расчетных величин. Напряжение изгиба, если его опреде-



Фиг. 291

лечь по обычной формуле $\sigma = \frac{M}{W}$, является величиной переменной, колеблющейся от $\sigma_{сж макс}$ ($\approx \sigma_{b сж}$) до своего максимального значения, зависящего от $\sigma_{p макс}$ ($\approx \sigma_{b p}$), $\sigma_{сж макс}$ и от формы поперечного сечения



Фиг 292

Прямоугольное сплошное сечение

Если обозначить через η отношение

$$\eta = \frac{\sigma_{b p}}{\sigma_{b сж}},$$

то

$$\frac{M_{макс}}{W} = \sigma_{сж макс} \mu_{макс},$$

где

$$\mu_{макс} = \frac{3\eta_{макс} - 1}{\eta_{макс} + 1}.$$

Величина $\mu_{макс}$ представляет собой отношение максимального изгибающего момента к изгибающему моменту в начале образования пластической зоны

$$M_0 = \sigma_{сж макс} W$$

Если через μ обозначить любое отношение $\frac{M}{M_0}$, где $M > M_0$, то можно определить все необходимые значения расчетных величин, а именно.

$$\frac{h_1}{H} = \frac{(1 + \mu)(3 - \mu)}{8} = \frac{2\eta}{(1 + \eta)^2},$$

$$\frac{h_2}{H} = \frac{(3 - \mu)^2}{8} = \frac{2}{(1 + \eta)^2},$$

$$\frac{h_3}{H} = \frac{\mu - 1}{2} = \frac{\eta - 1}{\eta + 1},$$

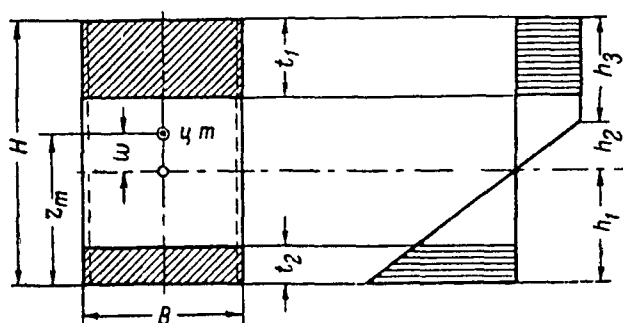
где

$$\eta = \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} = \frac{1 + \mu}{3 - \mu},$$

$$\mu = \frac{3\eta - 1}{\eta + 1}$$

Коробчатое сечение

Если толщину стенок включить в ширину полков и не учитывать стенки между полками (фиг 293), то формулы для расчета лонжеронов получатся следующие (при условии, что $t_1 < h_3$ и $t_2 < h_1$)



Фиг 293

$$h_1 = \frac{0,5 \alpha^2 t_1}{\eta \alpha - 1} = \frac{\eta t_2^2}{2(\eta t_2 - t_1)},$$

$$h_2 = \frac{0,5 \alpha^2 t_1}{(\eta \alpha - 1)} = \frac{t_2^2}{2(\eta t_2 - t_1)},$$

где

$$\alpha = \frac{t_2}{t_1},$$

$$\frac{h_3}{H} = 1 - (1 + \eta) \frac{h_2}{H} = H - \frac{(\eta + 1) t_2^2}{2(\eta t_2 - t_1)},$$

$$z_m = \frac{2 H t_1 - t_1^2 + t_2^2}{2 (t_1 + t_2)}, \quad w = \frac{(\eta t_2 - t_1) (2 H t_1 - t_1^2) - t_1 t_2^2 (\eta + 1)}{2 (t_1 + t_2) (\eta t_2 - t_1)}$$

(w — расстояние от нейтральной оси до центра тяжести сечения)
Разрушающий изгибающий момент определяется по формуле

$$M_{\text{макс}} = \frac{B H^2}{6} (6 H t_1 - 3 t_1^2 + \eta t_2^2 - 4 t_1 t_2) \sigma_{b \text{ сж}}$$

Величины $\sigma_{b \text{ сж}}$ и $\sigma_{b \text{ р}}$ для различных пород дерева приведены в табл 61
О расчете стенок см стр 250

Расчет коробчатых лонжеронов можно производить по обычной формуле

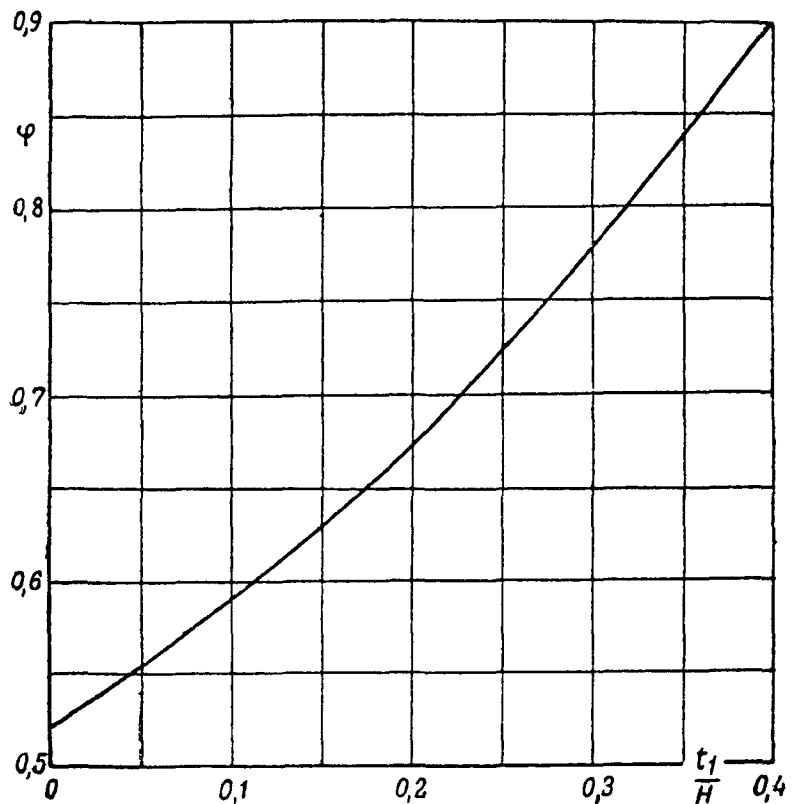
$$\sigma = \frac{M}{W}$$

причем

$$\sigma \leq \varphi \sigma_{b \text{ пз}},$$

где значение φ берется из графика фиг 294, а $\sigma_{b \text{ пз}}$ — из табл 61 (стр 323).

Между результатами подсчета обоими способами может быть некоторое расхождение, которое объясняется несоответствием принятой теории распределения напряжений по сечению принятым величинам σ_b в табл 61 (стр 323)



Фиг 294

БИБЛИОГРАФИЯ

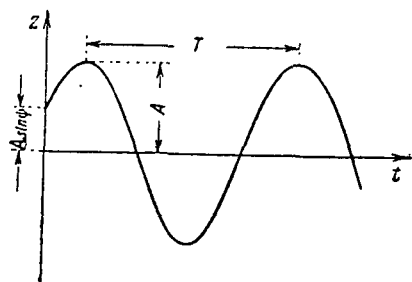
1. Grüning M Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung —B Springer, 1926
2. Fritsche I Die Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Verformungsvermögens —Bauingenieur 1930, № 49, p 851—855, № 50, p 873—874, № 51, p 888—893
3. Рабинович И М Об устойчивости стержней в статически неопределимых конструкциях М—Л Гострансиздат, 1932
4. Лурье М Л О работе статически неопределимых ферм —Отчет о работах 1-и Всесоюзной конференции по прочности авиаконструкций 1934 Вып 1, стр 69—72
5. Труды Конференции по пластическим деформациям М—Л Изд Акад Наук СССР, 1938
6. Prager W Über die Querschnittsbemessung Zweigurtiger Holzholme „ZFM“ Mnch 1933 Okt 14, V XXIV № 19 p 521—523, 9 ill
7. Naleszkiewicz J La resistance des longerons de pin flechis Warszawa Sprawozdania 1934 № 2 p 5—143, 99 ill Bibliogr 20 №№
8. Белянкин Ф П Исследование прочности древесины Труды II Всесоюзной конференции по прочности авиаконструкции М Изд ЦАГИ, 1935, № 2 стр 106—119, 19 илл
9. Дубровин А А, Макаров С Я, Суздальцев Я Я и др Справочная книга по расчету самолета на прочность М—Л ОНТИ, 1937

РАСЧЕТ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ВИБРАЦИИ И УДАР

Если упругая система будет выведена из положения равновесия каким-либо импульсом, то под действием упругих и инерционных сил система может совершать лишь вполне определенные периодические колебания. Эти колебания называются собственными или свободными колебаниями.

Влияние небольшого сопротивления (внутренний гистерезис, сопротивление среды) на частоту собственных колебаний весьма незначительно, поэтому при вычислении частоты собственных колебаний не считаются с наличием сил сопротивления; вместе с тем, даже малое сопротивление весьма интенсивно гасит колебания.

Почти все колебательные движения могут быть довольно точно описаны так называемым синусоидальным, или гармоническим колебательным движением.



Фиг. 295

Движение какой-либо точки, отвечающее уравнению:

$$z = A \sin(p t + \psi),$$

называется простым гармоническим колебанием (фиг. 295). Величина A характеризует размах колебания и называется амплитудой колебания; величина ψ называется начальной фазой колебания, p — круговой частотой; t есть время.

Круговая частота p есть число циклов колебания, укладывающихся в 2π секунд.

Продолжительность полного цикла колебания

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

называется периодом колебания.

Круговая частота выражается через период следующим образом:

$$p = \frac{2\pi}{T}.$$

От круговой частоты можно перейти к частоте ν (число колебаний в единицу времени)

$$\nu = \frac{p}{2\pi}.$$

Частота ν измеряется в единицах, носящих название герц (гц).

Герц — одно колебание в секунду.

Таким образом, продолжительность одного колебания можно определять либо периодом T , либо частотой ν , либо круговой частотой p .

Простое гармоническое колебание совершает груз, подвешенный на невесомом упругом стержне. Дифференциальное уравнение движения груза следующее:

$$z'' + p^2 z = 0,$$

где

$$p^2 = \frac{wg}{P} = \frac{w}{m},$$

w — упругая постоянная стержня; она равна силе, которая сообщает стержню удлинение, равное единице длины,

g — ускорение свободного падения,

P — вес груза,

m — масса груза.

Уравнение движения груза следующее:

$$z = A \sin(pt + \psi).$$

Простое гармоническое колебание совершает также груз, подвешенный в любой точке свободно опертой невесомой балки постоянного сечения, в плоскости одной из главных осей сечения. Квадрат круговой частоты этого колебания равен:

$$p^2 = \frac{3 l E I g}{P c^2 (l - c)^3},$$

где E — модуль упругости,

I — момент инерции поперечного сечения,

l — длина балки,

c — расстояние груза до одной из опор (любой).

Частота колебаний груза, подвешенного к любой упругой невесомой системе, определяется по формуле:

$$p^2 = \frac{g}{f_{ст}},$$

где $f_{ст}$ — перемещение точки подвеса груза, если его приложить статически.

Приближенно эта формула заменяется формулой:

$$\nu = \frac{5}{\sqrt{f_{ст}}} [g\mu].$$

(Здесь $f_{ст}$ — в см.)

Во всех этих случаях колебания совершаются относительно положения равновесия при статической нагрузке.

Частота крутильных колебаний невесомого вала постоянного сечения, один конец которого зашпелен, а к другому подвешен диск с моментом инерции массы относительно оси вала J определяется по формуле:

$$p^2 = \frac{G I_p}{J l},$$

где $I_p = \frac{\pi D^4}{32}$ — полярный момент инерции сечения вала относительно центра

l — длина вала,

G — модуль сдвига.

Вынужденными колебаниями называются колебания, происходящие от действия внешних возмущающих периодических сил.

Дифференциальное уравнение движения системы (пружины с подвешенным грузом, невесомой балки с грузом и т. д.), подвергнутой действию возмущающей силы $Q(t)$, имеет следующий вид:

$$z' + p^2 z = q(t),$$

где p — частота собственных колебаний системы.

$$q = \frac{Q(t)}{m},$$

m — масса груза.

Интеграл этого уравнения следующий:

$$z = B \cos pt + C \sin pt + \frac{1}{m p} \left[\sin pt \int Q(t) \cos pt \, dt - \cos pt \int Q(t) \sin pt \, dt \right].$$

Выражение, не зависящее от $Q(t)$, представляет собственные колебания балки

Если $Q = \text{const}$, то формула для вынужденных колебаний выражает собственные колебания около положения равновесия

Если $Q(t) = Q \cos at$, где a — частота изменения силы, то уравнение движения примет следующий вид

$$z = B \cos pt + C \sin pt + \frac{q}{p^2 - a^2} \cos at$$

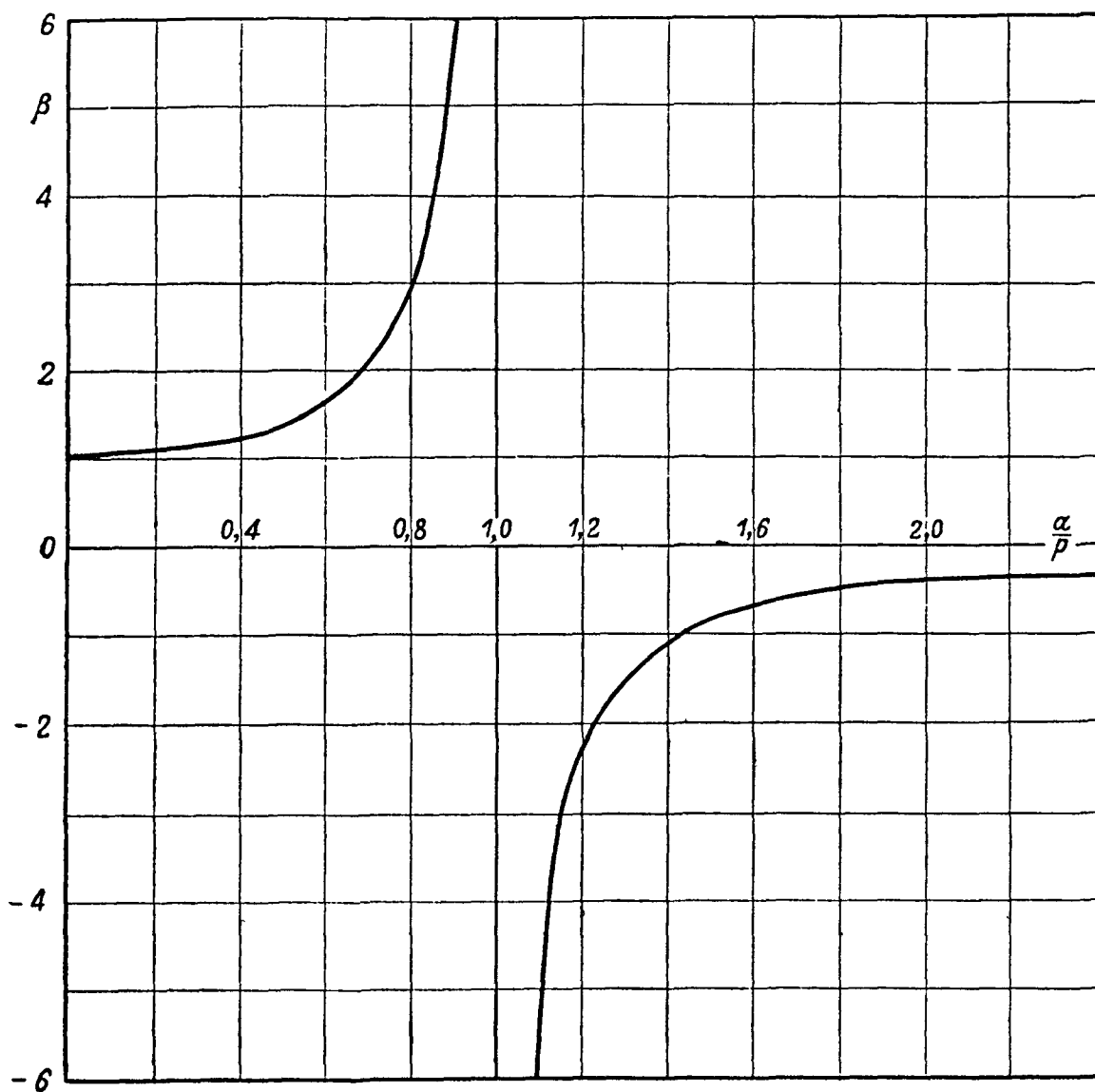
Величина $\frac{q}{p^2 - a^2}$ представляет амплитуду вынужденных колебаний

$$\frac{q}{p^2 - a^2} = \frac{mg}{w} \frac{1}{1 - \left(\frac{a}{p}\right)^2} = f_{\text{ст}} \beta,$$

где $f_{\text{ст}}$ — статическая деформация при действии силы mg на систему,
 β — коэффициент динамичности

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{a^2}{p^2}}$$

Зависимость β от $\frac{a}{p}$ дана на фиг 296



Фиг 296

Совпадение частоты возмущающей силы с частотой собственных колебаний системы ($\beta = \infty$) называется резонансом.

Явление резонанса сопровождается наличием весьма сильных колебаний системы, возрастающих с течением времени; отсюда можно сделать вывод, что резонанс должен вызвать во всех случаях немедленное разрушение системы. Однако, такое заключение не соответствовало бы действительности, так как всякому колебанию сопутствуют силы сопротивления и поэтому при резонансе, даже при малом сопротивлении, получаются колебания, хотя и весьма значительной, но не бесконечно возрастающей амплитуды.

Задачей вибрационного расчета является проверка элементов самолета на резонанс, так как продолжительное нахождение элемента конструкции в резонансе, например, с колебаниями винтомоторной группы, ведет к разрушению от усталости, разбалтыванию креплений, затруднениям работы экипажа и т. д.

Если вынужденные колебания вызываются несколькими силами, то результирующее движение получается наложением друг на друга колебаний, вызванных отдельными силами.

Частота вынужденных колебаний такова же, как частота возмущающей силы; амплитуда вынужденных колебаний пропорциональна величине силы.

Колебания, в которых коэффициент упругости системы зависит от перемещения, называются псевдогармоническими колебаниями.

Колебания, в которых коэффициент упругости зависит от времени, называются квазигармоническими колебаниями.

Собственные колебания упругой системы, начавшись вследствие какого-нибудь внешнего импульса, в дальнейшем прекращаются вследствие рассеяния энергии.

Основные причины, вызывающие затухание колебаний, следующие:

1) Сопротивление воздуха; это сопротивление пропорционально при больших скоростях квадрату скорости движения; оно редко учитывается при колебаниях упругих систем.

2) Сопротивление сил внутреннего трения в материале, называемое гистерезисом.

3) Сопротивление трения в соединениях, шарнирах и опорах.

Если сопротивление принять пропорциональным первой степени скорости, то дифференциальное уравнение движения имеет следующий вид:

$$z'' + 2n z' + p^2 z = q \sin at,$$

где

$$2n = \frac{\alpha g}{P} = \frac{\alpha}{m},$$

α — сила сопротивления при скорости, равной единице.

Общее решение этого уравнения следующее:

$$z = e^{-nt} (B \sin pt + C \cos pt) - \frac{2 q a n}{(p^2 - a^2) + 4 a^2 n^2} \cos at + \\ + \frac{q (p^2 - a^2)}{(p^2 - a^2)^2 + 4 a^2 n^2} \sin at$$

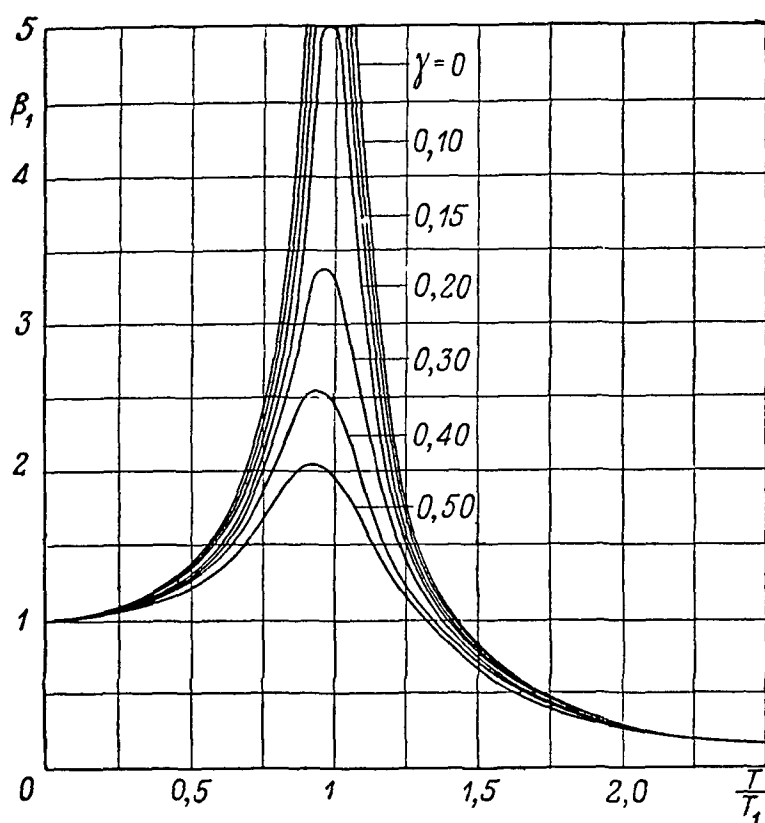
Первый член этого выражения с течением времени делается весьма мал; собственные колебания быстро затухают. Вынужденные колебания не затухают.

$$\text{Они имеют амплитуду } A = \frac{q}{\sqrt{(p^2 - a^2)^2 + 4a^2 n^2}} =$$

$$= \frac{f_{ст}}{\sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{p^2}\right)^2 + \frac{4a^2 n^2}{p^4}}} = \frac{f_{ст}}{\sqrt{\left(1 - \frac{T^2}{T_1^2}\right)^2 + \frac{T^2 \gamma^2}{T_1^2}}} = \beta_1 f_{ст},$$

где $T = \frac{2\pi}{p}$ — период собственных колебаний системы,

$T_1 = \frac{2\pi}{a}$ — период динамической силы $Q \sin at$, $\gamma = \frac{2n}{p}$



Фиг 297

Зависимость β_1 от $\frac{T}{T_1}$

дана на фиг 297

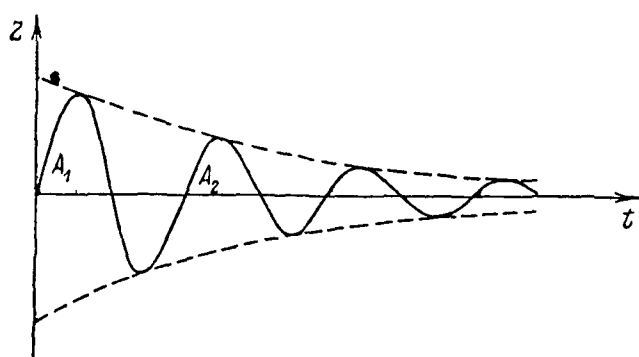
При $q=0$ и $a=0$ уравнение затухающих собственных колебаний будет

$$z = A e^{-\varepsilon t} \sin(pt + \psi),$$

где ε — коэффициент затухания

Это уравнение отличается от уравнения, соответствующего отсутствию трения, множителем $e^{-\varepsilon t}$, выражающим закон уменьшения амплитуд со временем. График колебаний состоит из полувольт, вписанных между двумя кривыми, ординаты которых равны $\pm A e^{-\varepsilon t}$ (фиг 298). Отношение двух по-

следующих амплитуд есть величина постоянная, т.е. амплитуды убывают в геометрической прогрессии



Фиг 298

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_i}{A_{i+1}} = e^{\varepsilon T} = \text{const.}$$

Если опытная кривая колебаний, записанная автоматическим прибором, обладает этим свойством, то можно считать гипотезу о пропорциональности сопротивления сил внутреннего трения скорости применимой. Коэффициент затухания ε определяется только экспериментальным путем.

Натуральный логарифм отношения двух последующих амплитуд называется логарифмическим декрементом затухания

$$\vartheta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}$$

Логарифмический декремент затухания равен произведению коэффициента затухания ϵ на величину периода T

$$\delta = \epsilon T$$

Логарифмический декремент затухания определяет затухание в течение одного периода колебаний. Коэффициент затухания ϵ определяет затухание в абсолютную единицу времени — в 1 секунду.

Затухание колебаний вследствие внутреннего трения не зависит от скорости нарастания деформаций, но зависит от амплитуды, причем эта зависимость степенная ($\Delta A = CA^n$) (A — амплитуда колебаний).

Логарифмический декремент затухания не зависит от частоты, но зависит от амплитуды колебаний; эта зависимость также степенная.

Рассеяние энергии при колебаниях характеризуется площадью петли гистерезиса, которая может быть представлена в виде некоторой функции амплитуды.

Относительное затухание ($\Delta A : A$) и половина относительного рассеяния энергии равны логарифмическому декременту.

Приближенные методы определения частот собственных колебаний балок

Метод Рейлея

Для приближенного определения частот собственных колебаний балок имеется ряд приближенных способов, вытекающих в основном из метода Рейлея.

Сущность этого метода заключается в том, что истинную форму колебаний, которую принимают всегда в виде произведения двух функций:

$$z(x, t) = X(x) \cdot T(t),$$

из которых $X(x)$ зависит только от абсциссы балки x , а $T(t)$ только от времени t (что соответствует колебаниям в форме так называемых стоячих волн), заменяют подходящей формой, исходя из условий задачи.

Такая замена приводит к несколько повышенному значению частоты, вследствие наложения добавочных связей.

В методе Рейлея используют обычно закон сохранения энергии.

Случай распределенных масс

Если

$$z(x, t) = X(x) T(t) = X(x) \sin(pt + \psi),$$

то кинетическая энергия балки имеет следующий вид:

$$E = \frac{p^2}{2} \cos^2(pt + \psi) \int_0^l m(x) \cdot X(x) dx,$$

где $m(x)$ — закон распределения массы по длине балки.

Потенциальная энергия U выражается следующей формулой:

$$U = \frac{1}{2} \sin^2(pt + \psi) \int_0^l \left\{ \frac{d^2}{dx^2} [X(x)] \right\}^2 El dx.$$

Так как сумма потенциальной и кинетической энергии при свободных колебаниях остается постоянной, то максимум потенциальной энергии (соответствующий нулевому значению кинетической энергии) должен равняться максимуму кинетической энергии (соответствующему нулевому значению потенциальной энергии)

Из этого условия определяется p^2

$$p^2 = \frac{\int_0^l [X''(x)]^2 EI dx}{\int_0^l m(x) [X(x)]^2 dx}$$

Равенство потенциальной энергии внутренних сил потенциальной энергии внешних сил приводит к другой формуле

$$p^2 = \frac{\int_0^l m(x) X(x) g dx}{\int_0^l m(x) [X(x)]^2 dx}$$

Случай распределенных масс вместе с сосредоточенными силами и моментами

$$p^2 = \frac{\int_0^l m(x) X(x) g dx + \sum P_i z_i + \sum M_i \vartheta_i}{\int_0^l m(x) [X(x)]^2 dx},$$

где P_i — сосредоточенные силы,

M_i — сосредоточенные моменты,

z — прогибы под сосредоточенными силами,

ϑ_i — углы поворотов в точках приложения моментов

Приведенная формула верна в случае, когда силы P_i и моменты M_i не массовые

Когда эти нагрузки массовые, формула для частоты принимает следующий вид

$$p^2 = \frac{\int_0^l m(x) X(x) g dx + \sum P_i z_i + \sum M_i \vartheta_i}{\int_0^l m(x) [X(x)]^2 dx + \frac{1}{g} \sum P_i z_i^2 + \frac{1}{g} \sum M_i \vartheta_i^2}$$

Способ замены распределенных масс приведенными сосредоточенными

Для определения собственной частоты балки можно заменить ее распределенную массу сосредоточенной. Этим способом обычно пользуются тогда, когда к балке подвешен один сосредоточенный груз. Тогда массу этого груза заменяют другой массой, приложенной в той же точке, но увеличенной за счет „приведенной“ массы M .

Величина M определяется из равенства кинетической энергии распределенной массы и кинетической энергии приведенной массы при заданной подходящей форме колебаний

$$M = \frac{\int m(x) [X(x)]^2 dx}{[X(a)]^2},$$

где a — абсцисса точки, в которую помещают приведенную массу, $X(a)$ — прогиб в этой точке

Метод Ритца

Метод Ритца представляет собой развитие метода Рейлея. По методу Ритца форма колебаний задается в виде ряда:

$$X(x) = a_1 \varphi_1(x) + a_2 \varphi_2(x) + \dots + a_n \varphi_n(x),$$

обычно тригонометрического. Постоянные коэффициенты членов ряда $a_1, a_2, \dots, a_n$ подбираются таким образом, чтобы значение p^2 в выражении частоты

$$p^2 = \frac{\int_0^l [X''(x)]^2 EI dx}{\int_0^l m(x) [X(x)]^2 dx}$$

было минимальным.

При постоянном E условие минимума для p^2 сводится к отысканию таких значений, при которых интеграл

$$S = \int_0^l \{ [X''(x)]^2 I - m(x) [X(x)]^2 \} dx$$

имеет минимум.

Приравнявая нулю определитель системы уравнений относительно $a_1, a_2, \dots, a_n$

$$\frac{\partial S}{\partial a_i} = 0,$$

получают частоты колебаний до $(n-1)$ -го тона включительно.

Определив из этой системы уравнений коэффициенты $a_1, a_2, \dots, a_n$ и подставляя их в уравнение формы колебаний, получают последнюю с любой точностью.

Метод наложения

Если невесомая балка нагружена несколькими сосредоточенными массами, то можно выразить приближенно частоту собственных колебаний формулой Донкерлея:

$$\frac{1}{p^2} = \sum m_i k_{ax}$$

Коэффициент приведения k_{ax} определяется из равенства:

$$k_{ax} = \frac{\delta_{xx}}{\delta_{aa}},$$

где δ_{aa} — прогиб в точке, в которую приведены все массы при действии на балку одного лишь единичного груза в этой точке,

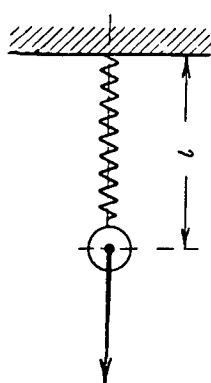
δ_{xx} — прогиб балки, когда единичная масса подвешена в точке приложения приводимой массы.

Если на балке лежит распределенная масса, то можно воспользоваться следующей формулой:

$$\frac{1}{p^2} = \int_0^l m(x) \delta_{xx} dx, \text{ где } \delta_{xx} = \int_0^l M_x^2(\xi) \cdot \frac{d\xi}{EI},$$

а M_x — есть момент в некоторой точке ξ от силы 1, приложенной в точке x .
В отличие от метода Рейлея метод наложения дает заниженные значения частот. Определение частоты по этим двум методам дает возможность узнать, в каком интервале частот лежит искомая частота.

Приближенные формулы для определения частот собственных колебаний с учетом собственного веса системы



Фиг 299

Колебания груза, подвешенного к пружине (фиг 299)

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{f_{ст}}} [2\omega],$$

где $f_{ст}$ — статическое удлинение пружины

$$f_{ст} = \frac{P + \frac{1}{3} G_{пр}}{\omega},$$

$G_{пр}$ — вес пружины,

ω — упругая постоянная пружины

Упругая постоянная ω представляет собой ту силу, которую надо приложить к пружине, чтобы вызвать удлинение, равное единице длины.

В случае пружины круглого сечения

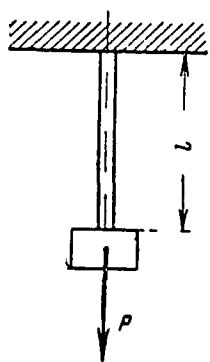
$$\omega = \frac{G r^4}{4nR^3},$$

где G — модуль сдвига,

R — радиус пружины,

r — радиус сечения пружины,

n — число витков пружины



Фиг 300

Продольные колебания нагруженного упругого стержня (фиг 300)

В этом случае в формуле для определения ν будет

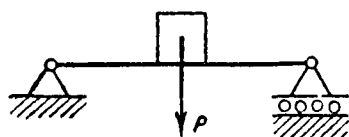
$$f_{ст} = \frac{P + \frac{1}{3} G_{ст}}{\omega},$$

где $G_{ст}$ — вес стержня,

ω — упругая постоянная стержня при растяжении

$$\omega = \frac{EF}{l}$$

Колебания балки с грузом посередине (фиг 301)



Фиг 301

В формуле для определения ν полагают при определении $f_{ст}$, что балка изогнута грузом

$$P + \frac{17}{35} G_0,$$

здесь G_0 — вес балки

Колебания консоли с грузом на конце (фиг. 302)

Фиктивный груз в этом случае будет равен:

$$P + \frac{33}{140} G_6.$$



Фиг. 302

Колебания невесомой балки с несколькими сосредоточенными грузами (фиг. 303)

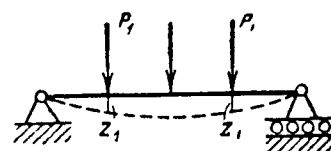
Частота определяется по формуле:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(Q_1 z_1 + Q_2 z_2 + \dots + Q_i z_i) g}{Q_1 z_1^2 + Q_2 z_2^2 + \dots + Q_i z_i^2}},$$

где z_i — прогиб под грузом Q_i ,
 $Q_1, Q_2, \dots, Q_i$ — сосредоточенные грузы.

При одном грузе:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{z}}.$$



Фиг. 303

Колебания кручения вала с диском на конце

Момент инерции диска увеличивается на $\frac{1}{3} J_m l$, где J_m — массовый момент инерции единицы длины вала. Эти приближенные формулы дают весьма малые ошибки.

Изгибные колебания балок с учетом собственного веса

Дифференциальное уравнение колебаний балки постоянного поперечного сечения имеет следующий вид:

$$EI \frac{\partial^4 z(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}^4} + m \frac{\partial^2 z(\bar{x}, t)}{\partial t^2} = 0,$$

где $z(\bar{x}, t)$ — прогиб балки,

$$\bar{x} = \frac{x}{l}$$

l — длина балки,

t — время,

EI — жесткость балки на изгиб,

m — погонная масса.

Следуя методу Фурье, полагают:

$$z(\bar{x}, t) = f(\bar{x}) \cos pt,$$

где $f(\bar{x})$ — функция формы изгибных колебаний,
 p — круговая частота.

Тогда дифференциальное уравнение относительно функции $f(\bar{x})$ будет иметь вид:

$$\frac{d^4 f(\bar{x})}{d\bar{x}^4} - \alpha^4 f(\bar{x}) = 0,$$

где

$$\alpha^4 = p^2 \frac{ml^4}{EI}.$$

Общее решение этого уравнения будет

$$f(\bar{x}) = A \cos \alpha \bar{x} + B \operatorname{ch} \alpha \bar{x} + C \sin \alpha x + D \operatorname{sh} \alpha x,$$

где A, B, C и D — произвольные постоянные

Удобнее общее решение представить в виде линейной комбинации круговых и гиперболических функций $S(\alpha)$, $T(\alpha)$, $U(\alpha)$ и $V(\alpha)$

$$S(\alpha) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \alpha + \cos \alpha), \quad U(\alpha) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \alpha - \cos \alpha),$$

$$T(\alpha) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} \alpha + \sin \alpha), \quad V(\alpha) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} \alpha - \sin \alpha)$$

Эти функции обладают свойством круговой замены до производных четвертого порядка включительно

$\Omega(\alpha)$	$\Omega^I(\alpha)$	$\Omega^{II}(\alpha)$	$\Omega^{III}(\alpha)$	$\Omega^{IV}(\alpha)$
$S(\alpha)$	$V(\alpha)$	$U(\alpha)$	$T(\alpha)$	$S(\alpha)$
$T(\alpha)$	$S(\alpha)$	$V(\alpha)$	$U(\alpha)$	$T(\alpha)$
$U(\alpha)$	$T(\alpha)$	$S(\alpha)$	$V(\alpha)$	$U(\alpha)$
$V(\alpha)$	$U(\alpha)$	$T(\alpha)$	$S(\alpha)$	$V(\alpha)$

$$\text{При } \alpha = 0 \text{ будет } S(\alpha) = 1, \quad U(\alpha) = 0, \\ T(\alpha) = 0, \quad V(\alpha) = 0$$

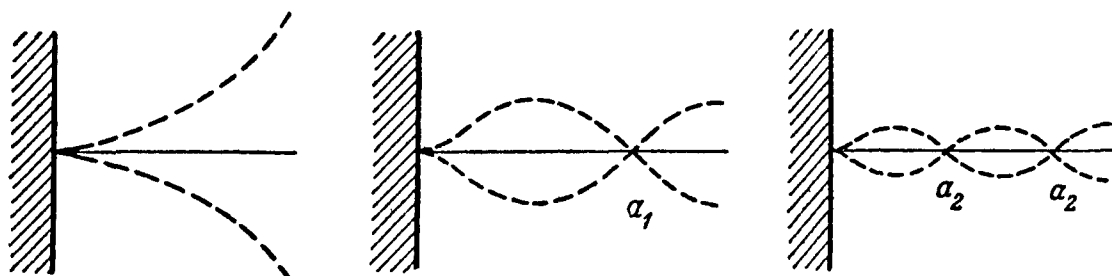
Функция $f(\bar{x})$ принимает вид

$$f(\bar{x}) = AS(\alpha \bar{x}) + BT(\alpha \bar{x}) + CU(\alpha \bar{x}) + DV(\alpha \bar{x})$$

Произвольные постоянные A, B, C и D определяются из соответствующих граничных условий, которые приводят к системе однородных уравнений. Исключением произвольных постоянных находят соответствующее трансцендентное уравнение частоты. Наибольшее практическое значение представляет обычно частота низшего тона, соответствующая наименьшему корню характеристического уравнения.

Определив корни трансцендентного уравнения, подсчитывают частоту по формуле

$$\nu_f = \frac{\alpha^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$



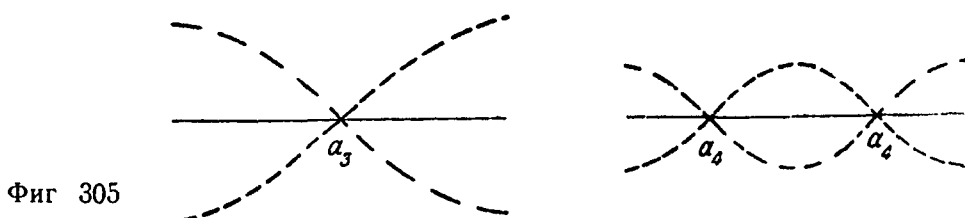
Фиг. 304

Низшая частота колебаний называется частотой основного тона, последующие частоты — частотами обертонов.

Для каждого стержня существуют свои возможные формы колебаний.

Для консольного стержня форма колебаний показана на фиг. 304, а для свободного стержня — на фиг. 305.

Точки a_i стержня, остающиеся при колебании неподвижными — точки стержня с нулевыми амплитудами, — называются узловыми точками (узлами). Места стержня с наибольшими амплитудами называются пучностями.



Фиг 305

При наличии на балке сосредоточенных масс общее решение дифференциального уравнения должно удовлетворять не только граничным условиям на концах балки, но и всем условиям сопряжения.

Трансцендентное уравнение частоты получается из определителей высших порядков. Для решения подобных задач выгоднее всего пользоваться методом Крылова¹.

Характеристические уравнения и их корни

Оба конца балки заделаны (фиг 306)

$$\operatorname{ch} \alpha \cos \alpha - 1 = 0,$$

$$\alpha_0 = 4,7300,$$

$$\alpha_1 = 7,8532,$$

$$\alpha_i \approx \frac{2(i+1) + 1}{2} \pi \quad (i > 1),$$



Фиг 306

где α_0 — основной тон,

α_1 — первый обертон и т.д.

Один конец заделан, другой оперт (фиг 307)

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{th} \alpha = 0,$$

$$\alpha_0 = 3,9266,$$

$$\alpha_1 = 7,0685,$$



Фиг 307

$$\alpha_i \approx \frac{4(i+1) + 1}{2} \pi \quad (i > 1)$$

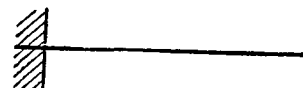
Балка заделана одним концом (фиг 308)

$$\operatorname{ch} \alpha \cos \alpha + 1 = 0,$$

$$\alpha_0 = 1,875,$$

$$\alpha_1 = 4,6944,$$

$$\alpha_i \approx \frac{2(i+1) - 1}{2} \pi \quad (i > 1)$$



Фиг 308

Оба конца балки оперты (фиг 309)

$$\sin \alpha = 0,$$

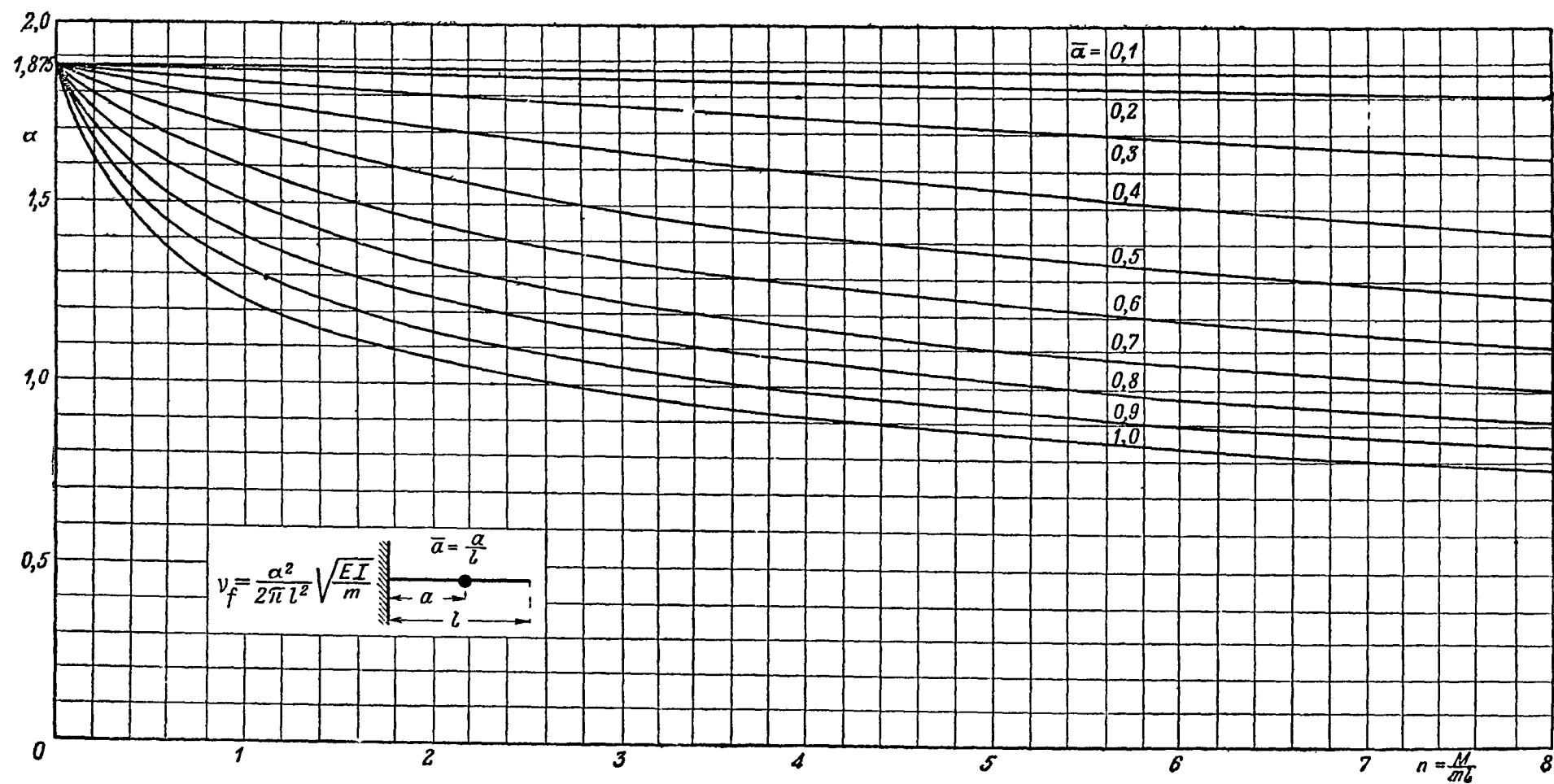
$$\alpha_0 = \pi,$$

$$\alpha_1 = 2\pi,$$

$$\alpha_i = (i+1)\pi$$



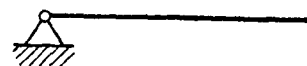
Фиг 309



Фиг 312

Один конец балки оперт, другой свободен (фиг 310)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{th} \alpha &= 0, \\ \alpha_0 &= 3,9266, \\ \alpha_1 &= 7,0685, \end{aligned}$$



Фиг 310

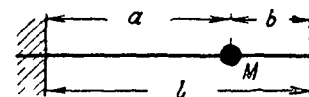
$$\alpha_i \approx \frac{4(i+1)+1}{4} \pi \quad (i > 1)$$

Консольная балка с сосредоточенной массой M (фиг 311)

$$\begin{aligned} S^2(\alpha) - T(\alpha)V(\alpha) + anS(\alpha\bar{b})[S(\alpha)V(\alpha\bar{a}) - T(\alpha)U(\alpha\bar{a})] + \\ + anT(\alpha\bar{b})[S(\alpha)U(\alpha\bar{a}) - V(\alpha)V(\alpha\bar{a})] = 0, \end{aligned}$$

где

$$\bar{a} = \frac{a}{l}, \quad \bar{b} = \frac{b}{l}, \quad n = \frac{M}{ml}$$

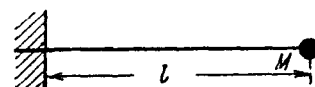


Фиг 311

Для основного тона график корней этого трансцендентного уравнения приведен на фиг 312

Консольная балка с сосредоточенной на свободном конце массой (фиг 313)

$$n\alpha(\sin \alpha \operatorname{ch} \alpha - \cos \alpha \operatorname{sh} \alpha) - (\cos \alpha \operatorname{ch} \alpha + 1) = 0$$



Фиг 313

Неопертая балка с сосредоточенной массой M посредине (фиг 314)

Симметричные колебания
Уравнение частот

$$n = -\frac{1}{\alpha} \frac{A(\alpha)}{E(\alpha)}$$



Фиг 314

График корней этого уравнения приведен на фиг 315
Антисимметричные колебания
Уравнение частот

$$B(\alpha) = 0$$

Корни этого уравнения

$$\alpha_0 = 3,9260, \quad \alpha_1 = 7,0685$$

Здесь введены следующие функции частот

$$A(\alpha) = \operatorname{ch} \alpha \sin \alpha + \operatorname{sh} \alpha \cos \alpha = 2[S(\alpha)T(\alpha) - U(\alpha)V(\alpha)],$$

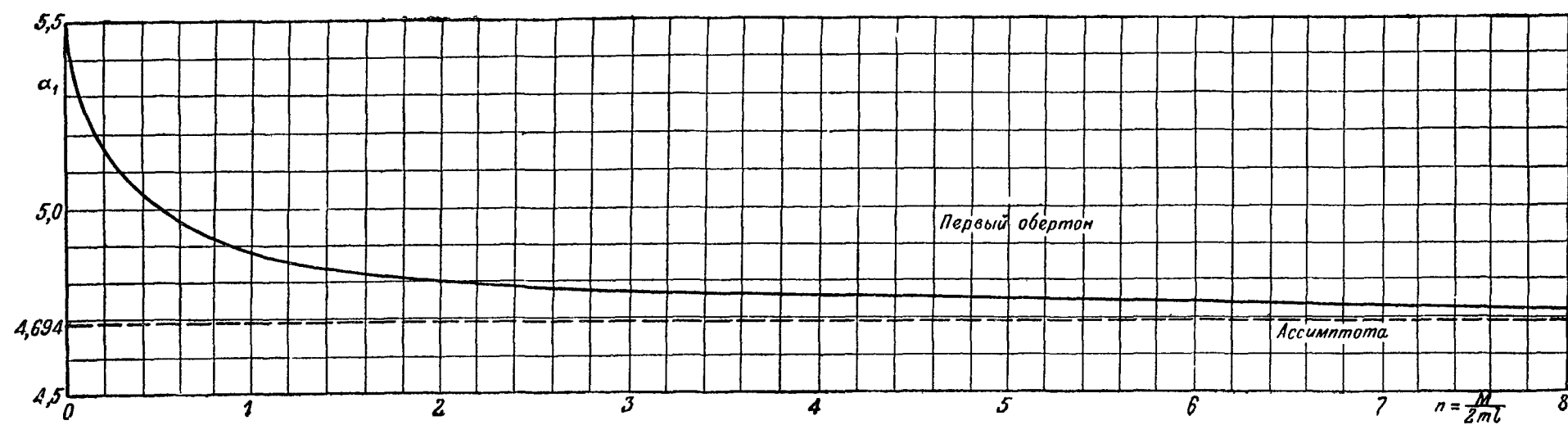
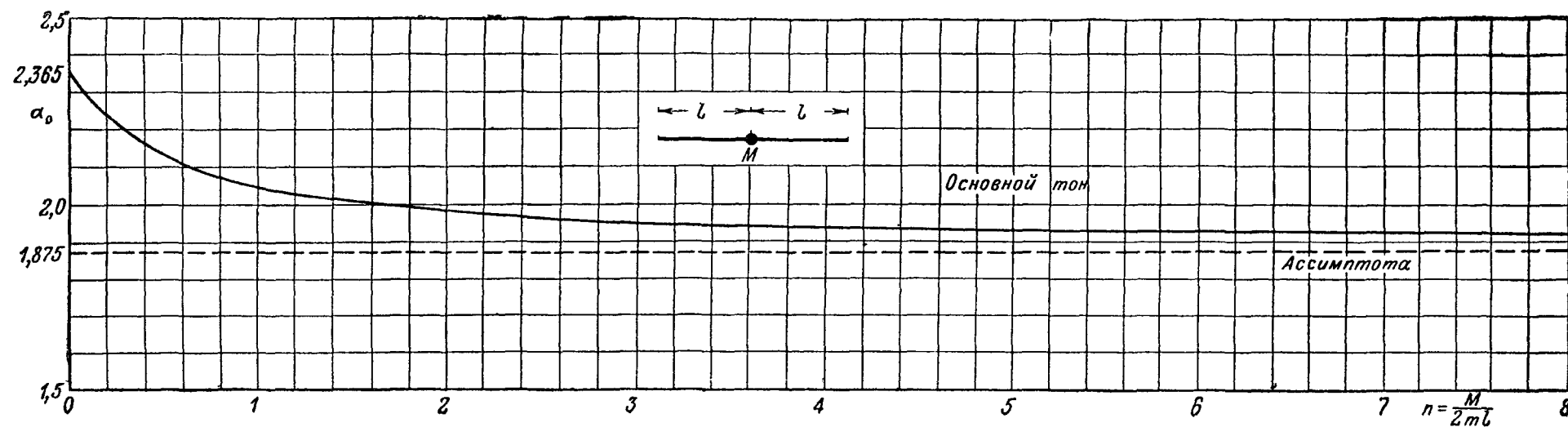
$$B(\alpha) = \operatorname{ch} \alpha \sin \alpha - \operatorname{sh} \alpha \cos \alpha = 2[T(\alpha)U(\alpha) - S(\alpha)V(\alpha)],$$

$$E(\alpha) = \operatorname{ch} \alpha \cos \alpha + 1 = 2[S^2(\alpha) - T(\alpha)V(\alpha)]$$

(Таблица значений этих функций приводится в книге К Гогенемзер и В Прагер „Динамика сооружений“ ОНТИ, 1936 г)

Для данного типа балки частота антисимметричных колебаний не зависит от сосредоточенной массы и выше соответствующей частоты симметричных колебаний.

292



Фиг 315

Упруго подвешенная балка с сосредоточенной массой M посередине (фиг 316)
Симметричные колебания
Уравнение частот

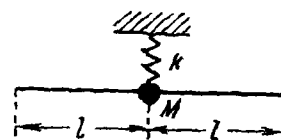
$$\frac{c}{\alpha^3} - n\alpha = \frac{A(\alpha)}{E(\alpha)},$$

где

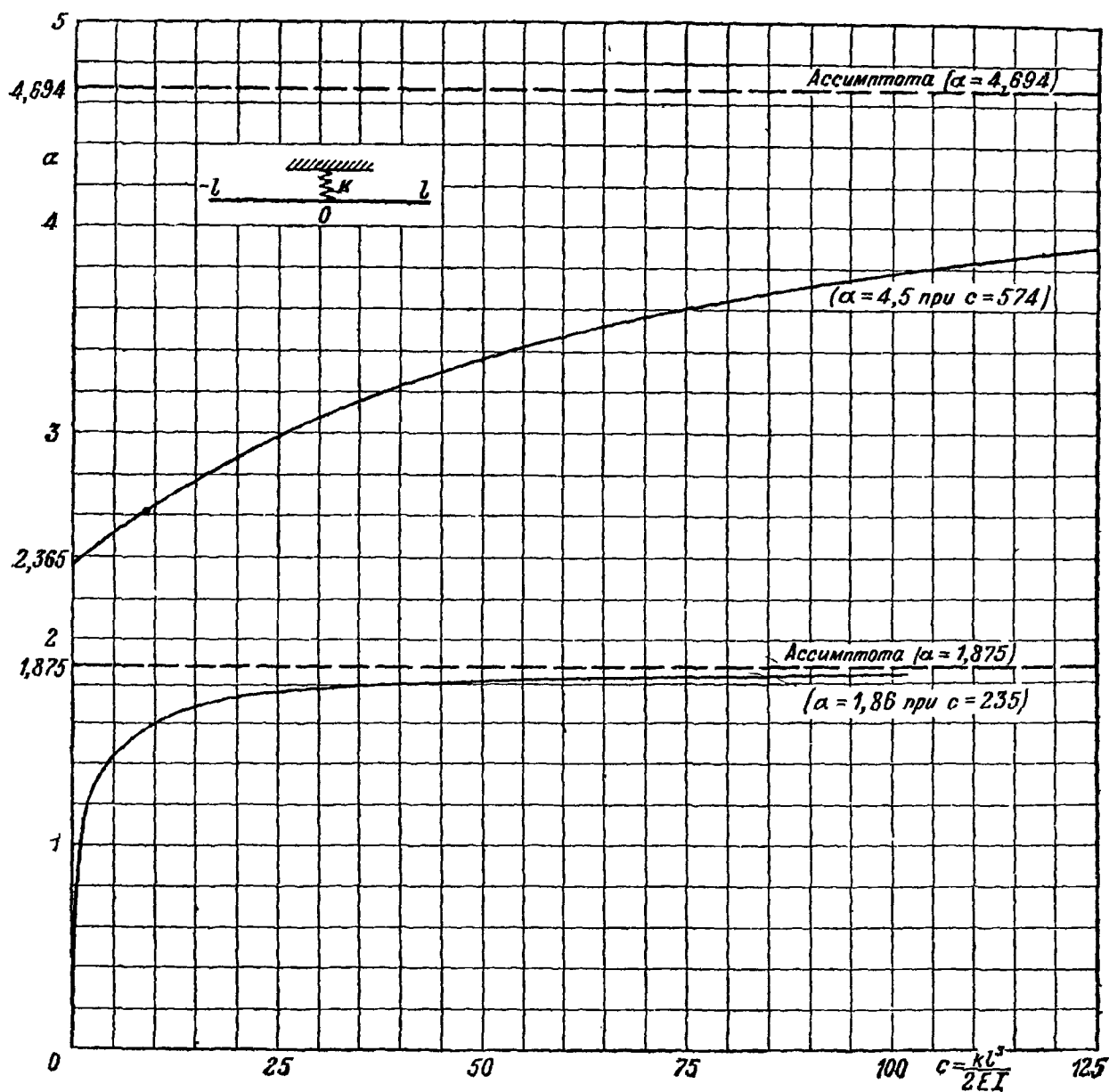
$$n = \frac{M}{2ml},$$

$$c = \frac{k l^3}{2 EI} \text{ — относительная жесткость опоры,}$$

k — жесткость опоры относительно изгибных перемещений балки



Фиг 316



Фиг 317

При отсутствии сосредоточенной массы ($M=0$) уравнение частот имеет вид

$$c = \alpha^3 \frac{A(\alpha)}{E(\alpha)}$$

На фиг. 317 приведен график корней этого уравнения

Крутильные колебания балок

Дифференциальное уравнение крутильных колебаний балки постоянного поперечного сечения имеет вид:

$$GI_{кр} \frac{\partial^2 \Theta(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}^2} - J_m \frac{\partial \Theta(\bar{x}, t)}{\partial t} = 0,$$

где $\Theta(\bar{x}, t)$ — угол закручивания балки,
 J_m — погонный массовый момент инерции балки,
 $\bar{x} = \frac{x}{l}$.

Следуя методу Фурье, полагают:

$$\Theta(\bar{x}, t) = \varphi(\bar{x}) \cos pt,$$

где $\varphi(\bar{x})$ — функция формы крутильных колебаний.

Тогда дифференциальное уравнение относительно функции $\varphi(\bar{x})$ будет иметь вид:

$$\frac{d^2 \varphi(\bar{x})}{d\bar{x}^2} + \beta^2 \varphi(\bar{x}) = 0, \quad \text{где} \quad \beta^2 = p^2 \frac{J_m l}{GI_{кр}}.$$

Общее решение этого уравнения будет:

$$\varphi(\bar{x}) = A \cos \beta \bar{x} + B \sin \beta \bar{x}.$$

Произвольные постоянные A и B определяются из соответствующих граничных условий.

Исключением произвольных постоянных находят соответствующее трансцендентное уравнение частоты. Определив корни β трансцендентного уравнения, подсчитывают частоту по формуле;

$$\nu_\varphi = \frac{\beta}{2\pi l} \sqrt{\frac{GI_{кр}}{J_m}}.$$

Частота собственных крутильных колебаний трубы или стержня сплошного кругового поперечного сечения подсчитывается по формуле:

$$\nu_\varphi = \frac{\beta}{2\pi l} \sqrt{G \frac{g}{\gamma}}, \quad \text{где } \gamma \text{ — вес единицы объема материала, } g \text{ — ускорение свободного падения.}$$

Характеристические уравнения и их корни

Свободная (неопертая) балка (фиг. 318). Оба конца балки заделаны (фиг. 319).

$$\begin{aligned} \sin \beta &= 0 & \beta_2 &= 3\pi, \\ \beta_0 &= \pi, & \dots & \\ \beta_1 &= 2\pi, & \dots & \end{aligned}$$

Фиг. 318



Фиг. 319

Балка, заделанная одним концом (фиг. 320).

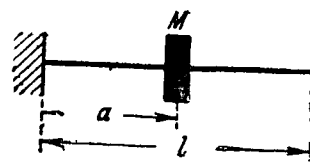
$$\begin{aligned} \cos \beta &= 0; & \beta_2 &= \frac{3}{2}\pi, \\ \beta_1 &= \frac{\pi}{2} & \dots & \end{aligned}$$

Фиг. 320

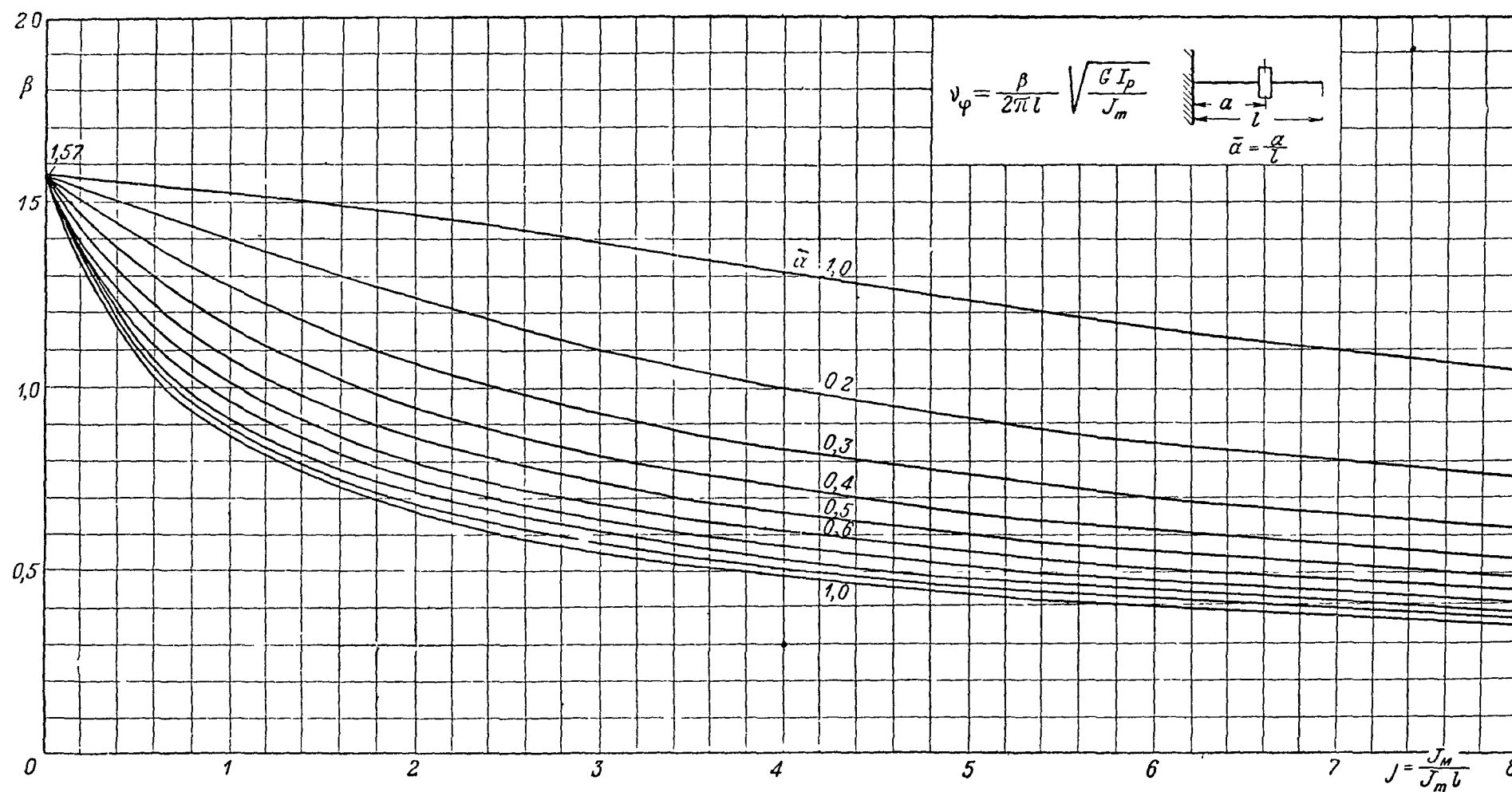
Балка, заделанная одним концом, с сосредоточенной массой (фиг. 321 и 322).

Уравнение частот:

$$\cos \beta - \beta j \sin \beta \bar{a} \cos \beta (1 - \bar{a}) = 0.$$



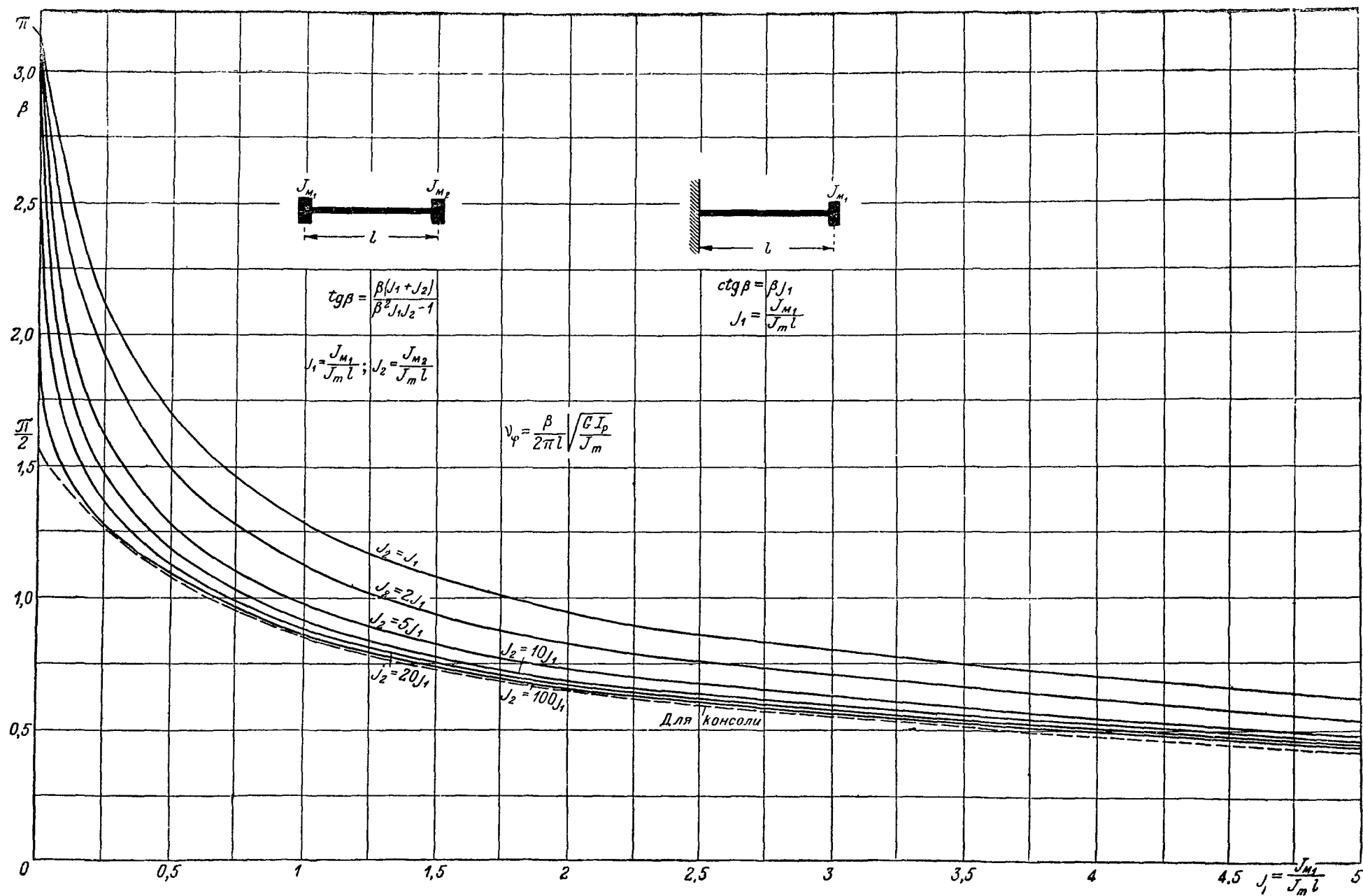
Фиг. 321



Фиг 322

График корней β уравнения $\cos \beta - \beta J \sin \beta \bar{a} \cos \beta (1 - \bar{a}) = 0$ для ряда значений $\bar{a} = \frac{a}{l}$ в зависимости

от отношения $J = \frac{J_M}{J_m l}$, (J_M — момент инерции сосредоточенной массы)



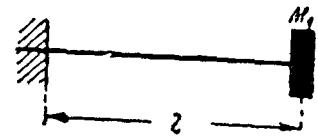
Фиг. 324

Балка, заделанная одним концом, с сосредоточенной массой на свободном конце (фиг 323)

Уравнение частот

где $\operatorname{ctg} \beta = \beta J_1$,

$$J_1 = \frac{J_{M_1}}{J_m l}$$



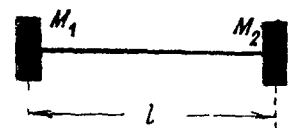
Фиг 323

График корней этого уравнения дан на фиг 324

Свободная балка с сосредоточенными по концам массами (фиг 325)

Уравнение частот

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\beta (J_1 + J_2)}{\beta^2 J_1 J_2 - 1}, \quad J_1 = \frac{J_{M_1}}{J_m l}, \quad J_2 = \frac{J_{M_2}}{J_m l}$$



Фиг 325

График корней этого уравнения дается на фиг 324

Свободная балка с сосредоточенной посередине массой (фиг 326)

Симметричные колебания

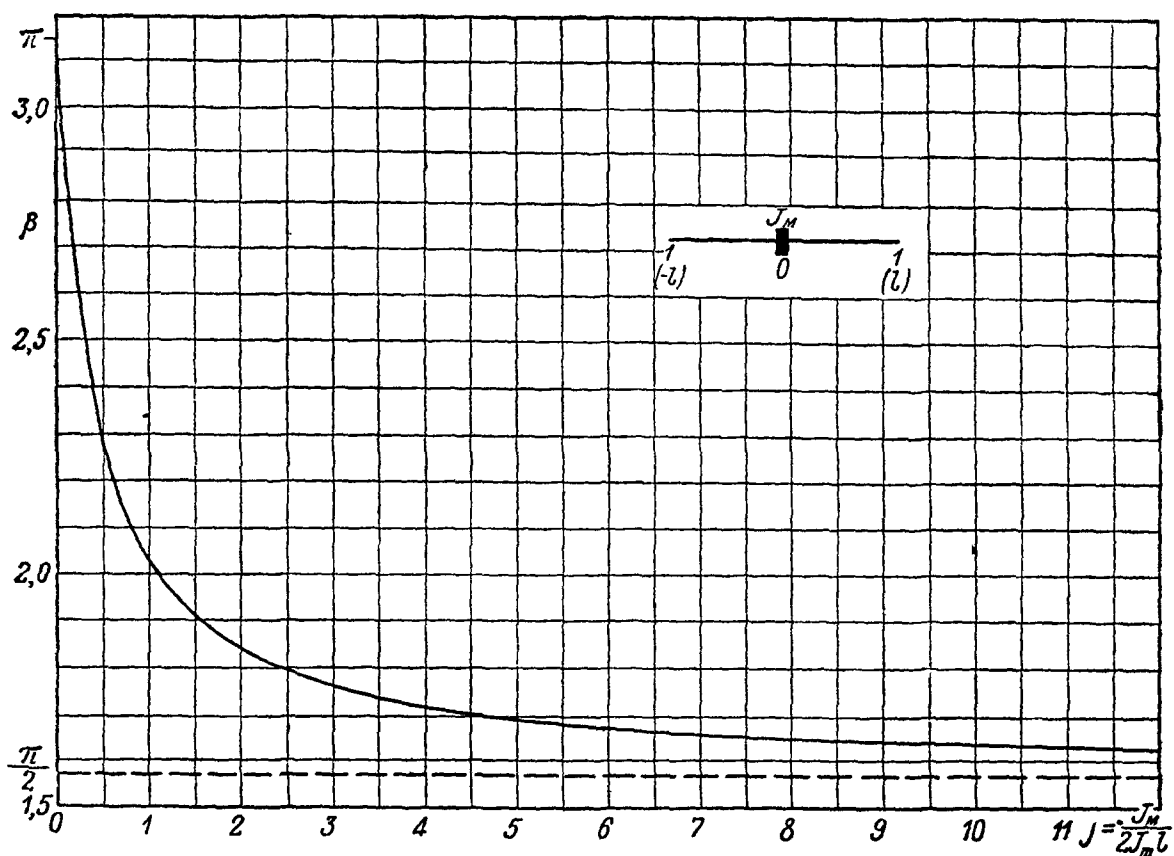
Уравнение частот

$$J = -\frac{1}{\beta \operatorname{ctg} \beta}$$



Фиг 326

График корней этого уравнения для основного тона дается на фиг 327



Фиг 327

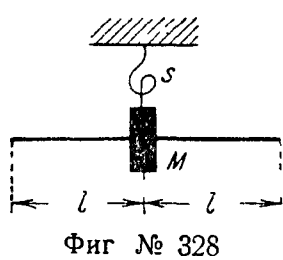
Антисимметричные колебания

Уравнение частот $\cos \beta = 0$, $\beta_0 = \frac{\pi}{2}$, $\beta_1 = \frac{3}{2} \pi$

Для данного типа балки антисимметричные колебания не зависят от сосредоточенной массы. Частоты антисимметричных колебаний кручения всегда ниже частот симметричных колебаний.

Упруго подвешенная балка с сосредоточенной по середине массой (фиг. 328)

Симметричные колебания. Уравнение частот



$$\frac{d}{\beta} - \beta J = \operatorname{tg} \beta,$$

где $d = \frac{s}{2} \frac{l}{GI_p}$ — относительная жесткость опоры,

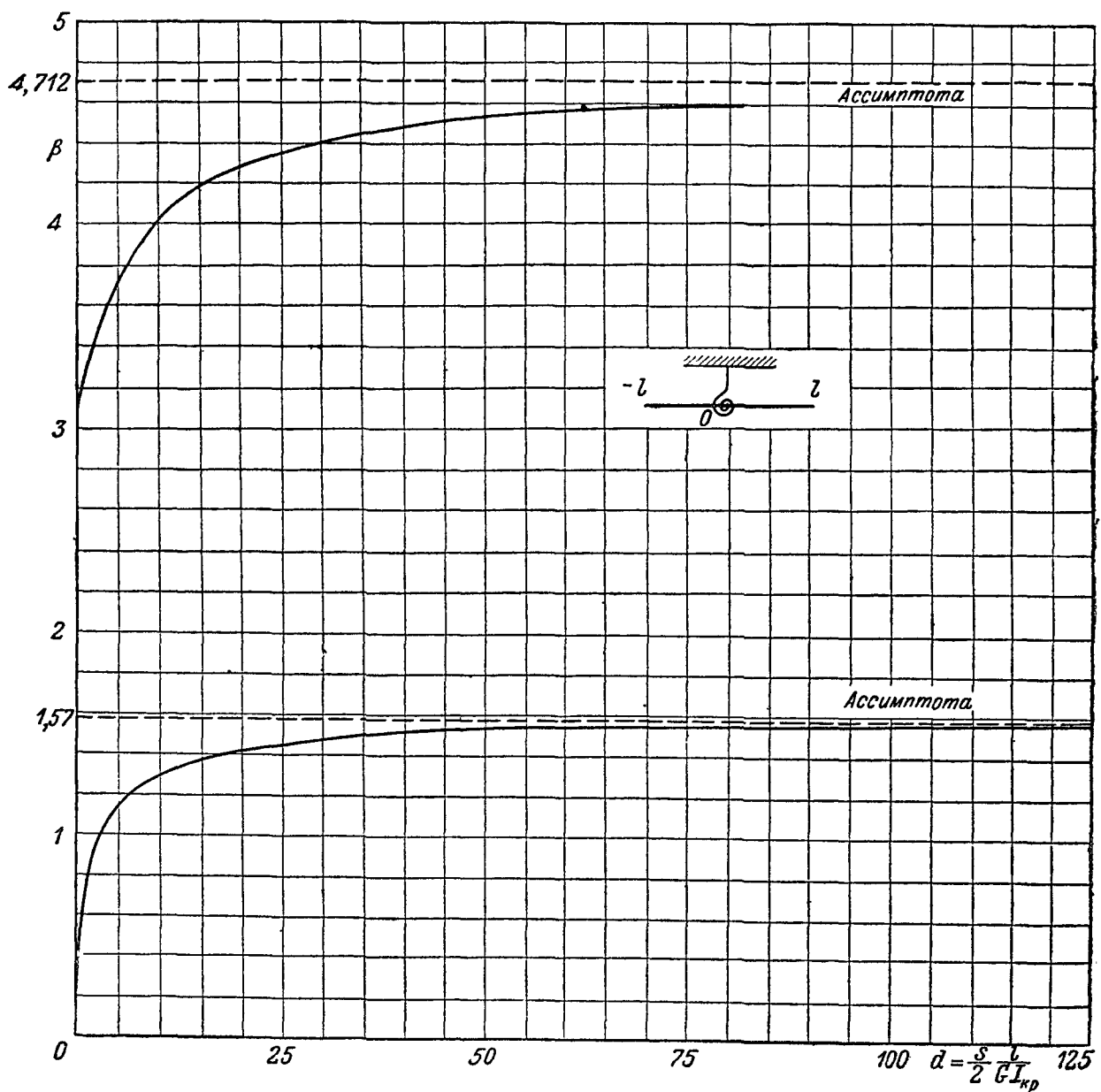
$$J = \frac{J_M}{2J_m l},$$

s — жесткость опоры относительно крутильных перемещений балки,
 J_M — момент инерции сосредоточенной массы

При отсутствии сосредоточенной массы ($J_M = 0$)

$$d = \beta \operatorname{tg} \beta$$

График корней этого уравнения приведен на фиг. 329



Определение частот собственных колебаний монопланых крыльев

Крыло рассматривается как консольная балка, жестко связанная с фюзеляжем, причем делается допущение, что крыло может совершать поперечные (изгибные) колебания только в плоскости наименьшей жесткости, и крутильные — вокруг оси, совпадающей с осью жесткости. Ось жесткости принимается прямой, перпендикулярной оси фюзеляжа.

Деформации изгиба в плоскости наибольшей жесткости и продольные в направлении по размаху не учитываются, и крыло считается абсолютно жестким в этих направлениях.

Крыло, у которого оси центров тяжести и центров жесткости не совмещены, будет иметь в силу инерционных связей, совместные изгибно-крутильные колебания. При совмещенных осях крыло может совершать, как чисто изгибные колебания, так и чисто крутильные.

Если на крыле находятся сосредоточенные массы, как-то: массы моторов и т. д., то совместные колебания будут и в том случае, когда ось жесткости и ось центров тяжести собственно конструкции крыла совмещены, но центры тяжести сосредоточенных масс не лежат на оси жесткости.

Совместные колебания крыла

Дифференциальные уравнения колебаний крыла с сосредоточенными массами удобно представить в форме Лагранжа, для чего необходимо иметь выражение кинетической и потенциальной энергии системы.

Уравнения колебаний такой системы в форме Лагранжа имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_1} - \frac{\partial E}{\partial q_1} + \frac{\partial U}{\partial q_1} &= 0; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_2} - \frac{\partial E}{\partial q_2} + \frac{\partial U}{\partial q_2} &= 0, \end{aligned}$$

где E и U — кинетическая и потенциальная энергия системы,

q_1 и q_2 — обобщенные координаты системы, соответствующие изгибным и крутильным деформациям:

$$q_1 = \frac{dq_1}{dt}; \quad q_2 = \frac{dq_2}{dt}.$$

Изгибные и крутильные деформации, выраженные через обобщенные координаты, принимаются соответственно в виде:

$$\begin{aligned} z(y, t) &= f(y) q_1(t), \\ \theta(y, t) &= \varphi(y) q_2(t). \end{aligned}$$

Направление осей координат принято следующее:

Oy — ось, направленная по размаху крыла вдоль оси жесткости,

Ox — ось симметрии самолета, направленная назад,

Oz — ось перпендикулярная к плоскости хорд крыла, направленная вверх от летчика.

Начало координат берется в плоскости крепления крыла к фюзеляжу

Кинетическая энергия системы составляется из кинетической энергии крыла и моторов и в функции обобщенных координат имеет вид:

$$E = \frac{1}{2} (c_{11} + e_{11}) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} (c_{22} + e_{22}) \dot{q}_2^2 + (c_{12} + e_{12}) \dot{q}_1 \dot{q}_2.$$

Потенциальная энергия системы суммируется из энергии упругих деформаций изгиба и кручения крыла и равна:

$$U = \frac{1}{2} a_{11} q_1^2 + \frac{1}{2} a_{22} q_2^2.$$

В этих выражениях

$$a_{11} = \int_0^l EI \left(\frac{d^2 f}{dy^2} \right)^2 dy, \quad c_{11} = \int_0^l m f^2 dy,$$

$$e_{11} = \sum_i M_i f^2(s_i), \quad a_{22} = \int_0^l GI_{кр} \left(\frac{d\varphi}{dy} \right)^2 dy,$$

$$c_{12} = - \int_0^l m \sigma f \varphi dy, \quad c_{22} = \int_0^l J_m \varphi^2 dy,$$

$$e_{12} = \sum_i M_i \eta_i f(s_i) \varphi(s_i), \quad e_{22} = \sum_i J_{M_i} \varphi^2(s_i)$$

Здесь

- l — расстояние от фюзеляжа до конца крыла,
- m — погонная масса крыла,
- J_m — погонный массовый момент инерции крыла относительно оси жесткости,
- σ — расстояние от оси жесткости до центра тяжести сечения крыла
- η — расстояние от оси жесткости крыла до центра тяжести сосредоточенного груза,
- s — расстояние от плоскости крепления крыла к фюзеляжу до сосредоточенного груза,
- EI — жесткость крыла на изгиб,
- $GI_{кр}$ — жесткость крыла на кручение,
- M — масса сосредоточенного груза,
- J_M — момент инерции сосредоточенного груза относительно оси жесткости крыла

Подставляя выражение для E и U в уравнение Лагранжа, получают уравнение колебаний крыла с моторами в виде

$$(c_{11} + e_{11}) q_1 + a_{11} q_1 + (c_{12} + e_{12}) q_2 = 0,$$

$$(c_{12} + e_{12}) q_1 + (c_{22} + e_{22}) q_2 + a_{22} q_2 = 0$$

Частные решения этой системы будут

$$q_1 = A \cos pt \text{ и } q_2 = B \cos pt$$

Подставляя эти выражения в уравнения Лагранжа, получают два однородных линейных алгебраических уравнения относительно неизвестных A и B . Приравняв нулю определитель этой системы, получают уравнение для определения тех значений частоты колебаний p , при которых возможны нетривиальные решения относительно A и B .

Расчетные формулы

Совместные колебания

$$p^2 = \frac{A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4A_1A_3}}{2A_1}$$

и число колебаний в секунду $\nu = \frac{p}{2\pi}$, где для крыла с сосредоточенными массами

$$A_1 = (c_{11} + e_{11})(c_{22} + e_{22}) - (c_{12} + e_{12})^2,$$

$$A_2 = a_{11}(c_{22} + e_{22}) + a_{22}(c_{11} + e_{11}),$$

$$A_3 = a_{11}a_{22}$$

Для крыла без сосредоточенных масс

$$\begin{aligned} A_1 &= c_{11}c_{22} - c_{12}^2, \\ A_2 &= a_{11}c_{22} + a_{22}c_{11}, \\ A_3 &= a_{11}a_{22}, \end{aligned}$$

так как инерционные коэффициенты e_{11} , e_{12} и e_{22} равны нулю

Выражение для p^2 дает всегда два действительных положительных значения. Меньшее значение p обычно соответствует совместным колебаниям с преобладанием изгиба, большее — совместным колебаниям с преобладанием кручения.

В действительной конструкции современных крыльев ось жесткости и ось центров тяжести не совмещены, поэтому расчет частот производится, исходя из совместности колебаний. В ряде случаев частоты, полученные из расчета на совместные колебания, близки к частотам, полученным из расчета на отдельные колебания (колебания чистого изгиба и чистого кручения).

Изгибные колебания крыла с сосредоточенными массами

$$\nu_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{11}}{c_{11} + e_{11}}}$$

Крутильные колебания крыла с сосредоточенными массами

$$\nu_\varphi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{22}}{c_{22} + e_{22}}}$$

Изгибные колебания крыла без сосредоточенных масс

$$\nu_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{11}}{c_{11}}}$$

Крутильные колебания крыла без сосредоточенных масс

$$\nu_\varphi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{22}}{c_{22}}}$$

В этих формулах функции формы колебаний f и φ определяются методом последовательных приближений (стр. 302).

Колебания крыла с подкосами

Подкос рассматривается как упругая опора. Учитывается только поперечная составляющая реакции опоры и опорный крутящий момент. Пренебрегают продольной составляющей реакции вдоль крыла.

Потенциальная энергия подкоса в функции обобщенных координат q_1 и q_2 будет

$$U_n = \frac{1}{2} a_{13} q_1^2 + \frac{1}{2} a_{23} q_2^2,$$

где принято

$$\begin{aligned} a_{13} &= C_f f_1^2(a), \\ a_{23} &= C_\varphi \varphi^2(a), \end{aligned}$$

здесь a — расстояние от фюзеляжа до сечения крыла в месте крепления подкоса,

C_f — жесткость подкоса относительно изгибных деформаций крыла, определяемая как нагрузка, вызывающая единичную деформацию,

C_φ — так же определяемая жесткость подкоса относительно крутильных перемещений крыла.

Потенциальная энергия крыла будет

$$U_{кр} = \frac{1}{2} a_{11} q_1^2 + \frac{1}{2} a_{22} q_2^2$$

Полная потенциальная энергия крыла с подкосом будет

$$U_{кр} = \frac{1}{2} (a_{11} + a_{13}) q_1^2 + \frac{1}{2} (a_{22} + a_{23}) q_2^2$$

Кинетическая энергия

$$E = \frac{1}{2} c_{11} q_1^2 + \frac{1}{2} c_{22} q_2^2 + c_{12} q_1 q_2$$

Подставляя выражение для E и U в уравнение Лагранжа, получают уравнение колебаний крыла с подкосом

Аналогично совместным колебаниям свободнонесущего крыла получают следующие расчетные формулы

1 Совместные изгибно-крутильные колебания крыла с подкосом

$$p^2 = \frac{A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4A_1A_3}}{2A_1},$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= c_{11}c_{22} - c_{12}^2, \\ A_2 &= (a_{11} + a_{13})c_{22} + (a_{22} + a_{23})c_{11}, \\ A_3 &= (a_{11} + a_{13})(a_{22} + a_{23}) \end{aligned}$$

2 Изгибные колебания крыла с подкосом

$$\nu_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{11} + a_{13}}{c_{11}}}$$

3 Крутильные колебания крыла с подкосом

$$\nu_\varphi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{22} + a_{23}}{c_{22}}}$$

Если не учитывать упругость подкоса и считать его абсолютно жестким, то коэффициенты $a_{13} = 0$ и $a_{23} = 0$, так как $f(a) = 0$ и $\varphi(a) = 0$

Метод последовательных приближений

Функции формы колебаний f и φ определяются методом последовательных приближений. В качестве исходного значения для функции f и φ принимают

$$f_0 = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 1,875 \bar{y} - \cos 1,875 \bar{y}) - 0,367 (\operatorname{sh} 1,875 \bar{y} - \sin 1,875 \bar{y})$$

где

$$\bar{y} = \frac{y}{l},$$

и

$$\varphi_0 = \sin \frac{\pi y}{2l}$$

Эти функции дают соответственно закон изменения прогибов и углов закручивания при колебании крыла постоянного сечения в пустоте

Для ряда значений $\frac{y}{l}$ в табл 59 даны значения f_0 и φ_0

Таблица 59

$\frac{y}{l}$	f_0	φ_0	$\frac{y}{l}$	f_0	φ_0
0,0	0,0000	0,0000	0,6	0,9222	0,8090
0,1	0,0335	0,1564	0,7	1,1816	0,8910
0,2	0,1277	0,3090	0,8	1,4516	0,9510
0,3	0,2641	0,4539	0,9	1,7246	0,9876
0,4	0,4598	0,5877	1,0	2,0000	1,0000
0,5	0,6789	0,7071			

Для частоты основного тона последующие приближения находятся следующим образом

Изгибные колебания крыла без моторов

$$f_1 = \int_y^l dy \int_y^l dy \frac{1}{EI(y)} \int_y^l dy \int_y^l m(y) f_0 dy,$$

при условии

$$\left| \frac{d}{dy} \left[EI(y) \frac{d^2 f_1}{dy^2} \right] \right|_{y=l} = 0, \quad \left| EI(y) \frac{d^2 f_1}{dy^2} \right|_{y=l} = 0, \\ f_1(0) = f_1'(0) = 0$$

Затем подставляют полученное значение f_1 в прежнюю формулу для интегрирования вместо f_0 и получают f_{II} . Аналогичные операции продолжают до тех пор, пока два соседних значения соответственно будут лежать весьма близко друг к другу

Изгибные колебания крыла с моторами

Имея f_1 , определяют

$$f_{II} = \int_y^l dy \int_y^l dy \frac{1}{EI(y)} \int_y^l \left[\int_y^l m f_1 dy + \sum_i M_i f_1(a_i) \right] dy,$$

при условии $f_{II}(0) = f_{II}'(0)$

$$\left| EI \frac{d^2 f_{II}}{dy^2} \right|_{y=l} = 0, \quad \left| \frac{d}{dy} \left[EI \frac{d^2 f_{II}}{dy^2} \right] \right|_{y=l} = 0$$

Суммирование распространяется на все сосредоточенные массы (моторы), лежащие правее рассматриваемого сечения, если защемление принято слева. Далее процесс вычисления повторяется

Крутильные колебания крыла без моторов

Определяют φ_1

$$\varphi_1 = - \int_y^l dy \frac{1}{GI_{кр}(y)} \int_y^l J_m(y) \varphi_0 dy,$$

при условии

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \left| GI_{кр}(y) \frac{d\varphi_1}{dy} \right|_{y=l} = 0,$$

затем, подставляя в формулу значение φ вместо φ_0 , получают φ_{II} и т.д.

Крутильные колебания крыла с моторами
Имея на основании предыдущего φ_1 , определяют

$$\varphi_{II} = \int_v^l \frac{\left[\int_y^l J_m(y) \varphi_1 dy + \sum_i J_{m_i} \varphi_1(a_i) \right]}{GI_{кр}(y)} dy,$$

при условии

$$\varphi_{II}(0) = 0, \quad \left| GI_{кр}(y) \frac{d\varphi_{II}}{dy} \right|_{y=l} = 0$$

Суммирование распространяется на все сосредоточенные массы, лежащие правее рассматриваемого сечения, если защемление слева

Совместные колебания крыла без моторов

Задаются формой колебаний изгиба и кручения

$$f_1 = \int_v^l dy \int_y^l dy \frac{1}{EI(y)} \int_v^l dy \int_y^l m(y) f_0 dy$$

при условии

$$f_1(0) = f_1'(0) = 0, \quad \left| EI(y) \frac{d^2 f_1}{dy^2} \right|_{y=l} = 0, \quad \left| \frac{d}{dy} \left[EI(y) \frac{d^2 f_1}{dy^2} \right] \right|_{y=l} = 0$$

и

$$\varphi_1 = - \int_v^l dy \frac{1}{GI_{кр}(y)} \int_y^l J_m(y) \varphi_0 dy$$

при условии

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \left| GI_{кр}(y) \frac{d\varphi_1}{dy} \right|_{y=l} = 0$$

Затем определяют частоту собственных колебаний, приняв

$$f = f_1 \text{ и } \varphi = \varphi_1$$

Найдя p^2 , определяют соотношение амплитуд компонентов движения из уравнения

$$\frac{B}{A} = \frac{a_{11} - p^2 c_{11}}{p^2 c_{12}} = \frac{p^2 c_{12}}{a'_{22} - p^2 c_{22}}$$

После этого определяют

$$f_{II} = \int_v^l dy \int_y^l dy \frac{1}{EI(y)} \int_v^l dy \int_y^l \left[m f_1 - \frac{B}{A} m \varphi_1 \right] dy$$

при условии

$$f_{II}(0) = f'_{II}(0) = 0$$

$$\left| EI(y) \frac{d^2 f_{II}}{dy^2} \right|_{y=l} = 0, \quad \left| \frac{d}{dy} \left[EI(y) \frac{d^2 f_{II}}{dy^2} \right] \right|_{y=l} = 0$$

и

$$\varphi_{II} = \int_v^l dy \frac{1}{GI_{кр}(y)} \int_y^l \left[J_m \varphi_1 - \frac{A}{B} m \varphi_1 \right] dy,$$

при условии

$$\varphi_{II}(0) = 0, \quad \left| GI_{кр}(y) \frac{d\varphi_{II}}{dy} \right|_{y=l} = 0$$

Приняв $f=f_{II}$ и $\varphi=\varphi_{II}$, определяют опять частоту и повторяют весь процесс сначала. Окончательные значения для f и φ получаются после того, как процесс последовательных приближений замкнется, т.е. для двух соседних приближений значения f , а также φ почти совпадут.

Совместные колебания крыла с моторами

Задаются формами колебаний

$$f_1 = \int_y^l dy \int_y^l dy \frac{1}{EI(y)} \int_y^l dy \int_y^l m(y) f_0 dy$$

при условии

$$f_1(0) = f_1'(0) = 0, \quad \left| EI(y) \frac{d^2 f_1}{dy^2} \right|_{y=l} = 0, \quad \left| \frac{d}{dy} \left[EI(y) \frac{d^2 f}{dy^2} \right] \right|_{y=l} = 0,$$

и

$$\varphi_1 = - \int_y^l dy \frac{1}{GI_{кр}(y)} \int_y^l J_m(y) \varphi_0 dy$$

при условии

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \left| GI_{кр}(y) \frac{d\varphi_1}{dy} \right|_{y=l} = 0$$

Затем определяют частоту собственных колебаний, приняв

$$f=f_1 \text{ и } \varphi=\varphi_1$$

Найдя p^2 , определяют соотношение амплитуд компонентов движения из уравнения

$$\frac{A}{B} = \frac{a_{11} - p^2(c_{11} + e_{11})}{p^2(c_{12} + e_{12})} = \frac{p^2(c_{12} + e_{12})}{a_{22} - p^2(c_{22} + e_{22})}$$

и полагают

$$f=f_1 \text{ и } \varphi=\varphi_1$$

Затем определяют

$$f_{II} = \int_y^l dy \int_y^l dy \frac{1}{EI(y)} \int_y^l Q_1(y) dy,$$

при условии

$$f_{II}(0) = f_{II}'(0) = 0, \quad \left| EI(y) \frac{d^2 f_{II}}{dy^2} \right|_{y=l} = 0, \quad \left| \frac{d}{dy} \left[EI(y) \frac{d^2 f_{II}}{dy^2} \right] \right|_{y=l} = 0$$

и

$$\varphi_{II} = \int_y^l \frac{T_1(y)}{GI_{кр}(y)} dy$$

при условии

$$\varphi_{II}(0) = 0, \quad \left| GI_{кр}(y) \frac{d\varphi_{II}}{dy} \right|_{y=l} = 0,$$

причем

$$Q_1(y) = Q_1^{(1)}(y) + Q_1^{(2)}(y),$$

$$Q_1^{(1)}(y) = \int_y^l \left(mf_1 - \frac{B}{A} m\sigma\varphi_1 \right) dy,$$

$$Q_1^{(2)}(y) = M_l f_1(a_l) + \frac{B}{A} M_l \eta_l \varphi_1(a_l)$$

В каждой точке $z = a_i$ величину $Q_1^{(2)}(y)$ определяют от всех внешних нагрузок от моторов, лежащих правее рассматриваемого сечения y , если заделка слева

$$T_1(y) = T_1^{(1)}(y) + T_1^{(2)}(y),$$

$$T_1^{(1)}(y) = \int_y^l J_m \varphi_1 dy - \frac{A}{B} \int_y^l m \varphi_1 dy,$$

$$T_1^{(2)}(y) = M_i \varphi_i + \frac{A}{B} J_{M_i} \varphi_1(a_i)$$

В каждой точке $y = a_i$ величину $T_1^{(2)}(y)$ определяют от всех внешних нагрузок от моторов, но лежащих правее рассматриваемого сечения y , если заделка слева

Изложенный метод определения частот совместных колебаний крыла с моторами не применим в случае, если

$$c_{12} + e_{12} = 0$$

или

$$\int_0^l m \varphi \varphi dy = M_i f(a) \varphi(a)$$

Этот случай возможен, когда ось центров тяжести крыла и центры тяжести моторов лежат по разные стороны оси жесткости

Если сумма $c_{12} + e_{12}$ больше или меньше нуля, но по абсолютному значению малая величина, то изложенный метод последовательных приближений также не применим

В обоих этих случаях можно ограничиться определением частот по вышеприведенным формулам чисто изгибных и чисто крутильных колебаний

Применение метода интегральных уравнений к определению частот собственных колебаний крыла

При использовании метода интегральных уравнений для нахождения частот закон изменения жесткости и массы по размаху крыла должен быть представлен в аналитической форме

Для ряда монопланов крыльев жесткость на изгиб можно принять изменяющейся по следующему закону

$$EI = EI_0 (1 - \bar{y})^\eta,$$

где EI_0 — жесткость у корня крыла,

η — показатель степени в аналитическом выражении жесткости на изгиб,

а жесткость на кручение

$$GI_{кр} = GI_{кр0} (1 - \bar{y})^\beta,$$

где $GI_{кр0}$ — жесткость у заделки,

β — показатель степени в аналитическом выражении жесткости на кручение,

$$\bar{y} = \frac{y}{l}$$

На основании этих выражений жесткость на конце крыла ($\bar{y} = 1$) равна нулю

В действительности это не имеет места, но так как жесткость на конце пренебрежимо мала по сравнению с жесткостью у заделки, то при аналитической аппроксимации полагают EI или $GI_{кр}$ на конце крыла равной нулю

Крыло переменного сечения без сосредоточенных масс

Для крыла с жесткостью изменяющейся по закону $EI = EI_0(1 - \bar{y})^\eta$ и погонной массой по закону трапеции, а именно

$$m = m_0 \left[1 - \left(1 - \frac{m_1}{m_0} \right) \bar{y} \right],$$

где m_0 — масса у заделки,

m_1 — масса на конце крыла, формула первого приближения для частоты основного тона будет

$$\nu_f = \frac{B}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_0}{m_0}}$$

Здесь

$$B = \sqrt{\frac{(1 - \eta)(2 - \eta)}{2 \left[C_1 - \left(1 - \frac{m_1}{m_0} \right) C_2 \right]}},$$

а C_1 и C_2 имеют следующие значения $C_1 = \frac{1}{4 - \eta} - \frac{1 + \eta}{6}$,

$$C_2 = \frac{1}{3 - \eta} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(4 - \eta)(5 - \eta)} \right] - \frac{3\eta + 2}{24}$$

Если погонная масса распределена по закону треугольника, то $\frac{m_1}{m_0} = 0$, тогда

$$B = \sqrt{\frac{(1 - \eta)(2 - \eta)}{2(C_1 - C_2)}}$$

Крыло переменного сечения с сосредоточенными массами $EI = EI_0(1 - \bar{y})^\eta$, распределенная масса изменяется по закону трапеции

Формула первого приближения для частоты основного тона

$$\nu_f = \frac{B_i}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_0}{m_0}}$$

где

$$B_i = \sqrt{\frac{(1 - \eta)(2 - \eta)}{2 \left[\sum a_i \frac{M_i}{m_0 l} + C_1 - \left(1 - \frac{m_1}{m_0} \right) C_2 \right]}}$$

Крыло переменного сечения без сосредоточенных масс

Для крыла с жесткостью на кручение, изменяющейся по закону $GI_{кр} = GI_{кр0}(1 - \bar{y})^\beta$ и погонным моментом инерции масс по закону $J_m = J_{m0}(1 - \bar{y})^\omega$, формула первого приближения для частоты основного тона будет

$$\nu_\varphi = \frac{D}{2\pi l} \sqrt{\frac{GI_{кр0}}{J_{m0}}},$$

где

$$D = \sqrt{(1 + \omega)(2 - \beta + \omega)} \quad \text{при } (2 + \omega) > \beta$$

Крыло переменного сечения с сосредоточенными массами

$$GI_{кр} = GI_{кр0} (1 - \bar{y})^\beta, \quad J_m = J_{m0} (1 - \bar{y})^\omega$$

Формула первого приближения для частоты основного тона

$$\nu_\varphi = \frac{1}{2\pi l D_t} \sqrt{\frac{GI_{кр0}}{J_{m0}}},$$

где

$$D_t = \sqrt{\sum h_i \frac{J_{M_i}}{J_{m0} l} + \varepsilon},$$

$$h_i = \frac{1 - (1 - s_i)^{1-\beta}}{1 - \beta},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{(1 + \omega)(2 - \beta + \omega)},$$

$$\beta \neq 1, \quad (2 + \omega) > \beta$$

При $\beta > 1$ должно быть $s_i \neq 1$

Метод Ритца

Для крыльев переменного сечения можно применить вариационный метод Ритца (стр. 285), для чего составляется, например, при колебаниях кручения следующее выражение

$$p^2 = \frac{\int_0^l GI_{кр}(y) \left[\frac{d\varphi(y)}{dy} \right]^2 dy}{\int_0^l J_m(y) \varphi^2(y) dy},$$

Функцию $\varphi(y)$ берут в виде ряда

$$\varphi(y) = c_1 u_1(y) + c_2 u_2(y) + \dots + c_n u_n(y)$$

Функции $u_1(y), \dots, u_n(y)$ должны удовлетворять граничным условиям. Коэффициенты $c_1, \dots, c_n$ выбираются так, чтобы выражение p^2 принимало минимальное значение, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial c_n} \frac{\int_0^l GI_{кр}(y) \left[\frac{d\varphi(y)}{dy} \right]^2 dy}{\int_0^l J_m(y) \varphi^2(y) dy} = 0$$

Определив отсюда коэффициенты $c_1, \dots, c_n$, получают искомую функцию $\varphi(y)$.

Выбирая n достаточно большим, можно получить значение частоты и собственной функции $\varphi(y)$ сколь угодно близкое к действительной величине, в силу сходимости процесса Ритца для данной задачи. Если ограничиться вычислением только частоты, не определяя численно коэффициенты $c_1, \dots, c_n$, то дифференцирование последнего выражения дает

$$\begin{aligned} & \int_0^l J_m(y) \varphi^2(y) dy \frac{\partial}{\partial c_n} \int_0^l GI_{кр}(y) \left[\frac{d\varphi(y)}{dy} \right]^2 dy - \\ & - \int_0^l GI_{кр}(y) \left[\frac{d\varphi(y)}{dy} \right]^2 dy \frac{\partial}{\partial c_n} \int_0^l J_m(y) \varphi^2(y) dy = 0 \end{aligned}$$

или

$$\frac{\partial}{\partial c_n} \int_0^l \left\{ G I_{кр}(y) \left[\frac{d\varphi(y)}{dy} \right]^2 - p^2 J_m(y) \varphi^2(y) \right\} dy = 0,$$

так как

$$p^2 \int_0^l J_m(y) \varphi^2(y) dy = \int_0^l G I_{кр}(y) \left[\frac{d\varphi(y)}{dy} \right]^2 dy$$

Таким путем получится система однородных и линейных относительно $c_1, \dots, c_n$ уравнений. Число этих уравнений будет равно n . Чтобы эта система имела относительно коэффициентов $c_1, \dots, c_n$ нетривиальное решение, определитель этих уравнений должен равняться нулю. Раскрыв этот определитель, получают уравнение частоты, из которого можно определить частоты колебаний различных тонов. Аналогичный способ может быть применен также и для определения частот изгибных колебаний.

Определение частот собственных колебаний ферменных лонжеронов

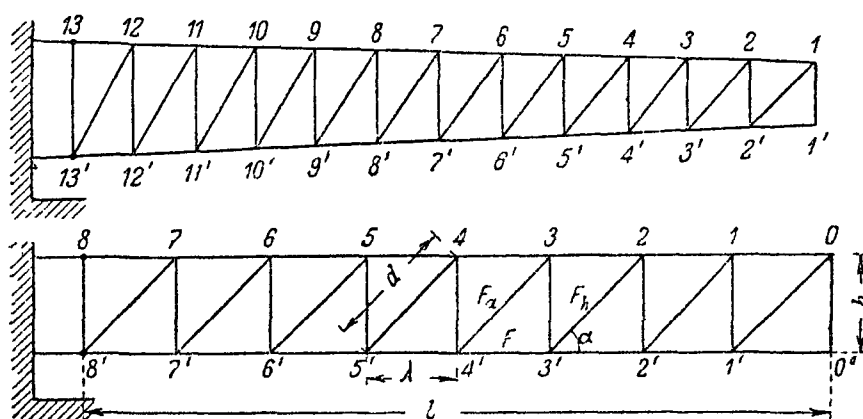
В основу определения частот собственных колебаний ферменных лонжеронов (фиг. 330) положен метод энергии в комбинации с методом последовательных приближений. Постоянство энергии при колебании лонжерона приводит к следующим формулам для частоты колебаний

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum \frac{S_i^2 l_i}{EF_i}}{\sum m_i v_i^2 + \sum m_i u_i^2}}$$

при расчете лонжерона, как фермы и

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum \frac{M_k^2 \lambda_k}{EI_k}}{\sum m_k v_k^2}}$$

при расчете лонжерона, как балки



Фиг. 330

Здесь l_i, F_i — длина и площадь поперечного сечения i -го стержня, $I_k = \frac{F_k h_k^2}{2}$ — момент инерции поперечных сечений поясов лонжерона относительно середины высоты h_k ,

$m_i = \sum \frac{q_i l_i}{2g}$ — сосредоточенная масса в узле, равная полусумме масс стержней, сходящихся в данном узле,
 m_k — сосредоточенная масса в k -м сечении балки, равная массам двух узлов фермы, лежащих на одной вертикали,
 v_i, u_i — вертикальное и горизонтальное перемещение, i -го узла,
 v_k — прогиб в k -м сечении балки,
 S_i — усилие в i -м стержне фермы,
 M_k — изгибающий момент в k -м сечении балки,
 λ_k — длина отсека балки.

В формулах числители представляют собой удвоенную потенциальную энергию соответственно фермы и балки в момент их наибольшего отклонения от положения равновесия, а знаменатели — удвоенную кинетическую энергию масс в момент прохождения их через положение равновесия.

Определение частот собственных колебаний лонжерона как фермы сводится к следующему:

1) Необходимо задаться формой нормального вида собственных колебаний для основного тона. В качестве исходной формы можно принять кривую:

$$\vartheta = \frac{1}{3} \left(3 - 4 \frac{x}{l} + \frac{x^4}{l^4} \right),$$

ординаты которой пропорциональны ординатам упругой линии консольной балки постоянного сечения под действием равномерно распределенной нагрузки.

2) Загрузить в узлах ферму амплитудами инерционных сил, вычисляемых по формуле:

$$P_{ky} = m_k p^2 v_k.$$

Квадрат круговой частоты p^2 входит во всех вычислениях общим множителем, поэтому при вычислениях следует положить $p^2 = 1$.

3) Определить от этих узловых сил усилия в стержнях фермы, воспользовавшись для этой цели диаграммой Кремоны.

4) По найденным усилиям подсчитать удлинения стержней.

5) Построить диаграмму Виллио и определить прогибы в узлах фермы.

6) Вычислить суммы, входящие в формулу частоты и по этой же формуле подсчитать частоту в первом приближении. Кинетическая энергия, зависящая от горизонтальных перемещений узлов может быть отброшена, так как она составляет ничтожную величину (меньше 1% по сравнению с полной кинетической энергией). Приняв вертикальные прогибы в узлах фермы первого приближения за исходные, следует вычислить значение второго приближения для частоты p .

При обычных конструкциях лонжерона можно ограничиться вычислением только первого приближения, так как второе приближение мало отличается от первого.

При расчете частоты ферменного лонжерона, рассматривая его как балку переменной высоты, следует пользоваться вышеприведенной формулой (стр. 309). Практически вычисление сводится к следующему:

1) Задаются нормального вида формулой собственных колебаний лонжерона и подсчитывают грузы:

$$P_{ky} = \overline{m}_k v_k.$$

2) Загружают этими грузами лонжерон и вычисляют изгибающие моменты (эпюру моментов).

3) Приняв эпюру за фиктивную нагрузку, вычисляют прогибы фермы как ординаты фиктивных моментов.

4) По формуле определяют частоту собственных колебаний.

Для случая лонжерона с параллельными поясами постоянного сечения и постоянного сечения стержней решетки представляется возможным при замене фермы балкой учесть работу решетки, если вместо обычного момента инерции $I = \frac{Fh^2}{2}$, ввести так называемый приведенный $\bar{I} = \frac{I}{\mu}$, где μ определяется по формуле

$$\mu = 1 + 2 \frac{h^2}{l^2} \left(\frac{F}{F_d} \frac{1}{\cos \varphi \sin^2 \varphi} + \frac{F}{F_h} \operatorname{tg} \varphi \right).$$

В этом случае частота собственных колебаний лонжерона определится по формуле

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1,875}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{\bar{EI}}{q\mu}} g$$

Принимая во внимание, что лонжерон работает в системе крыла, момент инерции которого зависит не только от момента инерции лонжеронов, достаточно при определении частот собственных колебаний крыла, лонжерон считать как балку с моментом инерции, вычисляемым по формуле

$$I = \frac{Fh^2}{2}$$

Удар

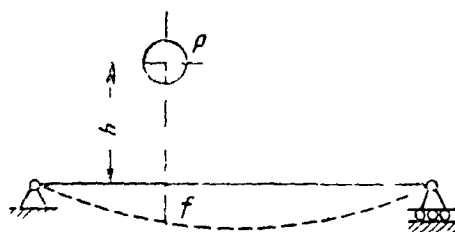
Изгибающий удар неупругого груза по невесомой балке

От удара неупругого груза веса P при падении с высоты h на невесомую балку (фиг. 331) динамический прогиб будет

$$f = f_{\text{ст}} \mu,$$

где

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{f_{\text{ст}}}}$$



Фиг. 331

(μ называется динамическим коэффициентом удара), $f_{\text{ст}}$ — статический прогиб от груза Q

Если известна скорость V ударяющего тела в мгновение удара, то определяют условную высоту падения h , исходя из формулы

$$h = \frac{V^2}{2g},$$

где g — ускорение свободного падения

Из выражения динамического коэффициента удара следует, что он не может быть меньше 2. Это наименьшее его значение получается при $h=0$, т. е. при мгновенном приложении (или снятии) нагрузки. Это означает, что эффект мгновенного приложения (или снятия) нагрузки вдвое больше эффекта от статического ее приложения.

Если балка несет в точке удара сосредоточенную массу M , то

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{V^2}{gf_{\text{ст}}} \frac{1}{1 + \frac{M}{m}}} \quad \text{или} \quad \mu = 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{f_{\text{ст}}} \frac{1}{1 + \frac{M}{m}}}$$

Здесь m — масса падающего тела

Зная динамический коэффициент удара, легко определить величины динамических усилий и напряжений.

Изгибающий момент в любом сечении балки может быть представлен в виде:

$$M = M_{\text{ст}} \mu,$$

где $M_{\text{ст}}$ — момент от статического действия силы Q .

Напряжение в любом сечении будет:

$$\sigma = \sigma_{\text{ст}} \mu,$$

где $\sigma_{\text{ст}}$ — статическое напряжение.

Учет массы балки

Вышеприведенные формулы являются приближенными, так как они не учитывают массы балки.

Влияние массы балки сказывается в том, что она порождает добавочные силы инерции.

С увеличением массы балки эффект удара уменьшается.

Если на основе метода приведения заменить распределенную массу сосредоточенной массой в точке удара, то динамический коэффициент удара будет:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{V^2}{g f_{\text{ст}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{M_{\text{пр}}}{M}}} \quad \text{или} \quad \mu = 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{f_{\text{ст}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{M_{\text{пр}}}{M}}},$$

где $M_{\text{пр}}$ — приведенная масса балки,

M — масса падающего тела.

Метод приведения масс состоит в замене распределенной массы одной или несколькими сосредоточенными массами так, чтобы обе системы были динамически эквивалентны, т. е. кинетические энергии их равны между собой в любое время. Приведенная масса сообщает системе ту же частоту собственных колебаний, какую давала бы распределенная масса.

Отношение приведенной массы к полной массе стержня называется коэффициентом приведения массы.

Коэффициент приведения для балки, свободно опертой по концам и нагруженной силой посередине, будет:

$$k = \frac{17}{35}.$$

Для балки, заделанной одним концом и нагруженной силой на свободном конце коэффициент приведения будет:

$$k = \frac{33}{140}.$$

Для балки заделанной обоими концами и нагруженной силой посередине будет:

$$k = \frac{13}{35}.$$

Удар распределенной нагрузкой

Балка постоянного сечения. Прогиб при ударе:

$$f = f_{\text{ст}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2hn}{f_{\text{ст}} v}} \right),$$

где n — отношение массы падающего тела к сумме масс падающего тела и балки.

Коэффициент γ для равномерно распределенной нагрузки зависит от условий закрепления и равняется 0,787 в случае балки, свободно опертой, 0,642 — в случае консольной и 0,762 — в случае балки, заделанной обоими концами

Балка переменного сечения Для балки переменного сечения с погонной массой, меняющейся линейно от наибольшей погонной массы m_0 у заделки до нуля в конце консоли при ударе равномерно распределенной нагрузкой (постоянная погонная масса ударяющего тела — m) прогиб при ударе будет

$$f = f_{\text{ст}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{5h}{f_{\text{ст}}} \cdot \frac{\ln(1+\beta)}{1+\beta}} \right), \quad \text{где} \quad \beta = \frac{m_0}{m}.$$

Действие кратковременной силы

Удар по любой упругой системе есть кратковременное действие силы, меняющейся во время удара по некоторому закону $P(t)$. Установление этого закона представляет значительные трудности; известна лишь величина импульса удара

$$F = \int P(t) dt$$

Измеряя количество движения, можно найти импульс

При кратковременных ударах с известным упрощением можно принять силу P постоянной и равной среднему значению интеграла

$$P = \frac{1}{t} \int_0^t P(\tau) d\tau,$$

где t — продолжительность удара

В этом случае можно получить решение, которое приближенно характеризует ударный эффект

Пусть сила P внезапно появилась в мгновение $t=0$ и также внезапно исчезла в мгновение t , причем в этом интервале она сохраняла постоянное значение $P = \text{const}$

Перемещение в конце этого схематизированного удара будет:

$$f(t) = f_{\text{ст}} \mu,$$

где

$$\mu = 1 - \cos pt$$

есть коэффициент, аналогичный динамическому коэффициенту удара, но не отвечающий максимальному смещению; p — круговая частота

Можно выразить изменение μ в зависимости от продолжительности t , которая может быть представлена в долях периода собственных колебаний так $t = \sigma \frac{2\pi}{p}$. Табл. 60 дает значения μ в конце удара для разных α

Т а б л и ц а 60

α	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{13}{36}$	$\frac{14}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{18}{36}$
	0,015	0,060	0,134	0,234	0,357	0,500	0,658	0,826	1,00	1,174	1,342	1,500	1,643	1,766	1,866	1,985	2,0

Перемещение в конце удара расстег с его продолжительностью, достигая максимума, равного двойному статическому перемещению, если

продолжительность удара равна половине периода. При большей длительности удара перемещение в его конце начинает убывать.

По окончании действия силы P балка продолжает перемещаться.

В мгновение τ после исчезновения силы перемещение выразится так.

$$f(\tau) = f_{\text{ст}} \cdot 2 \sin p \frac{t}{2} \sin p \left(\tau - \frac{t}{2} \right)$$

При данной продолжительности удара t наибольшее перемещение будет

$$f_{\text{макс}} = f_{\text{ст}} \mu_1,$$

где

$$\mu_1 = 2 \sin p \frac{t}{2} = 2 \sin a\pi$$

Если $\frac{pt}{2} = \frac{\pi}{6}$, т. е. продолжительность удара равна $1/6$ периода собственных колебаний, то $\mu_1 = 1$, и эффект удара равен статическому эффекту. При меньшей продолжительности удара его эффект будет меньше статического. Эффект удара начинает превосходить статическое действие силы при продолжительности его более $1/6$ периода собственных колебаний. Наибольший эффект равен двойному статическому и имеет место при продолжительности удара $t = \frac{\pi}{p}$, т. е. равной половине периода.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Ананьев И. В. Решение задачи о собственных колебаниях крыльев с сосредоточенными массами методом интегральных уравнений — Труды ЦАГИ 1938, № 318.
2. Ананьев И. В. К экспериментальному определению частот собственных колебаний авиационных конструкций — Техн. заметки ЦАГИ, № 175 1938.
3. Ананьев И. В. Определение частот собственных колебаний крыла и хвостового оперения самолета — Техника возд. флота 1937, № 1, стр. 1—17.
4. Ананьев И. В. Собственные колебания свободных и упругоподвешенных балок с сосредоточенной массой — Труды ЦАГИ 1939, № 384.
5. Белоус А. А. Определение собственных частот ферменных лонжеронов — Техн. заметки ЦАГИ 1938, № 197.
6. Судинин В. А. Вибрации крыла с учетом массы моторов и упругости подкоса. Труды ЦАГИ 1938, № 359.
7. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле — М — Л, ГИИТ. 1932.
8. Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И. Теоретическая механика Ч. III — Л — М ГИИТ 1934.
9. Келдыш М. В. Вибрации в воздушном потоке крыла с подкосами — Труды ЦАГИ 1938, № 357.
10. Гроссман Е. П. Флаттер — Труды ЦАГИ 1937, № 284.
11. Попов Л. С. О влиянии фюзеляжа и хвостового оперения самолета на вибрации крыла — Труды ЦАГИ 1938, № 343.
12. Риз П. М. Резонансный метод определения собственных частот вибрации лопастей винта — Труды ЦАГИ 1935, № 242.
13. Крылов А. Н. Вибрация судов — Л — М ОНТИ, 1936.
14. Бернштейн С. А. Основы динамики сооружений — М — Л Госстройиздат 1938.
15. Белоус А. А. Метод деформаций в динамике рамных конструкций. Исследования по теории сооружений. Сборник под ред. И. М. Рабиновича — М 1939 г.

ГРАФОСТАТИКА

Силовой многоугольник

Равнодействующая двух сил P_1 и P_2 , действующих на плоскую систему, графически определяется с помощью треугольника сил (фиг. 332). В произвольный полюс O переносится вектор $\overline{OP_1}$ так, что $\overline{O1} = \overline{P_1}$, а к концу его 1 пристраивается вектор $\overline{12} = \overline{P_2}$. Вектор $\overline{O2}$ по величине и направлению представляет равнодействующую; точкой, определяющей положение равнодействующей, является точка пересечения линий действия сил P_1 и P_2 .

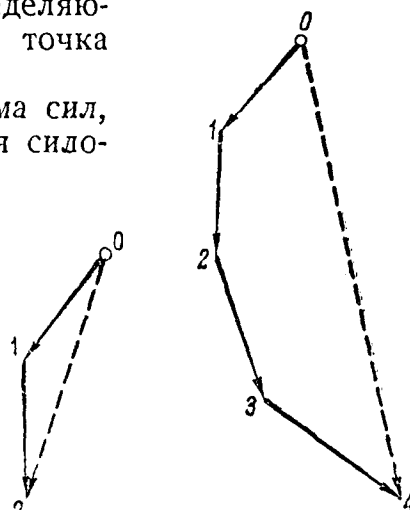
Если на плоскую систему действует система сил, то аналогично силовому треугольнику строится силовой многоугольник (фиг. 333).

Замыкающая силового многоугольника по величине дает равнодействующую, и направление ее совпадает с направлением равнодействующей.

Чтобы найти точку, определяющую положение равнодействующей в системе, строится веревочный многоугольник (стр. 316).



Фиг. 332



Фиг. 333

Графические условия равновесия

1. Должен быть замкнут силовой многоугольник,
2. Должен быть замкнут веревочный многоугольник.

Диаграмма Кремоны

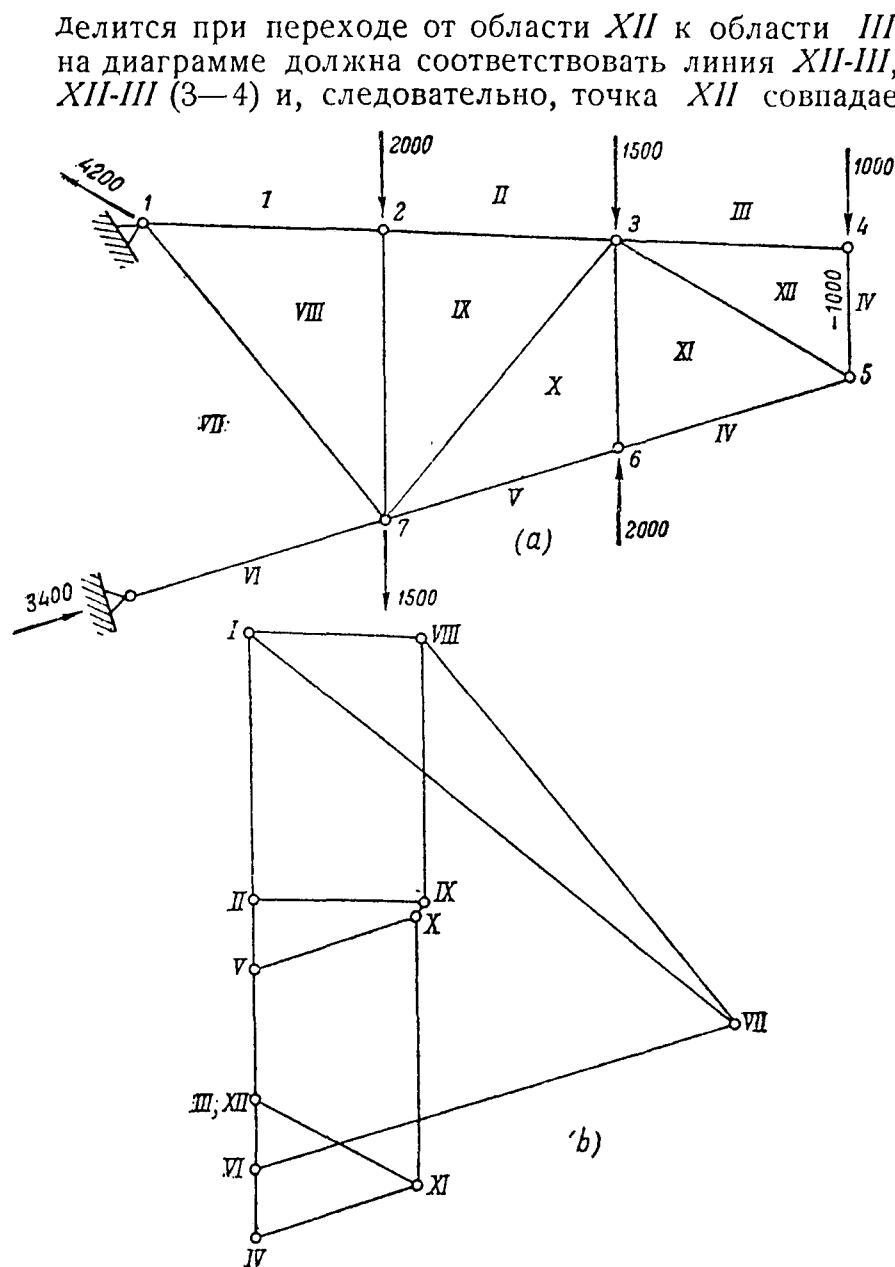
Диаграмма Кремоны строится для определения усилий в стержнях статически определимой фермы, для которой известны внешние действующие силы, включая реакции опор. Диаграмма Кремоны представляет собой объединенный график силовых многоугольников для всех узлов фермы.

Перед построением диаграммы Кремоны строится схема фермы (фиг. 334). На схему фермы наносятся все внешние силы. Затем ферма на схеме разбивается на области таким образом, чтобы каждая внешняя или внутренняя сила (сила по стержню) лежала между двумя областями; при этом обычно ферму обходят по часовой стрелке (фиг. 334, а). Строится силовой многоугольник (VII, I, II, III, IV, V, VI, VII — фиг. 334, б).

Обозначение каждой силы в силовом многоугольнике должно соответствовать тем областям, которые образуются данной силой. При обходе по часовой стрелке в начале отрезка, изображающего силу, ставится обозначение первой по обходу области, а в конце — следующей.

Построение диаграммы Кремоны начинается с того узла, в котором сходятся не больше двух стержней.

На фиг. 334 построение диаграммы, например, может быть начато с узла 4, т. е. с точки III силового многоугольника. Ход построения диаграммы следующий. Обходят узел 4 по часовой стрелке; между областью III и областью IV есть внешняя сила и переходу от области III к IV соответствует движение на многоугольнике сил от точки III к точке IV. Затем переходят от области IV к XII; этому переходу соответствует движение на многоугольнике сил от точки IV параллельно стержню IV—XII (5—4); точка XII диаграммы должна лежать на этой параллельной линии и опре-



Фиг. 334

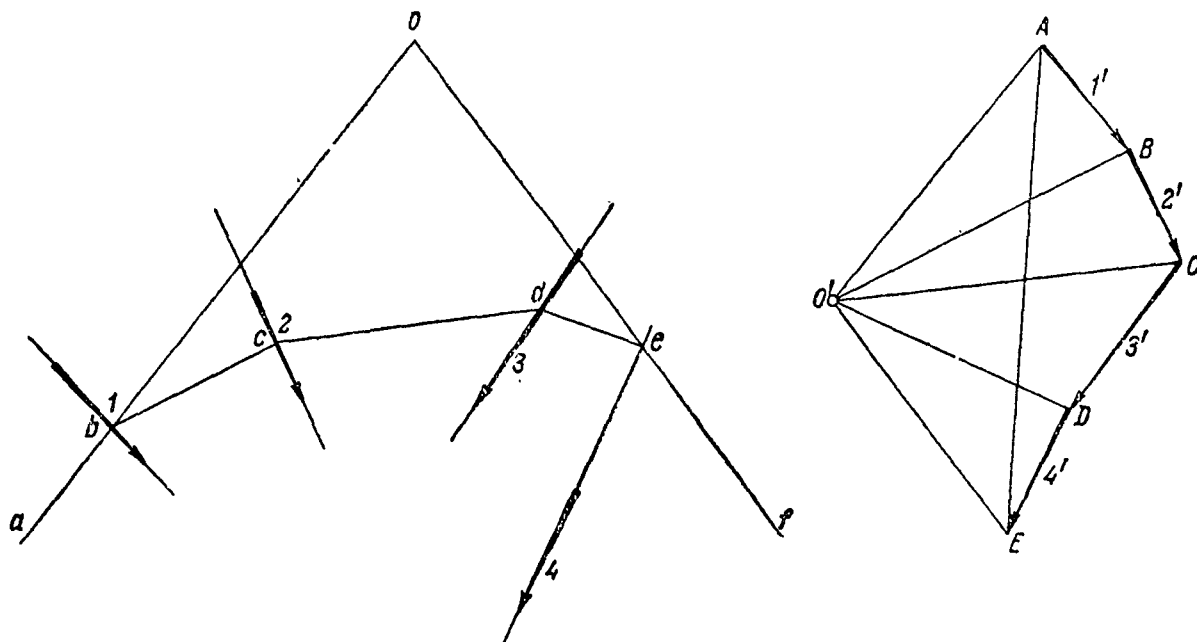
образом, силовой многоугольник для узла 4 представляется на диаграмме в виде линии III-IV-XII. Для определения усилий по стержням, сходящимся с рассмотренным узлом, поступают следующим образом: при обходе узла по часовой стрелке от области IV к области XII соответствующее движение на диаграмме направлено к узлу — стержень сжат и на схеме фермы у стержня ставится знак (-); величиной усилий будет отрезок IV-XII, взятый в соответствующем масштабе (масштабе диаграммы). Здесь это усилие равно действующей в узле силе в 1000 кг (это значение ставится у стержня с указанным знаком); по стержню XII-III усилие равно нулю. (Решение для узла 4 получается сразу и из условия действия в узле только одной силы по

направлению стержня). Следующим узлом можно взять узел 5, так как для него неизвестны усилия лишь по двум направлениям. Обходят его по часовой стрелке от области XII к IV, к XI и к XII, строя проведением линий, параллельных стержням и силам, разделяющим соответствующие области, многоугольник сил для этого узла: XII-IV-XI-XI; определяют знаки и снимают величину усилий по стержням и делают соответствующие отметки на схеме фермы (например, для стержня XI-XII (3—5) соответствует движение на диаграмме от узла — стержень растянут, а величина усилия в масштабе многоугольника сил представлена отрезком XI-XII диаграммы). Затем переходят к следующему узлу, пока не будут определены усилия по всем стержням. Диаграмма должна замкнуться; в противном случае следует проверить построение и равновесие внешних сил.

Веревочный многоугольник

Веревочный многоугольник строится для определения точки приложения равнодействующей системы сил, действующих в плоскости. Веревочный многоугольник применяется также для определения центра тяжести, определения момента сил и для построения эпюры моментов и упругой линии.

Порядок построения веревочного многоугольника указан на фиг. 335).

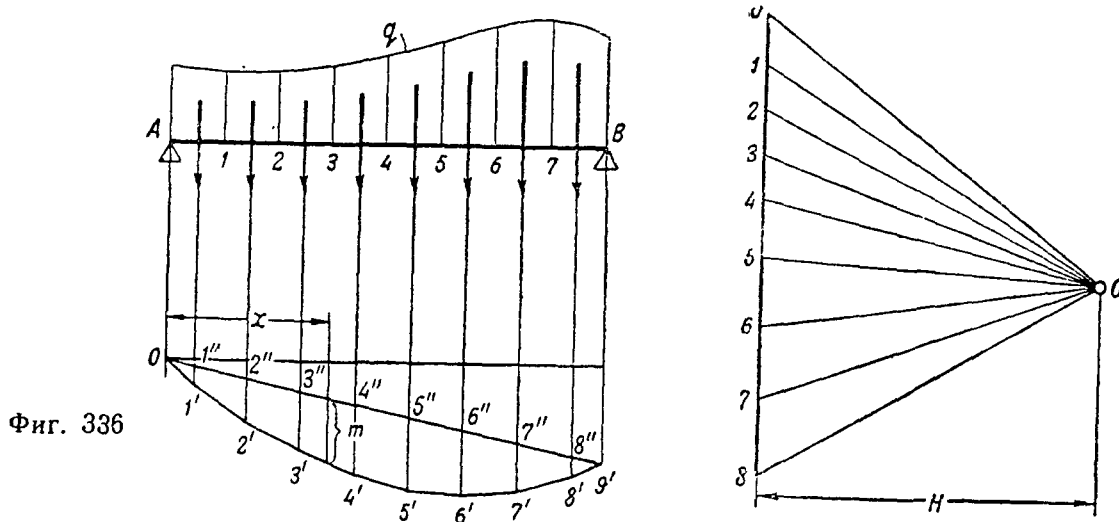


Фиг. 335

Строится силовой многоугольник ($ABCDE$). Затем произвольная точка (O') соединяется с вершинами силового многоугольника. Проводится линия ab , параллельная лучу $O'A$ до пересечения с направлением силы 1 в точке b , затем линия bc , параллельная $O'B$ и т. д. Пересечение лучей ab и ef (O), замыкающих веревочный многоугольник $bcde$ представляет точку, через которую проходит равнодействующая взятой системы сил.

Построение эпюры моментов с помощью веревочного многоугольника

Эпюра нагрузки (q) разбивается на участки (обычно 8—10) делением на равное число частей длины балки (фиг. 336). Распределенную нагрузку заменяют сосредоточенными силами, приложенными в центре тяжести каж-



Фиг. 336

дого участка. Построение начинается от одной из опор (например, A); проводятся отрезки параллельные лучам силового многоугольника ($O'I' \parallel oO$; $I'2' \parallel 1O$). Ординаты эпюры моментов отсчитывают от замыкающей OQ' (отрезки $1''I'$, $2''2'$, $3''3'$,...); изгибающий момент в любом сечении равен:

$$M = m H,$$

(m определяется по масштабу многоугольника сил, а H — по масштабу длин).

Построение упругой линии балки с помощью веревочного многоугольника

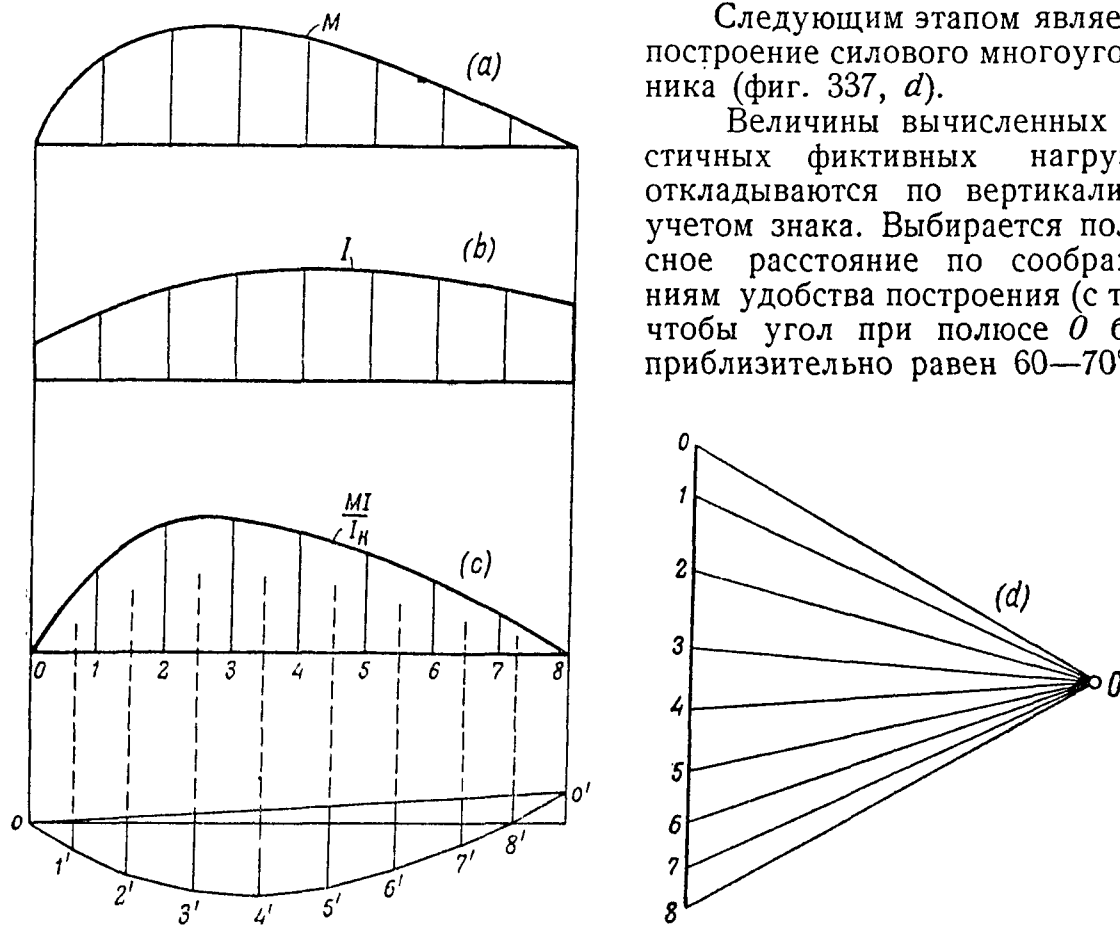
Применяется, главным образом, для балок переменного сечения. Построение основано на совпадении дифференциального уравнения веревочной кривой $H \frac{d^2 z}{dx^2} = q$ (фиг. 336) и дифференциального уравнения упругой линии балки $EI \frac{d^2 z}{dx^2} = M$.

Порядок построения следующий. Строят эпюру моментов от нагрузки (фиг. 337, *a*). Пролет балки делят на равное число участков (обычно, 8—10). Под эпюрой моментов вычерчивают график распределения моментов инерции сечений по длине балки (фиг. 337, *b*). Под ними в любом масштабе строят величину приведенной фиктивной нагрузки $\frac{MI}{I_k}$, где I_k — величина момента инерции в одном из сечений (фиг. 337, *c*).

Построение эпюры $M \frac{I}{I_k}$ соответствует приведению к фиктивной балке постоянного сечения с моментом инерции I_k , имеющей ту же упругую линию, что и данная. Затем вычисляют величины площадей участков и проводят вертикали через центры тяжести участков.

Следующим этапом является построение силового многоугольника (фиг. 337, *d*).

Величины вычисленных частичных фиктивных нагрузок откладываются по вертикали с учетом знака. Выбирается полюсное расстояние по соображениям удобства построения (с тем, чтобы угол при полюсе O был приблизительно равен $60-70^\circ$).



Фиг. 337

Отрезок OI по вертикали на фиг. 337, *d* изображает фиктивную нагрузку на участке OI (фиг. 337, *c*).

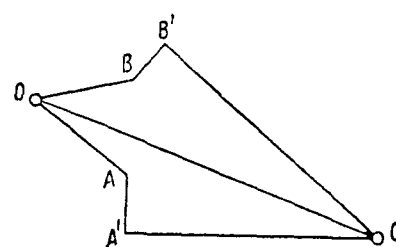
Через точку o (фиг. 337, *c*) проводят прямую, параллельную лучу OO (фиг. 337, *d*) до пересечения в точке I' с вертикалью, проходящей через центр тяжести участка (OI). Из точки I' проводят параллель лучу OI до пересечения с вертикалью, проходящей через центр тяжести участка

12 в точке 2' и т. д., пока не приходят в последнюю точку o' . Соединив точки o и o' и, отсчитывая все прогибы по вертикали от этой прямой, получают в соответствующем масштабе величины прогибов. Если силовой многоугольник построен в масштабе $1 \text{ мм} — a \text{ кг см}^2$, полюсное расстояние изображает жесткость EI_k в масштабе $1 \text{ мм} — b \text{ кг см}^2$, а длина пролета нанесена в масштабе $1 \text{ мм} — c \text{ см}$, то веревочный многоугольник даст величины прогибов в масштабе $1 \text{ мм} — \frac{a}{b} c \text{ см}$.

План Виллио

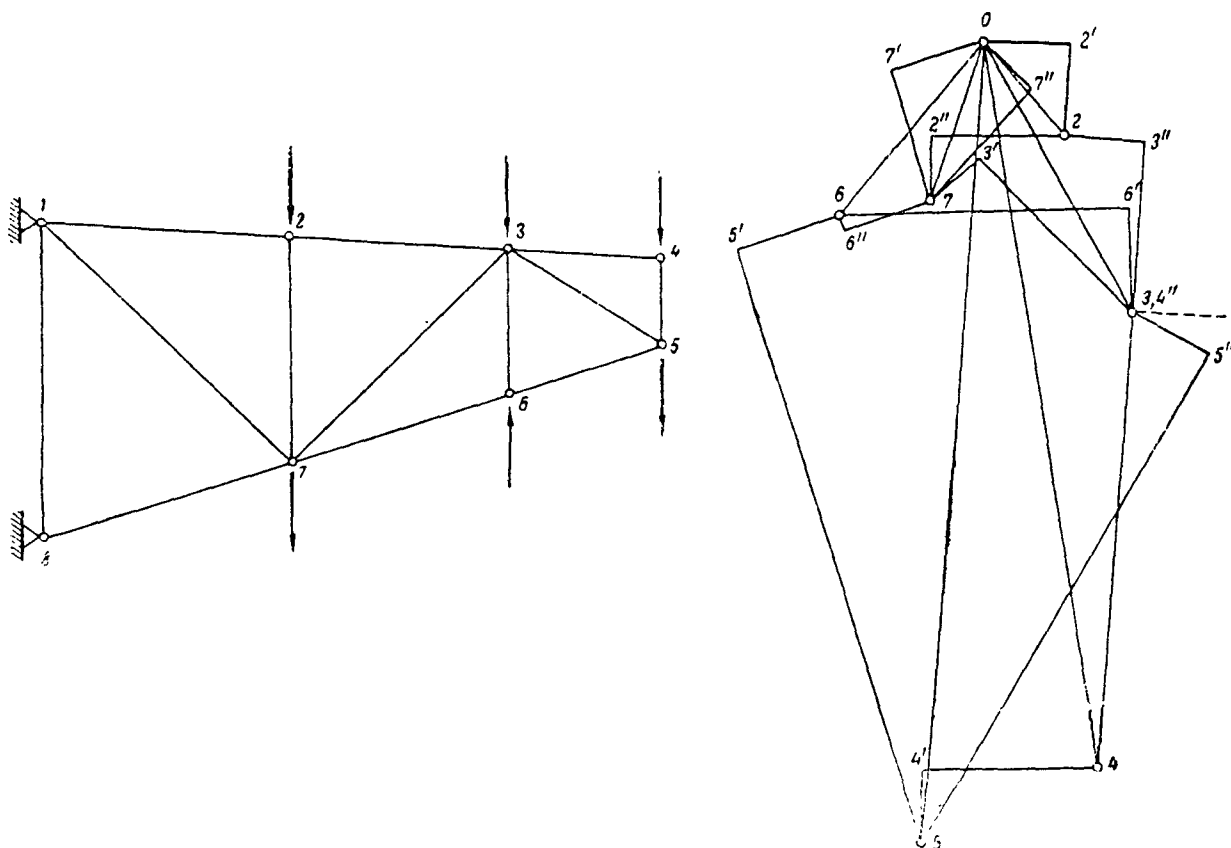
План Виллио служит для определения перемещений узлов ферм. Порядок построения плана Виллио основан на следующем элементарном построении (фиг. 338).

Если из произвольного полюса O провести два луча, по величине и направлению изображающие перемещения двух узлов A и B , к которым двумя стержнями AC и BC прикреплен третий узел C , а затем из концов лучей B и C провести соответственно удлинения стержней AB и AC (BB' и AA') с учетом знаков деформаций, то луч, соединяющий полюс O с точкой пересечения перпендикуляров в точках B' и A' , по величине и направлению представляет перемещение узла C .



Фиг. 338

На фиг. 339 показан план Виллио для случая, когда построение можно начинать от узла 7, непосредственно связанного двумя стержнями с жест-



Фиг. 339

кими опорами 1 и 8. Поэтому перемещения $07'$ и $07''$ отложены непосредственно от полюса. После построения перемещения узла 7 можно найти перемещение узла 2 и т. д.

БИБЛИОГРАФИЯ

(к разделу Строительная механика)

- 1 Тимошенко С П Теория упругости—М—Л ГТТИ, 1934
- 2 Тимошенко С П Курс теории упругости Ч II—Спб ИИПС, 1914 — 1916, стр 264—265
- 3 Timoshenko S P Theory of elastic stability—N-Y and L. Mc Graw-Hill Book Company, 1936
- 4 Ляв А Математическая теория упругости—М—Л ОНТИ, 1935
- 5 Исследование прочности тонкостенных конструкций крыла и фюзеляжа —Сборник переводов под ред А А Уманского—М—Л Оборонгиз, 1938
- 6 Дубровин А А, Макаров С Я, Суздальцев Я Я и др—Справочная книга по расчету самолета на прочность—М—Л ОНТИ, 1937
- 7 Справочник инженера-проектировщика сооружений—Т II Расчетно-теоретический—Госстройиздат, 1934
- 8 Справочник по судостроению—Ч II—Л—М ОНТИ, 1934

Библиография к отдельным главам помещена на следующих страницах

К главе	Стр
Кручение	26
Центр жесткости	107
Продольный изгиб	177
Расчет на устойчивость изолированных профилей и подбор их рациональных размеров	193
Расчет пластинок	236
Расчет балочных конструкции с тонкой стенкой	236
Расчет вторичных напряжений в стержнях ферм	258
Расчет конструкции за пределом пропорциональности	277
Расчет авиационных конструкции на вибрации и удар	314

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АВИАЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

(данные ВИАМ)

ТАБЛИЦЫ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АВИАЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
АВИАДРЕВЕСИНА

Т а б л и ц а 61

№ по порядку	П о р о д а	Р а й о н распространения	Вес единицы объема	Временное сопротивление					Предел пропор- циональ- ности при сжатии поперек волокон	Модуль упруго- сти при растя- жении вдоль волокон	Модуль сдвига при круче- нии
				сжатию вдоль волокон	растяже- нию вдоль волокон	статиче- скому изгибу	скалы- ванию вдоль волокон	круче- нию			
			γ	$\sigma_{б\text{ сж}}$	σ_b	$\sigma_{б\text{ из}}$	$\tau_{б\text{ сж}}$	$\tau_{б\text{ кр}}$	$\sigma_{р\text{ сж}}$	E	G
			г/см ³	кг/см ²	кг/см ²	кг/см ²	кг/см ²	кг/см ²	кг/см ²	кг/см ²	кг/см ²
1	Сосна	Европейская часть СССР	0,52	350	830	650	50	80	35	1,1 10 ⁵	5,5 10 ³
2	Ель обыкновенная	Европейская часть СССР	0,47	320	750	600	50	80	30	1,1 10 ⁵	5,5 10 ³
3	Ель аянская	ДВ									
4	Пихта кавказская	Кавказ	0,44	340	720	580	50	75	35	1,0 10 ⁵	5,0 10 ³
5	Лиственница сибирская	Сибирь	0,68	420	930	750	70	100	40	1,2 10 ⁵	6,0 10 ³
6	Ясень обыкновенный	Европейская часть СССР	0,71	400	1 100	820	85	120	80	1,2 10 ⁵	6,5 10 ³
7	Ясень манчжурский	ДВ	0,68	350	1 000	750	80	110	70	1,1 10 ⁵	6,0 10 ³
8	Дуб	Европейская часть СССР	0,70	400	1 000	740	70	100	60	1,0 10 ⁵	6,5 10 ³
9	Бук	Кавказ	0,65	390	930	730	75	120	60	1,0 10 ⁵	6,5 10 ³
10	Береза черная и желтая	ДВ	0,73	450	1 200	850	80	130	65	1,0 10 ⁵	6,5 10 ³
11	Липа	Европейская часть СССР	0,48	270	600	470	50	75	40	0,9 10 ⁵	4,5 10 ³

Примечание 1 Расчетные величины даны при влажности древесины 15%
2 Предел пропорциональности при растяжении и сжатии вдоль волокон равен 0,75 соответствующего временного сопротивления

Таблица 62

АВИАФАНЕРА, СКЛЕЕННАЯ БЕЛКОВЫМИ КЛЕЯМИ

Толщина фанеры [мм]	Число слоев	Средний вес еди- ницы объема [г/см³]	Временное сопротивле- ние при растяжении σ_b [кг/см²]			Модуль упругости E [кг/см²]			Модуль сдвига G [кг/см²]		Временное сопротивление при чистом срезе τ_{bc} [кг/см²]			Временное сопротив- ление при скалывании по склейке τ_{bck} [кг/см²]	
			вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	в сухом состоянии	после кипячения в течение 1 часа		
Березовая фанера															
1,0	3	0,70	700	150	400	1,1 10 ⁵	0,17 10 ⁵	0,54 10 ⁵	6,5 10 ³	39 10 ³	120	320	150	—	8
1,5 и 2,0	3	0,70	700	150	400	1,1 10 ⁵	0,17 10 ⁵	0,54 10 ⁵	6,5 10 ³	39 10 ³	120	320	150	15	8
2,5	3	0,70	700	150	400	1,1 10 ⁵	0,17 10 ⁵	0,54 10 ⁵	6,5 10 ³	39 10 ³	100	310	140	15	7
3,0 и 4,0	3	0,70	700	150	400	1,1 10 ⁵	0,17 10 ⁵	0,54 10 ⁵	6,5 10 ³	39 10 ³	90	300	130	15	7
5,0	3	0,70	700	150	400	1,1 10 ⁵	0,17 10 ⁵	0,54 10 ⁵	6,5 10 ³	39 10 ³	—	—	—	15	7
5,0	5	0,70	700	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	17	7
6,0	5	0,70	700	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	17	7
6,0	7	0,70	700	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	17	7
8,0	5	0,70	610	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	17	7
8,0	7	0,70	610	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	7
10,0	7	0,70	610	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	7
10,0	9	0,70	610	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	7
12,0	9	0,70	610	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	7
12,0	11	0,70	610	—	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	7
Ольховая фанера															
1,0	3	0,60	490	100	280	0,75 10 ⁵	0,12 10 ⁵	0,35 10 ⁵	3,5 10 ³	24 10 ³	—	—	—	—	6
1,5 и 2,0	3	0,60	490	100	280	0,75 10 ⁵	0,12 10 ⁵	0,35 10 ⁵	3,5 10 ³	24 10 ³	—	—	—	13	6
3,0	3	0,60	490	100	280	0,75 10 ⁵	0,12 10 ⁵	0,35 10 ⁵	3,5 10 ³	24 10 ³	—	—	—	13	6
4,0	3	0,60	460	—	280	—	—	—	—	—	—	—	—	13	6
5,0 и 8,0	5	0,60	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	14	6
8,0 и 10,0	7	0,60	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	22	6
10,0 и 12,0	9	0,60	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	22	6
12,0	11	0,60	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	22	6

Примечание 1 Временное сопротивление сдвигу при перекашивании для березовой фанеры толщиной 1—4 мм равно при параллельном сдвиге 120 кг/см², при диагональном сдвиге 130 кг/см². Для ольховой фанеры соответственно при параллельном сдвиге 80 кг/см², при диагональном сдвиге 100 кг/см².

2 Все характеристики фанеры толщиной 1—4 мм относятся к равнослойной фанере.

АВИАФАНЕРА СКЛЕЕННАЯ БАКЕЛИТОВОЙ ПЛЕНКОЙ

Т а б л и ц а 63

Толщина фанеры [мм]	Число слоев	Средний вес единицы объема γ [г/см³]	Временное сопротивле ние при разрыве σ_b [кг/см²]			Модуль упругости E [кг/см²]			Модуль сдвига G [кг/см²]		Временное сопротивле ние при чистом срезе τ_{bc} [кг/см²]			Временное сопротив ление при скалывании по склейке $\tau_{bск}$ [кг/см²]	
			вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	в сухом состоянии	после кипячения в течение 1 часа
Березовая фанера															
10	3	0 80	750	300	450	1,2 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 60 10 ⁵	7 10 ³	39 10 ³	200	450	250	—	1б
15 и 20	3	0 80	750	250	450	1,2 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 60 10 ⁵	7 10 ³	39 10 ³	150	400	200	18	16 и 14
20	5	0 80	750	350	650	1 1 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 66 10 ⁵	7 10 ³	41 10 ³	200	400	250	18	14
2,5	3	0 80	750	250	450	1 2 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 60 10 ⁵	7 10 ³	39 10 ³	150	400	200	18	14
2,5	5	0 80	750	300	600	1 1 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 66 10 ⁵	7 10 ³	41 10 ³	200	400	250	18	14
30 и 40	3	0 80	750	250	410	1 2 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 60 10 ⁵	7 10 ³	39 10 ³	150	350	200	18	14
30 и 4,0	5	0 80	750	300	600	1,1 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 66 10 ⁵	7 10 ³	41 10 ³	150	350	200	18	14
50	3	0 77	750	250	410	1 2 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0 60 10 ⁵	7 10 ³	39 10 ³	150	350	200	18	14
50	5	0 77	750	300	500	1,1 10 ⁵	0 24 10 ⁵	0,66 10 ⁵	7 10 ³	41 10 ³	150	350	200	22	14
60	5	0 77	700	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	22	14
60	7	0 77	700	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	22	14
80	5 и 7	0 77	610	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	22 и 27	14
100	7	0 77	610	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	14
100	9	0 77	610	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	14
120	9	0,77	610	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	14
120	11	0 77	610	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	27	14
Ольховая фанера															
10	3	—	490	100	280	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12
15 и 20	3	—	490	100	280	—	—	—	—	—	—	—	—	15	12
30	3	—	490	100	280	—	—	—	—	—	—	—	—	15	12
40	3	—	460	—	280	—	—	—	—	—	—	—	—	15	12
50 и 80	5	—	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	16	12
80 и 100	7	—	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	22	12
100 и 120	9	—	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	22	12
120	11	—	450	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	22	12

П р и м е ч а н и е 1 Для ольховой фанеры склеенной бакелитовой пленкой расчетные характеристики равны расчетным характеристикам ольховой фанеры склеенной белковыми клеями

2 Все характеристики фанеры толщиной 1—4 мм относятся к равнослойной фанере

ХРОМО-МОЛИБДЕНОВАЯ КОНСТРУКЦИОННАЯ СТАЛЬ. Марка ХТМ; Марка ОСТ 30ХМА

Т а б л и ц а 65

Полуфабрикат или готовое изделие			Листы и готовые изделия из них				Трубы			Прутки и готовые изделия из них			
Состояние материала			отожженный	нормализованный	термическая обработка		отожженный	нормализованный	термически обработанный	отожженный	нормализованный	термическая обработка	
					I	II						I	II
Состояние поверхности									обработанная пескоструйкой и смазанная				
Размеры			АСТ 72С				АСТ 60	АС и 24 (4 издание)		ОСТ 7125, 7128	—	—	—
Временное сопротивление	σ_b	кг/мм ²	45—65	70—90	110	130	45—65	70—100	125—145	45—60	70—90	95	130
Предел пропорциональности	σ_p	"	25	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Предел текучести	σ_s	"	25	30	—	—	—	—	—	—	—	75	105
Модуль упругости	E	кг/см ²	2,1 · 10 ⁶	—	—	—	—	—	—	2,1 · 10 ⁶	—	—	—
Остаточное удлинение на длине $l = 11,3 \sqrt{F}$	δ	%	16	12	5	4,5	16	11	5	—	—	—	—
Остаточное удлинение на длине $l = 5d$	δ	%	—	—	—	—	—	—	—	16	12	10	5
Сжатие площади поперечного сечения	ψ	%	—	—	—	—	—	—	—	50	45	50	40
Временное сопротивление срезу	τ_b	кг/мм ²	—	—	—	—	—	—	—	—	—	86	115
Сопротивление удару по Шарпи	a	кг м/см ²	—	—	—	—	—	—	—	7	8	9	6
Твердость по Бринелю	H_B	—	140—185	210—275	330	375—444	140—187	200—266	375—440	140—180	197—269	280	375
Предел усталости	σ_u	кг/мм ²	42—30	32—40	50	56	—	—	—	22—28	32—40	42	56
Вес единицы объема	γ	г/см ³	7,85	7,85	7,85	7,85	7,85	—	—	7,85	7,85	7,85	7,85
Сопротивление коррозии	k	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Пластичность	Допустима гибка и штамповка в отожженном состоянии						Допустима гибка в отожженном состоянии						
Свариваемость	х о р о ш а я						х о р о ш а я			х о р о ш а я			
Термическая обработка	Прокатка при 1150 — 850° С, отжиг 860 — 880° С, нормализация 860 — 880° С Термическая обработка I — закалка 870 — 890° С в масле, отпуск 500 — 525° С Термическая обработка II — закалка 870 — 890° С в масле, отпуск 375 — 425° С						Прокатка 1150 — 850° С, отжиг 860 — 880° С, нормализация 860 — 880° С, закалка 870 — 890° С, в масле, отпуск 400 — 425° С			Ковка 1150 — 850° С, отжиг 870 — 890° С, нормализация 870 — 890° С, отпуск 650° С, термическая обработка I — закалка 870 — 890° С в масле, отпуск 550—575° С, термическая обработка II — закалка 870 — 890° С в масле, отпуск 350 — 375° С			
Применение	Узлы, косынки						Фюзеляж, подмоторная рама, лонжероны, оперение, шасси, узлы, подкосы, тяги			Ответственные детали конструкций самолета			
Материалы-заменители	Сталь хромансиль						Сталь хромансиль			Сталь хромансиль			

СТАЛЬ УГЛЕРОДИСТАЯ КОНСТРУКЦИОННАЯ
Марка ОМ

Марка
ОСТ 10

МЯГКАЯ
Марка М

СРЕДНЕЙ ТВЕРДОСТИ
Марка У-3,
Марка ОСТ-35

Т а б л и ц а 66
СРЕДНЕЙ ТВЕРДОСТИ
Марка У-4, марка ОСТ-45

Полуфабрикат или готовое изделие			Прутки и поковки		Листы		Проволока	Листы и полосы	Трубы	Прутки и поковки		Листы		Прутки горячекатаные		Поковки	Готовые изделия
Состояние материала			отожженный					отожженный или нормализованный		отожженный или нормализованный		нормализованный	нагартованный	нормализованный		термически обработанный	
Размеры			АСТ36АС АСТ37АС		АСТ71 АС и АСТ 48ВС		30 АМТУ	АСТ 71 АС	АСТ 68 АС	АСТ37АС и АСТ36АС		АСТ71АС		АСТ84АС	АСТ84АС	—	—
Временное сопротивление . .			σ_b	кг/мм ²	32—42	28—38	24—38	38—45	40—50	40—50	52—65	52—65	65—75	65—90	60—75	70	
Предел текучести			σ_s	"	18	18	18	—	22	22	28	—	32	30	32	40	
Модуль упругости			E	кг/см ²	2,1·10 ⁶	—	—	—	2,1·10 ⁶	2,1·10 ⁶	2,1·10 ⁶	—	2,1·10 ⁶	—	—	—	
Остаточное удлинение на длине $l = 11,3 \sqrt{F}$			δ	%	25	24	24	—	—	—	—	18	—	—	—	—	
Остаточное удлинение на длине $l = 100$ мм			δ	%	—	—	—	22	—	—	15	—	15	9	13	14	
Сжатие площади поперечного сечения			ψ	%	55	—	—	—	55	—	45	—	40	30	40	45	
Твердость по Бринелю . . .			H_B	—	92—121	—	—	—	ниже 163	ниже 163	143—187	140—185	180—229	ниже 241	178—229	229—285	
Предел усталости			σ_u	кг/мм ²	16	14	—	—	19	—	24	—	—	—	—	—	
Вес единицы объема			γ	г/см ³	7,85	7,85	7,85	—	7,85	7,85	7,85	—	7,85	—	—	—	
Сопротивление коррозии . .			k	—	2	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	
Пластичность			Допустима глубокая штамповка						Допустима холодная штамповка и гибка								
Свариваемость			х о р о ш а я						хорошая		удовлетворительная						
Термическая обработка . . .			Отпуск при 800 — 890° С						Отпуск при 860 — 880° С		Нормализованный при 830 — 850° С		Нормализация 840 — 860° С, закалка с 830° С в масло или воду; отпуск при 500 — 550° С				
Применение			Бакн, заклепки						Неответственные болты, шайбы, узлы, башмаки, фюзеляж, подмоторная рама, шасси		Болты, гайки		Болты, гильзы цилиндров				

Таблица 67

УГЛЕРОДИСТАЯ ПРУЖИННАЯ СТАЛЬ СРЕДНЕЙ ТВЕРДОСТИ

			Марка ВС			Марка Р		Марка РС	Рояльная проволока высокой твердости Марка ОВС	
Полуфабрикат или готовое изделие			Проволока			Проволока		Прутки	Проволока	
Состояние материала			Специальная термическая обработка			Специальная термическая обработка		Термическая обработка	Специальная термическая обработка	
Состояние поверхности			1	II	III			холодно-катанная	холодно-тянутая	оцинкованная
Размеры			—	—	ОСТ 5804 ОСТ 5805	—	—	—	ОСТ 722	—
Временное сопротивление	σ_b	кг/мм ²	90—100	100—170	110—190	110—145	90—130	75—85	140—220	130—200
Предел текучести	σ_s	"	—	—	—	—	—	32	—	—
Модуль упругости	E	кг/с мм ²	—	—	—	—	—	2,1 · 10 ⁶	—	—
Остаточное удлинение на длине $l = 1,3 \sqrt{F}$	δ	%	—	—	6	6	—	—	—	—
Остаточное удлинение на длине $l = 5d$	δ	%	—	—	—	—	—	11	—	—
Сжатие площади поперечного сечения	ψ	%	—	—	—	—	—	50	—	—
Сопротивление удару по Шарпи	a	кг м/см ²	—	—	—	—	—	6	—	—
Твердость по Бринеллю	H_B	—	—	—	—	—	—	197—229	—	—
Предел усталости	—	кг/мм ²	—	—	35—50	35—50	—	25	49—70	—
Число загибов на 90°	—	—	4—15	4—27	6—32	6—18	4—15	—	6—40	4—32
Вес единицы объема	ρ	г/см ³	7,85	7,85	7,85	—	—	7,85	7,85	—
Сопротивление коррозии	k	—	2	2	2	2	2	2	2	—
Пластичность	—					—		—	—	—
Свариваемость	плохая					плохая		—	плохая	
Термическая обработка	Патентирование с последующим волочением					Патентирование с последующим волочением		—	Патентирование с последующим волочением	
Наименование	Расчалки, тросы, спицы авиаколес					Спицы авиаколес		Для лент расчалок	Тросы, пружины	
Материалы-заменители						ВС		ОСТ 45 (У4)	—	—

Таблица 68

ХРОМО-МАРГАНЦЕВО-НИКЕЛЕВАЯ НЕРЖАВЕЮЩАЯ СТАЛЬ—Марка ЭИ-100					ХРОМО-НИКЕЛЕВАЯ НЕРЖАВЕЮЩАЯ КОНСТРУКЦИОННАЯ СТАЛЬ Марка ЭЯ-1					СТАЛЬ ХРОМИСТАЯ НЕРЖАВЕЮЩАЯ Марка ЭЖ-2		ХРОМО-НИКЕЛЕВАЯ КОНСТРУКЦИОННАЯ НЕРЖАВЕЮЩАЯ СТАЛЬ Марка ЭЯ-2	
Полуфабрикат или готовое изделие . . .			Листы и ленты		Л и с т ы и л е н т ы					Листы, ленты и прутки	Прутки	Листы и ленты	
Состояние материала			термически обработанный	холодно- катанный	термически обработанный	холодно-катанный				отожжен- ный	термически- обработанный	холодно- катанный	
Состояние поверхности			травленая	гладкая	травленая	г л а д к а я				—	—	травленая	гладкая
Размеры мм			0,2—3	0,2—3	0,1—3	0,1—3	0,1—3	0,1—3	0,1—3	0,3—3	—	0,1—3	0,1—3
Временное сопротивление . .	σ_b	кг/мм ²	75	100—120	58	100	110	120	50	85	60	100—120	
Предел пропорциональности	σ_p	"	—	—	25	—	—	—	25	65	25	—	
Предел текучести	σ_s	"	35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Модуль упругости	E	кг/см ²	—	—	2·10 ⁶	—	—	—	—	—	2·10 ⁶	—	
Остаточное удлинение на дли- не $l = 1,3 \sqrt{F}$	δ	%	50	25—15	50	20	12	10	20	13	50	20—10	
Сжатие площади поперечного сечения	ψ	%	—	—	—	—	—	—	70	60	—	—	
Твердость по Бринеллю . . .	H_B	—	160—200	—	140—170	—	—	—	160	—	150—200	—	
Вес единицы объема	γ	г/см ³	7,85	—	7,86—7,92	—	—	—	7,65	—	7,86—7,92	—	
Сопротивление коррозии . .	k	—	3	—	4	4	4	4	—	3	4	4	
Пластичность	Очень высокая, годна для глубокой штамповки				Очень высокая, пригодная для глубокой штамповки				Удовлетворительная в отожженном состоянии		Очень высокая, реко- мендуется для глубо- кой штамповки		
Свариваемость	Рекомендуется применение только то- чечной и роликовой электросварки				Рекомендуется только точечная и роликовая электросварка				Плохая *		Рекомендуется только точечная и роликовая сварка		
Термическая обработка . . .	Нагрев в течение 5—10 мин при 1150—1180°С с быстрым охлаждением				Нагрев в течение 5—10 мин при 1 080—1 130°С с охлаждением в воде или спирте				Закалка при 950— 1 100°С с охлаждением в масле или на воздухе и отпуск при темпера- турах от 250 до 600°С Отжиг при 860°С с охлаждением в печи		Нагрев 5—10 мин при 1 100—1 150°С с охлаж- дением в воде или в воздушном душе		
Применение	Лонжероны, узлы, подкосы, детали крыльев, фюзеляжа и оперения				Конструкции крыла, фюзеляжа, детали опере- ния, поплавки, лодки				Детали авиационных приборов, мелкие де- тали гидросамолетов, болты		Фюзеляж, узлы, под- косы, детали опере- ния, лонжероны		
Заводские марки	ЭИ-100				ЭЯ-118—8				ЭЖ-2		ЭЯ-2		
Материалы-заменители . . .	—				ЭИ-100				—		ЭИ-100		
Примечание													

* Точечная сварка при специальном режиме дает удовлетворительные результаты

** При отпуске в течение 2 часов при температуре 475—600°С и последующем охлаждении

* Точечная сварка при специальном режиме дает удовлетворительные результаты

** При отпуске в интервале температур 475—600°С наблюдается появление хрупкости

Таблица 69

АЛЮМИНИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ												
Марка АМ, АТ				Марка АМц								
Полуфабрикат или готовое изделие . . .			Л и с т ы и п р у т к и					Л и с т ы				
Состояние материала			отожженный	твердость I	твердость II	твердость III	твердость IV	отожжен- ный	твердость I	твердость II	твердость III	твердость IV
Временное сопротивление . .	σ_b	кг/мм ²	7—9	9—11	11—13	13—15	16—18	10—13,5	13	14	18	20
Предел пропорциональности	σ_p	"	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Предел текучести	σ_s	"	2—4	7—8	8—10	9—11	13—15	3,5	10,5	—	15	18
Модуль упругости	E	кг/см ²	7·10 ⁵	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Остаточное удлинение на дли- не $l = 11,3 \sqrt{F}$	δ	%	30, 40*	10, 25	7, 20	5, 15*	4; 10*	20	10	6	4	3
Сжатие площади поперечно- го сечения	ψ	%	80	—	70	60	—	—	—	—	—	—
Временное сопротивление срезу	τ_b	кг/мм ²	7	—	7,5	8,5	—	8	8,5	10	10,5	11,5
Твердость по Бринелю . . .	H_B	—	20—25	25—30	30—35	35—40	40—45	28	35	40	47	55
Предел усталости	σ_u	кг/мм ²	3,5*	—	5,0*	6,0*	—	4*	5*	6*	6,5*	7*
Коэффициент Пуассона . . .	μ	—	0,337	0,337	—	—	—	—	—	—	—	—
Вес единицы объема . . .	γ	г/см ³	2,71	—	—	—	—	2,73	2,73	2,73	2,73	2,73
Сопротивление коррозии . .	k	—	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Пластичность	Для отожженного и твердости I—хорошая, для твердости II, III и IV—удовлетворительная							Высокая				
Свариваемость	—							Хорошая				
Термическая обработка . . .	Термической обработке не подвергается.							Термической обработке не подвергается				
Применение	Бензиновые баки, бензинопроводы, маслопроводы, прокладки и т.п.							Сварные авиабаки, ненагруженные детали с глубокой штамповкой				
Заводская марка	2S							3S, Б-95				
Примечание	* Минимальное значение удлинения соответствует листовому материалу, максимальное—прутковому. * 5 10 ⁶ циклов							**5 10 ⁶ циклов				

Таблица 70

АЛЮМИНИЕВЫЙ ДЕФОРМИРУЕМЫЙ СПЛАВ—ДУРАЛЬ

			Д-1	Д-2	Д-3	Д-16			АК-1	
Полуфабрикат или готовое изделие . . .			Прутки	Листы и ленты	Листы и ленты	Листы и ленты			Поковка	Штамповка
Состояние материала			термически обработан	отожжен	термически обработан	отожжен (М)	термически обработан (Л)	нагартван (ТН)	термически обработан	термически обработан
Состояние поверхности			—	плакирована	плакирована	плакирована	плакирована	плакирована	вес до 100 кг	
Размеры			—	0,3—10 мм	0,3—6 мм	—	—	—	вес до 100 кг	вес до 100 кг
Временное сопротивление . .	σ_b	кг/мм ²	35—42	18—22	35—42	18—22	40—43	43	36—43	38—45
Предел пропорциональности .	σ_p	"	14—20	—	15—22	—	—	—	—	—
Предел текучести	σ_s	"	21—27	8—10	23—28	—	26	35	21—27	21—27
Модуль упругости	E	кг/см ²	$7 \cdot 10^5$ — $7,3 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^5$ — $7,3 \cdot 10^5$	$7 \cdot 510^5$ — $7,3 \cdot 10^5$	—	—	—	$7 \cdot 10^5$ — $7,5 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^5$ — $7,5 \cdot 10^5$
Остаточное удлинение на длине $l = 13 \sqrt{F}$	δ	%	10—18	10—15	15—22	12	15	8	—	—
Остаточное удлинение на длине $l = 5 d$	δ	%	—	—	—	—	—	—	8—15	10—8
Сжатие площади поперечного сечения	ψ	%	25—40*	—	—	—	—	—	12—30	12—30
Временное сопротивление срезу	τ_b	кг/мм ²	25	—	—	—	28	—	25	25
Сопротивление удару по Шарпи	a	см ²	1,5; 2,5***	—	—	—	—	—	1,0—2,5	1,5—2,5
Твердость по Бринелю . .	HV	—	90—120	40—50	90—120	—	—	—	90—120	90—120
Предел усталости .	σ_u	кг/мм ²	14***	9—11**	9—11**	—	10*	—	11—15	12—16 ^x
Коэффициент Пуассона .	μ	—	0,339	0,339	0,339	—	—	—	—	—
Вес единицы объема	γ	г/см ³	2,8	2,8	2,8	2,8	—	—	2,8	2,8
Сопротивление коррозии .	k	—	2	2	3	3	3	2	2	2
Пластичность	При достаточном количестве переходов выдерживает вытяжку и выколотку					Выдерживает глубокую штамповку		—	Допускает глубокую штамповку	
Свариваемость	удовлетворительная					удовлетворительная		—	удовлетворительная	
Термическая обработка . . .	Закалка 490—510° С, естественное старение при максимальной температуре 15° С					Закалка 490—510° С естественное старение при 15° С		—	Закалка 490—510° С, естественное старение при 15° С	
Применение	Основные элементы конструкции самолетов					Основные элементы конструкции		Обшивка	Лопасты винтов, подшипники	
Заводские марки	Алклед, Д-2, Д-3, Д-17					24S, Д-40, Д-14		—	—	
Примечание	* Только для прутков вдоль волокна ** 5 10 ³ циклов *** 2 10 ⁷ циклов **** Первая цифра для поперечного, вторая для продольного					* 5 10 ⁸ циклов		—	* 5 10 ⁷ циклов	

Таблица 71

АЛЮМИНИЕВЫЙ ДЕФОРМИРУЕМЫЙ СПЛАВ—ДУРАЛЬ

			Д-4		Д-5		Д-6		Д-16		Д-1	
Полуфабрикат или готовое изделие			Л и с т ы и л е н т ы		П р у т к и	Л и с т ы	Т р у б ы	Профили прессованные				
Состояние материала			термически обработан			термически обработан и нагартван	термически обработан	отожжен	закален	отожжен	закален	
Состояние поверхности			п л а к и р о в а н а									
Размеры мм			0,3—4*	4,5—10*								
Временное сопротивление	σ_b	кг/мм ²	40—43	38—40	40—45	43—46	42—44	≥ 25	≥ 40	≥ 25	≥ 35	
Предел пропорциональности	σ_p	"	—	—	—	—	25	—	—	—	—	
Предел текучести	σ_s	"	28—32	—	—	35	—	—	—	—	—	
Модуль упругости	E	кг/см ²	7 10 ⁵ —7 5 10 ⁵	7 10 ⁵ —7,5 10 ⁵	7 10 ⁵ —7,5 10 ⁵	7 10 ⁵ —7,5 10 ⁵	7 10 ⁵ —7,5 10 ⁵	—	—	—	—	
Остаточное удлинение на длине $l = 11,3 \sqrt{F}$	δ	%	15—17	10—11	10—12	8	10	≥ 10	≥ 10	≥ 10	≥ 10	
Твердость по Бринелю	H_B	—	110—140	—	110—140	—	—	—	—	—	—	
Вес единицы объема	γ	г/см ³	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	—	—	—	—	
Сопротивление коррозии	k	—	3	3	2	1	2	—	—	—	—	
Пластичность	Не рекомендуется для холодной штамповки											
Свариваемость												
Термическая обработка	Закалка 490—510° С естественное старение при комнатной температуре											
Применение	Основные элементы конструкции самолетов											
Заводские марки	ВВ, М-95											
Примечание	* Максимальные значения механических свойств соответствуют минимальным толщинам, минимальные—максимальным толщинам											

АЛЮМИНИЕВЫЙ ЛИТЕЙНЫЙ СПЛАВ

Марка 195

СИЛУМИН
Марка АС-8

Таблица 72

МАГНАЛИЙ

Полуфабрикат или готовое изделие			Литье в землю				Отливки в землю	Литье в землю
Состояние материала			без термической обработки	термически обработанный Г-4	термически обработанный Т-6	термически обработанный Т-62	без термической обработки	термически обработанный
Временное сопротивление	σ_b	кг/мм ²	10—12	20—26	21—28	23—35	16—20	29—32
Предел пропорциональности	σ_p	"	—	—	—	—	—	—
Предел текучести	σ_s	"	9—11	12—16	14—18	18—20	8—10	18—20
Модуль упругости	E	кг/см ²	—	6,9 · 10 ⁵ —7,1 · 10 ⁵	—	—	6,9 · 10 ⁵ —7,1 · 10 ⁵	6,6 · 10 ⁵ —6,7 · 10 ⁵
Остаточное удлинение на длине $l = 5d$	δ	%	2—4	6—10	3—8	0—4	5—8	12
Временное сопротивление срезу	τ_b	кг/мм ²	—	15—20	15—21	16—22	13	23
Сопротивление удару по Шарпи	a	$\frac{кг \cdot м}{см^2}$	—	—	—	—	0,3—0,5	—
Твердость по Бринелю	H_B	—	55—65	70—85	85—100	80—100	50—60	70—85
Предел усталости	σ_u	кг/мм ²	—	4,2	4,6 *	4,9 *	4,0*; 4,5*	5*
Вес единицы объема	γ	г/см ³	2,77	—	—	—	2,65	2,55
Сопротивление коррозии	k	—	1	2	1	1	3	4
Пластичность								высокая
Свариваемость							хорошая	—
Термическая обработка	Т-4—закалка 510—520° С после выдержки 18—24 часа, естественное старение 4 дня Т-6—закалка та же, старение 4 часа при 150° С Т-62—закалка та же, старение 16 часов при 150° С							Закалка 425° С после выдержки 18—24 час в масле Отпуску не подвергается
Применение	Узлы, педали, колонки управления и др.						Тормозные барабаны, арматура	
Заводские марки	195						Силумин модиф	220
Примечание	* 5 · 10 ⁸ циклов, машина Мура						* 5 · 10 ⁸ циклов ** 2 · 10 ⁷ циклов	* 5 · 10 ⁸ циклов, машина Мура

МАГНИЕВЫЙ СПЛАВ
Марка МА-1

Т а б л и ц а 73

Марка МА-3
Марка МА-4
Марка МА-5

Полуфабрикат или готовое изделие . .			Литье в кокиль	Литье под давлением	Листы	Прутки, трубы и профили	Листы и профили катаные	Прутки и профили прессованные	Прутки и профили прессованные	Трубы прессованные	Отливки в землю		Отливки в землю	
Состояние материала			термически обработанная	термически обработанный	прессованный, термически обработанный	прессованный, термически обработанный	отожженный			калиброванный	—	термически обработанный	—	термически обработанный
Состояние поверхности			травленая и окрашенная	травленая и окрашенная	травленая	травленая	травленая				травленая окрашенная	травленая окрашенная	травленая и окрашенная	
Размеры			—	—	АСТ22АС	АСТ26АС	АСТ22АС	Ø АСТ26АС 8—50	АСТ63АС 73АС	АСТ65АС и 70АС				
Временное сопротивление . .	σ_b	кг/мм ²	14—18	16—20	20—24	24—34	18—32	28—32	28—32	30—34	14—17	22—29	14—18	22—25
Предел пропорциональности . .	σ_p	"	5—7	6—8	12—15	17—20	18—22	17—19	15—17	16—18	4—5	4,5—5,5	4—6	5—7
Предел текучести	σ_s	"	—	—	—	—	18—20	20—22	18—20	19—21	—	—	7—9	9—11
Модуль упругости	E	кг/см ²	4·10 ⁵	4·10 ⁵	4,2·10 ⁵	4,2·10 ⁵	4,3·10 ⁵	4,5·10 ⁵	4,2·10 ⁵	4,5·10 ⁵	4,2·10 ⁵	4,3·10 ⁵	4,2·10 ⁵	4,2·10 ⁵
Остаточное удлинение на длине $l = 11,3 \sqrt{F}$	δ	%	5—11	6—12	7—11	4—9	10—14	11—16	10—16	10—14	2—5	4—8	4—6	5—8
Сжатие площади поперечного сечения	ψ	%	—	—	—	—	—	25—30	25—30	25—30	—	—	—	—
Временное сопротивление срезу	τ_b	кг/мм ²	—	—	—	—	14—16	14—16	14—16	14—16	—	—	—	—
Сопротивление удару по Шарпи	a	кг м/см ²	—	—	—	—	—	1,0—1,2*	1,0—1,2	1,0—1,2	—	—	0,5	0,6
Твердость по Бринелю . . .	H_B	—	30—40	35—45	35—45	40—50	55—65	00—65	55—65	60—70	50—70	50—70	45—60	50—60
Временное сопротивление сжатию	$\sigma_{бсж}$	кг/мм ²	—	—	—	—	—	35—38	30—35	34—38	—	—	30—34	32—37
Предел усталости	σ_u	"	—	—	—	—	—	—	—	—	6	7	—	—
Вес единицы объема	γ	г/см ³	1,71	1,76	1,76	1,76	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
Сопротивление коррозии . .	k	—	4	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2
Пластичность			Деформация возможна при нагреве 275 — 325° С				Деформацию производить при нагреве на 275 — 325° С как материала, так и инструмента				Правка в холодном состоянии допускается только после термической обработки			
Свариваемость			х о р о ш а я				п л о х а я				п л о х а я			
Термическая обработка . . .			Отжиг (гомогенизация) при температуре 450° С в течение 2 часов с охлаждением на воздухе				Отпуск при 400° С в течение 12—16 часов				Отжиг (гомогенизация) при 380 — 390° С 72 часа, отпуск при 150° С 16 часов, охлаждение на воздухе			
Примечание			Авиационная арматура и детали самолетов моторов и оборудования, не несущие нагрузок				Детали неответственных конструкций и оборудования				Картеры, тормозные барабаны и др.		Картеры, тормозные барабаны, оборудование самолетов	

ЛАТУНЬ

 Марка ОСТ
ЛАЖМ 60-1-1-1

Марка ОСТ ЛС-59А

Марка ОСТ Л-59

Т а б л и ц а 74

Марка ОСТ Л-62

Полуфабрикат или готовое изделие			Отливки в землю	Отливки в землю	Листы		Прутки		Литые заготовки	Прутки, листы и ленты		Листы и ленты		Листы и ленты
Состояние материала			—	—	мягкие	твер- дые	мягкие	твердые	—	мягкие	твердые	мягкие	твер- дые I	твердые II
Временное сопротивление	σ_b	кг/мм ²	20—30	30—50	35	45	35	45—50	18—22	30—35	40—45	31	38	42
Предел пропорциональности	σ_p	"	14—15	15—18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Предел текучести	σ_s	"	15—20	23	—	—	—	—	20	17	20—25	35—40	20	10
Модуль упругости	E	кг/см ²	1 10 ⁶	1,04 10 ⁶	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Остаточное удлинение на дли- не $l = 11,3 \sqrt{F}$	δ	%	5	15—20	20	5	25—30	7—10	25	20	5—10	—	—	—
Сжатие площади поперечно- го сечения	ψ	%	6	20	—	—	—	—	30	25	—	—	—	—
Временное сопротивление сжа- тию	$\sigma_{бсж}$	кг/мм ²	—	—	—	—	—	—	53	—	—	—	—	—
Сопротивление удару по Шарпи	a	$\frac{кгм}{см^2}$	3	7	—	—	—	—	5,5	7,5	—	—	—	—
Твердость по Бринеллю	H_B	—	90—120	100—130	—	—	60	140	60	60—70	100	60	—	—
Предел усталости	σ_u	кг/мм ²	—	—	—	15,1	—	—	—	20,4	—	—	—	14,4
Вес единицы объема	γ	г/см ³	8,4—8,5	8,5	8,6	—	—	—	8,6	—	—	—	—	8,5
Сопротивление коррозии	Хорошая стойкость в атмосферных условиях и в пресной воде				Хорошая стойкость в атмосферных условиях и в пресной воде				Хорошая стойкость в атмосферных условиях и в пресной воде			Хорошая стойкость в атмосферных условиях и в пресной воде		
Пластичность	Поддается ковке и прессовке				Хорошо катается и прессуется				Хорошо поддается ковке, прессовке прокатке			Выдерживает холодную штамповку		
Свариваемость	удовлетворительная				хорошая				хорошая			хорошая		
Термическая обработка	Термической обработке не подвергается				Отжиг при 600—620° С				Отпуск при 600° С			Подвергается промежуточному отжигу при 600° С при обработке		
Применение	Арматура				Арматура, мелкие детали				Арматура			Прокладки детали карбюратора		
Заводские марки	МС 6								МС 12, 0			МС 13		
Материалы-заменители									Легкие сплавы			Л-59		

Т а б л и ц а 75

ПЛАСТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Наименование пластика	Состав пластика	Способ переработки на деталь	Способ крепления листов или деталей	Вес единицы объема [г/см³]	Механические свойства						Увеличение веса при набухании в воде за 24 часа	Горючесть
					Временное сопротивление разрыву [кг/мм²]	Модуль упругости [кг/см²]	Временное сопротивление сжатию [кг/мм²]	Временное сопротивление срезу [кг/мм²]	Временное сопротивление изгибу [кг/мм²]	Сопротивление ударному изгибу [кг/см²]		
Тексто-литы Обычный текстолит	Бакелит и хлопчато-бумажная ткань	Горячее прессование в прессформах	Склепывание и склеивание казеиновыми и смоляными клеями	1,35—1,4	8,5—12,5	$6 \cdot 10^4$ — $1 \cdot 10^5$	14—17	8—10,0	15—17	30—48	до 2%	—
Гибкий текстолит	Бензил-целлюлоза и хлопчато-бумажная ткань	Штампование из листа при нагреве до 110°—120° С		1,3—1,35	8,5—9,0	—	8,5—9,0	—	12	35—49	до 2%	—
Гетинаксы Обычный гетинакс	Бакелит и сульфатные прочные бумаги	Горячее прессование в прессформах		1,35—1,4	11—18	$1,1 \cdot 10^5$ — $1,8 \cdot 10^5$	15—18	—	20—24	30—33	до 2,5%	—
Гетинакс типа немецкого „Динамит“	Бакелит и низкосортные бумаги	—		1,3—1,4	10,5—14,5	$1,1 \cdot 10^5$ — $1,9 \cdot 10^5$	10—14	—	11—16	27—43	до 5%	—
Фибра	Бюварные бумаги, обработанные хлористым цинком	Штампование листов с содержанием влаги до 30% с последующей сушкой детали		1,3	8—10	$6 \cdot 10^4$ — $7 \cdot 10^4$	7	9—10	10—12	60—90	30—35%	горит слабо
Древесные пластики: Бакелизированная фанера	Шпон—склеенный бумажной пленкой, пропитанной смолой	Только обшивка Не прессуется и не штампуется		8,8	8—13	$7,5 \cdot 10^4$ — $1,4 \cdot 10^5$	—	2,5—3,5	—	—	до 7%	—

РЕЗИНОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Таблица 76

	Группа	Марки по заводу "Каучук"	Вес единицы объема [г/см³]	Механические свойства				Коэфф. цинт. старения через 144 часа при $t = 70^\circ \text{C}$	Условия работы резины	Состояние поставки	Применение
				σ_b [кг/см²] не менее	Растяжение в момент разрыва [%]	Остаточное удлинение [%]	Жесткость по Джонсу				
В а с м е с ь	I	120	1,50	65	300	40	50—70	0,60	Бензо - маслоупорная, при температуре $80 - -45^\circ \text{C}$ и переменной нагрузке не должна трескаться	и з д е л я	Для уплотнения соединений и поглощения ударов частей авиаустановок напр., кольца для арматуры типа АМ, прокладки, упоры для ограничителей хода рулей и запоров рулей и амортизаций
	II	0130	1,45	55	350	65	60—80	0,50	Прокладки у ответственных деталей при $+40^\circ - -30^\circ \text{C}$ и нагружении до 20 кг/см^2		Шайбы, прокладки и др
	III	46	1,35	120	400	25	50—65	0,80	При переменных нагрузках и температуре $+40^\circ - -45^\circ \text{C}$ и нагружении 150 кг/см^2 Коэффициент замерзания от 0,75 *		Амортизационные пластины, кольца, ограничители хода рулей
	IV	56	1,35	120	440	25	50—65	0,80	При переменных нагрузках, частых вибрациях, для смягчения резких толчков, при температуре $+40^\circ - -45^\circ \text{C}$ Коэффициент замерзания 0,70 *		Амортизационные кольца, пластины, прокладки, шайбы для крепления доски приборов и радиаторов
	V	308 (45—СК)	—	25	350	30	55—75	0,50	Защита от выхода воздуха при давлении 5—10 ат, и при $+40^\circ - -45^\circ \text{C}$		Прокладки, уплотнение воздушных клапанов амортизатора и пр
	VI	73 (515—8)	1,30	155	590	25	90—110	0,70	Теплостойкая в горячей воде Разбухание в воде до 2%		Для уплотнительных колец или манжет трубы и паропровода
	VII	36 (140)	1,45	65	300	40	80—100	0,50	Маслоупорная		Кольца, прокладки

Р е з и н о	VIII	39 (682 III)	1,5	60	300	40	50—70	0,50	Маслоупорная при температуре $+60^{\circ}\text{C}$ — 45°C ; набухает в бензине на 7%, в масле на 20%.	е ы в о т л	Для уплотнения трубопроводов
		970	1,0	180	700	10	—	0,95	При температуре -45°C коэффициент замерзания 0,7.		Шнур резиновый амортизационный.
	Протекторная смесь		1,35	160	500	30	—	0,80	Коэффициент замерзания 0,65.		Для авиапокрышек.
	Смесь для авиацион камер		1,2	170	600	18	—	0,80	Коэффициент замерзания 0,85.		Для авиакамер
Профильная резина (оконная)	—		—	—	—	—	60—80	—	—		Для прокладки оконных стекол
Техническая пластинчатая резина	889		—	55	350	65	60—80	0,6	Для холодной и горячей воды от 0 до $+70^{\circ}\text{C}$		Техническая пластина изготавливается как с прокладками между резиной, так и без прокладок; пластина применяется для изготовления из нее клапанов, прокладок, рамок фланцев для уплотнений
	922		—	40	250	40	50—70	0,8	Для масла и бензина, для холодной и горячей воды от 0 до $+70^{\circ}\text{C}$		
	963		—	58	500	45	80—100	0,6	Для горячего воздуха и пара до $+140^{\circ}\text{C}$ и для холодной и горячей воды		

При изгибе пластин на 90° в них не должно быть расслоения резины, а также трещин. После десятикратного последовательного сжатия отдельной пластины нагрузкой, соответствующей напряжению сжатия 150 кг/см^2 , в резине не должно обнаруживаться трещин, при этом остаточная деформация по толщине пластины не должна превышать 3%. Величина усадки по высоте пластин должна быть в пределах допусков 47—53%.

Поведение металлов и сплавов при низких температурах

При охлаждении металлов и сплавов ниже 0°С особенно резко изменяется (обычно снижается) ударная вязкость У большинства сталей, за исключением высоколегированных, наиболее сильное падение ударной вязкости происходит в области температуры от —40 до —70°С. Другие же характеристики механических свойств, как-то временное сопротивление разрыву, пределы текучести, пропорциональности и усталости, твердость, модуль сдвига при кручении и модуль упругости возрастают с понижением температуры. Относительное удлинение изменяется незакономерно или возрастает, или снижается в указанных пределах температуры. Поперечное сужение уменьшается с понижением температуры. В табл. 77 приведены характеристики при изменении температуры с 20 до —70°С для четырех материалов.

Таблица 77

	Сталь хромансиль			Сталь хромомолибденовая			Углеродистая сталь средней твердости			Алюминий		
	t =			t =			t =			t =		
	20°С	—40°С	—70°С	20°С	—40°С	—70°С	20°С	—40°С	—70°С	20°С	—40°С	—70°С
Временное сопротивление σ_b в кг/мм ²	141	142	146	143	149	152	95	101,5	102	9,4	11,7	12,5
Предел текучести σ_s в кг/мм ²	126,7	135	137	131	141	140	84	91	91	8,2	9,4	9,7
Остаточное удлинение δ в %	11,3	11,3	11,9	10,9	11,0	11,9	17	18,5	19,5	30,3	32,9	32,2
Сопротивление удару ¹ a в кгм/см ²	—	—	—	—	4	3	12	7	6	11,6	14,3	15,4
Сжатие площади поперечного сечения ψ в %	59,2	56,6	57,3	58,9	57,6	56,1	59	58	57	83,2	83,6	80,3
Твердость по Бринеллю H_B	—	—	—	—	—	—	257	241	241	31	31	35
Термическая обработка	Закалка в масло 880°С, отпуск 400°С			Закалка в масло 880°С, отпуск 400°С			Закалка в воду 800°С, выдержка 25 мин, отпуск 550°С			—	—	—

¹ Образец Менаже

РАСЧЕТ ЧАСТЕЙ КОНСТРУКЦИИ САМОЛЕТА НА ПРОЧНОСТЬ

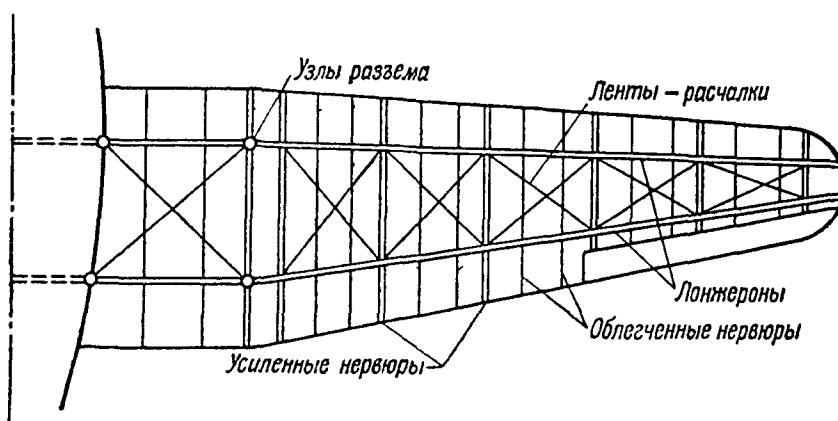
РАСЧЕТ СВОБОДНОНЕСУЩЕГО КРЫЛА

Расчетная схема крыла

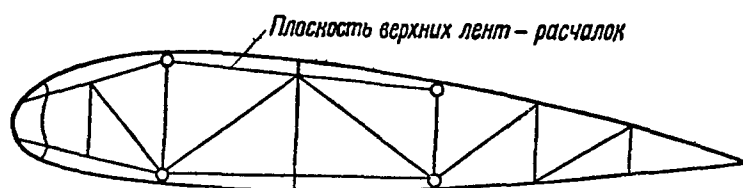
Свободнонесущие крылья можно разбить на четыре основных типа.

1. Крылья с полотняной обшивкой (фиг. 340 и 341)

Основными элементами, работающими при изгибе и кручении крыла, являются лонжероны. Лобовая сила и, частично, скручивающий момент передаются лентами-расчалками в том случае, если они поставлены в плоскостях и верхних и нижних поясов. Если ленты-расчалки поставлены в одной плос-



Фиг. 340



Фиг. 341

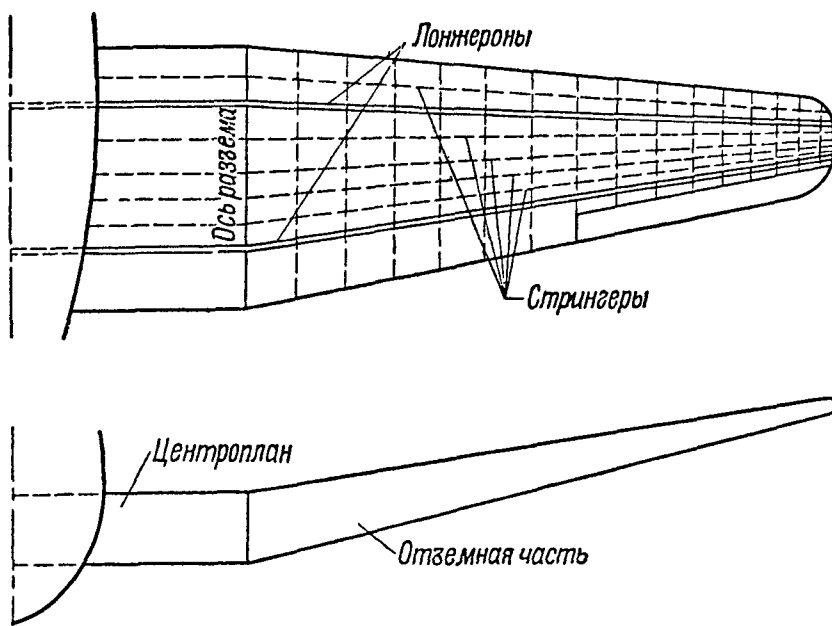
кости—они передают только лобовую силу. Усиленные нервюры работают, как распорки горизонтальной фермы крыла и распределяют изгибающий и скручивающий моменты между лонжеронами и лентами-расчалками. Облегченные нервюры служат для передачи усилий с обшивки на лонжероны.

2. Крылья с поперечно-гофрированной обшивкой

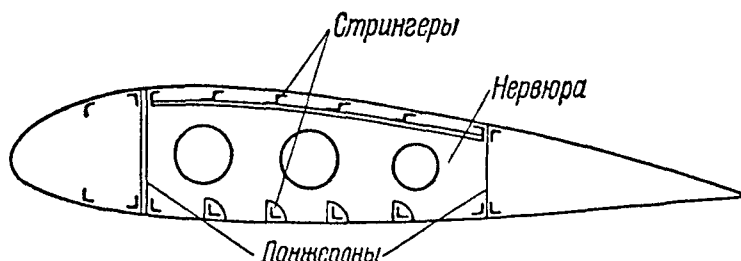
Эти крылья обычно имеют мощные лонжероны, являющиеся основными элементами, работающими при изгибе и частью при кручении. Гофр передает остальную часть скручивающего момента и нагрузки в плоскости, перпендикулярной плоскости лонжеронов, а аэродинамическую нагрузку раздает между лонжеронами. Нервюры нагружены слабо и перераспределяют, главным образом, местные нагрузки. Стрингеры—обычно слабые, часто разрезные.

3. Крылья с работающей гладкой обшивкой (фиг. 342 и 343)

Несущими элементами крыла являются каркас и обшивка. Каркас состоит из продольного и поперечного набора элементов; к продольному относятся стрингеры и лонжероны, к поперечному — нервюры.



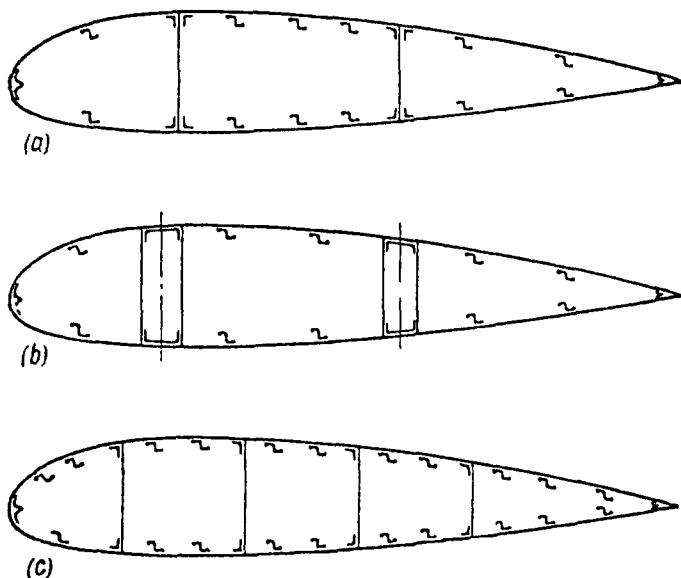
Фиг. 342



Фиг. 343

Наиболее распространенный тип крыльев характеризуется мощным продольным набором, распределенным по всему контуру профиля, передающим вместе с обшивкой внешний изгибающий момент (фиг. 344, а).

В частном случае, крыло может иметь основную часть продольного набора сосредоточенной в виде поясов лонжеронов (фиг. 344, б). Иногда весь продольный набор распределен по ширине хорды равномерно. Лонжероны представляют собой стенки с отбортовкой, передающие, в основном, перерезывающую силу (фиг. 344, с).



Фиг 344

Кручение и сдвиг передаются обшивкой и стенками лонжеронов. Нервюры — сравнительно легкие и служат, главным образом, для раздачи местной нагрузки на лонжероны и обшивку.

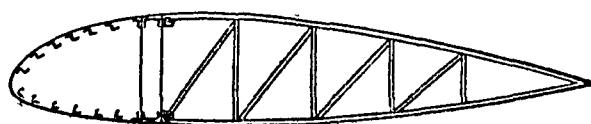
В частном случае, когда

крыло с какой-либо стороны сильно прорезано люками, кручение будет передаваться только лонжеронами, а сдвиг в плоскости крыла обшивкой той панели, где нет вырезов.

Продольный стрингерный набор иногда заменяется продольным гофром.

4. Однолонжеронные крылья

Этот тип крыла является частным видом предыдущего (фиг. 345). Изгибающий момент в основном передается поясами лонжерона и, частично, продольным стрингерным набором и обшивкой. Обшивка носка весьма мощная и хорошо подкрепленная стрингерами и нервюрами, так как на носок и стенку лонжерона передается все кручение и сдвиг.



Фиг. 345

Предварительный расчет крыла

Предварительный расчет крыла имеет целью дать конструктору наметку всех сечений элементов крыла.

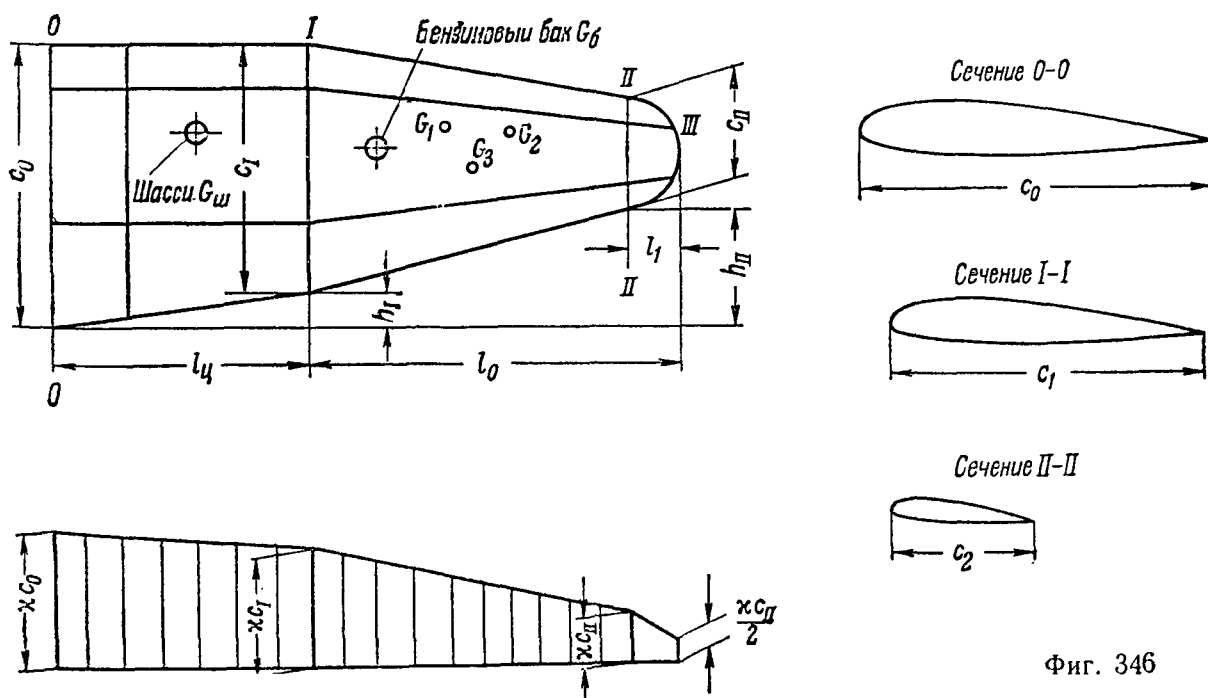
Предварительный расчет состоит из двух этапов:

- 1) определения эпюр изгибающих и скручивающих моментов и перерезывающих сил;
- 2) определения потребной площади продольного набора, толщин обшивки, усилий, действующих на другие элементы конструкции крыла, и подбора сечений этих элементов.

Определение эпюр изгибающих и скручивающих моментов и перерезывающих сил

Исходные данные

1. Общий вид крыла в плане.
2. Положение лонжеронов.
3. Вес отъема крыла и вес центроплана (вместе или отдельно).
4. Вес и положение грузов в крыле.
5. Чертежи профиля крыла по трем сечениям (по оси фюзеляжа, по оси разбега и на конце).
6. Распределение аэродинамической нагрузки и ее величина (на фиг. 346)



Фиг. 346

условно показано распределение нагрузки пропорционально хордам), угол равнодействующий с хордой и положение $ц$ $д$ по хорде

Эпюра изгибающих моментов от веса конструкции крыла

Распределение веса по размаху следует принимать по фиг 347 Ординаты погонных нагрузок находятся по формулам

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{2 G_{кр} - p_{II} c_{II} l_0}{2 k l_{II} + l_0 - l_I}, \\ q_0 &= k q_1, \quad q_{II} = p_{II} c_{II}, \end{aligned} \right\} \text{если задан общий вес крыла}$$

где $G_{кр}$ — вес одного крыла,

p_{II} — вес $1 м^2$ крыла на конце (величина p_{II} колеблется от 8 до $10 кг/м^2$),

$2 l_{II}$ — длина центроплана,

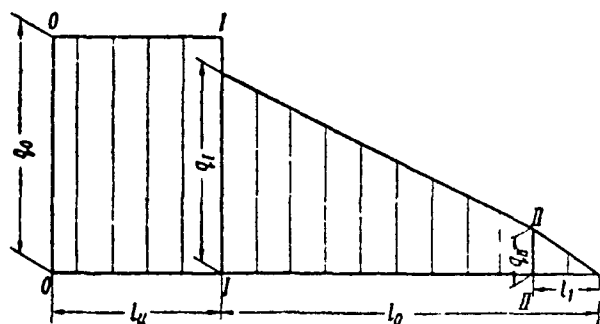
k — коэффициент, $k = 1,20 \sim 1,25$,

или по формулам

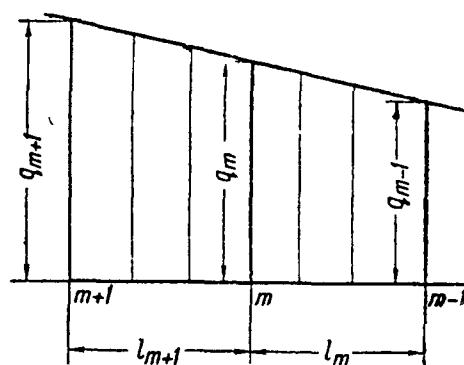
$$\left. \begin{aligned} q_0 &= \frac{G_{II}}{l_{II}}, \\ q_1 &= \frac{2 G_0 - p_{II} c_{II} l_0}{l_0 - l_I}, \\ q_{II} &= p_{II} c_{II}, \end{aligned} \right\} \text{если веса отъема и центроплана заданы отдельно}$$

где G_0 — вес отъема,

G_{II} — вес половины центроплана (т е на длине l_{II})



Фиг 347



Фиг 348

Строится в масштабе эпюра распределения веса по размаху

Крыло разбивается по размаху на n участков (10—15), причем ось разъема обязательно должна являться границей двух участков

Распределенный вес крыла разносится по сечениям (ординаты снимаются с фиг 347) нагрузка на $(m+1)$ -и участок равна (фиг 348)

$$\Delta Q_{m+1} = \frac{l_{m+1}}{2} [q_{m+1} + q_m],$$

сосредоточенная нагрузка в m -м сечении будет

$$P_m^B = \left[\Delta Q_m - \frac{q_m + 2 q_{m-1}}{6} l_m \right] + \frac{q_{m+1} + 2 q_m}{6} l_{m+1},$$

где ординаты q снимаются непосредственно с эпюры (фиг 348)

Вычисления сводятся в таблицу (табл 78)

Таблица 78

№ сече-ний	№ отсе-ков	Нагрузка на отсек				Нагрузка на се-чение слева	Нагрузка на сечение справа	$P_m^в$
		q_{m-1}	q_m	l_m	ΔQ_m	$\frac{q_{m+1} + 2q_m}{6} l_{m+1}$	$\Delta Q_m - \frac{q_m + 2q_{m-1}}{6} l_m$	
0								
	1							
1								
	2							
2								

Перерезывающая сила на участке $(m + 1)$ равна

$$Q_{m+1}^в = Q_m^в + P_m^в$$

Перерезывающая сила концевого участка равна

$$Q_1^в = P_0^в$$

Изгибающий момент в m -м сечении равен

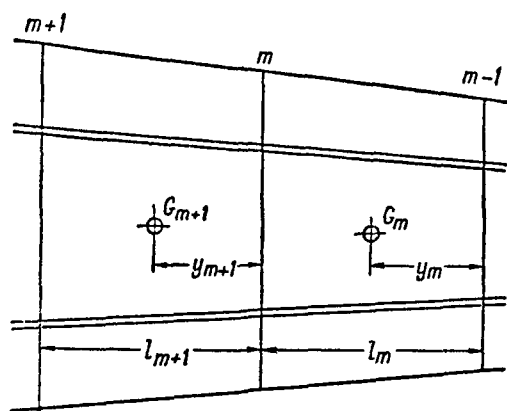
$$M_m^в = M_{m-1}^в + Q_m^в l_m$$

Изгибающий момент в концевом сечении равен нулю
 Вычисления сводятся в таблицу (табл 79)

Таблица 79

№ сече-ний	№ отсе-ков	$P_m^в$ [кг]	$Q_m^в$ [кг]	l_m [м]	$Q_m^в l_m$ [кгм]	$M_m^в$ [кгм]
0	—	P_0	—	—	—	—
—	1	—	$Q_1 = P_0$	l_1	$Q_1 l_1$	—
1	—	P_1	—	—	—	$M_1 = Q_1 l_1$
—	2	—	$Q_2 = Q_1 + P_1 = P_0 + P_1$	l_2	$Q_2 l_2$	—
2	—	P_2	—	—	—	$M_2 = M_1 + Q_2 l_2 = Q_1 l_1 + Q_2 l_2$
—	3	—	$Q_3 = Q_2 + P_2 = P_0 + P_1 + P_2$	l_3	$Q_3 l_3$	—
3	—	P_3	—	—	—	$M_3 = M_2 + Q_3 l_3 = Q_1 l_1 + Q_2 l_2 + Q_3 l_3$
—	4	—	$Q_4 = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = Q_3 + P_3$	l_4	$Q_4 l_4$	

Эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил от грузов в крыле



Фиг 349

Сосредоточенные грузы в крыле разносятся по правилу рычага между принятыми сечениями (фиг 349)
Плечи берутся с чертежа (фиг 346)

$$\Delta P_m^{rp} = \left[\Sigma G_{m+1} - \frac{\Sigma G_{m+1} y_{m+1}}{l_{m+1}} \right] + \frac{\Sigma G_m y_m}{l_m}$$

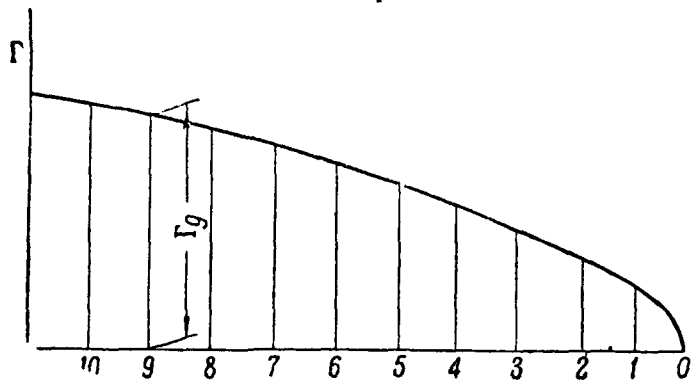
Вычисления сводятся в таблицу (табл 80)

Таблица 80

	<i>G</i>	<i>y</i>	<i>Gy</i>	№ сечений	$\frac{\Sigma G_m y_m}{l_m} = \Delta P_m^{rp} (np)$	$\Sigma G_{m+1} - \frac{\Sigma G_{m+1} y_{m+1}}{l_{m+1}} = \Delta P_m^{rp} (r)$	<i>P_m^{rp}</i>
Отсек <i>m</i> <i>l_m</i> =							
	Σ	—	Σ	<i>m</i>			
Отсек <i>m + 1</i> <i>l_{m+1}</i> =							

Изгибающие моменты и перерезывающие силы от сосредоточенных грузов вычисляются в таблицах по типу табл 78 и 79

Эпюра изгибающих моментов и перерезывающих сил от аэродинамической нагрузки



Фиг 350

Аэродинамическая нагрузка при единичной перегрузке равна весу самолета
Распределение циркуляции по размаху задается (фиг 350 или 346), составляется таблица по типу табл 78, в которую вместо значений *q_{m-1}* и *q_m* подставляются значения соответствующих ординат циркуляции *Г* в см в выбранных сечениях (снятые с фиг 350) Вычисление *P_m^Г* про-

изводится аналогично вычислению *P_m^в* (стр 346) Размерность *P_m^Г* получается в *м см*, чтобы перейти к размерности *P_m^а* в *кг*, значения $\Delta P_m^Г$ нужно умножить на

$$k = \frac{G}{2 \sum_0^n P_m^Г}$$

(*n* - е сечение — корневое)

Изгибающие моменты и перерезывающие силы от аэродинамической нагрузки вычисляются в таблице по типу табл 79

Построение суммарной эпюры перерезывающих сил и изгибающих моментов по размаху крыла

При перегрузке n изгибающий момент в сечении m и перерезывающая сила будут

$$M_m = [M_m^a - M_m^в - M_m^{гp}] n,$$

$$Q_m = [Q_m^a - Q_m^в - Q_m^{гp}] n,$$

где M_m^a , $M_m^в$ и $M_m^{гp}$ — изгибающие моменты от аэродинамической нагрузки, веса крыла и сосредоточенных грузов,

Q_m^a , $Q_m^в$ и $Q_m^{гp}$ — перерезывающие силы от аэродинамической нагрузки, веса крыла и сосредоточенных грузов

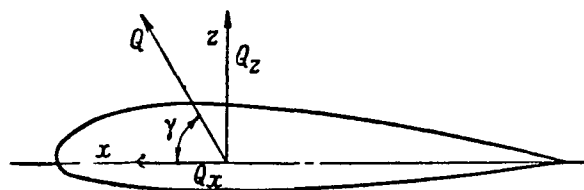
Вычисления сводятся в таблицу (табл 81)

Т а б л и ц а 81

№ сечений	№ отсеков	Перерезывающая сила Q				Изгибающий момент M				
		$n = 1$			$n =$	$n = 1$				$n =$
		Q_m^a	$Q_m^в$	$Q_m^{гp}$	Q_m	M_m^a	$M_m^в$	$M_m^{гp}$	M_m	M_m

Разложение перерезывающих сил и моментов

Полученные моменты и перерезывающие силы возникают от сил, направление которых задано (стр 345 и фиг 351) Чтобы определить напряжения от изгиба, следует разложить действующие силы по направлениям главных осей сечения крыла В предварительном расчете за главные оси часто принимают направление теоретической хорды профиля крыла и перпендикуляра к ней В таком случае моменты и перерезывающие силы от сил, действующих в направлении z и x будут равны (фиг 351)



Фиг 351

$$\begin{array}{l|l} M_x = M \sin \gamma, & M_z = M \cos \gamma, \\ Q_z = Q \sin \gamma, & Q_x = Q \cos \gamma \end{array}$$

Вычисление ведется в таблице (табл. 82)

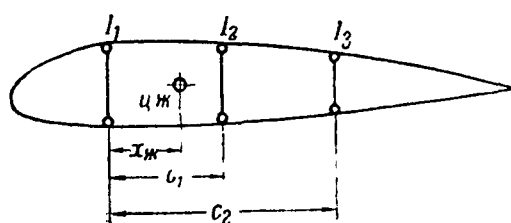
Т а б л и ц а 82

Определение составляющих перерезывающей силы				Определение составляющих момента				Примечание
№ отсеков	Q	Q_z	Q_x	№ сечений	M	M_x	M_z	$\sin \gamma =$ $\cos \gamma =$

Определение скручивающих моментов

Скручивающие моменты вычисляются относительно прямой, представляющей геометрическое место центров жесткости сечений крыла. Такое определение скручивающего момента является правильным для призматического крыла постоянного сечения на большом расстоянии от заделки. Для других крыльев определение скручивающего момента является условным. У заделки ц. ж. сечений крыла сдвигается; в практике расчета крыла на прочность это обычно не учитывается.

Положение ц. ж. многолонжеронного крыла по хорде может быть приближенно определено по формуле (фиг. 352)



Фиг. 352

$$x_{ж} = \frac{\sum I c_i}{\sum I},$$

где I — моменты инерции лонжеронов.

Если при предварительном расчете величины I и, следовательно, положение ц. ж. не известны, то им задаются.

Для крыльев с гладкой металлической обшивкой можно принять, что ц. ж. лежит на 30—35% расстояния между лонжеронами, считая от первого лонжерона. Для случая переднего положения центра давления следует выбирать более заднее положение ц. ж., т. е. 35% и для заднего положения ц. д. следует принять положение ц. ж. на 30%.

Для однолонжеронных крыльев можно принять, что ц. ж. лежит впереди лонжерона на 25% длины носовой части для случая заднего положения ц. д. и на лонжероне (0%) для случая переднего положения ц. д. Скручивающий момент от нагрузок, приложенных на поверхности и внутри крыла, может быть приближенно определен по формуле:

$$M_{кр\ m}^{гр} = \sum_{k=1}^{m-1} P_k r \sin \gamma,$$

где r — плечо сосредоточенной нагрузки относительно ц. ж. крыла, P_k — сосредоточенные нагрузки в сечении (табл. 80).

Если ц. ж. лежит на $100\xi\%$ хорды, ц. д. на $100e\%$ хорды, то от аэродинамической нагрузки момент будет:

$$M_{кр\ m}^a = \sum_{k=1}^{m-1} P_k^a c (\xi - e) \sin \gamma.$$

Так как ц. т. всей конструкции крыла лежит, примерно, на 40% хорды, то момент собственного веса крыла будет:

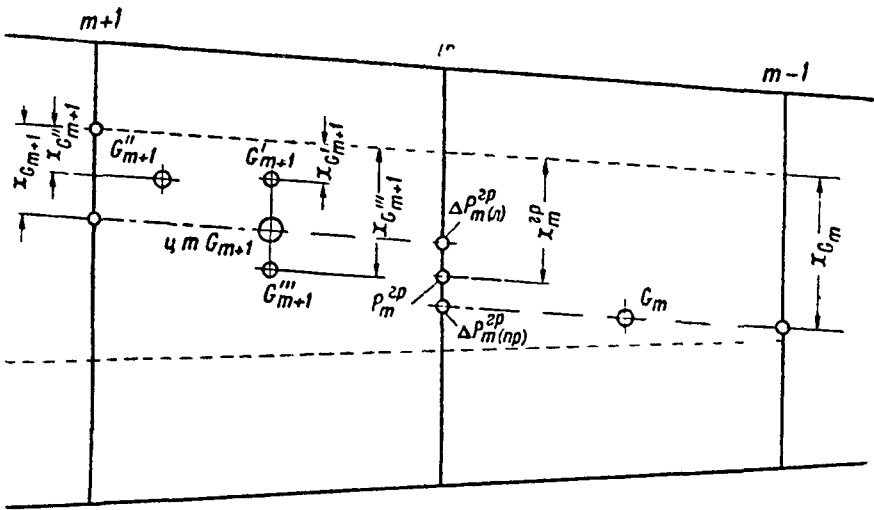
$$M_{кр\ m}^в \approx \sum_{k=1}^{m-1} P_k^в c (\xi - 0,4) \sin \gamma.$$

При определении момента от сосредоточенных грузов в крыле обычно пользуются чертежом общего вида крыла (фиг. 346) и разбивкой веса грузов по сечениям (табл. 80).

В том случае, если в отсеке между двумя сечениями имеется несколько грузов, определяют положение общего ц. т. грузов по хорде и

раздают груз по сечениям по линии, параллельной переднему лонжерону (фиг 353)
 Плечо груза относительно принятой оси равно

$$x_m^{гр} = \frac{1}{P_m^{гр}} \left(\frac{\sum G_m x_{G_m}}{\sum G_m} \Delta P_{m(пр)}^{гр} + \frac{\sum G_{m+1} x_{G_{m+1}}}{\sum G_{m+1}} \Delta P_{m(л)}^{гр} \right),$$



Фиг 353

где значения $\Delta P_{m(л)}^{гр}$ и $\Delta P_{m(пр)}^{гр}$ берутся из табл 80
 Значения x снимаются непосредственно с чертежа (точки приложения G наносятся заранее непосредственно на фиг 346) Вычисление $x_m^{гр}$ удобнее вести в таблице (табл 83)

Таблица 83

		Отсек					Отсек		Сумма		
№ сече- ний	№ отсе- ка	G	x	Gx	$\Delta P_{m-1(л)}^{гр}$	$\frac{\sum Gx}{\sum G} \Delta P_{m-1(л)}^{гр}$	$\Delta P_{m(пр)}^{гр}$	$\frac{\sum Gx}{\sum G} \Delta P_{m(пр)}^{гр}$	()	$P_m^{гр}$	$x_m^{гр}$
	(л)						—	—	—	—	—
	m										
	(пр)				—	—			—	—	—
m	Σ	Σ	—	Σ		—		—			
	(л)				$\Delta P_{m(л)}^{гр}$	$\frac{\sum Gx}{\sum G} \Delta P_{m(л)}^{гр}$	—	—	—	—	—
	$m+1$										
	(пр)						$\Delta P_{m+1(пр)}^{гр}$	$\frac{\sum Gx}{\sum G} \Delta P_{m+1(пр)}^{гр}$	—	—	—

Предварительное определение усилий

Усилие в поясе лонжерона определяется как сумма усилий от:

- а) изгиба моментом M_x (табл. 82),
- б) изгиба моментом M_z (табл. 82),
- в) кручения моментом $M_{кр}$ (табл. 84).

Изгиб моментом M_x

Для того чтобы определить усилия в поясах лонжерона от изгиба, необходимо знать коэффициенты распределения изгибающего момента между лонжеронами и положение центра жесткости.

Если полный изгибающий момент от вертикальных сил будет M_x , а изгибающие моменты в I, II, III и т. д. лонжеронах будут M_{x1} , M_{x2} , M_{x3} и т. д., то коэффициентами распределения изгибающего момента будут отношения:

$$k_1 = \frac{M_{x1}}{M_x} = \frac{I_1}{\Sigma I},$$

$$k_2 = \frac{M_{x2}}{M_x} = \frac{I_2}{\Sigma I},$$

$$k_3 = \frac{M_{x3}}{M_x} = \frac{I_3}{\Sigma I},$$

где $I_1, I_2, \dots$ — моменты инерции лонжеронов, причем k_1, k_2, k_3 и т. д. связаны соотношением:

$$k_1 + k_2 + k_3 + \dots = 1.$$

Положение оси жесткости относительно первого лонжерона может быть приближенно определено через коэффициенты распределения по формуле:

$$x_{ж} = \Sigma ck,$$

где суммирование распространено на все лонжероны. Независимо от положения оси жесткости, напряжения в поясах от изгиба моментом M_x (превалирующие по величине) пропорциональны только высотам лонжеронов, т. е.:

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 : \dots = h_1 : h_2 : h_3 : \dots,$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ — напряжения в поясах I, II, ... лонжеронов,

$h_1; h_2, \dots$ — соответствующие высоты I, II, ... лонжеронов.

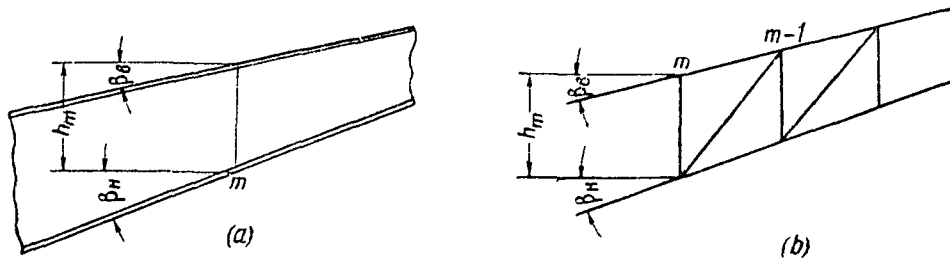
Как показывает эта формула, лимитирующим напряжением является напряжение в самом высоком лонжероне. Поэтому в весовом отношении выгоднее выбирать наиболее высокое k для самого высокого лонжерона. Вообще же k для лонжеронов можно выбирать любые и они определяют положение центра жесткости. Производя подбор поясов по выбранным k автоматически получают при поверочном расчете значение коэффициента k весьма близкие к тем, которые были выбраны при предварительном.

Часто задаются k из условия, что пояса каждого лонжерона несут одну и ту же силу; в этом случае коэффициент k определяется соотношением:

$$k_1 = \frac{h_1}{\Sigma h}; \quad k_2 = \frac{h_2}{\Sigma h}; \quad k_3 = \frac{h_3}{\Sigma h}; \dots$$

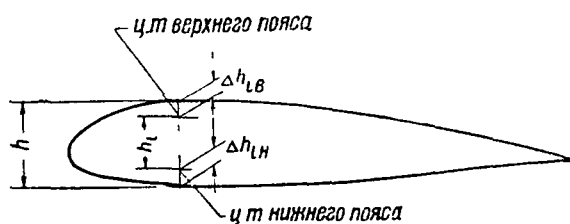
Усилия в верхнем и нижнем поясах i го лонжерона от момента M_x в m -м сечении, если лонжерон имеет сплошную стенку, определяются по формуле (фиг 357,а)

$$S_{im\text{ в}} = - \frac{k_i M_{xm}}{h_{im} \cos \beta_v}, \quad S_{im\text{ н}} = + \frac{k_i M_{xm}}{h_{im} \cos \beta_n}$$



Фиг 357

Высотой лонжерона h_{im} следует считать расстояние между центрами тяжести сечений поясов лонжеронов (фиг 358), т е величину



Фиг 358

$$h_{im} = h_m - (\Delta h_{im\text{ в}} + \Delta h_{im\text{ н}})$$

Для крыльев с трубчатыми поясами лонжеронов

$$h_{im} = (0,9 \sim 0,85) h_m$$

Практически $\cos \beta_v$ и $\cos \beta_n$ весьма близки к единице и поэтому поправкой на косинусы этих углов пренебрегают (табл 85)

Таблица 85

№ сечений	M_x	I лонжерон $k_1 =$			II лонжерон $k_2 =$			III лонжерон $k_3 =$		
		$M_{x1m} = k_1 M_{xm}$	h_{1m}	S_{1m}	$M_{x2m} = k_2 M_{xm}$	h_{2m}	S_{2m}	$M_{x3m} = k_3 M_{xm}$	h_{3m}	S_{3m}

Для ферменного лонжерона (фиг 357, b) соответственно будет

$$S_{im\text{ в}} = - \frac{k_i M_{xm}}{h_{im} \cos \beta_v}, \quad S_{im\text{ н}} = + \frac{k_i M_{x(m-1)}}{h_{i(m-1)} \cos \beta_n} \quad (\text{табл 86})$$

В предварительном расчете, независимо от того, ферменный ли лонжерон или нет, обычно пользуются для определения усилий формулой для зашитаго лонжерона, и определение усилий ведется в форме табл 85

Таблица 86

№ сечений	M_x [кг м]	I лонжерон, $k_1 =$								II лонжерон, $k_2 =$							
		Верхний пояс				Нижний пояс				Верхний пояс				Нижний пояс			
		№ участка пояса	M_{x1m} [кг м]	h_{1m} [м]	$S_{1m\text{ в}}$ [кг]	№ участка пояса	M_{x1m-1} [кг м]	h_{1m-1} [м]	$S_{1m\text{ н}}$ [кг]	№ участка пояса	M_{x2m} [кг м]	h_{2m} [м]	$S_{2m\text{ в}}$ [кг]	№ участка пояса	M_{x2m-1} [кг м]	h_{2m-1} [м]	$S_{2m\text{ н}}$ [кг]

Изгиб моментом M_z

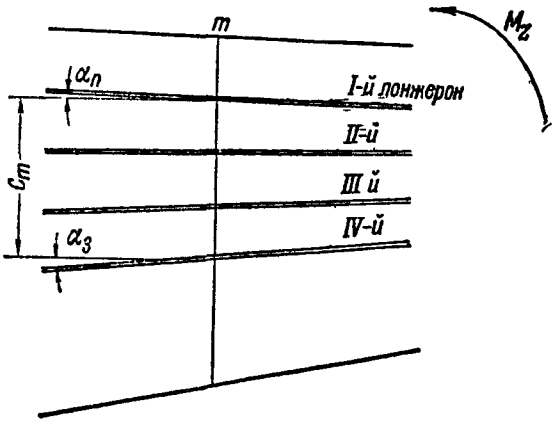
При определении усилий от изгиба моментом M_z предполагают, что изгиб воспринимается только поясами крайних лонжеронов, т е самого переднего и самого заднего, и поровну их верхними и нижними поясами.

Тогда усилие в поясе крайнего лонжерона в m -м сечении для крыла с металлической гофрированной обшивкой представится в виде

$$S'_m = \pm \frac{M_{zm}}{2c_m \cos \alpha} ,$$

где c_m — расстояние между крайними лонжеронами (фиг. 359),

α — угол между крайним лонжероном и направлением перпендикуляра к нервюре (так как расстояние c обычно измеряется в направлении нервюры)



Фиг 359

Обычно угол α бывает весьма мал и поправкой на $\cos \alpha$ пренебрегают (табл 87)

Т а б л и ц а 87

№ сечений	M_z [кг м]	z [м]	S' [кг]	Примечание
				Усилие S' вычислено в предположении, что $\cos \alpha_{\text{пер}} = \cos \alpha_{\text{задн}} = 1$

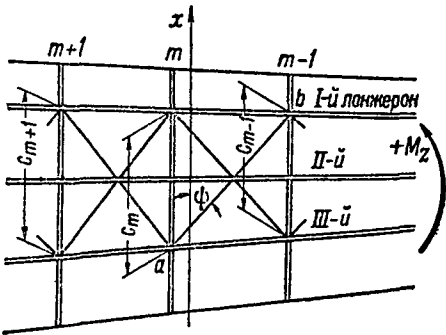
Для расчалочного крыла с мягкой обшивкой усилия в поясах крайних лонжеронов будут на участке между двумя усиленными нервюрами постоянны и соответственно равны (фиг 360)

$$S'_{m \text{ пер}} = - \frac{M_{zm}}{2c_m \cos \alpha_{\text{пер}}} ,$$

$$S'_{m \text{ задн}} = \frac{M_{zm-1}}{2c_{m-1} \cos \alpha_{\text{задн}}}$$

Определение усилий в поясах от горизонтального изгиба производится в таблице (табл 88)

В предварительном расчете удобнее пользоваться для обоих типов крыльев формулой для крыла с гофрированной обшивкой



Фиг 360

Т а б л и ц а 88

№ усилен нервюр	№ отсеков	Передние пояса			Задние пояса		
		M_{zm} [кг м]	c_m [м]	S'_m [кг]	M_{zm-1} [кг м]	c_{m-1} [м]	S'_m [кг]

Примечание Принято, что $\cos \alpha_{\text{пер}} = \cos \alpha_{\text{задн}} = 1$



Определение усилия от кручения в поясах лонжеронов

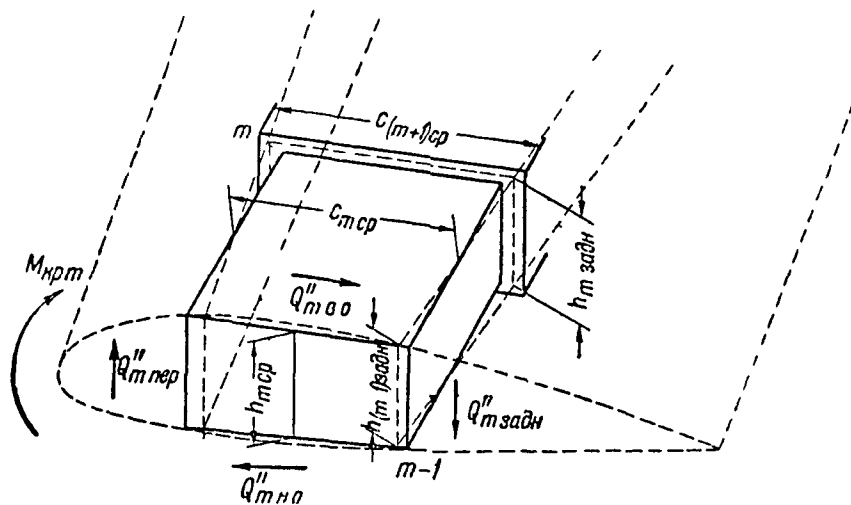
Скручивающий момент определяет в основном сдвигающие силы в стенках (или усилия в раскосах лонжеронов) и усилия в обшивке крыла. Значительные усилия в поясах лонжеронов возникают только вблизи заделки, где сечение крыла не может свободно искажаться. В предварительном расчете полагают, что скручивающий момент вызывает работу только крайних (самого переднего и самого заднего) лонжеронов и обшивки крыла между ними, в крыле с мягкой обшивкой — верхних и нижних крестов расчалок.

Крыло рассматривается как бы состоящим из ряда прямоугольных коробок постоянной высоты и ширины, равных соответственно средней высоте из четырех высот крайних лонжеронов и среднему расстоянию между крайними лонжеронами в отсеке

$$h_{m\text{ ср}} = \frac{h_{\text{пер } m-1} + h_{\text{задн } m-1} + h_{m\text{ пер}} + h_{m\text{ задн}}}{4},$$

$$c_{m\text{ ср}} = \frac{c_m + c_{m-1}}{2}$$

Сдвигающие силы в лонжеронах и обшивке будут соответственно равны (фиг 361)



Фиг 361

$$Q''_{m\text{ пер}} = -Q''_{m\text{ задн}} = \frac{k''_л M_{кр}}{c_{m\text{ ср}}}, \quad Q''_{m\text{ в о}} = -Q''_{m\text{ н о}} = \frac{k''_о M_{кр}}{h_{m\text{ ср}}},$$

где $k''_л$ и $k''_о$ — коэффициенты распределения скручивающего момента между лонжеронами и обшивкой (или расчалками)

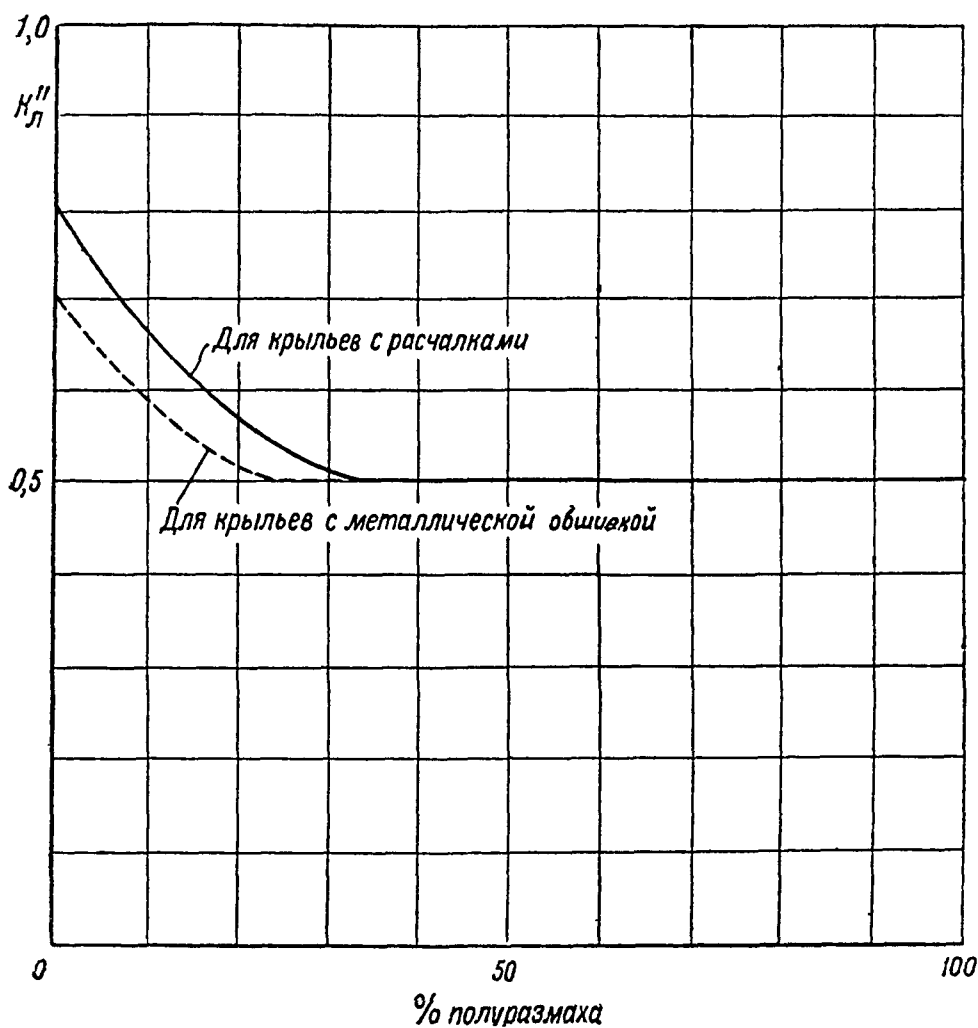
$$k''_л + k''_о = 1$$

Вдали от места заземления $k''_л = k''_о = 0,5$ и усилия в поясах будут равны нулю. Следует полагать, что уже на расстоянии 25% полуразмаха для крыла с металлической гофрированной обшивкой и 35~40% для крыла с расчалками, коэффициенты $k''_л = k''_о$ принимают значение 0,5, значения коэффициентов $k''_л$ можно брать по графику фиг 362

Усилие в поясе от кручения в m -м сечении может быть выражено формулой

$$S_m'' = \frac{1}{h_{m\text{ ср}}} \sum_{m=1}^m \frac{M_{кр m}}{c_m} k''_{л m\text{ ср}} l_m - \frac{1}{c_{m\text{ ср}}} \sum_{m=1}^m \frac{M_{кр}}{h_{lm\text{ ср}}} k''_{о m\text{ ср}} l_m,$$

где $k''_{m\text{ ср}}$ — среднее значение коэффициента распределения в m -м отсеке,
 $c_{m\text{ ср}}$, $h_{m\text{ ср}}$ — средние значения ширины и высот m -го отсека,
 h_{im} и c_m — расстояния между центрами тяжести поясов в m -м сечении,
 h_{im} — следует брать из табл 85 и 86,
 c_m — из табл 87 и 88



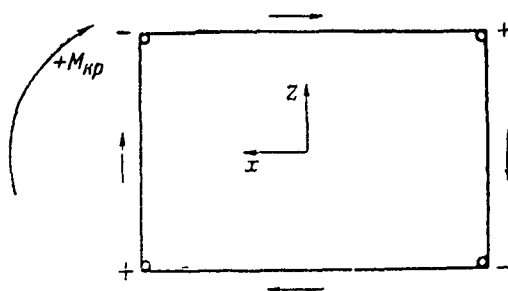
Фиг 362

Если коробка пирамидальна, т е если

$$\frac{c_m}{c_{m\text{ ср}}} = \frac{h_m}{h_{m\text{ ср}}},$$

то

$$S_m'' = \frac{1}{h_m} \sum_{m=1}^m \frac{M_{кр\ m}}{c_{m\text{ ср}}} (2 k''_{m\text{ ср}} - 1) l_m$$



Фиг 363

Этой формулой предпочтительно пользоваться в предварительном расчете, если даже коробка не пирамидальна, так как вычисление по ней значительно проще. Знаки усилий показаны на фиг 363

Определение усилий в поясах производится в таблице (табл 89)

Таблица 89

№ сечений	№ отсеков	$M_{кр\ m}$	c_m	c_{m-1}	$c_{m\ ср}$	$k''_{л\ m}$	$k''_{л\ m-1}$	$k''_{л\ m\ ср}$	l_m	$2\ k_{л\ m\ ср-1}$	$\frac{M_{кр\ m}}{l_m\ c_{m\ ср}} (2\ k''_{л\ m\ ср-1})$	Σ	$h_{r\ пер}$	$h_{m\ задн}$	Усилия в поясах	
															$S''_{m\ пер}$	$S''_{m\ задн}$

Полное усилие в поясе лонжерона равно

$$S_m + S'_m + S''_m = S_{m\ сум}$$

В предварительном расчете часто пренебрегают величинами S'_m и S''_m , так как они малы по сравнению с величинами усилий S_m (составляют от последнего не более 8—10%), и ведут подбор площадей по усилию S_m , вводя поправку на изгиб моментом M_z и кручение лишь в поверочном расчете

Таблица 90

№ сечений (или отсеков)	Составляющие усилия			Полное усилие $S_{сумм}$	Примечание
	S	S'	S''		

S — заполняется по габл 85, S' и S'' снимаются с их эпюр (они строятся по размаху) в том сечении данного отсека пояса между узлами, в котором суммарное усилие имеет наибольшее значение

Подбор сечений поясов

Площади сечения сжатых поясов определяются по формуле

$$F = \frac{S}{\sigma},$$

где σ — напряжение в поясе,
 F — площадь пояса

Величина σ не должна превосходить критического напряжения в поясе на свободной длине Для крыла с мягкой обшивкой свободная длина принимается равной расстоянию между нервюрами, для крыла с металлической обшивкой свободная длина принимается равной расстоянию между узлами лонжерона

Для трубы, при условии, что гибкость $\frac{l}{i}$ выбранного элемента не превосходит 40 и что отношение диаметра к толщине стенки $\frac{d}{\delta} \leq 40$, можно считать при подборе, что

$$\sigma_{кр} = 0,8 \sigma_b$$

Для других форм сечений пояса напряжения следует определять по специальным графикам (стр. 178).

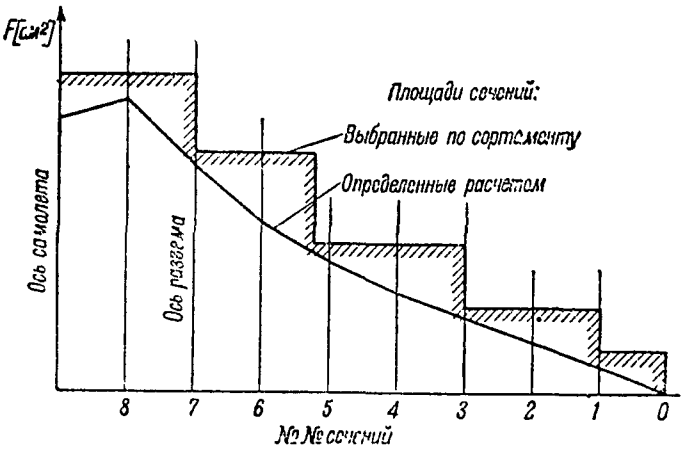
Для поясов, работающих на растяжение, необходимо учитывать уменьшение площади живого сечения отверстиями для заклепок:

$$F = \gamma \frac{S}{\sigma_b},$$

где γ — коэффициент, изменяющийся в пределах от 1,1 до 1,15.

Для поясов большего сечения коэффициент γ будет иметь меньшее значение.

Определение необходимых площадей производится в таблице (табл. 91) и затем строится график (фиг. 364) расчетных площадей каждого пояса лонжерона.



Фиг. 364

Таблица 91

№ сечений	Верхний пояс		Нижний пояс		Примечание
	S	F	S	F	
					Материал $\sigma_b =$ $\sigma_{кр} \approx 0,8 \sigma_b =$ $F_{пн} = \gamma \frac{S}{\sigma_b} =$

Наметив по сортаменту типы профилей для поясов лонжеронов, на график фиг. 361 наносят выбранные площади.

Если пояс состоит из различных материалов (например, сталь и дураль), то, если известно примерное соотношение площадей сечения деталей из того и другого материала, определяется суммарная приведенная площадь, причем лимитирующим напряжением является напряжение слабейшего из материалов:

$$F_{пр} = F_1 + F_2 \frac{E_1}{E_2},$$

где F_1 , F_2 , E_1 и E_2 — площади поперечных сечений и соответствующие модули упругости частей пояса из двух материалов.

Соотношение напряжений в обоих материалах будет:

$$\sigma_1 = \sigma_2 \frac{E_1}{E_2}.$$

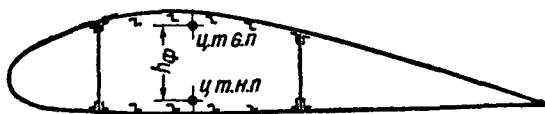
Подбор площадей сечений продольного набора крыльев с работающей металлической обшивкой

Подбор площадей сечений продольного набора крыльев с работающей металлической обшивкой, если имеется сильный стрингерный набор, производится в предположении, что площади сечений набора и поясов лонжеронов как верхней, так и нижней панелей сосредоточены в их центрах тяжести (фиг. 365). Если нет более точных данных, то при равномерном распределении продольного набора по хорде можно считать, что ц. т. площади панели совпадает с ц. т. кривой, эквидистантной кривой профиля

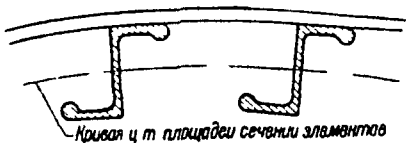
между крайними стенками и проходящей через ц т площадей сечений элементов (фиг 366) Еще более приближенно можно брать

$$h_{\phi}=0,85\,h,$$

где h_{ϕ} — принятая высота фиктивного лонжерона,
 h — максимальная высота профиля



Фиг 365



Фиг 366

Подбор приведенной площади ведется по формуле $\sum F=\frac{M}{h_{\phi}\sigma}=\frac{S}{\sigma}$,
 где M — полный изгибающий момент (из табл 81)

Для сжатой зоны в случае дуралевого продольного набора значение σ не должно превосходить 20—22 кг/мм² Для растянутой зоны σ следует брать не больше 25 кг/мм²

Напряжения от M_x имеют весьма малые значения, в предварительном расчете ими пренебрегают, компенсируя это тем, что подбор площадей ведут по полному изгибающему моменту

Напряжения от кручения имеют существенное значение только вблизи оси симметрии самолета (на расстоянии до 25% полуразмаха)

Поправка на усилия S'' от кручения принимается только для крайних лонжеронов крыла

Определение усилий от кручения производят по табл 89 (За h_m — принимают среднюю габаритную высоту крайних лонжеронов, c — расстояние между этими лонжеронами, k_d'' и k_o'' берется по кривой фиг 362)

Дополнительная площадь сечения поясов крайних лонжеронов будет равна

$$\Delta F=\frac{S''}{\sigma},$$

она может быть и положительна и отрицательна, в зависимости от того, будет ли усилие от кручения суммироваться с усилием от изгиба, или вычитаться из него

Вычисление площадей сечений ведется в таблице (табл 92)

Т а б л и ц а 92

№ сечений	h	h_{ϕ}	M	$S=\frac{M}{h_{\phi}}$	$\sum F_{в\,пан}$	$\sum F_{н\,пан}$	S''	ΔF			
								Пояса			
								передний		задний	
								верхний	нижний	верхний	нижний

Если $F_{стр\,в}$ и $F_{стр\,н}$ — площади сечений стрингеров выбранного типа на верхней и нижней панелях (при условии, что ставятся прессованные профили),

$\delta_в$ и $\delta_н$ — толщина обшивки,

$n_в$ и $n_н$ — количество стрингеров на верхней и нижней панелях,

c — расстояние между крайними лонжеронами,

$\sum F_{п\,в}$ и $\sum F_{п\,н}$ — площади сечений верхних и нижних поясов лонжеронов,

то набор площадей сечений верхней панели должен удовлетворять неравенству:

$$\sum F_{в\;пан} \leq \sum F_{п\;в} + n_{в} (40 \delta_{в}^2 + F_{стр.\;в})$$

и для нижней панели:

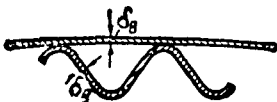
$$\sum F_{н\;пан} \leq \sum F_{п\;н} + n_{н} F_{стр.\;н} + \varphi\;c\;\delta_{н} \; ,$$

где φ — редукионный коэффициент; он принимается равным 0,6 ~ 0,7 (стр. 381).

В том случае, если вместо стрингеров предполагается поставить в сжатой зоне гофр толщиной $\delta_г$ (фиг. 367), лимитирующим напряжением будет критическое напряжение для гофра с листом на длине между двумя нервюрами (стр. 227).

Площадь сечений верхней панели в этом случае должна удовлетворять условию.

$$\sum F_{в.пан} \leq \sum F_{п\;в} + c (\delta_г + \delta_{в}) .$$



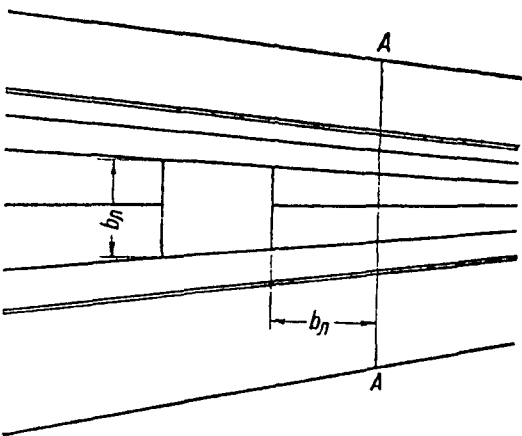
Фиг. 367

Если ставятся гнутые профили с площадью сечений $F'_{стр.\;в}$ и $F'_{стр.\;н}$, то неравенства имеют вид:

$$\begin{aligned} \sum F_{в\;пан} &\leq \sum F_{п\;в} + n_{в}' (40 \delta_{в}^2 + F') \varphi_{в}' \\ \text{и} \\ \sum F_{н\;пан} &\leq \sum F_{п\;н} + n_{н}' \varphi_{н}' F'_{стр.\;н} + \varphi\;c\;\delta_{н} , \end{aligned}$$

где $\varphi_{в}'$ следует принимать от 0,30 до 0,40, а $\varphi_{н}'$ от 0,80 до 0,90 (стр. 380).

Распределением стрингеров по поверхности, типом стрингеров и толщиной обшивки (стр. 369) обычно задаются. Площади поясов лонжеронов вычисляются в таблице (табл. 93).



Фиг 368

Т а б л и ц а 93

№ сечений	Верхняя панель							Нижняя панель						
	$\sum F_{в\;пан}$	$n_{в}$	$\delta_{в}$	$40 \delta_{в}^2$	$F_{стр.\;в} + 40 \delta_{н}^2$	$n_{в} (40 \delta_{в}^2 + F_{стр.\;в})$	$\sum F_{п\;в}$	$\sum F_{н\;пан}$	$n_{н}$	$n_{н} F_{стр}$	c	$\delta_{н}$	$\varphi\;c\;\delta_{н}$	$\sum F_{п\;н}$

Указанный метод правилен, если сечение, по которому определяется площадь, находится вдали от перерезывающего панель отверстия (люка, разъема и пр.). Достаточным можно считать расстояние, равное поперечной ширине отверстия (фиг. 368, сечение AA).

Подбор сечений продольного набора однолонжеронных крыльев

При подборе площадей сечений продольного набора однолонжеронного крыла пользуются, как и в предыдущем случае, формулой

$$\sum F = \frac{S}{\sigma}$$

За высоту принимают, обычно, величину

$$h_{\phi} = 0,9 h$$

Расчетные напряжения принимают те же, что и для крыла с металлической обшивкой (стр. 360)

Кручение при определении площадей продольного набора в расчете не рассматривается

Определение площадей сечения производится по табл. 92 и 93

Предварительный расчет крыла указанным методом может дать большие погрешности, так как главные оси инерции сечения однолонжеронного крыла обычно имеют значительные углы с осью x (теоретическая хорда профиля крыла), что учесть предварительно невозможно (стр. 394)

Подбор сечений раскосов и стоек (или стенки) лонжеронов крыльев с полотняной или металлической гофрированной обшивкой

Для определения усилия в раскосе i -го лонжерона необходимо знать

перерезывающую силу в i -м лонжероне $Q = k_i Q_z$ (фиг. 369) (k_i — из табл. 85 или 86, Q_z — из табл. 82), продольные усилия в поясах (из табл. 85 или 86), перерезывающую силу от кручения (для крайних лонжеронов) (коэффициенты k_n'' — по графику фиг. 362 и из табл. 89), углы φ , β_b и β_n (фиг. 371)

Перерезывающие силы в лонжеронах определяются в таблице (табл. 94)

Таблица 94

N участков	Q_z	1 лонжерон Q_{z1}	2 лонжерон Q_{z2}	3 лонжерон Q_{z3}	4 лонжерон Q_{z4}
		$k_1 =$	$k_2 =$	$k =$	$k_4 =$

Сдвигающие силы от кручения определяются в таблице (табл. 95) (все данные берутся из табл. 89)

Таблица 95

№ отсеков	$M_{кр}$	c	k''_n	$Q''_{пер}$	$Q''_{здн}$

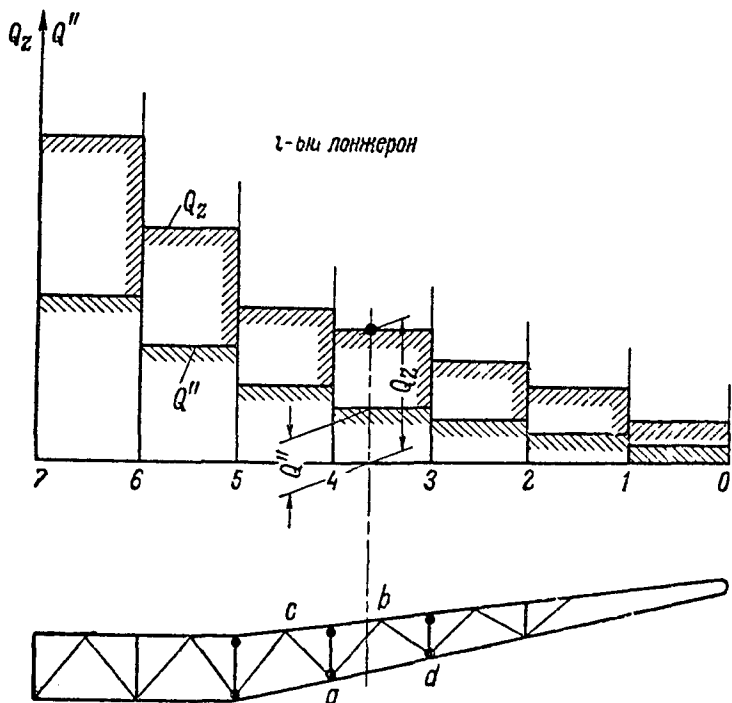
Строятся эпюры Q_z и Q'' (фиг. 369). Значения $\cos \varphi$ вычисляются с помощью чертежа (фиг. 370) по формуле

$$\cos \varphi_{ab} = \frac{a}{l_{ab}}$$

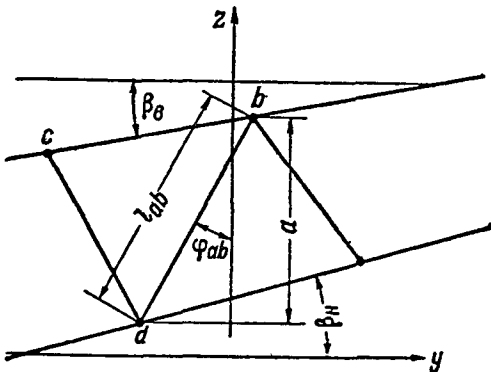
Усилие в раскосе лонжерона определяется по формуле (фиг 370)

$$S_{ab}=\frac{1}{\cos \varphi_{ab}}\left(Q_{zab}-S_{\text{в}} \sin \beta_{\text{в}}-S_{\text{н}} \sin \beta_{\text{н}}+Q^{\prime \prime} a b\right),$$

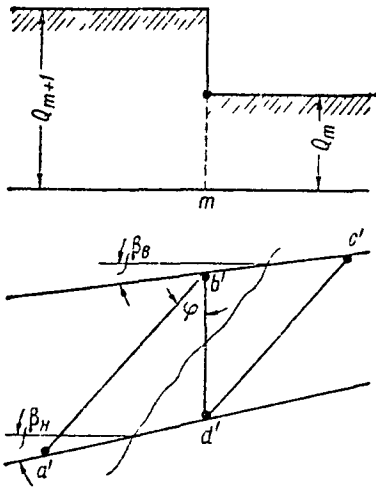
Q_{zab} и $Q^{\prime \prime} a b$ — снимаются с графика фиг 369
 $S_{\text{в}}$ и $S_{\text{н}}$ — берутся из табл 85—86



Фиг 369



Фиг 370



Фиг 371

Вычисление ведется в таблице (табл 96)

Таблица 96

№ раскосов	Q_z	Q''	$S_{\text{в}}$	$S_{\text{н}}$	$S_{\text{в}} \sin \beta_{\text{в}}$	$S_{\text{н}} \sin \beta_{\text{н}}$	$Q_z + Q'' - S_{\text{в}} \sin \beta_{\text{в}} - S_{\text{н}} \sin \beta_{\text{н}}$	$\cos \varphi$	$S_{\text{раск}}$	Примечание

Если в лонжероне имеются стойки (фиг 371), усилия в них определяются по формуле

$$S_{b'd'} = -(Q_{m+1} - S_{b'c'} \sin \beta_{\text{в}} - S_{a'd'} \sin \beta_{\text{н}} + Q''_{m+1})$$

Подбор раскосов и стоек, работающих при наибольших нагрузках на сжатие, после того как задан тип сечения, производится по графикам За свободную длину принимают расстояние между узлами по схеме лонжерона

Площадь сжатого раскоса определяется по формуле

$$F \geqslant \nu \frac{S_{\text{раск}}}{\sigma_{\text{кр}}},$$

где $\sigma_{\text{кр}}$ — критическое напряжение по графику,
 ν — коэффициент, учитывающий изгиб за счет жесткой заделки раскоса в узле (табл 97)

Т а б л и ц а 97

$\frac{l}{i}$	ν	$\frac{l}{i}$	ν
50	1	20	1,3
40	1 1	10	1 4
30	1 2		

Площадь сечения раскоса, работающего на растяжение, выбирается по неравенству

$$F_{\text{раск}} \geqslant 1,25 \frac{S_{\text{раск}}}{\sigma_b},$$

где σ_b — разрушающее напряжение материала на разрыв
 Подбор площадей сечений раскосов производится в таблице (табл 98)

Т а б л и ц а 98

№ рас коса	$S_{\text{раск}}$				Расчетные усилия $S_{\text{раск}}$		Данные раскоса					Напряжения			Запасы прочности η	
	случай расчета				+	—	l	тип сечения раскоса	$F_{\text{раск}}$	i	$\frac{l}{i}$	+	—	$\sigma_{\text{кр}}$	+	—
	сл	сл														

Для отъемной части крыла в предварительном расчете обычно бывает достаточно ограничиться при подборе раскосов одним — двумя расчетными случаями

Если лонжероны крыла имеют сплошную стенку, необходимо иметь те же данные, что и при определении усилия в раскосе (стр 362), определяемые из табл 94 и 95

Сдвигающая сила в стенке лонжерона будет равна

$$Q_{\text{ст}m} = Q_{zm} - S_{в\ m} \sin \beta_в - S_{н\ m} \sin \beta_н + Q''_m,$$

где $S_{в}$ и $S_{н}$ — усилия в поясах (из табл 13)

Толщина стенки обычно определяется по формуле

$$\delta_{\text{ст}} \geqslant \frac{Q_{\text{ст}}}{h_n \tau},$$

где $h_{\text{л}}$ — высота лонжерона в рассматриваемом сечении,
 τ — напряжение сдвига в листе
Величина τ для дуралевых листов толщиной от 0,8 до 1,5 мм не должна превосходить 8 кг/мм²
В том случае, если в стенке имеются отверстия для облегчения, выбранная толщина листа должна удовлетворять неравенству

$$\delta_m \geq \frac{F_m}{F_m - f} \cdot \frac{Q_{\text{ст } m}}{h_1 \tau} 1,1,$$

где F_m — площадь панели стенки в m -ом отсеке,
 f — площадь отверстия
Определение сдвигающих сил в стенке производится в таблице (табл 99).

Т а б л и ц а 99

№ отсеков	Q_z	Q''	$S_{\text{в}}$	$S_{\text{н}}$	$S_{\text{в}} \sin \beta_{\text{в}}$	$S_{\text{н}} \sin \beta_{\text{н}}$	$Q_{\text{ст}}$	Примечание
								$\sin \beta_{\text{в}} =$ $\sin \beta_{\text{н}} =$

Подбор толщин стенки производится в намеченных сечениях по наибольшему $Q_{\text{ст}}$ (табл 100)

Т а б л и ц а 100

№ сечении	$Q_{\text{ст}}$				Расчетное $Q_{\text{ст}}$	$h_{\text{л}}$	Толщина обшивки δ [мм]		Примечание
	случаи расчета						расчет- ная	принятая	
	сл	сл	сл	сл					
									$\tau = 8 \text{ кг/мм}^2$

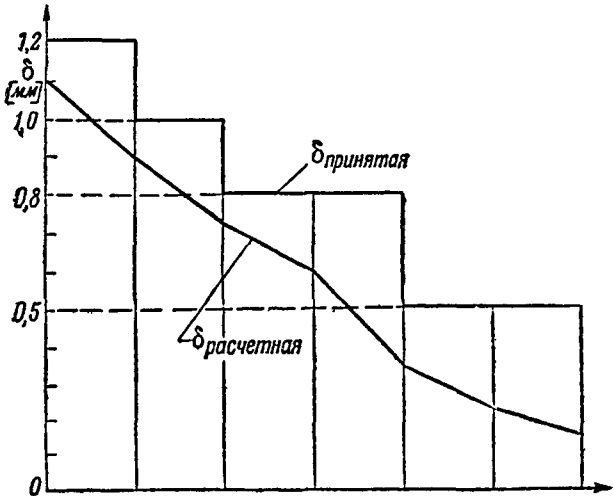
Далее строится график потребных толщин стенки по длине лонжерона и производится подбор (фиг 372) Выбранные толщины вносятся в табл 100.

Площади сечений стоек лонжеронов в предварительном расчете можно подбирать по формуле

$$F_{\text{с } m-1} \geq \lambda \cdot Q_{\text{ст } m} \frac{l_m}{\sigma_b h_{m-1}} = \frac{S_{\text{с } m-1}}{\sigma_b},$$

где $Q_{\text{ст } m}$ — сдвигающая сила в стенке (табл 99),
 l_m — расстояние между стойками,
 h_{m-1} — высота стойки,
 σ_b — временное сопротивление материала,
 λ — коэффициент, учитывающий работу стенки зашивки на сжатие при потере устойчивости на сдвиг

Значение коэффициента λ можно принять равным от 0,3 до 0,5
Подбор стоек производится в таблице (табл 101)



Фиг 372

Таблица 101

№ стоек	$Q_{ст\ m}$				Рас- чст- ное $Q_{ст\ m}$	l_m	h_{m-1}	$S_{с\ m-1}$	Площадь сечения стойки		Приме- чание
	Случаи расчета								расчет- ная	принятая	
	сл	сл	сл	сл							
											$\lambda =$ $\sigma_b =$

Подбор сечений раскосов и стоек (или стенки) лонжеронов крыльев с гладкой металлической обшивкой

Для определения усилий в раскосах или стенке лонжеронов крыла с гладкой металлической зашивкой, необходимо знать

- а) полную вертикальную перерезывающую силу по крылу (табл 82)
 - б) продольные усилия в фиктивном поясе (табл 92),
 - в) коэффициенты распределения перерезывающей силы между лонже-
ронами,
 - г) сдвигающую силу в лонжеронах от кручения (табл 95),
 - д) чертежи лонжеронов, углы φ , β_v и β_n (фиг 370)
- (Углы β_v и β_n — углы фиктивных поясов крыла с горизонталью, таб-
лица 92)

Полная сдвигающая сила в стенке лонжерона определяется по формуле

$$Q_{ст} = k(Q_z - S_v \sin \beta_n - S_n \sin \beta_n) + Q''$$

Коэффициент k может быть определен в предварительном расчете только очень приближенно. Можно рекомендовать (в запас прочности) для двух-
лонжеронного крыла принять $k_1 = 0,7$, $k_2 = 0,4$ (стр 353)

Для многолонжеронных крыльев при определении коэффициентов k можно пользоваться формулами (стр 353), предполагая, что отношение
высот по размаху не меняется

Усилие в раскосе лонжерона определяется по формуле

$$S_{раск} = \frac{1}{\cos \varphi} Q_{ст},$$

где для $Q_{ст}$ берется наибольшее значение на участке, занятом раскосом по
эпюре, аналогичной эпюре фиг 369

Определение $S_{раск}$ производится по таблице, аналогичной табл 96

Подбор толщин стенки ведется по табл 100

Подбор раскосов производится из тех же соображений, что и рас-
косов лонжеронов крыльев с расчалками или металлической гофрирова-
ной обшивкой (стр 364 и табл 98)

Подбор стоек для крыла, со сплошной стенкой ведется табл по 101

Подбор сечении раскосов и стоек (или стенки) лонжерона
однолонжеронного крыла

В предварительном расчете следует перерезывающую силу в стенке
лонжерона определить для двух случаев

Случаи положительного скручивающего момента
В этом случае полагают, что центр жесткости лежит в плоскости лонже-
рона и, следовательно, стенка нагружена только перерезывающей силой

Случай отрицательного скручивающего момента. В этом случае принимают, что ц. ж. лежит на 25% длины носка вперед от лонжерона. Сдвигающая сила в стенке определяется как суммарная от изгиба и кручения.

Сдвигающая сила от кручения в однолонжеронном крыле приближенно определяется по формуле:

$$Q''_m = \frac{3}{4} \frac{M_{кр} m}{a_{m\text{ ср}}},$$

где в $a_{m\text{ ср}}$ — средняя длина носка в m -ом отсеке.

Полная сдвигающая сила в первом случае будет:

$$Q_{ст} = Q_z - S_b \sin \beta_b - S_n \sin \beta_n;$$

во втором случае:

$$Q_{ст} = Q_z - S_b \sin \beta_b - S_n \sin \beta_n + Q''.$$

Сдвигающая сила от кручения определяется в таблице (табл. 102)

Таблица 102

№ отсеков	$M_{кр}$	Средняя ширина			Q''_m	Примечание
		a_{m-1}	a_m	$a_{m\text{ ср}}$		

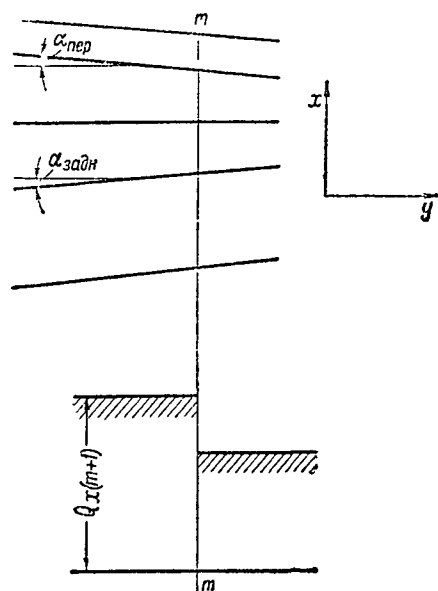
$Q_{ст}$ — определяется по таблицам типа табл. 99.

Выбор стенки и стоек производится по наибольшему значению $Q_{ст}$, как в табл. 100

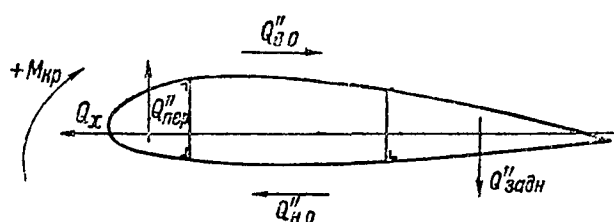
Подбор раскосов и стоек — как в табл. 98 и 101.

Подбор толщины гофра крыльев с металлической гофрированной обшивкой и расчалок крыльев с расчалками

Обшивка крыла (или расчалки) в предварительном расчете рассчитываются от нагрузок Q_x и Q_o'' (табл. 82 и фиг. 361).



Фиг 373



Фиг 374

Разгрузка от наклона поясов в горизонтальной плоскости, в предварительном расчете, в запас прочности, может не учитываться.

Усилие в обшивке (гофре) в m -м сечении (фиг. 373) будет.

$$Q_{o\text{ м}} = \frac{1}{2} Q_{x\text{ м}+1} - S'_{пер\text{ м}} \sin \sigma_{пер} - S'_{задн\text{ м}} \sin \sigma_{задн} + Q''_{o\text{ м}+1}$$

Сдвигающая сила от кручения определяется в таблице (табл. 103).
Направление сил от кручения и изгиба показаны на фиг. 374

Т а б л и ц а 103

№ отсеков	M _{кр}	Средняя высота					k'' _о	Q'' _о	Примечание
		h _{пер m}	h _{задн m}	h _{пер m-1}	h _{задн m-1}	h _{ср m}			
									$Q_{в о m} = -Q_{н о m} =$ $= \frac{k''_о M_{кр m}}{h_{ср о m}}$

Определение полной сдвигающей силы производится в таблице (табл 104)

Т а б л и ц а 104

№ сече-ний	№ участ-ков	Q _x	$\frac{1}{2} Q_r$	S' _{пер}	S' _{задн}	S' _{пер} sin α _{пер}	S' _{задн} sin α _{задн}	Q'' _о	Q _о	Примечание
										$\sin \alpha_{пер} =$ $\sin \alpha_{задн} =$

Q_x — выписывается из табл 82
S'_{пер m} и S'_{задн m} — из табл 87
Значения Q_x и Q''_о постоянны в отсеке Значения S'_{пер} и S'_{задн} в отсеке изменяются по линейному закону, поэтому Q_о также меняется по линейному закону На границах отсека Q_о имеет два разных значения Одно, относящееся к пролету m, другое к пролету (m+1)
Для крыльев с расчалками усилие в работающей расчалке будет (фиг 360)

$$S_{расч m} = \frac{1}{\cos \psi} \left(\frac{1}{2} Q_{xm} + S'_{пер m} \sin \alpha_{пер} - S'_{задн m} \sin \alpha_{задн} + Q''_{о m} \right),$$

где S'_{пер} и S'_{задн} — из таблицы 88,
ψ — углы между расчалкой и направлением полета
Предполагается, что в то время, когда в расчалке усилие достигает наибольшего значения (расчетного), другая расчалка креста уже ослабнет и провиснет

Определение усилий в расчалках производится в таблице (табл 105)

Т а б л и ц а 105

Пролеты между нервюрами №	Q _x	$\frac{1}{2} Q_r$	S' _{пер}	S' _{задн}	S' _{пер} sin α _{пер}	S' _{задн} sin α _{задн}	Q'' _о	()	cos ψ	S _{расч}	Примечание
											$\sin \alpha_{пер} =$ $\sin \alpha_{задн} =$

Толщину листа гофра в крыльях с гофрированной обшивкой определяют по формуле

$$\delta = \frac{Q_o}{c\tau},$$

где c — расстояние между крайними лонжеронами (снимается с чертежа),
τ — допускаемое касательное напряжение в гофре

Для нормального дуралевого гофра величина τ не должна превосходить 7—8 кг/мм², для низкого гофра (высота волны < 12 мм) должно быть $\tau \leq 5 \sim 6$ кг/мм²

Толщина обшивки выбирается по наибольшему значению Q_0 из всех расчетных случаев

Вычисления производятся в таблице (табл 106)

Т а б л и ц а 106

№ сечения	№ участков	Q_0				Наибольшее Q_0	с	Расчетная δ	Принятая δ	Примечание
		сл	сл	сл	сл					
										$\tau =$

Подбор лент-расчалок производят непосредственно по сортаменту по наибольшим значениям усилий в лентах, для чего составляют таблицу (табл 107)

Т а б л и ц а 107

№ участков	$S_{расч}$				Наибольшие $S_{расч}$		Принятый № для прямых лент расчалок		Принятый № для обратных лент расчалок	
	ст	сл	сл	сл	Прямых	Обратных	№	$S_{разр}$	№	$S_{расч}$

За прямые расчалки считают те ленты, которые работают на растяжение, когда Q_0 направлено вперед, за обратные, когда Q_0 направлено назад

Пояса нервюр в крыле, имеющем металлическую поперечно-гофрированную обшивку, не нагружаются от сил Q_0 . Усилие в поясе нервюры в расчалочном крыле определяется по формуле

$$S_{п\ нерв\ m} = -\left(\frac{1}{2} Q_{x\ m+1} + S'_{пер\ m} \sin \alpha_{пер} - S'_{задн\ m+1} \sin \alpha_{задн} + Q''_{o\ m+1}\right)$$

(считается, что одна расчалка креста провисла)

Вычисления производятся в таблице (табл 108)

Т а б л и ц а 108

№ нервюр	$Q_{x\ m+1}$	$\frac{1}{2} Q_{o\ m+1}$	$S'_{пер\ m}$	$S'_{задн\ m+1}$	$S'_{пер\ m} \sin \alpha_{пер}$	$S'_{задн\ m+1} \times \sin \alpha_{задн}$	$Q''_{o\ m+1}$	$S_{п\ нерв}$	Примечание

Эти усилия прибавляются к усилиям, полученным при расчете нервюры на изгиб (стр 434)

Подбор толщин обшивки крыльев с гладкой металлической обшивкой

Металлическую гладкую обшивку крыла нагружают, кроме сдвигающих сил Q_x и Q'' , перерезывающая сила от изгибающих нагрузок, которую обшивка передает на стрингеры, расположенные между лонжеронами, и, в растянутой зоне, растягивающие силы (обшивка участвует в общем изгибе крыла)

Приближенно можно принять, что толщина обшивки в панели между i -м и $i+1$ -м лонжеронами (т. е. в $(i+1)$ -й панели), вблизи i -го лонжерона в m -м сечении должна удовлетворять неравенству

$$\delta_m \geq \frac{1}{\tau} \left[\frac{Q_{ст\ m+1} \frac{1}{2} \sum F_{r\ i+1\ m}}{h_{im} \left[\frac{1}{2} \sum F_{r\ i+1\ m} + F_{пл\ i\ m} + \frac{1}{2} \sum F_{r\ im} \right]} + \frac{1}{c_m} \left(\frac{1}{2} Q_{x\ m+1} + \right. \right. \\ \left. \left. + S'_{пер\ m} \sin \alpha_{пер} - S'_{задн\ m} \sin \alpha_{задн} + Q''_{o\ m+1} \right) \right] = \frac{1}{\tau} \left[\frac{Q_{ст\ m+1}}{h_{im}} A + \frac{1}{c_m} B \right],$$

где $Q_{ст\ m+1}$ — вертикальная сдвигающая сила от изгиба в стенке i -го лонжерона (из табл. 197),

$\frac{1}{2} \sum F_{r\ i+1}$ — половина приведенной площади стрингеров и обшивки между i -м и $(i+1)$ -м лонжеронами (если рассматривается панель между i -м и $(i+1)$ -м лонжероном), данные берутся из табл. 93 в соответствии с принятой конструкцией крыла,

$\frac{1}{2} \sum F_{r\ i}$ — то же — для панели между i -м и $(i-1)$ -м лонжеронами,

$F_{пл\ i}$ — площадь соответствующего пояса i -го лонжерона (верхнего или нижнего, в зависимости от того, какая рассматривается панель),

h_{im} — высота i -го лонжерона в m -м сечении между центрами тяжести поясов (берется по чертежу лонжерона или теоретическому чертежу крыла),

c — расстояние между крайними лонжеронами в мм,

Q_x — полная перерезывающая сила в крыле от изгибающих в плоскости уз нагрузок (табл. 82),

$S'_{пер}$ и $S'_{задн}$ — продольные силы в поясах от изгиба моментом M_z (табл. 87),

$\alpha_{пер}$ и $\alpha_{задн}$ — углы наклона поясов в горизонтальной проекции к перпендикуляру к строительной горизонтали,

Q_o'' — сдвигающая сила от кручения в горизонтальной плоскости, определяемая по табл. 103,

τ — касательное напряжение в листе обшивки, для нормально подкрепленной обшивки (клетка не больше, чем 200×300 мм) должно быть $\tau \leq 8$ кг/мм²

Для растянутой панели должно быть соблюдено условие

$$\tau \leq \frac{1}{2} \frac{\sin 2\alpha}{\cos^2(\theta - \alpha)} (\sigma_{разр} - \sigma \cos^2 \theta),$$

где угол θ определяется из соотношения

$$\sin 2\theta = \frac{2\tau}{2\tau + \sigma \sin 2\alpha} \sin 2\alpha,$$

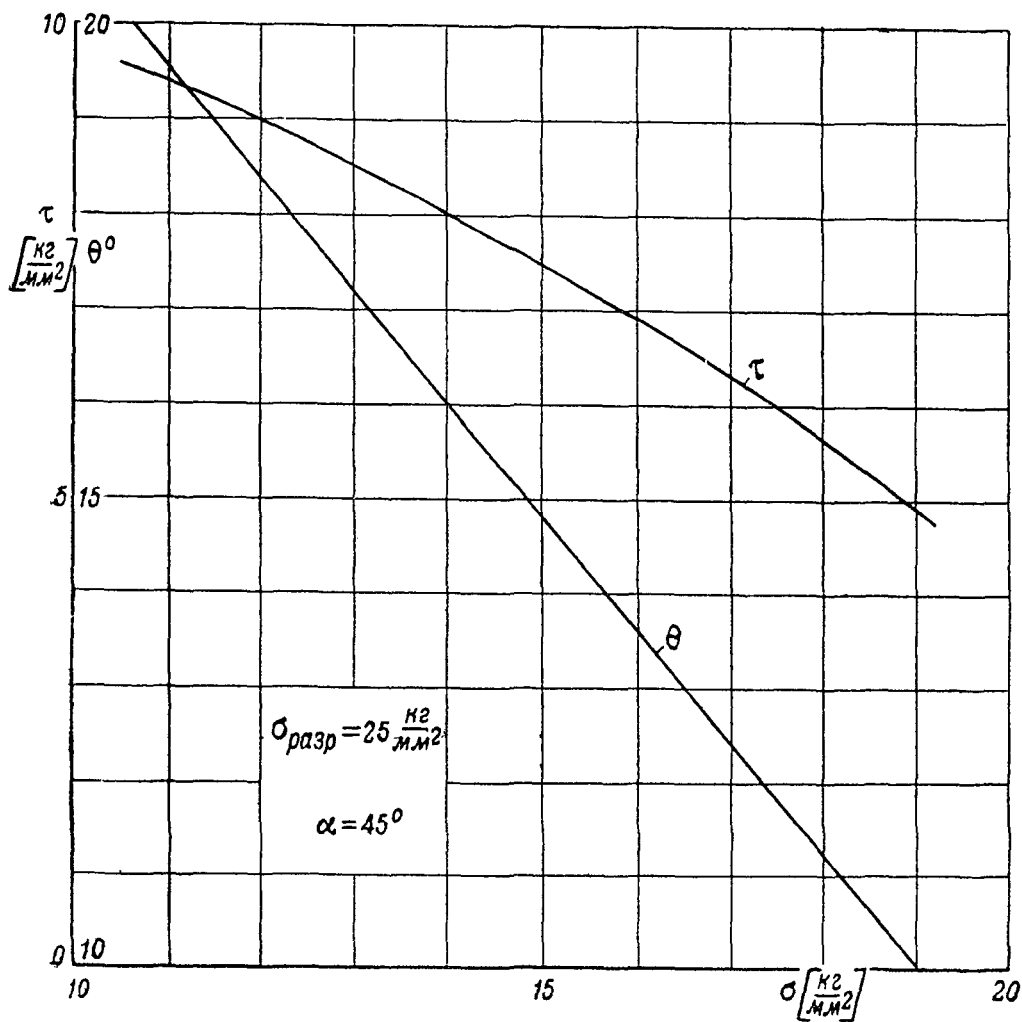
θ — угол наклона волны при потере обшивкой устойчивости от совместного действия растягивающих и сдвигающих усилий

α — угол наклона волны при чистом сдвиге,

$\sigma_{разр}$ — разрушающее напряжение в обшивке, чтобы избежать сильного волнообразования и учесть заклепочные отверстия, не следует допускать $\sigma_{разр}$ больше 25 кг/мм²,

σ — действительное нормальное напряжение в обшивке, можно принять $\sigma = \varphi \sigma_{пояса}$ и φ от 0,6 до 0,7

В предварительном расчете можно принять, что $\alpha = 45^\circ$ и $\sigma_{\text{разр}} = 25 \text{ кг/мм}^2$, тогда для получения значений τ можно пользоваться графиком фиг 375. Определение толщин δ производится в таблице (табл 109), в одну из граф (25) заносятся δ , принятые в конструкции



Фиг 375

Таблица 109

																							Толщи на об- шивки		Примечания
№ сечений	№ отсеков	δ	τ	$Q_{ст}$	h	ΣF_{Ti}	$F_{пл i}$	$\Sigma F_{Ti} + 1$	$\frac{1}{2} \Sigma F_{Ti} + F_{пл i} + \frac{1}{2} \Sigma F_{Ti} + 1$	A	$Q_{ст} \frac{A}{h}$	c	Q_x	$\frac{1}{2} Q_x$	$S'_{пер}$	$S'_{задн}$	$S'_{пер} \sin \alpha_{пер}$	$S'_{задн} \sin \alpha_{задн}$	Q_0''	B	$\frac{1}{c} \frac{B}{l}$	l	расчетная δ	принятая δ	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
																									$\sin \alpha_{пер} =$ $\sin \alpha_{задн} =$

Подбер толщины обшивки однолонжеронного крыла

Толщина обшивки приближенно может быть определена из неравенства:

$$\delta_m \geq \frac{1}{\tau} \left[\frac{Q_{ст\ m+1}}{h_{ф\ m}} \frac{\frac{1}{2} \sum F_r}{\frac{1}{2} \sum F_r + F_{п\ л}} + \frac{Q_{x\ m+1}}{2a_m} + \frac{3}{4} \frac{M_{кр\ m+1}}{a_m h_m} \right] =$$

$$= \frac{1}{\tau} \left[\frac{Q_{m+1}}{h_{ф\ m}} A + B \right],$$

где $Q_{ст}$ —сдвигающая сила в стенке лонжерона, определяемая по таблице типа табл. 99 (без графы Q),

$\frac{1}{2} \sum F_r$ —полусумма приведенной площади стрингеров и обшивки в верхней или нижней панели (в зависимости от того, толщина обшивки какой панели определяется),

$F_{п\ л}$ —площадь пояса лонжерона (верхнего или нижнего),

$h_{ф} = 0,9h$,

Q_x —горизонтальная составляющая перерезывающей силы (из табл. 82),

a —расстояние от оси лонжерона до носка,

h —наибольшая высота лонжерона,

τ —для нормально подкрепленной обшивки не должно превосходить 8 кг/мм^2 , причем для растянутой обшивки должны удовлетворяться условия, приведенные на стр. 370).

Определение потребных толщин производится в таблице (табл. 110).

Т а б л и ц а 110

																			Толщина обшивки		Примечания	
																			рас- чет- ная δ	при- нятая δ		
№ сечений	№ отсеков		σ	τ	$Q_{ст}$	h_{ϕ}	ΣF_r	$F_{пл}$	$\frac{1}{2} \sum F_r + F_{пл}$	A	$\frac{Q_{ст}}{A} \frac{1}{h_{\phi}}$	Q_x	a	$\frac{Q_x}{2a}$	$M_{кр}$	h	$\frac{3}{4} \frac{M_{кр}}{ah}$	B	[]			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
																						τ опреде- ляется по графику фиг. 375

Определение усилий в узлах разъема крыльев с металлической гофрированной обшивкой и крыльев с полотняной обшивкой и определение усилий в стойках разъема

Определяются три составляющих усилия, нагружающего болт разъема каждого пояса:

$$X_i = S_{i\ o\ p} \cos (l, x) + \frac{Q''_o}{2n},$$

$$Y_i = S_{i\ o\ p} \cos (l, y),$$

$$Z_i = S_{i\ o\ p} \cos (l, z) + \frac{Q_{ст\ i}}{2},$$

где S — усилие в верхнем или нижнем поясе i го лонжерона определяемое в табл 90

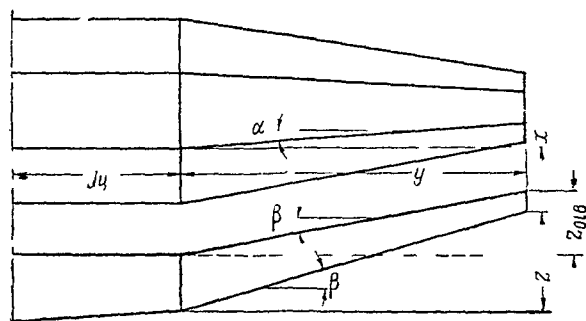
$$S_p = -S_p = -\frac{M}{h_p} - \frac{M}{2c_p} - S$$

$\cos(l\ x) \cos(l\ y) \cos(l\ z)$ — направляющие косинусы поясов (фиг 376)

$$\cos(l\ x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\cos(l\ y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\cos(l\ z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$



Фиг 376

Q_0 — сдвигающая сила в обшивке соответствующей панели определяемая по табл 104

n — количество лонжеронов

Q — сдвигающая сила определяемая по табл 99 (независимо от того имеет ли лонжерон раскосы или зашивку)

Ввиду того что $\angle(l\ x)$ и $\angle(l\ z)$ близки к 90 и $\angle(l\ y)$ близок к нулю считают что $\cos(l\ y) = 1$ а $\cos(l\ x)$ и $\cos(l\ z)$ заменяют через $\sin \sigma$ и $\sin \beta$ (фиг 376) Величину усилия в поясе определяют считая что $\cos \sigma = \cos \beta = 0$

$$X = S \sin \sigma + \frac{Q}{n} \quad Y = S$$

$$Z = S \sin \beta + \frac{Q}{2}$$

В случае когда между нервюрами отъемной части крыла и центроплана у разъема имеется работающая лента величину составляющей X можно уменьшить в два раза

Нагрузка на узел a в плоскости лонжерона в направлении перпендикулярном оси пояса считая что $\cos \beta = \cos \sigma = 1$ будет (фиг 377)

$$R = (-Y \sin \beta - Z) \frac{y + \Delta y}{\Delta y}$$

а на узел b

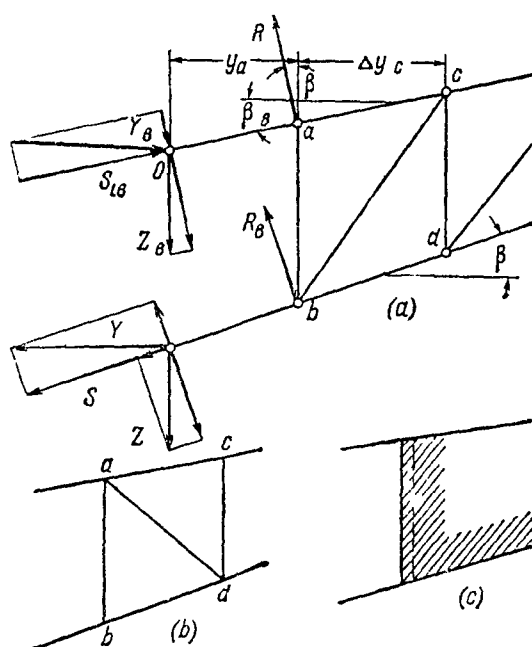
$$R_b = (+Y \sin \beta - Z) \frac{y + \Delta y}{\Delta y}$$

Усилие в стойке ab у разъема для случая фиг 377 а и 377 с

$$S_b \approx -(Y \sin \beta + Z) \frac{y + \Delta y}{\Delta y}$$

для случая фиг 377 б

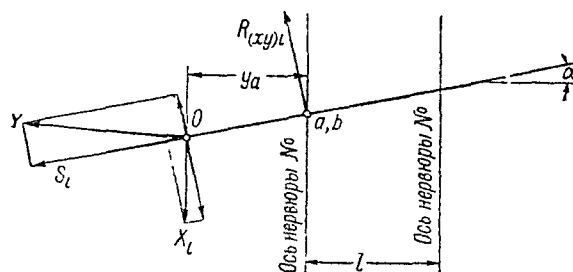
$$S_b = +(-Y \sin \beta + Z) \frac{y + \Delta y}{\Delta y}$$



Фиг 377

Нагрузка на узлы a и b в плоскости xu будет (фиг 378).

$$R_{(x,y)_i} = (-S_i \sin \alpha + X_i) \frac{y_a + l}{l}$$



Фиг 378

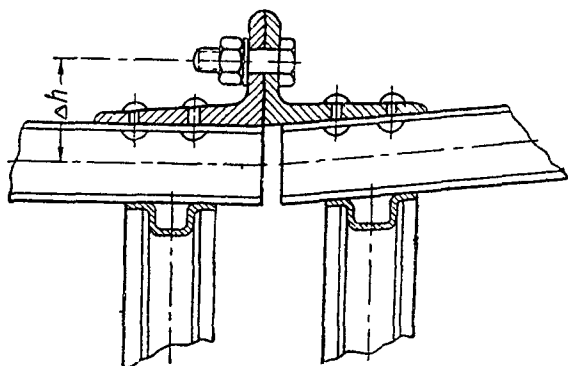
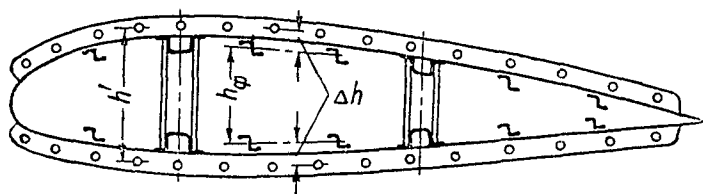
Наибольшие моменты, изгибающие узел у стойки ab , будут соответственно

$$\begin{aligned} \text{в плоскости } zu & \quad \begin{cases} M_a = (-Y_{i \text{ в}} \sin \beta_{i \text{ в}} - Z_{i \text{ в}}) y_a, \\ M_b = (+Y_{i \text{ н}} \sin \beta_{i \text{ н}} - Z_{i \text{ н}}) y_a, \end{cases} \\ \text{„ „} & \quad \text{ху будет } M_{a(b)} = (-S_{i \text{ в(н)}} \sin \sigma_i + X_i) y_a \end{aligned}$$

Определение усилий по разъему крыльев с гладкой металлической обшивкой

Имеется три типа крепления отъемов крыльев с гладкой металлической обшивкой к центроплану

а) при помощи узлов,
б) при помощи специальных приспособлений по всему профилю крыла (уголком или лентой), скрепленных через обшивку с продольным набором, как центроплана, так и отъема (фиг 379),



Фиг 379

с) смешанная система крепления (т е лонжероны крепятся при помощи узлов, а стрингеры и обшивка отъема и центроплана соединяются через ленту)

В первом случае для определения усилий узла лонжеронов применимы формулы, приведенные выше (стр 372)

Те же формулы применимы и для узлов стрингеров. Нагрузки R_a (стр 373) будут создавать нагрузку на пояс нервюры у разъема в ее плоскости. Это обстоятельство необходимо учесть при расчете разъемной нервюры (стр 434)

Во втором случае распределение нагрузки пропорци-

онально распределению площадей продольного набора по хорде разъема (данные берутся из табл 93)

Вертикальные нагрузки (по оси z)

1) — пропорциональны площадям продольного набора,

2) против стенки i -го лонжерона усилие в болтах разъема равны $Q_{ст}$.

Усилия в плоскости горизонтальной панели нагружают болты разъема равномерно

Для определения усилий на болты разъема

1 Строится по табл 93 график распределения площадей продольного набора по хорде (площадь пояса лонжерона полагают распределенной на участке $3d$ (фиг 380)

2 Полное суммарное усилие по оси y определяется по формуле

$$S_{op} = \frac{h_{\phi}}{h_6} \sigma \sum F = S_{\phi} \frac{h_{\phi}}{h_6},$$

где σ — принятое в расчете разрушающее напряжение

S_{ϕ} — усилие в фиктивном поясе

$$S_{\phi} = \frac{M}{h_{\phi}} \quad (\text{стр } 360),$$

h_{ϕ} — высота фиктивного лонжерона по оси разъема,

h_6 — расстояние между центрами тяжести площадей болтов верхней и нижней панели, можно считать, что

$$h_6 = h_{\phi} + 2\Delta h,$$

Δh — определяется, как расстояние между центром тяжести элемента с обшивкой и осью болта (фиг 379),

$\sum F$ — выбранная площадь по табл 93

Количество и диаметр болтов на участке $3d$ против i -го лонжерона определяется по формуле

$$n_6 F_6 = \frac{F_{пл i}}{\tau_{б6}} \frac{h_{\phi}}{h_6} \gamma \sigma,$$

где $F_{пл i}$ — площадь сечения пояса i -го лонжерона,

n_6 — количество болтов,

F_6 — площадь сечения болта,

$\tau_{б6}$ — разрушающее напряжение в болте на разрыв,

σ — напряжение в поясе i -го лонжерона,

γ — коэффициент, учитывающий неточность расчета за счет могущего возникнуть изгиба, обычно принимают

$$\gamma \approx 1,25 \sim 1,30$$

Выбранные болты на участке $3d$ под (или над) поясом лонжерона должны, кроме того, удовлетворять условию

$$\tau_{б6} \geq \frac{1}{n_6 F_6} \sqrt{\left(\frac{1}{2} Q_{ст} + \sigma F_{пл} \sin \beta \right)^2 + \left(\frac{Q_0}{n} \right)^2 n_i^2},$$

где $Q_{ст}$ — сдвигающая сила в стенке i -го лонжерона,

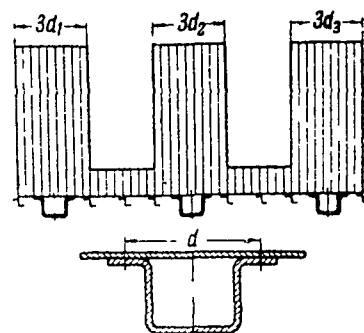
β — угол пояса лонжерона с осью y в вертикальной проекции (фиг 381),

Q_0 — сдвигающая сила в рассматриваемой панели,

n — общее количество болтов в рассматриваемой панели,

n_i — количество болтов на участке $3d_i$,

$\tau_{б6}$ — разрушающее касательное напряжение болта



Фиг 380



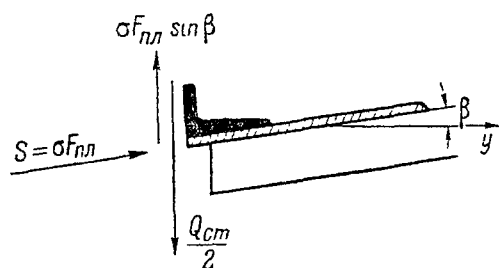
На участке между i -м и $(i+1)$ -м лонжеронами количество и площадь болтов (предполагается, что продольный стрингерный набор состоит из прессованных профилей) определяется по формуле:

в верхней панели:

$$n_{б\ i+1} F_{б\ i+1} = \frac{\sigma_{сж} n_{i+1} (40\delta_B^2 + F_{стр})}{\sigma_б}$$

в нижней панели:

$$n_{б\ i+1} F_{б\ i+1} = \frac{[n_{i+1} F_{стр} + \varphi c_{i+1} \delta_n] \sigma_p}{\sigma_б},$$



Фиг. 381

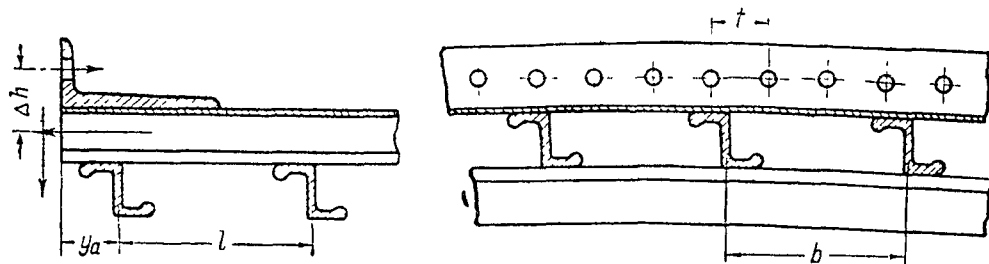
(значения $\sigma_{сж}$ и σ_p см. на стр. 360);

n_{i+1} — количество стрингеров между i -м и $(i+1)$ -м лонжеронами,
 c_{i+1} — расстояние между i -м и $(i+1)$ -м лонжеронами.

На напряжения сдвига эти болты можно не проверять, так как они будут заведомо прочны.

Стрингеры и лонжероны при таком способе крепления у разъема будут нагружены дополнительным изгибающим моментом лонжерон (фиг. 381 и 382):

$$M = \left(\frac{1}{2} Q_{сг} - \sigma F_{пл} \sin \beta_i \right) y_a - F_{пл} \sigma \Delta h_i;$$



Фиг 382

стрингер (фиг. 382) в пролете между i -м и $(i+1)$ -м лонжеронами (для верхней и нижней панели)

$$M_B = y_a (40\delta_B^2 + F_{стр\ B}) \sigma_{сж} \sin \beta_{B\ i} - \frac{n_{б\ i+1}}{n_{i+1}} F_{б\ i+1} \sigma \Delta h;$$

$$M_H = - \frac{n_{б\ i+1}}{n_{i+1}} F_{б\ i+1} \sigma \Delta h + y_a \sin \beta_n \sigma_p (F_{стр\ H} + \varphi b \delta_n)$$

В третьем случае применимы те же формулы для определения усилий на узлы и в стыковом уголке или ленте, что и в рассмотренных первом и втором случаях.

Определение усилий по разъему однолонжеронного крыла

Типы крепления те же, что и у крыла с гладкой обшивкой, поэтому применимы все рассуждения и формулы, данной для последнего (стр. 374).

Поверочный расчет крыла

Расчет основывается на следующих предпосылках:

Нормальные напряжения в конструкции крыла, создающие моменты внутренних сил, уравнивающие внешние изгибающие моменты, возникают в продольном наборе (стрингерах и поясах лонжеронов) и обшивке.

Так как обшивка и элементы продольного набора работают с различной эффективностью, то площади сечений их приводятся к некоторому материалу, следующему закону Гука и имеющему модуль упругости E_0 . Приведенное сечение крыла рассматривают, как сечение балки, состоящей из однородного материала, к которому применима элементарная теория изгиба.

При определении нормальных напряжений пренебрегают клиновидностью крыла и полагают, что нормальные напряжения, возникающие в приведенном сечении крыла, равны нормальным напряжениям, возникающим в призматической балке такого же сечения, как и рассматриваемое приведенное сечение крыла, нагруженного той же системой изгибающих моментов.

Перерезывающие силы и скручивающие моменты передаются обшивкой, лентами-расчалками, стенками лонжеронов и раскосами. Для расчета сечения крыла на сдвиг и кручение, как однородной балки, толщины обшивки и стенок лонжеронов приводятся к некоторому материалу, имеющему модуль сдвига G_0 .

Решетки ферм, передающих сдвигающие нагрузки заменяют стенкой, эквивалентной по жесткости, состоящей из материала, имеющего модуль сдвига G_0 .

При определении касательных напряжений в приведенном сечении крыла, возникающих вследствие нагружения скручивающим моментом, пренебрегают клиновидностью крыла, полагая, что касательные напряжения кручения в сечении призматической и клиновидной балки, разнятся весьма незначительно.

При определении касательных напряжений от сдвига учитывается уменьшение перерезывающей силы за счет клиновидности крыла.

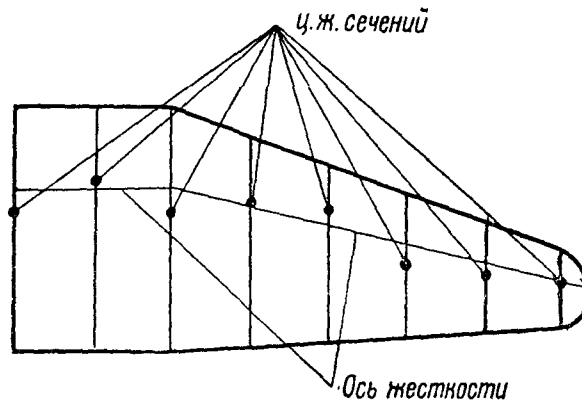
Центр жесткости сечения крыла определяется как центр жесткости призматической балки большой длины, сечение которой соответствует рассматриваемому приведенному сечению крыла. Влиянием близости заделки на положение центра жесткости пренебрегают.

Нервюры в конструкции крыла предполагаются весьма жесткими на изгиб в своей плоскости, т. е. полагают, что деформации нервюра существенно не влияют на распределение нервюрой нагрузки между элементами конструкции крыла и на форму всего сечения в целом, которую можно считать неизменной.

Предполагается, что нервюра в конструкции крыла имеет ничтожно малую жесткость на кручение.

Предполагается, что внешний момент, скручивающий крыло, представляет момент от внешних сил относительно оси, представляющей геометрическое место центров жесткости приведенных сечений крыла. Если центры жесткости отдельных сечений не ложатся на одну прямую, то проводят условную прямую, принимая ее за ось жесткости (фиг. 383).

В центроплане полагают, что направление оси жесткости параллельно лонжеронам.



Фиг. 383

Определение редуционных коэффициентов

Изгиб

Расчет крыла на изгиб ведут по элементарным формулам сопротивления материалов.

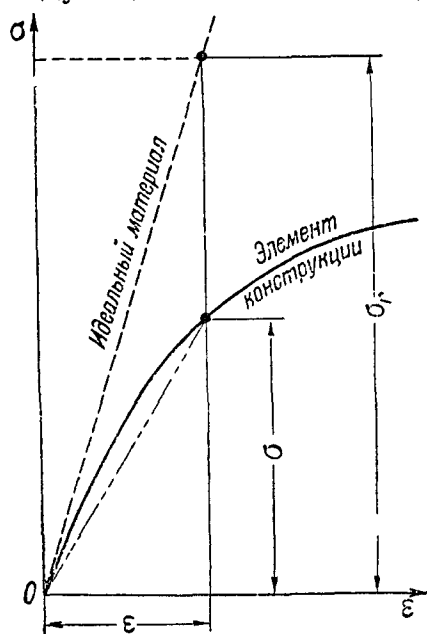
Крыло рассчитывается на разрушающие нагрузки.

Линейный закон распределения напряжений при изгибе нарушается и элементы остова и обшивки работают с различной эффективностью, которая определяется механическими свойствами каждого элемента в конструкции.

Элементы, целостность которых нарушается в каком-либо сечении (люками, вырезами и т. д.), вблизи последнего работают с пониженной эффективностью.

Чтобы иметь возможность вести расчет крыла на изгиб по элементарным формулам сопротивления материалов, вводят так называемые редуционные коэффициенты.

Полагая, что гипотеза плоских сечений остается в силе, получают следующие соотношения (фиг. 384):



Фиг. 384

редуционный коэффициент определяется по формуле.

$$\varphi = \frac{\sigma}{\sigma_r} = \frac{E_\phi}{E_0};$$

фиктивный модуль упругости — по формуле.

$$E_\phi = \frac{\sigma}{\varepsilon};$$

приведенная площадь сечения F_r —

$$F_r = \varphi F.$$

Действительное напряжение в элементе будет:

$$\sigma = \varphi \sigma_r,$$

где F — действительная площадь сечения,

σ — действительное напряжение,

σ_r — напряжение идеального материала, к которому приводится элемент конструкции.

Редуционный коэффициент является величиной переменной и зависящей от величины нагрузки на крыло.

Для определения редуционных коэффициентов рассматриваемого сечения крыла необходимо иметь для каждого элемента продольного набора кривую растяжения (сжатия) при работе этого элемента в конструкции, и принять, что какой-то материал, имеющий модуль упругости равным E_0 , следует закону Гука при всех нагрузках. К модулю упругости E_0 приводятся модули упругости всех остальных материалов.

Порядок определения редуционных коэффициентов следующий:

Определяются приведенные площади рассматриваемого сечения при нулевой нагрузке (т. е. когда $\varphi_0 = \frac{E_{эл}}{E_0}$ и $E_0 \neq E_{эл}$) (фиг. 385), где $E_{эл}$ — модуль упругости элемента.

Определяются нормальные напряжения σ_r во всех элементах приведенного сечения.

По полученному напряжению σ_r каждого элемента конструкции по его диаграмме растяжения-сжатия определяется новый редуционный коэффициент (фиг. 385) $\varphi = \frac{\sigma}{\sigma_r}$.

Определяются приведенные площади по новым редуцированным коэффициентам и снова определяются приведенные напряжения σ_r' , действительные напряжения σ' и новые редуцированные коэффициенты $\varphi' = \frac{\sigma'}{\sigma_r'}$

Эти расчеты 1, 2 и т. д. приближения повторяют до тех пор, пока в каком-либо из последующих приближений исходный редуцированный коэффициент n -го приближения не будет равен полученному в результате расчета $(n+1)$ -го приближения

Обычно достаточно трех-четырех приближений

Изложенный метод весьма громоздок и требует знания кривых растяжения-сжатия для всех рассчитываемых элементов конструкции

Обычно пользуются двумя приближенными методами, значительно упрощающими расчет. По этим методам определяются редуцированные коэффициенты для разрушающей нагрузки

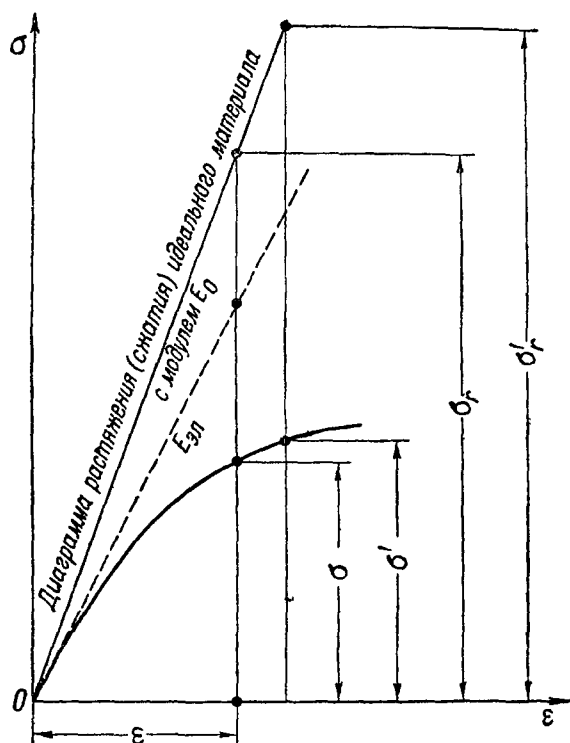
Метод I

Принимают для всех элементов редуцированные коэффициенты, значения которых выведены из опытов над аналогичными конструкциями (табл. 111).

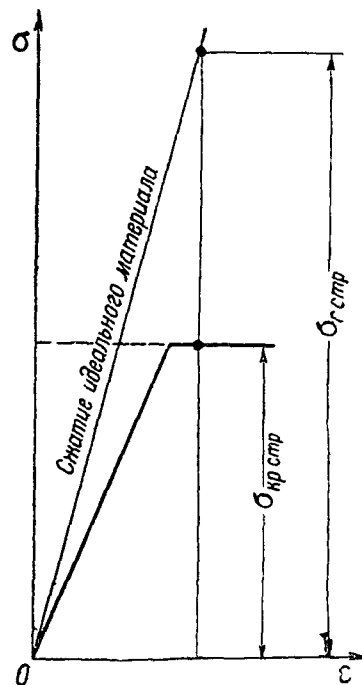
Дальнейший расчет по этому методу ничем не отличается от нормального расчета балки на изгиб

Метод II

Полагают, что элементы конструкции имеют вполне определенные редуцированные коэффициенты, как и в методе I, за исключением обшивки и сжатых стрингеров, теряющих устойчивость



Фиг. 385



Фиг. 386

Редуцированный коэффициент обшивки предполагается зависящим от напряжения в стрингере (стр. 381)

Напряжение в стрингере предполагается после потери устойчивости постоянным (фиг. 386). В этом случае расчет ведется методом последовательных приближений. Значения редуцированных коэффициентов можно брать из табл. 111.

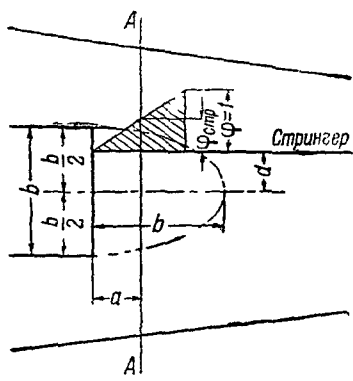
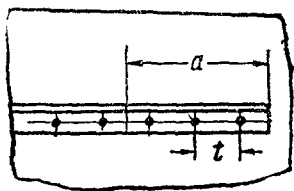
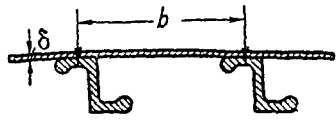
Т а б л и ц а 111

Значения редуционных коэффициентов металлического крыла при изгибе

Принято, что пояса лонжеронов, выполненные из дуралю, при всех возможных нагрузках следуют закону Гука Модуль упругости пояса $E_0 = 700\,000\text{ кг/см}^2$

№ п п	Наименование элементов кон- струкции	Значения редуционных коэффициентов		П р и м е ч а н и е
		по методу I	по методу II	
1	Дюралевый пояс лонжерона (сжатый и растянутый)	1,00	1,00	$E = 2,05 \cdot 10^6\text{ кг/см}^2$
2	Стальной пояс лонжерона (сжа- тый и растянутый)	2,93	2,93	
3	Стрингер из прессованого профиля в растянутой зоне, вдали от места разреза стрингера	1,00	1,00	
4	Стрингер из прессованого профиля в сжатой зоне, вдали от места разреза стрин- гера	1,00	$\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{стр}}$	$\sigma_{кр}$ — критическое на- пряжение, $\sigma_{стр}$ — напряжение в стрингере при расчете приведенного сечения (фиг 386)
5	Стрингер из гнутого профиля в растянутой зоне, вдали от места разреза стрингера	0,85	0,85	
6	Стрингер из гнутого профиля в сжатой зоне, вдали от ме- ста разреза стрингера	0,35	0,35	
7	Стрингер из прессованого профиля в растянутой зоне, вблизи места разреза стрин- гера люком в сечении АА, на расстоянии a от люка ($a < b$) (фиг 387)	$\frac{ab}{b^2 - 4d^2}$	$\frac{ab}{b^2 - 4d^2}$	
8	Стрингер из прессованого профиля в сжатой зоне, вбли- зи места разреза стрингера люком ($a < b$) (фиг 387)	$\frac{ab}{b^2 - 4d^2}$	$\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{стр}} \cdot \frac{ab}{b^2 - 4d^2}$	$\varphi \leq 1$
9	Стрингер из гнутого профиля в растянутой зоне, вблизи места разреза стрингера лю- ком (фиг 387)	$\frac{0,85 ab}{b^2 - 4d^2}$	$\frac{0,85 ab}{b^2 - 4d^2}$	$\varphi \leq 0,85$
10	Стрингер из гнутого профиля в сжатой зоне, вблизи места разреза стрингера люком (фиг 387)	$\frac{0,35 \cdot ab}{b^2 - 4d^2}$	$\frac{0,35 ab}{b^2 - 4d^2}$	$\varphi \leq 0,35$
11	Стрингер из прессованого профиля в растянутой зоне, вблизи места обрыва стрин- гера на расстоянии a от ме- ста обрыва (фиг 388)	$\frac{a P_{закл}}{\sigma_{стр} F_{стр} t}$	$\frac{a P_{закл}}{\sigma_{стр} F_{стр} t}$	$P_{закл}$ — разрушающее усилие на заклепку, $\sigma_{стр}$ — напряжение в стрингере, если бы он не был оборван, $F_{стр}$ — площадь стрин- гера (истинная), t — шаг заклепок

Таблица 111 (продолжение)

№ п п	Наименование элементов конструкции	Значения редуционных коэффициентов		Примечание
		по методу I	по методу II	
12	Стрингер из прессованого профиля в сжатой зоне, вблизи места обрыва стрингера на расстоянии a от места обрыва (фиг 388)	$\frac{a P_{\text{закл}}}{\sigma_{\text{стр}} F_{\text{стр}} t}$	$\frac{a P_{\text{закл}}}{\sigma_{\text{стр}} F_{\text{стр}} t}$	$\varphi \leq \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{стр}}} \leq 1$ $\sigma_{\text{кр}}$ — критическое напряжение в стрингере $\varphi \leq 0,85$
13	Стрингер из гнутого профиля в растянутой зоне, вблизи места обрыва стрингера на расстоянии a от места обрыва (фиг 388)	$\frac{a P_{\text{закл}}}{\sigma_{\text{стр}} F_{\text{стр}} t}$	$\frac{a P_{\text{закл}}}{\sigma_{\text{стр}} F_{\text{стр}} t}$	
   Фиг 387 Фиг. 388 Фиг 389				
14	Стрингер из гнутого профиля в сжатой зоне, вблизи места обрыва стрингера (на расстоянии a от места обрыва) (фиг 388)	$\frac{a P_{\text{закл}}}{\sigma_{\text{стр}} F_{\text{стр}} t}$	$\frac{a P_{\text{закл}}}{\sigma_{\text{стр}} F_{\text{стр}} t}$	$\varphi \leq 0,35$
15	Обшивка металлическая гофрированная, волны по полету (в сжатой и растянутой зоне)	0	0	
16	Обшивка дюралевая гладкая, подкрепленная и неподкрепленная стрингерами, в растянутой зоне вдали от разреза обшивки люками	0,6 — 0,7	0,6 — 0,7 [✓]	Обшивка работает только при наличии стрингеров (поясов) в непосредственной близости от последних, δ — толщина обшивки, $\sigma_{\text{стр}}$ — напряжение стрингера в приведенном сечении, b — расстояние между стрингерами, $E_0 = 700\,000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$
17	Обшивка дюралевая гладкая, подкрепленная стрингерами, гнутыми или прессованными, в сжатой зоне (фиг 389) Стрингеры имеют напряжение $\sigma_{\text{стр}}$ и редуционный коэффициент $\varphi_{\text{стр}}$ (см пп 4, 6, 8, 10, 12 и 14) Стрингер скреплен с обшивкой однорядным швом Присоединенная площадь обшивки, работающей вместе со стрингером при тех же напряжениях, что и последний	$\frac{40 \delta \varphi_{\text{стр}}}{b}$ $40 \delta^2$	$\frac{\delta}{b} \varphi_{\text{стр}} 1,9 \sqrt{\frac{E_0}{\sigma_{\text{стр}}}}$ $\delta \geq 1,9 \sqrt{\frac{E_0}{\sigma_{\text{стр}}}}$	

Т а б л и ц а 111 (продолжение)

№ п п	Наименование элементов конструкции	Значения редуционных коэффициентов		Примечание
		по методу I	по методу II	
18	То же, что и п 17, стрингер скреплен с обшивкой двухрядным швом (фиг 390) Присоединенная площадь обшивки, работающая вместе со стрингером при тех же напряжениях, что и в последнем	$\frac{40\delta + d}{b} \varphi_{\text{стр}}$ $(40\delta + d)\delta$	$\left(\frac{\delta}{b} 1,9 \sqrt{\frac{E_0}{\sigma_{r\text{стр}}} + \frac{d}{b}}\right) \varphi_{\text{стр}}$ $\left(\frac{\delta}{b} 1,9 \sqrt{\frac{E_0}{\sigma_{r\text{стр}}} + d}\right) \delta$	$d \leq 40 \delta$
Фиг 390 Фиг 391				
19	То же, что и п 18, $d \geq 40 \delta$ Присоединенная площадь обшивки, работающая вместе со стрингером при тех же напряжениях, что и в последнем	$\frac{80\delta \varphi_{\text{стр}}}{b}$ $80\delta^2$	$\frac{\delta 3,8 \sqrt{\frac{E_0}{\sigma_{r\text{стр}}} \varphi_{\text{стр}}}}{b}$ $\delta^2 3,8 \sqrt{\frac{E_0}{\sigma_{r\text{стр}}}}$	
20	Дуралевая гладкая обшивка, подкрепленная или неподкрепленная стрингерами в растянутой зоне вблизи от разреза обшивки люком (фиг 391)	$\frac{0,6 ab}{b^2 - 4 d^2}$	$\frac{0,6 ab}{b^2 - 4 b^2}$	$\varphi \leq 0,6$

* Формула выведена в предположении что стрингер (или обшивка) полностью включается в работу на границах параболы, построенной как показано на фиг 387. Нарастание напряжений и редуционных коэф-циентов происходит по линейному закону

** Формула выведена в предположении что стрингер полностью включается в работу когда сумма разрушающих усилий в заклепках (считая от конца стрингера) становится равной усилию в стрингере, (без учета обрыва последнего), т е $\sum P_{\text{закл}} = \sigma_{r\text{стр}} F_{r\text{стр}} \varphi_{\text{стр}}$

*** Редуционный коэффициент и присоединенная ширина сжатой обшивки взяты без учета влияния касательных напряжений в обшивке 40δ — среднее значение присоединенной ширины, когда на пряхение в сжатой панели колеблется от 12 до 20 — 22 кг/мм². Присоединенная ширина 40δ соответствует среднему напряжению ≈ 16 кг/мм²

Сдвиг

Редукционным коэффициентом пластины на сдвиг является коэффициент приведения пластины, имеющей толщину δ и модуль сдвига G к пластине, имеющей толщину δ_r и модуль сдвига G_0 .

Редукционный коэффициент имеет следующее выражение:

$$\psi = \frac{G}{G_0}.$$

Приведенная толщина будет:

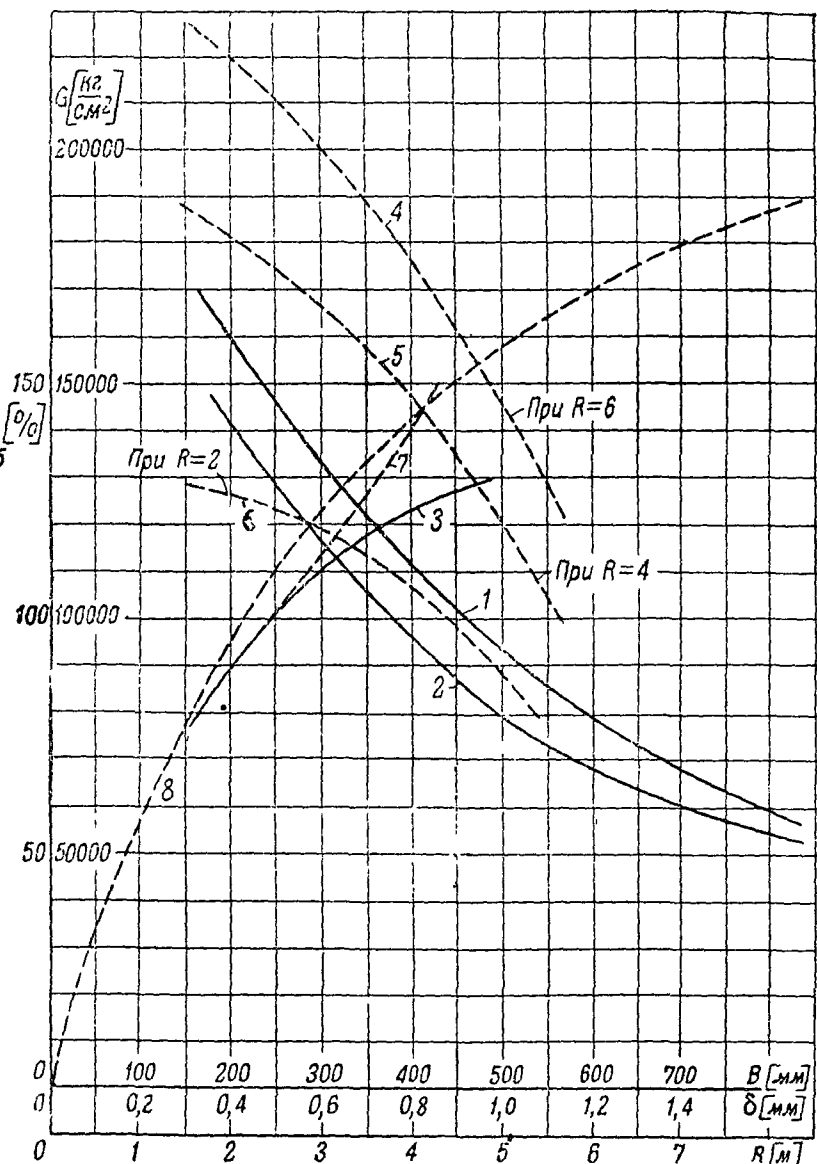
$$\delta_r = \delta \psi.$$

Величина модуля сдвига панели обшивки крыла значительно отличается от модуля сдвига материала, из которого выполнена обшивка, и зависит от радиуса кривизны обшивки, толщины обшивки, размеров подкрепляющей клетки и подкрепляющих профилей.

Примерная зависимость модуля сдвига от этих факторов представлена на фиг. 392.

Модуль сдвига $\frac{G}{G_{\delta=0,5}}$ гладкой металлической обшивки, кроме того, значительно меняется при одновременном нагружении панели сдвигающими и растягивающими или сжимающими нагрузками. Последние уменьшают модуль сдвига панели в 2—3 раза. При выборе значения модуля сдвига учитывают одновременное наличие в обшивке касательных и нормальных напряжений.

Средние значения модулей сдвига и соответствующих приведенных толщин при нагрузках, близких к разрушающим, даны в табл. 112 и на фиг. 393.



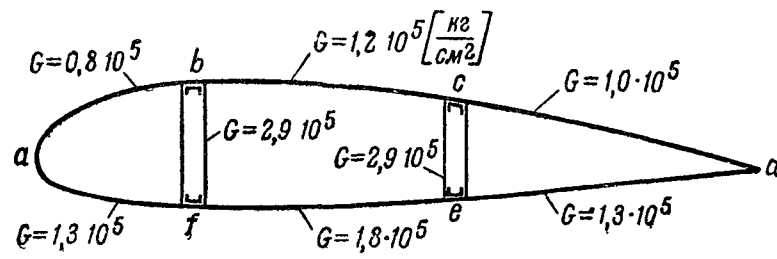
Фиг. 392 График условной жесткости для гофренных и гладких дуралевых листов

1 и 2 — зависимость G от ширины B листа гофра 32×10 , $\delta = 0,5$ мм и 50×16 , $\delta = 0,5$ мм соответственно, 3 — зависимость $\frac{G}{G_{\delta=0,5}}$ от δ для гофра, 4, 5, 6 — зависимость $G_{(\delta=0,5)}$ от B для гладких листов при разных радиусах кривизны R в м; 7 — зависимость $\frac{G}{G_{\delta=0,5}}$ от δ для гладких листов, 8 — зависимость G от радиуса кривизны R для гладких листов

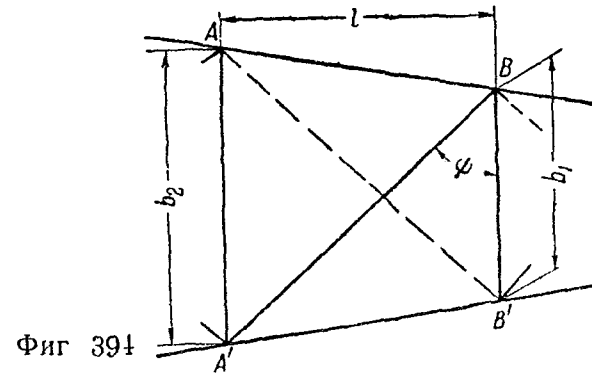
Таблица 112

Значения редуционных коэффициентов и приведенных толщин элементов конструкции крыла при сдвиге

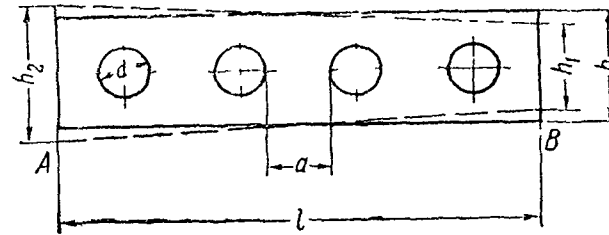
Модуль сдвига после приведения к $G_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$

№ п. п.	Наименование элементов конструкций	$G \text{ кг/см}^2$	ψ	Приведенная толщина δ_r	Примечание
1	Обшивка крыла дюралевая, нормально подкрепленная, гладкая				
a	Носок крыла; сжатая зона (участок ab , фиг. 393)	$0,8 \cdot 10^5$	0,8	$0,8 \delta$	¹ Формула выведена из условия, что деформации сечения BB' в направлении BB' относительно сечения AA' при нагружении силой в направлении AA' (BB') конструкции действительной (с лентой $A'B$) и зашпонт сплошным листом толщиной δ_r — равны При этом принято, что пояса абсолютно жестки ² Формула учитывает понижение жесткости стенок лонжерона за счет уменьшения рабочей площади обшивки за счет отверстий и уменьшения жесткости стенки за счет изгиба простенков между отверстиями При выводе формулы принято, что высота стенок постоянна и равна средней высоте участка и что деформации сплошной стенки, сделанной из материала, имеющего модуль упругости сдвига G и толщину δ_r, равна деформации стенки с отбортовками ³ Формула выведена из условия равенства деформации сечения BB' относительно AA' решетки лонжерона и сплошной стенки, толщиной δ_r, имеющей модуль упругости на сдвиг G_0 и что пояса лонжерона абсолютно жестки.
	 Фиг. 393				
b	Средняя часть крыла (между передним и задним лонжеронами); сжатая зона (участок bc , фиг. 393)	$1,2 \cdot 10^5$	1,2	$1,2 \delta$	
c	Хвостик крыла (за задним лонжероном); сжатая зона (участок cd , фиг. 393)	$1,0 \cdot 10^5$	1,0	δ	
d	Носок крыла, растянутая зона (участок af фиг. 393)	$1,3 \cdot 10^5$	1,3	$1,3 \delta$	
e	Средняя часть крыла (между передним и задним лонжеронами); растянутая зона (участок fe , фиг. 393)	$1,8 \cdot 10^5$	1,8	$1,8 \delta$	
f	Хвостовая часть крыла (за задним лонжероном), растянутая зона (участок ed , фиг. 393)	$1,3 \cdot 10^5$	1,3	$1,3 \delta$	

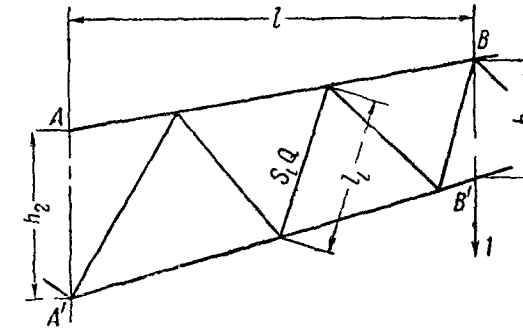
2	Обшивка крыла — дюралевый гофр нормально подкрепленный Для всех частей крыла в сжатой и растянутой зонах	0,8 10 ³ 0 68 10 ³	0 8 0 8 δ (Размеры волны 32 × 10) 0 68 0 68 δ (Размеры волны 50 × 16)	Более точно можно брать по фиг 392
---	---	---	--	------------------------------------



Фиг 394



Фиг 395



Фиг 396

3	Ленты расчалки в плоскости лонжеронов между двумя усиленными нервюрами AA' и BB' (фиг 394) ¹			$\frac{F_{\lambda}}{G_0} \frac{f_{\lambda} \sin^3 \psi}{l^2} \left(\frac{b_1 + b_2}{2} \right)$	f_{λ} — площадь сечения ленты расчалки
4	Сплошные стенки лонжеронов из дюралевого листа	2 9 10 ⁵	2 δ	2,9 δ	Чтобы учесть упругость узлов, модуль упругости ленты расчалки E_{λ} следует брать в два раза меньше, чем модуль упругости материала
5	Дюралевые стенки лонжеронов с отбортованными отверстиями на участке между сечениями A и B (фиг 395)			$\delta \frac{l/h \frac{E_{ст}/G_0}{48I} + \frac{L_{ст}}{lh - \sum \frac{\pi d^3}{4}}}{\frac{L_{ст}}{G}}$ или $\delta \frac{l}{h} \frac{L_{ст}}{G_0} \frac{1}{\frac{1}{4} \left(\frac{d}{a} \right)^3 + \frac{L_{ст}}{lh - \frac{\pi}{4} \sum d^3} \frac{F_{ст}}{G}}$	$h = \frac{h_1 + h_2}{2}$ — средняя высота, δ — толщина зашивки, $E_{ст}$ — модуль упругости стенки (для дюрала $E_{ст} = 7 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$), $I = \frac{a^3 \delta}{12}$ G — модуль упругости сплошной стенки (для дюрала $G = 2,9 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$) $\sum \frac{\pi d^3}{4}$ и $\sum \left(\frac{d}{a} \right)^3$ — знак суммы распространяется на все отверстия на рассматриваемом участке
6	Решетка лонжерона на участке между AA' и BB' (фиг 396) ³			$\frac{F_p}{G_0} \frac{l}{\sum \frac{S_i^2 l_i}{F_i}} \frac{h_1 + h_2}{2 h^2}$	E_p — модуль упругости элемента решетки S_i — усилие в элементе при $Q = 1$ F_i — площадь сечения элемента решетки

Определение приведенных площадей сечения стрингеров, поясов лонжеронов
и их координат относительно принятых осей сечения крыла

Определение приведенных площадей поясов лонжеронов и стрингеров вместе с обшивкой и их координат x и z относительно принятых осей профиля крыла производится по всем сечениям крыла, где поставлены нервюры

В каждом сечении крыла площадь обшивки присоединяют к площади продольных элементов и рассматривают приведенную площадь продольного элемента вместе с обшивкой, как площадь сосредоточенную в своем центре тяжести

В сжатой зоне, в случае расчета по I методу (стр 379) и в первом приближении при расчете по II методу, полагают, что к стрингеру сжатой зоны присоединена площадь обшивки, равная $40 \delta^2$

К стрингерам растянутой зоны присоединяют площадь обшивки, равную

$$F_{\text{пр}} = \varphi_{\text{обш}} \delta \frac{b_i + b_{i+1}}{2},$$

где $\varphi_{\text{обш}}$ — редукционный коэффициент обшивки,

δ — действительная толщина листа обшивки,

b_i и b_{i+1} — расстояния между i -м и $(i - 1)$ -м и i м и $(i + 1)$ м стрингерами

Эту разбивку следует делать дважды, полагая сначала верхнюю зону сжатой, нижнюю — растянутой, а затем — нижнюю зону сжатой, а верхнюю — растянутой. Затем для обоих случаев определяют координаты центра тяжести приведенных площадей стрингеров и поясов лонжеронов с присоединенной к ним обшивкой относительно осей координат, связанных со стрингерами или поясами лонжерона

Редукционные коэффициенты следует брать из табл. 111

В результате каждое сечение крыла приводится к сечению балки, имеющей ряд сосредоточенных в точке (в ц. т. продольного элемента вместе с обшивкой) площадей

Координаты центров тяжести этих площадей относительно системы координат сечения определяются по теоретическим чертежам сечений крыла, на которые наносятся положения стрингеров и поясов лонжеронов, после того, как определены центры тяжести стрингеров вместе с обшивкой относительно системы осей, связанных с профилем (табл. 113)

Таблица 113

№ нервюр	Эскиз сечения пояса	Данные площадей				Координаты				Окончательный результат	
		Наименование элемента *	$F_{\text{пр}}$	φ	F_r	x'	z'	$F_r x$	$F_r z$	x_0'	z_0'
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
										—	—
					Σ			Σ	Σ		
										—	—

* В графу 3 вносятся обозначения пояса по эскизу графы 2 и

** В графу 4 вносятся истинные площади элементов сечения, соответствующие обозначениям графы 2 и 3 и. Площадь обшивки вносится для растянутого пояса, как показано на фиг. 397, а для сжатого — на фиг. 398

По табл 113 составляют сводную таблицу приведенных площадей поясов и их координат (табл 114)

Таблица 114

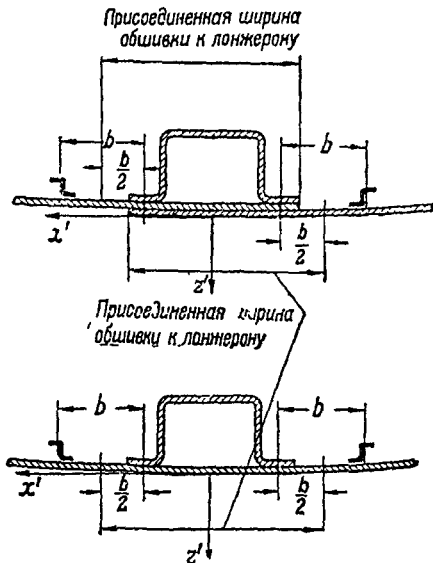
№ нервюр	Пояс Эскиз сечения пояса ¹			Пояс Эскиз сечения пояса ¹			Пояс Эскиз сечения пояса ¹			Пояс Эскиз сечения пояса ¹		
	ΣF_r	x_0'	z_0'	ΣF_r	x_0'	z_0'	ΣF_r	x_0'	z_0'	ΣF_r	x_0'	z_0'

¹ На эскизе указываются оси координат, относительно которых взят центр тяжести сечения

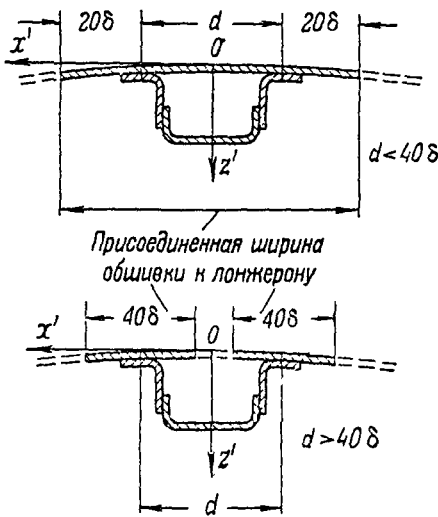
Составляют по каждой нервюре эскиз сечения (фиг 399) и таблицу (табл 115), в которой производится определение центров тяжести приведенных площадей элементов продольного набора вместе с обшивкой. Нумерация элементов продольного набора в сечении должна соответствовать нумерации стрингеров.

Если расчет ведется по II методу (стр 379) (2, 3 и т. д. приближения), а также при расчете по I методу вблизи люков, обрывов стрингеров и пр., следует предварительно определить редуцирующие коэффициенты и присоединенную площадь обшивки.

В случае расчета по II методу — эту операцию необходимо производить каждый раз перед тем, как начать расчет (n + 1)-го приближения, пользуясь величинами напряжений полученных в n-м приближении. Определение редуцирующих коэффициентов производится в таблице (табл 116).



Фиг 397

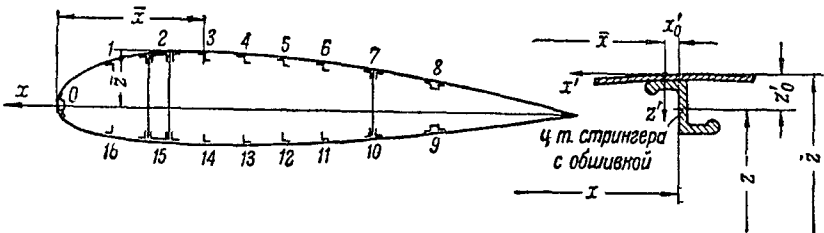


Фиг 398

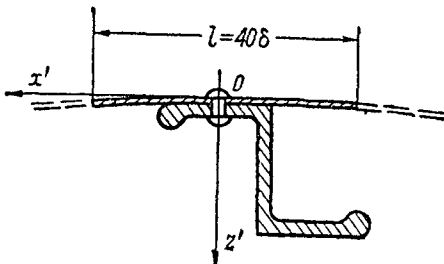
Если в рассматриваемом сечении после n-го приближения получаются в некоторых стрингерах напряжения $\sigma_{стр} > \sigma_{кр}$, то редуцирующий коэффициент стрингера определяется по табл 111, п. 4.

Таблица 115

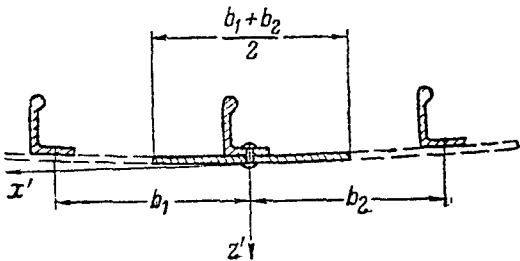
№ точек	Данные площадей					Координаты ц. т. площади стрингера и обшивки относительно начала координат ²			Статические моменты		Суммарная приведенная площадь и общий ц. т. стрингера и обшивки ³			Координаты относительно осей профиля ⁴		Координаты центра тяжести элементов относительно осей профиля ⁵	
	стр	№ стр	$F_{стр}$	$\varphi_{стр}$	$F_{г стр}$	эскиз стрингера с обшивкой	x'	z'	$F_{г стр} x'$	$F_{г стр} z'$	$\sum F_r$	x_0'	z_0'	$\bar{x}$	$\bar{z}$	$x = \bar{x} - x_0'$	$z = \bar{z} - z_0'$
	обш.	$b \times \delta$	$F_{обш}$	$\varphi_{обш}$	$F_{г обш}$												
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII
¹ Размер b присоединенной обшивки для сжатой зоны при расчете по I методу и при расчете первого приближения по II методу берется по фиг. 398 или 400. При расчете второго и т. д. приближения по II методу присоединенная ширина определяется по табл. 116. Размер присоединенной ширины обшивки растянутой зоны берется по фиг. 397 или 401. ² Начало координат системы $x'Oy'$ (осей, связанных со стрингером) следует принимать, как показано на фиг. 397, 398, 400 и 401. ³ Данные для поясов выписываются непосредственно из табл. 114. ⁴ Координаты $\bar{x}$ и $\bar{z}$ (координаты стрингеров в системе осей, связанных со всем сечением) берутся по теоретическому чертежу крыла. ⁵ При определении координат ц. т. сечений x_0' и z_0' полагают, что оси $x'Oz'$ параллельны осям x и z.																	



Фиг. 399



Фиг. 400



Фиг. 401

Таблица 116

Расчет . . . приближения						Нервюра №			Примечание
№ точки	1 $\sigma_{г стр}$	2 $\sigma_{кр}$	$\varphi_{стр}$	$\frac{E_0}{\sigma_{г стр}}$	$V \frac{\bar{E}_0}{\sigma_{г стр}}$	δ	$b_{прис}$		
									$E_0 =$
¹ $\sigma_{г стр}$ — напряжение в стрингере, полученное в расчете предыдущего приближения ² $\sigma_{кр}$ — критическое напряжение стрингера, работающего совместно с листом обшивки (стр. 488). ³ $b_{прис}$ — ширина присоединенной обшивки по формулам табл. 111 п. 17, 18 и 19 и фиг. 398 и 400 Стрингер и присоединенная обшивка работают с одним и тем же редуцированным коэффициентом φ									

Присоединенная ширина обшивки сжатой зоны определяется по формулам табл 111 п 17, 18 и 19

При последующих пересчетах приведенных площадей, при расчете II методом, в целях упрощения расчета полагают, что ц т приведенной площади сечения стрингера вместе с присоединенной обшивкой имеет те же координаты, что и центры тяжести площадей, получившихся в расчете 1-го приближения Поэтому при последующих просчетах, 2-го, 3-го и т д приближения в табл 115 пропадают графы VIII, IX, X, XI, XIII, XIV, XV и XVI Графы XVII и XVIII заполняются непосредственно из граф XVII и XVIII табл 115 расчета 1-го приближения

Определение приведенных толщин

Определение приведенных толщин обшивки крыла, стенок лонжеронов и пр (стр 383) производится в предположении, что на участке между двумя нервюрами и на участке между двумя продольными элементами толщина листа остается постоянной

Определение приведенных толщин производится на основании данных таблицы 112

Определение приведенных толщин следует производить дважды один раз для случая, когда верхняя зона сжата, а нижняя растянута, второй раз, когда нижняя зона сжата, а верхняя растянута

Определение приведенных толщин сжатой и растянутой панелей производятся в одной и той же таблице (табл 117)

Таблица 11

№ отсеков							Примечание
Сжатая зона сверху	Носок	δ					$G_0 =$ $\delta_r = \delta \frac{G}{G_0}$
	$G =$	δ_r					
	Средняя часть	δ^1					
		δ_r					
	Хвостовая часть	δ^1					
		δ_r					
Растянутая зона снизу	Носок	δ^1					Фиг 402 $\delta_{cp} = \frac{l_1 \delta_1 + l_2 \delta_2}{l_1 + l_2}$ ¹ Толщина обшивки δ берется с чертежа обшивки крыла Если в пролете между двумя нервюрами δ меняется, то средняя толщина определяется по формуле (фиг 402)
	$G =$	δ_r					
	Средняя часть	δ^1					
		δ_r					
	Хвостовая часть	δ^1					
		δ_r					

Если толщина обшивки меняется по ширине, то табл 117 заменяется табл 118

Таблица 118

№ отсеков между нервюрами					
	№ участ-ков				
Сжатая зона	Носок $G =$	0 — 1	¹ δ		
			δ_r		
		1 — 2	δ		
			δ_r		
		2 — 3	δ		
			δ_r		

¹ Нумерация отсеков должна соответствовать нумерации приведенных площадей в табл 116

Определение приведенных толщин стенок лонжерона, заменяющих решетку, производится по формулам, приведенным в табл 112 п 6, в следующем порядке вычерчиваются по чертежу лонжерона схемы фермы лонжерона между двумя нервюрами и строится диаграмма Кремоны для случая нагружения вертикальной силой, равной 1, приложенной в конце участка (ближе к концу крыла) Составляется табл 119, в которую вписываются длины стоек и раскосов l_r , истинные площади сечений раскосов и стоек F_r , единичные усилия S_r' из диаграммы Кремоны, значения высот отсеков и их длин и т д Указанные величины берутся из чертежей

Таблица 119

№ отсеков между нервюрами								
№ стержней в отсеке								
S_i'								
$S_i'^2$								
l_i								
$l_i S_i'^2$								

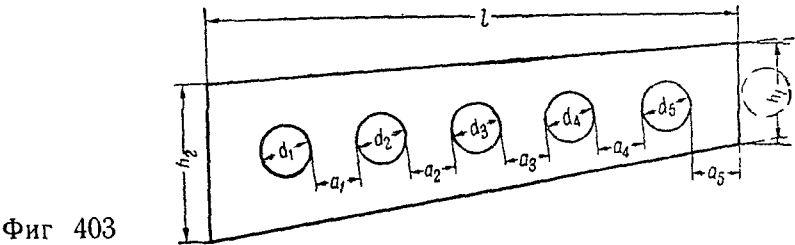
Т а б л и ц а 119 (продолжение)

№ отсеков между нервюрами								
№ стержней в отсеке								
F_i								
$\frac{l_i S_i'^2}{F_i}$								
$\sum \frac{l_i S_i'^2}{F_i}$								
l_m								
$\sum \frac{l_m}{l_i S_i'^2}$								
h_1								
h_2								
$h_1 + h_2$								
h_2^2								
$\frac{h_1 + h_2}{h_2^2}$								
$\delta_r = \frac{E}{2G_0} \sum \frac{l_m}{S_i'^2 l_i} \frac{h_1 + h_2}{h_2^2}$								

Определение фиктивных толщин стенки лонжерона со стенкой с отверстиями производится по формулам, приведенным в табл 112,п 5

Вычисления производятся для каждого участка между двумя нервюрами отдельно. Объединить все вычисления по одному лонжерону в одну сводную таблицу нецелесообразно, так как таблица получается слишком сложной

Вычисление приведенной толщины δ_r одного участка идет в такой последовательности



Вычерчивают схему рассматриваемого отсека с размерами (фиг 403), определяют среднюю высоту

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} \; ,$$

составляют таблицу (табл. 120)

Т а б л и ц а 120

	№ отверстий				Σ
Диаметр отверстия <i>d</i>					—
<i>a</i>					—
$\frac{d}{a}$					—
$\left(\frac{d}{a}\right)^3$					
<i>d</i> ²					

Определяют

$$\frac{l}{h} = \dots ; \quad \frac{1}{4} \Sigma \left(\frac{d}{a}\right)^3 = \dots ; \quad \delta = \dots ;$$
$$lh = \dots ; \quad E_{ст} = \dots ; \quad \frac{E_{ст}}{G_0} = \dots ;$$
$$l^2 = \dots ; \quad G = \dots ; \quad \frac{E_{ст}}{G} = \dots ;$$
$$lh - \frac{\pi}{4} \Sigma d^2 = \dots ; \quad G_0 = \dots$$

и фиктивную толщину — по формуле

$$\delta_r = \delta \frac{\frac{l}{h} \frac{E_{ст}}{G_0}}{\frac{1}{4} \Sigma \left(\frac{d}{a}\right)^3 + \frac{l^2}{lh - \frac{\pi}{4} \Sigma d^2} \frac{E_{ст}}{G}}$$

Определение фиктивных толщин сплошных стенок без отбортовки производится в таблице (табл. 121) по п. 4 табл. 112.

Т а б л и ц а 121

№ отсеков между нервюрами								
δ								
δ _г								

Если толщина обшивки меняется в пролете между двумя нервюрами, то определяется средняя толщина по формуле стр. 389.
Для крыльев с полотняной обшивкой и лентами-расчалками толщина фиктивного листа, заменяющего расчалку, определяется по п. 3 табл. 112 в табл. 122.

Толщину фиктивного листа следует определять как для несущих лент, так и для обратных.

Т а б л и ц а 122

№ отсеков между усиленными нервюрами								
№ лент								
$F_{л}$								по сортаменту
l								
l''								
$\angle \psi^{\circ}$								
$\sin \psi$								
$\sin^3 \psi$								
b_1								
b_2								
$\frac{b_1 + b_2}{2}$								
$\delta_r = \frac{E_{л}}{G_0} \cdot \frac{F_{л} \sin^3 \psi}{l^2} \cdot \frac{b_1 + b_2}{2}$								

Для определения толщины фиктивного листа, для случая, когда крыло покрыто гофром, составляют таблицу такой же формы, как и табл. 117 или 121 согласно п. 2 табл. 112.

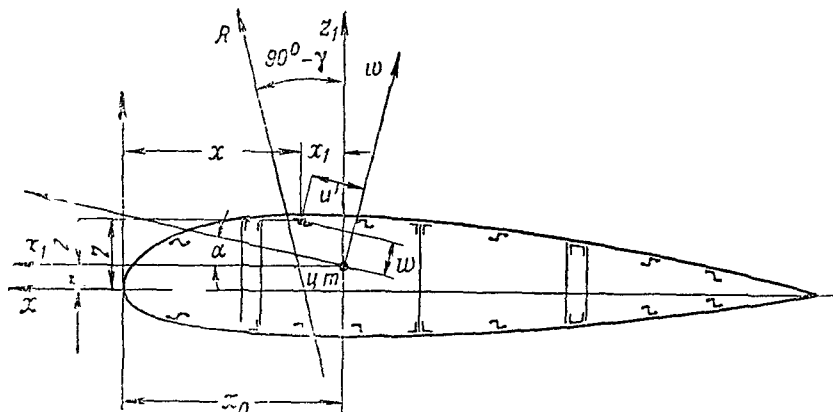
Полученные приведенные толщины обшивки и других элементов, работающих на сдвиг, приведенные к материалу, имеющему модуль сдвига G_0 , сводятся в одну общую таблицу (табл. 123) для двух случаев (растяжение нижней части и растяжение верхней части крыла)

Т а б л и ц а 123

№ отсеков между нервюрами № участков между продольными элементами				
0—1				
1—2				
2—3				

Определение ц т приведенных сечений, их моментов инерции относительно системы осей xOz и главных осей инерции uOw , моментов сопротивления, напряжений и усилий в продольных элементах от наибольшего изгибающего момента

К приведенному сечению крыла применима элементарная теория изгиба. Поэтому, при определении напряжений изгиба в продольных элементах следует рассматривать изгиб в двух плоскостях, проходящих через главные оси инерции крыла u и w (фиг 404).



Фиг 404

Для того, чтобы определить напряжения и усилия во всех продольных элементах сечения крыла, следует

определить координаты ц т приведенного сечения крыла относительно системы координат xOz , пользуясь данными из табл 115 по формуле

$$x_0 = \frac{\sum F_r x}{\sum F_r}, \quad z_0 = \frac{\sum F_r z}{\sum F_r},$$

где F_r — приведенная площадь элемента, а x и z — его координаты в принятых осях,

определить координаты элементов относительно системы осей x_1Oz_1 , имеющих начало в ц т сечения крыла (фиг 404)

$$x_1 = x - x_0, \quad z_1 = z - z_0,$$

определить осевые моменты инерции сечения I_{x_1} и I_{z_1} относительно осей x_1 и z_1 и центробежный момент инерции $I_{x_1 z_1}$

$$I_{z_1} = \sum F_r x_1^2, \quad I_{x_1} = \sum F_r z_1^2, \quad I_{x_1 z_1} = \sum F_r x_1 z_1,$$

определить угол наклона главных осей инерции u и w к осям x_1 и z_1 (фиг 404)

$$\operatorname{tg} 2\sigma = \frac{2 I_{x_1 z_1}}{I_{z_1} - I_{x_1}},$$

определить моменты инерции сечения относительно главных осей

$$I_u = I_{x_1} \cos^2 \alpha + I_{z_1} \sin^2 \sigma - I_{x_1 z_1} \sin 2\alpha,$$

$$I_w = I_{x_1} \sin^2 \sigma + I_{z_1} \cos^2 \sigma + I_{x_1 z_1} \sin 2\sigma,$$

определить координаты u и w всех продольных элементов сечения

$$u = x_1 \cos \alpha + z_1 \sin \alpha,$$

$$w = z_1 \cos \sigma - x_1 \sin \sigma,$$

определить моменты сопротивления всех продольных элементов сечения относительно главных осей:

$$W_{ui}=\frac{I_u}{w_i};\qquad W_{wi}=\frac{I_w}{u_i}.$$

Моменты сопротивления и углы α главных осей инерции сечения с принятыми должны быть определены для всех сечений крыла, в которых поставлены нервюры.

Все эти операции производятся в одной таблице (табл. 124).

Для каждого сечения составляется своя таблица.

Полное напряжение в продольном элементе приведенного сечения определяется по формуле:

$$\sigma_{ri}=-\frac{M_w}{W_{wi}}-\frac{M_u}{W_{ui}}=\sigma_{ri}'+\sigma_{ri}'',$$

где M_u — изгибающий момент от сил, перпендикулярных оси u ,

M_w — изгибающий момент от сил, перпендикулярных оси w .

Так как в поперечном расчете важно получить наибольшие значения напряжений и усилий, то из сводной таблицы суммарных изгибающих моментов (табл. 153) берется наибольший изгибающий момент для данного сечения.

Если равнодействующая всех сил имеет угол γ с осью x (фиг. 404), то изгибающие моменты от сил, перпендикулярных осям u и w , определяются по формулам:

$$M_u=M\sin(\gamma-\alpha);$$

$$M_w=M\cos(\gamma-\alpha).$$

Таблица 124

№ элементов	F_r	x^*	z^*	$F_r x$	$F_r z$	x_1	z_1	$F_r x_1$	$F_r z_1$	$F_r x_1^2$	$F_r z_1^2$	$F_r x_1 z_1$

$$I_{x_1} = \dots; I_{z_1} = \dots, I_{x_1 z_1} = \dots, \operatorname{tg} 2 \alpha = \frac{I_{x_1 z_1}}{I_{z_1} - I_{x_1}} = \dots,$$
$$\alpha = \dots, \sin \alpha = \dots; \cos \alpha = \dots, \sin^2 \alpha = \dots; \cos^2 \alpha = \dots, \sin 2 \alpha = \dots,$$
$$I_u = \dots, I_w = \dots.$$

№ элементов	x_1	$x_1 \cos \alpha$	$z_1 \sin \alpha$	u	z_1	$z_1 \cos \alpha$	$x_1 \sin \alpha$	w	W_u	W_w	σ_r'	σ_r''	σ_r	$S = F_r \sigma_r$

* Из табл. 115.

Усилие в i -м элементе определится по формуле:

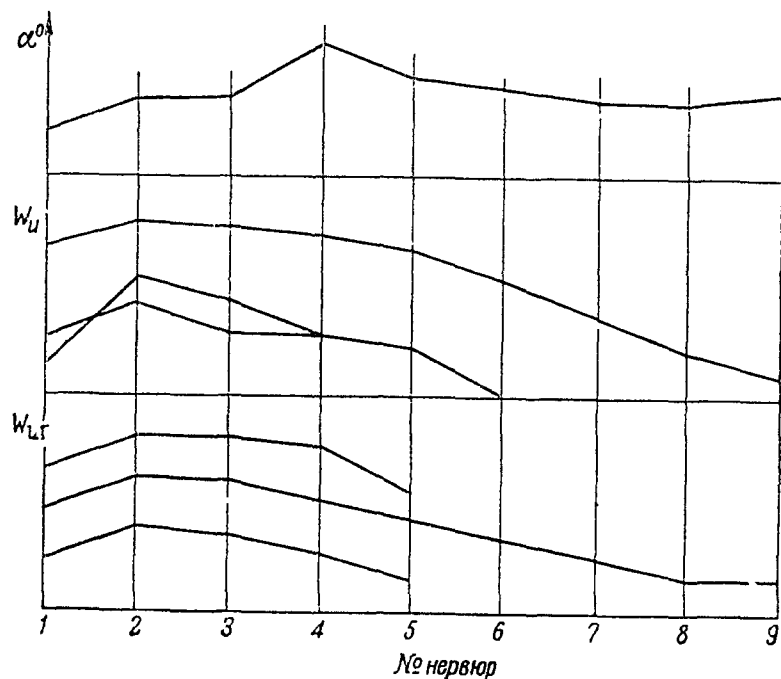
$$S_i=F_{ri}\sigma_{ri}$$

Определение напряжений σ_r' , σ_r'' и σ_r , а также определение M_u и M_w и усилий S_i производится в табл 156 и 124, после того, как составлена табл 153

Проверкой правильности произведенных вычислений в табл 124 является условие

$$\Sigma S_i = 0$$

После того, как определены W_u , W_w и α по всем расчетным сечениям крыла, составляется сводная таблица W_w , W_u и углов α и графики значений α , W_w и W_u по размаху (фиг 405, табл 125)



Фиг 405

Определение моментов сопротивления W_u и W_w следует производить для двух случаев (растяжение нижней части и растяжение верхней части крыла)

Таблица 125

№ отсеков между нервюрами		
№ продольных элементов	α	
	W_w	
	W_u	
	W_w	
	W_u	
	W_w	
	W_u	

Определение распределения перерезывающей силы по контуру сечения и определение ц. ж. сечения

Распределение перерезывающей силы по контуру в сечении крыла производится в пяти-шести сечениях крыла, для которых было произведено определение W_u и W_w .

Обычно определяют распределение перерезывающей силы по бортовой нервюре фюзеляжа, по нервюре отъема в центроплане, по нервюре отъема отъемной части крыла, в двух-трех сечениях отъема и в концевой нервюре.

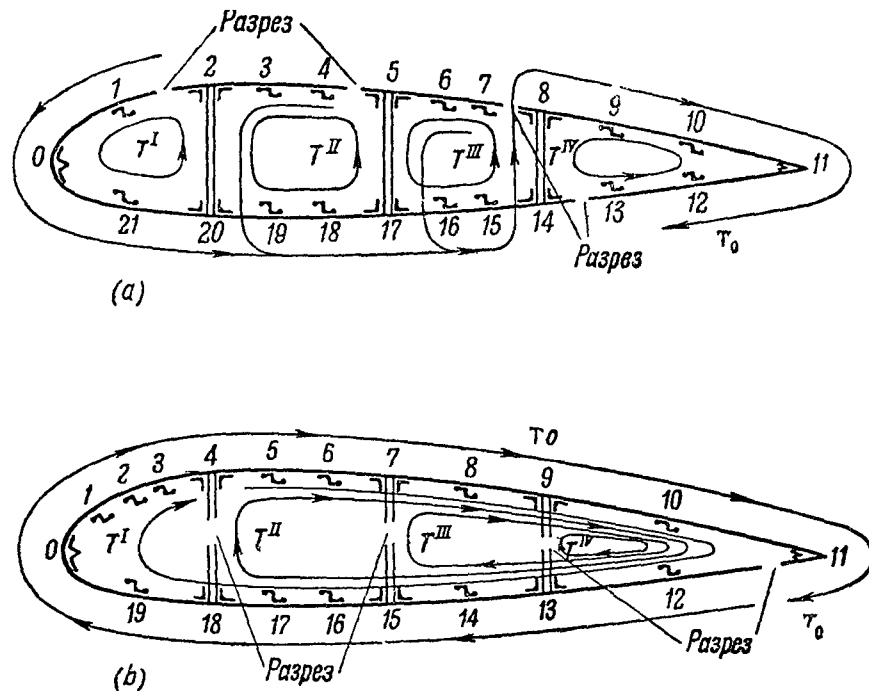
Определение распределения перерезывающей силы производят для случая нагрузки вверх в направлении положительной оси w .

Исключение составляет однолонжеронное крыло, для которого необходимо производить расчет распределения перерезывающих сил при нагружении сечения крыла в направлениях обеих главных осей u и w .

Для всех выбранных сечений расчет ведется из условия нагружения сечения перерезывающей силой $Q = 1000 \text{ кг}$, проходящей через ц. ж. и параллельной главной оси сечения крыла (параллельно w для обычных крыльев и u и w — для однолонжеронного).

Исходные данные берутся из табл. 123 и 124.

Сечение крыла является статически определимым, если в сечении отсутствуют замкнутые полости (например, на фиг. 406, *a* контур разомкнут между точками № 1 и 2, 4 и 5, 7 и 8, 13 и 14 или 406, *b* — контур разомкнут между точками № 4 и 18, 7 и 15, 9 и 13, 11 и 12).



Фиг 406

Если сечение крыла представляет двухсвязный, трехсвязный и т. д. профиль, то это сечение является однажды, дважды и т. д. статически неопределимым.

Для определения распределения перерезывающей силы по многосвязному профилю следует привести его к статически определимому. Для этого необходимо произвести разрезы профиля. Разрезов в профиле должно быть столько, сколько раз контур статически неопределим. Разрезы должны быть расположены так, чтобы в профиле не осталось ни одной замкнутой полости (например, фиг. 406, *a* и *b*).

В местах разрезов следует приложить неизвестные погонные касательные усилия T' , T'' , T''' и т. д. (погонное касательное усилие равно

произведению касательного напряжения на толщину стенки) В элементах профиля, работающих на сдвиг, должны быть определены усилия как от перерезывающей силы $Q = 1\,000\text{ кг}$, так и от неизвестных T' , T'' , T''' и т. д.

Приращение продольного усилия в элементе на 1 см его длины s_i [кг/см] будет

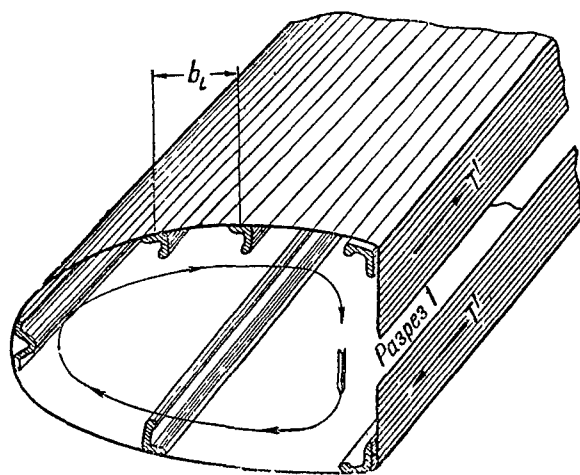
$$s_i = \frac{Q_w}{I_u} F_i w_i$$

Тогда для статически определимого профиля погонное касательное усилие на участке определится по формуле

$$T_0 = \sum s_i = \frac{Q_w}{I_u} \sum F_i w_i,$$

где суммирование распространено на все силы s_i , которые возникают в каждом i -м элементе, связанным с рассматриваемым участком через работающие на сдвиг элементы, по одну какую-либо сторону от участка. Так, погонное касательное усилие на участке 19—18 фиг. 406, а

$$T_{19-18} = [s_1 + s_0 + s_{21} + s_{20} + s_{19}] + [s_4 + s_3 + s_2]$$



Фиг. 407

Каждое из неизвестных погонных усилий T' , T'' , T''' , приложенное в месте разреза профиля по одну сторону от разреза, последовательно нагружает участки профиля и должно вернуться по профилю к месту разреза с другой стороны (фиг. 407), образуя поток напряжений в работающих на сдвиг частях профиля между продольными элементами $\left(\tau' = \frac{T'}{\delta}, \tau'' = \frac{T''}{\delta} \right)$.

Направление потока следует выбирать таким образом, чтобы профиль на всем протяжении потока был непрерывен. В профиле, приведенном к статически определимому, при выбранных местах разреза существует только одно единственное направление, которое удовлетворяет этому условию.

Обычно за положительное принимают направление потока по часовой стрелке (на фиг. 406, б и 407 направление циркуляции положительное, на фиг. 406, а — отрицательное).

Полное погонное усилие работающего на сдвиг участка статически неопределимого контура, нагруженного неизвестными погонными касательными усилиями T' , T'' , T''' и погонным усилием T_0 , будет $T = T_0 + T' + T'' + T''' + \dots$, где знаки T' , T'' , T_0 определяются направлениями потока.

Неизвестные T' , T'' , определяются из уравнений

$$T'\delta_{11} + T''\delta_{12} + \qquad + T_0\delta_{01} = 0,$$

$$T'\delta_{12} + T''\delta_{22} + \qquad + T_0\delta_{02} = 0,$$

$$T'\delta_{13} + T''\delta_{23} + \qquad + T_0\delta_{03} = 0,$$

где $\delta_{11} = \Sigma \frac{b_i}{\delta_{r_i}}$ (суммирование распространено на все элементы, нагружен-
ные погонным усилием T'),

$\delta_{12} = \Sigma \frac{b_i}{\delta_{r_i}}$ (суммирование распространено на все элементы профиля,
нагруженные одновременно погонными усилиями T' и T''),

$\delta_{13} = \Sigma \frac{b_i}{\delta_{r_i}}$ (суммирование распространено на все элементы профиля,
нагруженные одновременно погонными усилиями T' и T'''),

$\delta_{22} = \Sigma \frac{b_i}{\delta_{r_i}}$ (суммирование распространено на все элементы профиля,
нагруженные погонными усилиями T''),

$\delta_{01} = \Sigma \frac{b_i}{\delta_{r_i}}$ (суммирование распространено на все элементы профиля,
которые одновременно нагружены погонными усилиями
 T_0 и T'),

b_i и δ_{r_i} —длина и приведенная толщина участка стенки, работающей
на сдвиг между i -м и $(i-1)$ -м продольными элементами
(фиг 407)

Длину участка стенки можно определить по формуле

$$b_i = \sqrt{(u_i - u_{i-1})^2 + (w_i - w_{i-1})^2} = \sqrt{(\Delta u_i)^2 + (\Delta w_i)^2}$$

Определение значений T , s_i , T_0 и коэффициентов уравнении $\delta_{ин}$ произ-
водится в табл 126

Для того чтобы удобнее производить суммирование s_i при получении
значений T_0 , следует места разрезов профиля выбирать таким образом, чтобы
можно было суммирование s_i вести обходя последовательно весь профиль,
начиная с продольного элемента i и кончая продольным элементом $i+1$
по другую сторону от разреза Это условие удовлетворится, если произ-
водить разрезы в носке или хвостовой части профиля и в стенках лонже-
ронов (фиг 406, б)

Т а б л и ц а 126

№ точек	№ участков	i	$\angle$	i	s_i	T_0	b_i	δ_r	$\frac{b_i}{\delta_r}$	$T_0 \frac{b_i}{\delta_r}$	δ_{01}	δ_{02}	δ_{03}	δ_{04}	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}	δ_{22}	δ_{23}	δ_{24}	δ_{33}	δ_{34}	δ_{44}	Δw	Δu	$T_0 \Delta w$	$T_0 \Delta u$
Σ																												

* Из табл 124 соответственно № точек
** Соответствуют № участков
*** Соответствуют № участков
**** Из табл 123 соответственно № участков

Графы Δw , Δu , $T_0 \Delta w$ и $T_0 \Delta u$ являются поверочными

$\Sigma T_0 \Delta w = 1\ 000$, $\Sigma T_0 \Delta u = 0$

Решение уравнений производится методом Гаусса (табл. 127).

Нервюра №.....

Таблица 127

№ уравнений	T'	T''	T'''		Свободные члены	Примечание
1 A	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}		$-\delta_{01}$	Значения $\delta_{11}, \delta_{12}, \dots$ подставляются из табл. 126
2 B	δ_{21}	δ_{22}	δ_{23}		$-\delta_{02}$	
3 C	δ_{31}	δ_{32}	δ_{33}		$-\delta_{03}$	
$\frac{A}{\delta_{11}}$	1	$\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}$	$\frac{\delta_{13}}{\delta_{11}}$		$-\frac{\delta_{01}}{\delta_{11}}$	
$\frac{B}{\delta_{21}}$	1	$\frac{\delta_{22}}{\delta_{21}}$	$\frac{\delta_{23}}{\delta_{21}}$		$-\frac{\delta_{02}}{\delta_{21}}$	
$\frac{C}{\delta_{31}}$	1	$\frac{\delta_{32}}{\delta_{31}}$	$\frac{\delta_{33}}{\delta_{31}}$		$-\frac{\delta_{03}}{\delta_{31}}$	
$\frac{A}{\delta_{11}} - \frac{B}{\delta_{21}}$	—	$\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} - \frac{\delta_{22}}{\delta_{21}}$	$\frac{\delta_{13}}{\delta_{11}} - \frac{\delta_{23}}{\delta_{21}}$		$\frac{\delta_{01}}{\delta_{11}} - \frac{\delta_{02}}{\delta_{21}}$	
$\frac{A}{\delta_{11}} - \frac{C}{\delta_{31}}$	—	$\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} - \frac{\delta_{32}}{\delta_{31}}$	$\frac{\delta_{13}}{\delta_{11}} - \frac{\delta_{33}}{\delta_{31}}$		$\frac{\delta_{01}}{\delta_{11}} - \frac{\delta_{03}}{\delta_{31}}$	

Определение T (стр. 398) производится в таблице (табл. 128).

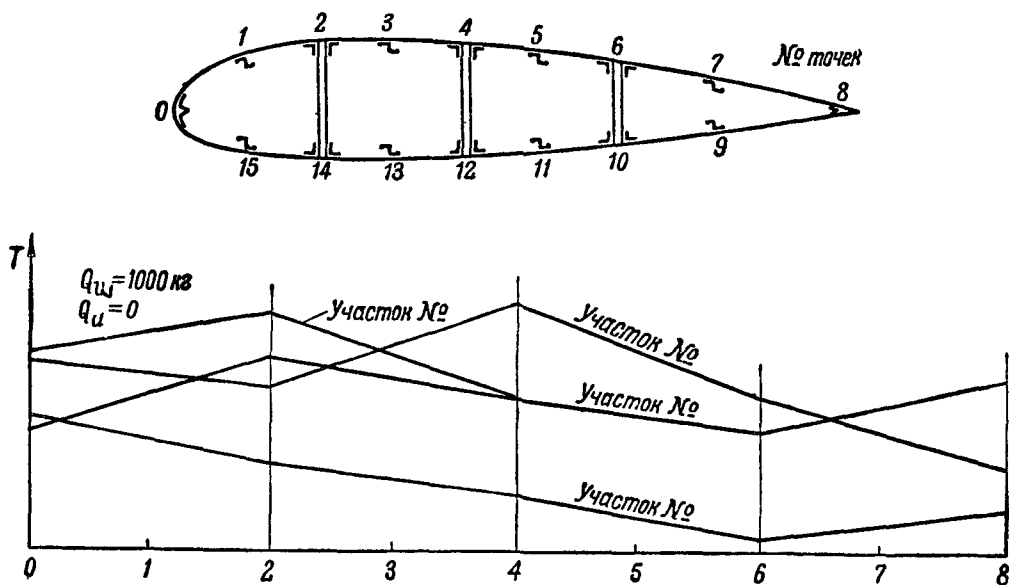
Таблица 128

Нервюра № Определение T кг/см $[Q_w = 1\,000\text{ кг}; Q_u = 0]$

№ участков	T_0	T'	T''	T'''				T	Примечание

После того, как определены значения T для всех участков всех сечений, по которым производился расчет распределения перерезывающих сил, составляется сводная таблица значений T во всех участках по всем

сечениям (нервюрам) крыла (табл. 129) и график T каждого участка по размаху (фиг 408).



Фиг 408

Таблица 129

Сводная таблица значений T по размаху и по хорде крыла
 $Q_w = 1\,000 \text{ кг}, Q_u = 0$

№ участков хорды и стенок лонжерона	№ нервюр						

Обычно полагают, что $ц ж$ лежит на половине высоты сечения профиля. Исключение представляют конструкции, имеющие большие вырезы (люки, вырез для шасси и пр.) в верхней или нижней обшивке крыла. В этом случае необходимо определять точное значение координаты $w_ж$.

Метод определения координаты $w_ж$ тот же, что и координаты $u_ж$. Координата $u_ж$ определяется, если известны значения погонных касательных сил T на участках профиля при нагружении сечения перерезывающей силой $Q_w = 1\,000 \text{ кг}$ (табл. 128).

$$u_{ж} = -\frac{1}{1\,000} \sum T_{i+1} (w_i \Delta u_{i+1} - u_i \Delta w_{i+1}) \text{ [см]},$$

где суммирование распространено на все участки контура, работающие на сдвиг, Δu и Δw [см] w и u — из табл. 124 [см], T — из табл. 128 и 129 [кг/см].

Вычисления производятся в таблице (табл. 130).

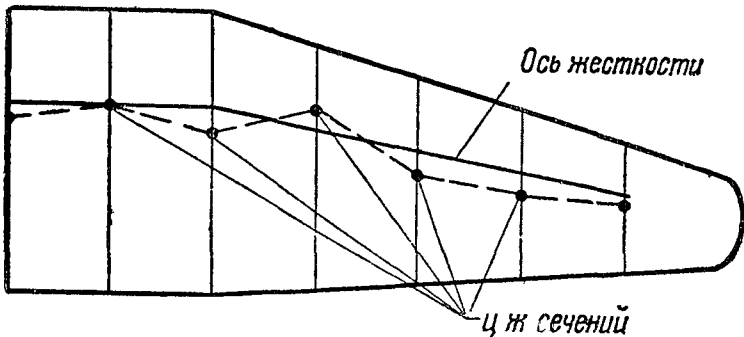
Так как угол α главных осей инерции u и w с осями x и z незначителен, обычно приближенно принимают, что

$$u_{ж} = x_{1ж}$$

Таблица 130

№ точек	№ участков	T_{i+1} [кг/см]	u_i [см]	w_i [см]	Δu_{i+1} [см]	Δw_{i+1} [см]	$w_i \Delta u_{i+1}$ [см ²]	$u_i \Delta w_{i+1}$ [см ²]	[]	Σ	$u_{ж}$

Далее определяют положение ц ж относительно носка крыла (фиг 404)



Фиг 409

$x_{ж} = -x_{1ж} + x_0$
и относительное положение ц ж

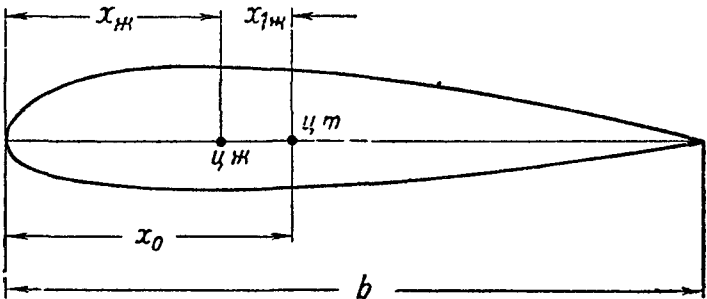
$$\bar{x}_{ж} = 100 \frac{x_{ж}}{c} [\%]$$

Положения ц ж на-
носят на общий вид крыла
в плане (фиг 409), спрям-
ляя ось жесткости и состав-
ляют график положения
ц ж по размаху крыла
(фиг 410) и сводную таб-
лицу значений

$$x_{1ж}, x_0, x_{ж} \text{ и } 100 \frac{x_{ж}}{c} = x_{ж}$$



№ сечений
Фиг 410



Фиг 411

по всему крылу (табл 131, фиг 411)

Таблица 131

№ нервюр						
$x_{1ж}$						
x_0						
$x_{ж} = -x_{1ж} + x_0$						
c						
$\bar{x}_{ж} [\%]$						

Определение распределения погонных касательных усилий по контуру при нагружении сечения крыла скручивающим моментом $M = 1\,000\text{ кгм}$

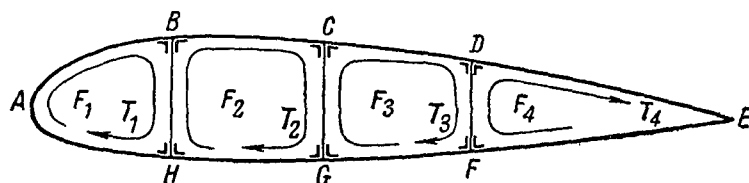
Предполагается, что сечение крыла может под нагрузкой скручивающим моментом свободно искажаться и, следовательно, в продольных элементах осевые силы равны нулю

Такая картина имеет место вдали от оси симметрии самолета (на расстоянии приблизительно $1/3$ полуразмаха самолета)

Вблизи заделки сечение свободно искажаться не может и в продольных элементах появляются осевые силы. Поправку на жесткую заделку по оси симметрии вводят после того, как найдено решение из условий свободного искажения сечения

Определение распределения погонных касательных усилий при нагружении сечения крыла скручивающим моментом $M = 1\,000\text{ кгм}$ производится в тех же сечениях, что и при определении распределения перерезывающей силы от изгиба и при определении φ ж

При нагружении сечения крыла, представляющего замкнутый многосвязный профиль, скручивающим моментом, в каждом контуре, ограничивающем замкнутые полости, погонное касательное усилие остается постоянным (фиг 412)



Фиг 412

Значения усилий T_1, T_2, T_n для $(n+1)$ -связного профиля определяются из $n+1$ уравнений, в которые входит, кроме усилий $T_1, T_2, \dots, T_n$ неизвестная величина θ — угол закручивания крыла на единицу длины

$$1 \quad 2F_1 G_0 \theta = T_1 \sum_1 \frac{b_i}{\delta_r} - T_2 \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r},$$

$$2 \quad 2F_2 G_0 \theta = -T_1 \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r} + T_2 \sum_2 \frac{b_i}{\delta_r} - T_3 \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r},$$

$$(n+1) \quad M_{кр} = 100\,000\text{ кгсм} = 2F_1 T_1 + 2F_2 T_2 + F_3 T_3 +$$

где F_1, F_2, F_3 — площади замкнутых полостей $[\text{см}^2]$,
 G_0 — принятый модуль сдвига, к которому приведены толщины стенок, работающих на сдвиг (например, $G_0 = 100\,000\text{ кг/см}^2$),

$T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ — погонные касательные усилия на участках полостей $[\text{кг/см}]$,

$\sum_1 \frac{b_i}{\delta_r}, \sum_2 \frac{b_i}{\delta_r}, \sum_3 \frac{b_i}{\delta_r}$ — суммы отношений длин участков внешней линии контура (1-го, 2-го, 3-го и т.д.) к соответствующим приведенным толщинам стенки,

$\sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r}, \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r}, \sum_{3-4} \frac{b_i}{\delta_r}$ — суммы отношений длин участков к приведенным толщинам по внутренним стенкам между полостями 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 и т.д.

Затем определяют жесткость сечения крыла на кручение

$$C = \frac{M}{\theta} = \frac{100\,000}{\theta} \text{ [кг/см}^2\text{]}$$

Значения погонных касательных усилий по промежуточным стенкам между полостями 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 определяются равенствами

$$T_{1-2} = T_1 - T_2, \quad T_{2-3} = T_2 - T_3, \quad T_{3-4} = T_3 - T_4$$

За положительное направление T обычно принимают направление по часовой стрелке

Для определения коэффициентов уравнений составляют таблицу (табл 132), в которую заносят снятые с теоретического чертежа сечения длины стенок b_i между продольными элементами и приведенные толщины δ_r из табл 123. Длины b_i снимают циркулем непосредственно с чертежа

Вычисленными значениями b_i , как расстояниями между ϱ и τ продольных элементов (стр 399), при расчете на кручение пользоваться не рекомендуется, в особенности для сечений в конце крыла, так как, приняв, что b_i обшивки равно расстоянию между ϱ и τ элементов, можно получить в этом расчете значительные ошибки

Т а б л и ц а 132

№ участков	b_i	δ_r	$\frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_1 \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_2 \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_3 \frac{b_i}{\delta_r}$		Примечание
			Σ							

Площади сечений F_1, F_2, F_3 и т д вычисляются также по теоретическому чертежу сечения. Затем вычисляются произведения $2F_1 G_0, 2F_2 G_0$ и т д. и составляется таблица (табл 133), в которую вносятся коэффициенты при неизвестных и свободные члены первых n уравнений. С помощью табл 127 производится решение системы. При решении члены уравнений, содержащие θ , рассматривают как свободные члены.

Решение n первых уравнений получается в форме

$$T_1 = \theta d_1,$$

$$T_2 = \theta d_2,$$

$$T_n = \theta d_n$$

Решение системы производится методом Гаусса

Т а б л и ц а 133

№ уравнения	T_1	T_2	T_3					T_n	Свободные члены
1									

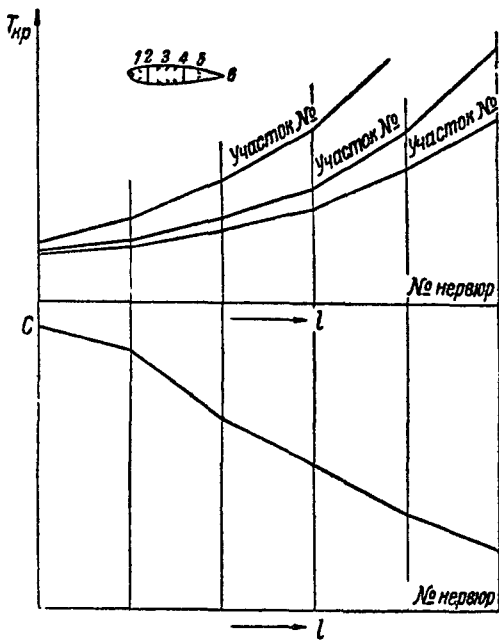
Полученные решения подставляются в $(n + 1)$ -е уравнение и определяется θ

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{M}{\sum_{i=1}^{i=n} F_i d_i} = \frac{1}{2} \frac{100\,000}{\sum_{i=1}^{i=n} F_i d_i} \left[\frac{1}{\text{см}} \right]$$

и затем определяют значения T_i . Все подсобные вычисления производятся в таблице (табл 134)

Т а б л и ц а 134

№ контуров	F_i	d_i	$F_i d_i$	$T_i = \theta d_i$	Примечание
			Σ		



Фиг 413

Далее составляют табл 135, в которой определяют значения погонных касательных усилий в промежуточных стенках между контурами (табл 135)

Т а б л и ц а 135

Значения T_i в контуре					Значения T_i в промежуточных стенках			
T_1	T_2	T_3			стенка 1—2	стенка 2—3	стенка 2—4	

После того, как определены T и θ по отдельным сечениям крыла, составляют сводные графики T и C по крылу (фиг 413) и сводную таблицу (табл 136) значений T на участках между продольными элементами (нумерация должна быть та же что и в табл 129), а также значений θ и C при $M_{кр} = 1\,000\text{ кгм}$

Т а б л и ц а 136

№ нервюр	—				
№ участков					
—	$\theta \left[\frac{1}{\text{см}} \right]$				
—	$C \text{ [кг см}^2\text{]}$				
	$T \text{ [кг/см]}$				

Распределение скручивающего момента и определение погонных касательных усилий с учетом заделки по оси симметрии самолета для четырехпоясного крыла

Определение коэффициентов уравнений

Рассматривается n -е сечение, нагруженное скручивающим моментом, вследствие того, что сечение искажается не свободно, в поясах появляются осевые силы

Если приращения осевых сил на единицу длины равны s_A , s_B , s_C и s_D , то из условий равновесия, каждое из них можно выразить через некоторое приращение s , определяемое, как сумма приращений осевых сил, лежащих по диагонали

$$\begin{aligned} s_A &= s \frac{f_2 + f_3}{\Sigma f} = k_A s, & s_C &= s \frac{f_4 + f_1}{\Sigma f} = k_C s, \\ s_B &= -s \frac{f_3 + f_4}{\Sigma f} = -k_B s, & s_D &= -s \frac{f_1 + f_2}{\Sigma f} = -k_D s, \end{aligned}$$

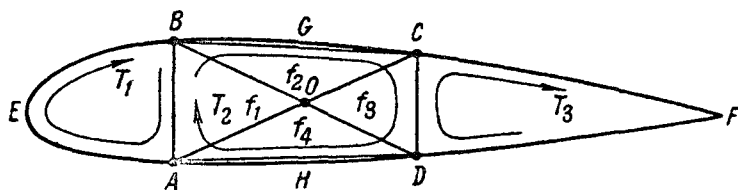
где f_1 , f_2 , f_3 и f_4 — площади треугольников OAB , BOC , COD , DOA (фиг 414),

$$\Sigma f = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

Приращения осевых сил s_A , s_B , создают в стенках контура $ABGCDHA$ дополнительные погонные касательные усилия T_{BGC} , T_{CD} , T_{AB} и T_{DHA}

$$\begin{aligned} T_{AB} &= -s \frac{f_3}{\Sigma f}, & T_{BGC} &= s \frac{f_4}{\Sigma f}, \\ T_{CD} &= -s \frac{f_1}{\Sigma f}, & T_{DHA} &= s \frac{f_2}{\Sigma f} \end{aligned}$$

Эти усилия по принципу независимости действия сил складываются с усилиями T_1 , T_2 и T_3 , получающимися при условии свободного искажения сечения (стр 403)



Фиг 414

Усилия T_1 , T_2 , T_3 , угол закручивания на единицу длины θ , величина s и скручивающий момент M связаны четырьмя уравнениями (см уравнения стр 403)

$$\begin{aligned} 1 \quad & T_1 \sum_1 \frac{b_i}{\delta_r} - T_2 \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r} = 2F_1 \theta G_0 - s \frac{f_3}{\Sigma f} \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r}, \\ 2 \quad & -T_1 \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r} + T_2 \sum_2 \frac{b_i}{\delta_r} - T_3 \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r} = 2F_2 \theta G_0 + s \left[\frac{f_3}{\Sigma f} \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r} + \right. \\ & \left. + \frac{f_1}{\Sigma f} \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r} - \frac{f_2}{\Sigma f_{BGC}} \sum \frac{b_i}{\delta_r} - \frac{f_4}{\Sigma f_{DHA}} \sum \frac{b_i}{\delta_r} \right], \end{aligned}$$

$$3 \quad -T_2 \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r} + T_3 \sum_3 \frac{b_i}{\delta_r} = 2F_3 \theta G_0 - s \frac{f_1}{\Sigma f} \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r},$$

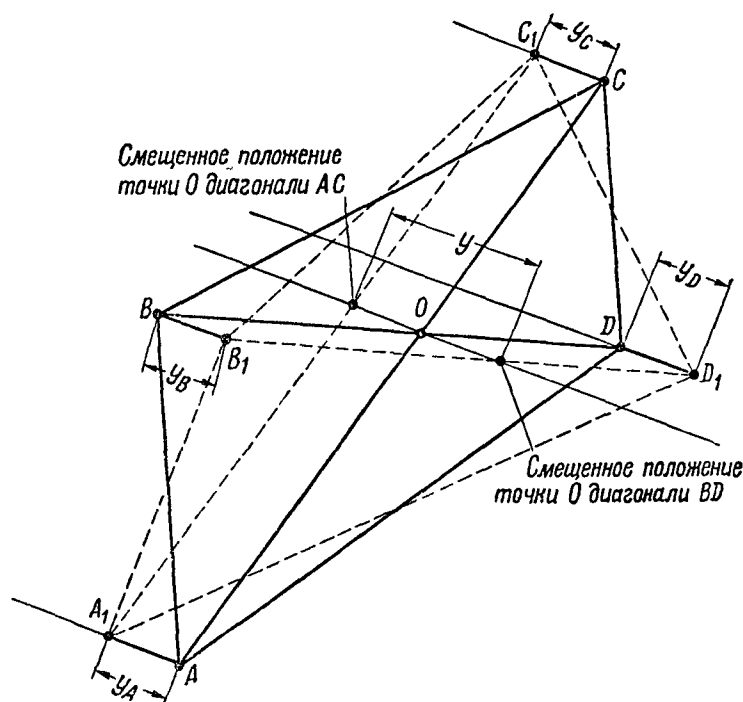
$$4 \quad 2T_1 F_1 + 2T_2 F_2 + 2T_3 F_3 + 2s \left[-\frac{f_3}{\Sigma f} F_{ABO} + \frac{f_4}{\Sigma f} F_{BGCO} - \right. \\ \left. - \frac{f_1}{\Sigma f} F_{CDO} + \frac{f_2}{\Sigma f} F_{AHDO} \right] = M_{кр},$$

где $\sum_{BGC} \frac{b_i}{\delta_r}$ и $\sum_{DHA} \frac{b_i}{\delta_r}$ — сумма отношений длин отрезков контура к приведенным толщинам листа на участках BGC и DHA , F_{ABO} , F_{BGCO} , F_{OCD} , F_{DHAO} — площади ABO , $BGCO$, OCD и $DHAO$ (фиг. 414). Решения уравнений получаются в форме

$$T_i = a_i s + c_i M_{кр}, \quad \theta = \alpha s + \beta M_{кр},$$

где α , a_i , β и c_i — некоторые численные коэффициенты,

$$i = 1, 2, 3$$



Фиг. 415

Искажение y плоскости n -го сечения (фиг. 415), через которое могут быть выражены смещения точек A , B , C , D в направлении осей поясов (y_A , y_B , y_C и y_D), выражается формулой

$$y = As + BM_{кр},$$

где

$$A = \frac{f_1 + f_2}{\Sigma f} \left[\left(a_2 - a_3 - \frac{f_1}{\Sigma f} \right) \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r} - 2f_3 \alpha \right] + \\ + \frac{f_3 + f_4}{\Sigma f} \left[\left(a_2 - a_1 - \frac{f_3}{\Sigma f} \right) \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r} - 2f_1 \alpha \right], \\ B = \frac{f_1 + f_2}{\Sigma f} \left[(c_2 - c_3) \sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r} - 2f_3 \beta \right] + \frac{f_3 + f_4}{\Sigma f} \left[(c_2 - c_1) \sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r} - 2f_1 \beta \right]$$

Из условия отсутствия искажения в плоскости симметрии самолета получают

$$y_{o\ c} = A_{o\ c} s_{o\ c} + B_{o\ c} M_{кр} = 0,$$

откуда определяется $s_{o\ c}$ для оси симметрии. (Случай, когда в центроплане имеются большие вырезы в обшивке см. на стр 414)

Допуская, что между $(m-1)$ -м и m -м и m -м и $(m+1)$ -м сечениями крыла (отсчет сечений от конца крыла) продольное усилие возрастает по линейному закону ($s = \text{const}$), скручивающий момент постоянен, а пояса параллельны, получают связь между искажениями в трех соседних сечениях с помощью уравнений

$$\begin{aligned} -y_{m-1} \left(\frac{l_m}{A_{m-1}} + \frac{2}{\lambda_m} \right) + y_m \left(\frac{2}{\lambda_m} - \frac{l_{m+1}}{A_m} + \frac{2}{\lambda_{m+1}} \right) - y_{m+1} \frac{2}{\lambda_{m+1}} = \\ = -\frac{B_{m-1}}{A_{m-1}} l_m M_m - \frac{B_m}{A_m} l_{m+1} M_{m+1}, \end{aligned}$$

где

$$\lambda_m = \frac{l_m}{E_0 F_{cp\ m}}, \quad \lambda_{m+1} = \frac{l_{m+1}}{E_0 F_{cp\ m+1}},$$

l_m и l_{m+1} — расстояния между m и $(m-1)$ -м и m -м и $(m+1)$ -м сечениями,

$E_0 F_{cp\ m}$ и $E_0 F_{cp\ m+1}$ — средние жесткости четырех поясов на участках m и $(m+1)$, определяемые по формуле

$$E_0 F_m = \frac{E_0 (\Sigma f)^2}{\frac{(f_3 + f_4)^2}{F_A} + \frac{(f_4 + f_1)^2}{F_B} + \frac{(f_1 + f_2)^2}{F_C} + \frac{(f_2 + f_3)^2}{F_D}} = \frac{E_0}{\sum \frac{k_i^2}{F_i}},$$

где F_A, F_B, F_C и F_D — приведенные площади поясов A, B, C и D ,

A_m и B_m — коэффициенты (стр 407)

Если крыло разбито на $(k-1)$ отсеков (k сечений), то количество уравнений будет равно только $(k-2)$. Дополнительные два уравнения получаются из условия отсутствия искажения в плоскости симметрии (стр 408) и из условия, что на конце крыла (сечение O) осевое усилие равно нулю

$$-y_0 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{l_1}{2A_0} \right) + y_1 \frac{1}{\lambda_1} = \frac{B_0}{A_0} \frac{l_1}{2} M_1.$$

Осевая сила в среднем (фиктивном) поясе определяется по формуле

$$S_m = -y_{m-1} \left(\frac{l_m}{2A_{m-1}} + \frac{1}{\lambda_m} \right) + y_m \frac{1}{\lambda_m} + \frac{B_{m-1}}{A_{m-1}} \frac{l_m}{2} M_m$$

Истинные усилия в поясах от кручения равны

$$S_{Am} = S_m \frac{f_2 + f_3}{\Sigma f} = k_A S_m,$$

$$S_{Bm} = -S_m \frac{f_3 + f_4}{\Sigma f} = -k_B S_m,$$

$$S_{Cm} = S_m \frac{f_4 + f_1}{\Sigma f} = k_C S_m,$$

$$S_{Dm} = -S_m \frac{f_1 + f_2}{\Sigma f} = -k_D S_m$$

В расчете крыла обычно берут 4-5 сечений, при этом центроплан разбивают на два отсека и один отсек берут в отъеме с таким расчетом, чтобы последнее сечение находилось приблизительно на 33% полуразмаха крыла, так как на 33% полуразмаха можно считать, что добавочное осевое усилие равно нулю Сечения следует проводить в местах нервюр

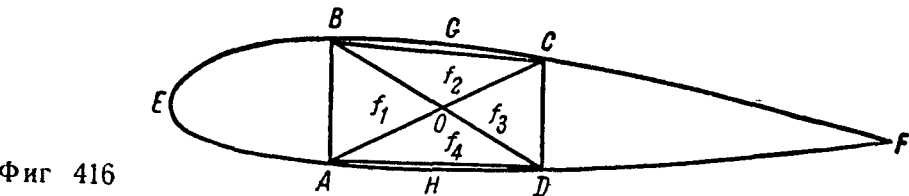
Расчет производится в следующем порядке

1 Пользуясь теоретическими чертежами сечений крыла, составляют таблицу значений площадей контуров

$F_1, F_2, F_3, f_1, f_2, f_3$
(табл 137 и фиг 416)

Таблица 137

№ нервюр	Части кон- тура полного <i>EBGCFDHA</i>			Треугольники, на кото- рые делится вписанный контур <i>ABCD</i>					Части контура <i>ABGCDHA</i>				Приме- чание
	<i>F</i> ₁	<i>F</i> ₂	<i>F</i> ₃	<i>f</i> ₁	<i>f</i> ₂	<i>f</i> ₃	<i>f</i> ₄	Σ <i>f</i>	<i>F</i> _{AOB}	<i>F</i> _{BGCO}	<i>F</i> _{COD}	<i>F</i> _{DHAO}	



2 Для каждого сечения составляют таблицы (табл 138 и 139) значений отношений $\frac{f_i}{\Sigma f}$, $\frac{f_i + f_{i+1}}{\Sigma f}$ и $\sum \frac{b_i}{\delta_r}$ пользуясь табл 123 и снимая *b_i* непосредственно с чертежа

Таблица 138

№ нервюр	<i>f</i> ₁	<i>f</i> ₂	<i>f</i> ₃	<i>f</i> ₄	Σ <i>f</i>	$\frac{f_1}{\Sigma f}$	$\frac{f_2}{\Sigma f}$	$\frac{f_3}{\Sigma f}$	$\frac{f_4}{\Sigma f}$	$k_A = \frac{f_2 + f_3}{\Sigma f}$	$k_B = \frac{f_3 + f_4}{\Sigma f}$	$k_C = \frac{f_4 + f_1}{\Sigma f}$	$k_D = \frac{f_1 + f_2}{\Sigma f}$

Таблица 139

№ нервюр	№ участков	<i>b_i</i>	δ _{<i>r</i>}	$\frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_1 \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_2 \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_3 \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{BGC} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{DHA} \frac{b_i}{\delta_r}$	Приме- чание
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	

3 Определяют значения коэффициентов при s в 1-м, 2-м и 3-м уравнениях системы (стр 406) по данным табл 137 и 139 (табл 140)

Таблица 140

№ нервюр	$\frac{f_1}{\sum f}$	$\frac{f_2}{\sum f}$	$\frac{f_3}{\sum f}$	$\frac{f_4}{\sum f}$	$\sum_{1-2} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum_{2-3} \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum \frac{b_i}{\delta_r}$	$\sum \frac{b_i}{\delta_r}$	Коэффициент I уравнения — графа IX	Коэффициент II уравнения — графа X, XI и XII	Коэффициент III уравнения — графа X
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV

4 Выписывают и решают первые три уравнения системы и получают решения T_1 , T_2 и T_3 в функции θ и s

$$T_i = e_i s + d_i \theta$$

Решение производится методом Гаусса (в таблице, аналогичной табл 127)

5 Определяют коэффициенты при s в уравнении 4 (стр 407) для всех сечении крыла, рассматриваемых в расчете (табл 141)

Таблица 141

№ нервюр	F_{ABO}	F_{BGCO}	F_{CDO}	F_{AHDO}	$\frac{f_3}{\sum f}$	$\frac{f_4}{\sum f}$	$\frac{f_1}{\sum f}$	$\frac{f_2}{\sum f}$	$\frac{-f_3}{\sum f} F_{ABO}$	$\frac{f_4}{\sum f} F_{BGCO}$	$\frac{-f_1}{\sum f} F_{CDO}$	$\frac{f_2}{\sum f} F_{AHDO}$	K
х Из табл 137 хх Из табл 138 $K = -\frac{f_3}{\sum f} F_{ABO} + \frac{f_4}{\sum f} F_{BGCO} - \frac{f_1}{\sum f} F_{CDO} + \frac{f_2}{\sum f} F_{AHDO}$													

6 Определяют коэффициенты α , β , a_i и c_i через коэффициенты d_i и e_i из условия

$$\theta = -s \frac{K + \sum_{i=1}^3 e_i F_i}{\sum_{i=1}^3 d_i F_i} + M_{кр (n+1)} \frac{1}{2} - \frac{1}{\sum_{i=1}^3 d_i F_i}$$

$$\alpha = -\frac{K + \sum_{i=1}^3 e_i F_i}{\sum_{i=1}^3 d_i F_i}, \quad \beta = +\frac{1}{2} \frac{1}{\sum_{i=1}^3 d_i F_i},$$

$$a_i = e_i + \alpha d_i,$$

$$c_i = d_i \beta$$

(табл 142 и 143)

Т а б л и ц а 142

№ нервюр	*	**	**	**	***	***	***	***	***	***										
	K	F_1	F_2	F_3	e_1	e_2	e_3	d_1	d_2	d_3	$e_1 F_1$	$e_2 F_2$	$e_3 F_3$	$F_1 d_1$	$F_2 d_2$	$F_3 d_3$	$K + \sum e_i F_i$	$\sum d_i F_i$	α	β
* Из табл 141 ** Из табл 137 *** Из решения уравнений $T_i = e_i \gamma + d_i \theta$																				

Т а б л и ц а 143

№ нервюр	e_1	e_2	e_3	d_1	d_2	d_3	α	β	αd_1	αd_2	αd_3	a			$c = d\beta$		
												a_1	a_2	a_3	c_1	c_2	c_3

7. Определяют коэффициенты A и B для всех принятых сечений крыла (табл. 144 и 145) (стр. 412).
8. Определяют средние жесткости поясов по расчетным сечениям крыла (стр. 408) (табл. 146).

Т а б л и ц а 146

№ нервюр	*	*	+	*	**	*✓	++	++												
	F_A	F_B	F_C	F_D	k_A	k_B	k_C	k_D	k^2_A	k^2_B	k^2_C	k^2_D	$\frac{k^2_A}{F_A}$	$\frac{k^2_B}{F_B}$	$\frac{k^2_C}{F_C}$	$\frac{k^2_D}{F_D}$	Σ	$E_0 F$		
* Из табл. 113 и 114 (площади четырех поясов) ** Из табл. 138.																				

9. Определяют средние жесткости пояса в пролете между двумя нервюрами:

$$E_0 F_{\text{ср } m+1} = \frac{l_{m+1}}{\frac{l'_{m+1}}{F_m} + \frac{l''_{m+1}}{F_{m+1}}} E_0,$$

- где l_{m+1} — расстояние между m -м и $(m+1)$ -м сечениями,
- l'_{m+1} — длина, на которой сечение пояса остается равным F_m ,
- l''_{m+1} — длина, на которой сечение пояса остается равным F_{m+1} ,

$$l_{m+1} = l'_{m+1} + l''_{m+1}$$

Вычисления производят в таблице (табл. 147).

Таблица 147

№ пролетов между нервюрами	*	**	***	**	***	$\frac{l'_{m+1}}{F_m}$	$\frac{l''_{m+1}}{F_{m+1}}$	$\frac{l'_{m+1}}{F_m} + \frac{l''_{m+1}}{F_{m+1}}$	$E_0 F_{ср\ m+1}$	Примечание
	l_{m+1}	F_m	l'_{m+1}	F_{m+1}	l''_{m+1}					
										$E_0 = \dots$
* l_{m+1} берется по чертежу крыла (расстояния между выбранными сечениями). ** Из табл. 146. *** l'_{m+1} и l''_{m+1} определяются по чертежам лонжеронов.										

10. Определяют коэффициенты λ_m и величины $\frac{2}{\lambda_m}$, $\frac{l_m}{A_{m-1}}$, $\frac{B_{m-1}}{A_{m-1}} l_m$ (стр. 408) (табл. 148 и 149).

Таблица 148

№ участков между сечениями	*	$E_0 F_{ср\ m}$	$\frac{l_m}{E_0 F_{ср\ m}} = \lambda_m$	$\frac{2}{\lambda_m}$	$\frac{1}{\lambda_m}$	Примечание
	l_m					

* Из табл. 147.

Таблица 149

№ нервюр	№ участков нервюрами	*	**	$\frac{l_m}{A_{m-1}}$	**	$\frac{B_{m-1}}{A_{m-1}} l_m$	Примечание
		l_m	A_{m-1}		B_{m-1}		
* l_m относится к номерам пролетов. Берется из табл. 147. ** A и B берут из табл. 144 и 145; относятся к номерам сечений.							

11. Определяют коэффициенты уравнений (стр. 408) (табл. 150).

Таблица 150

$$k_{m-1} y_{m-1} + k_m y_m - k_{m+1} y_{m+1} = -D_m M_m - D_{m+1} M_{m+1}$$

№ уравнения	№ сечений, входящих в уравнения	Коэффициент k_{m-1} при y_{m-1}			Коэффициент k_m при y_m				Коэффициент k_{m+1} при y_{m+1}	Свободный член	
		**	*		*	*	**			Коэффициент при M_m	Коэффициент при M_{m+1}
		$\frac{l_m}{A_{m-1}}$	$\frac{2}{\lambda_m}$	k_{m-1}	$\frac{2}{\lambda_m}$	$\frac{2}{\lambda_{m+1}}$	$\frac{l_{m+1}}{A_m}$	k_m	$\frac{2}{\lambda_{m+1}} = k_{m+1}$	$D_m = \frac{B_{m-1}}{A_{m-1}} l_m$	$D_{m+1} = \frac{B_m}{A_m} l_{m+1}$

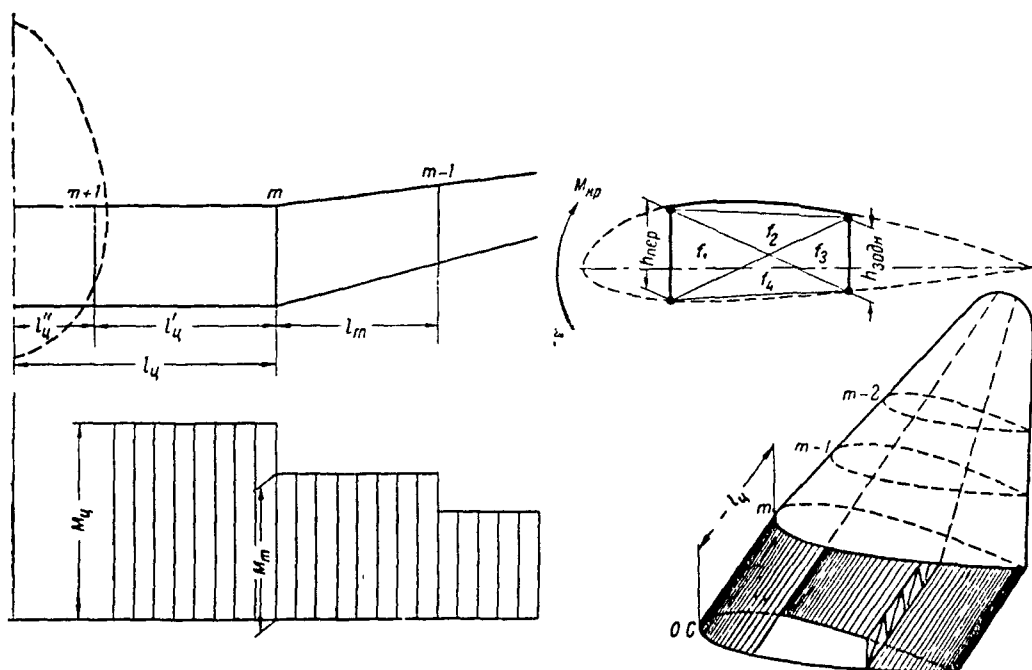
* Из табл. 148 ($y_{0,c}$ по оси симметрии самолета равно нулю).
 ** Из табл. 149.

12. Определяют коэффициенты при y_{m-1} и y_m в выражениях S_m (стр. 408) (табл. 151).

Таблица 151

№ сечения	Коэффициенты при y_{m-1}			Коэффициент при y_m	Коэффициент при $M_{кр\ m}$	Примечание
	$\frac{1}{\lambda_m}$	$\frac{l_m}{2A_{m-1}}$	k'_{m-1}	$\frac{1}{\lambda_m} = k'_{m-1}$	$\frac{B_{m-1}}{A_{m-1}} \cdot \frac{l_m}{2} = D'_m$	

* Из табл. 148
 ** Из табл. 149, $S_m = -y_{m-1} \cdot \dots + y_m k'_m + D'_m M_{кр\ m}$



Фиг. 417

Если обшивка в центроплане между лонжеронами имеет вырезы (фиг. 417), то условия искажения для сечения по нервюре, стоящей с наружной стороны по границе выреза, следующие:

$$y_m \left(\frac{2}{\lambda_u} + \frac{1}{\lambda_m} \right) - y_{m-1} \left(\frac{l_m}{2A_{m-1}} + \frac{1}{\lambda_m} \right) =$$

$$= - \frac{B_{m-1} l_m}{A_{m-1} 2} M_m - \frac{1}{4} \frac{M_u}{\Sigma f} \frac{l'_u (l'_u + 2l''_u)}{l_u} \frac{k_{Au} + k_{Cu}}{k_{Au} k_{Cu}},$$

где $\lambda_u = \frac{l_u}{E_0 F_u}$,

$E_0 F_u$ — жесткость среднего фиктивного пояса центроплана, определяемая по формуле стр. 408,

M_u — средний скручивающий момент на участке центроплана,
 $l_u, l'_u, l''_u \dots$ см. фиг. 417.

Это условие выведено в предположении, что скручивающий момент на участке центроплана передается только лонжеронами, в поясах которых возникают осевые усилия; носок и хвостовая часть крыла в передаче скручивающего момента участия не принимают. На участке центроплана внутри фюзеляжа продольная сила в поясе остается постоянной. Осевое усилие по борту фюзеляжа может быть определено по формуле:

$$S_{m+1} = S_m + \frac{M_{\text{ц}}}{2\Sigma f} l'_{\text{ц}} \frac{1}{k_{\text{Ац}} k_{\text{Сц}}}.$$

Усилия в поясах A, B, C и D определяются соответственно по формулам стр. 408.

Перерезывающие силы в стенках переднего и заднего лонжеронов определяются по формулам:

$$Q''_{\text{пер}} = k_{\text{Ац}} h_{\text{пер}} \frac{S_{m+1} - S_m}{l'_{\text{ц}}},$$

$$Q''_{\text{задн}} = -k_{\text{Сц}} h_{\text{задн}} \frac{S_{m+1} - S_m}{l'_{\text{ц}}} = -Q''_{\text{пер}}$$

На этом общая часть расчета крыла на кручение с учетом осевых сил в поясах обычно прекращается.

В дальнейшем полученные данные используются в окончательном расчете (стр. 418).

Определение перерезывающей силы, передаваемой продольным набором

Определяются части перерезывающих сил ΔQ_u и ΔQ_w , передаваемые продольными элементами вследствие трапецевидности крыла, когда изгибающие моменты M_w и M_u , нагружающие рассматриваемое сечение крыла, равны 1 000 кгм.

Предполагается, что система осей uOw находится в плоскости, параллельной плоскости симметрии самолета, и что угол α между системой осей uOw и xOz мал.

Величины ΔQ_u и ΔQ_w определяются по формулам:

$$\Delta Q_u \approx \Sigma S_i^{(u)} \cos(l, x),$$

$$\Delta Q_w \approx \Sigma S_i^{(w)} \cos(l, z),$$

где $S_i^{(w)}$ определяется по формуле:

$$S_i^{(w)} = \frac{100\,000}{I_u} F_i w_i,$$

(аналогично определяется $S_i^{(u)}$),

$\cos(l, x)$ — косинус угла продольного элемента с осью x , $\cos(l, z)$ — косинус угла продольного элемента с осью z .

Суммирование распространено на все продольные элементы рассматриваемого сечения.

Определение ΔQ_u и ΔQ_w производится для тех же сечений крыла, что и определение ц. ж. (стр. 397).

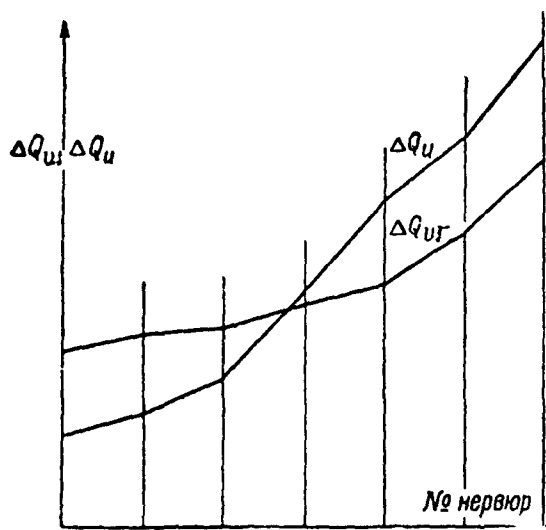
Расчет ведется в следующем порядке:

1. Определяют $\cos(l, x)$ и $\cos(l, z)$, пользуясь теоретическим чертежом.

2 Определяют величины ΔQ_u и ΔQ_w в сечении (табл 152)

Т а б л и ц а 152

Нервюра №											
№ эле- ментов	* F_{rl} [см ²]	u_i [см]	$F_{rl}u_i$ [см ³]	** $S_i^{(u)}$ [кг]	$\cos(l_i, x)$	$S_i^{(u)} \cos(l_i, x)$	w_i	$F_{rl}w_i$	* $S_i^{(w)}$	$\cos(l_i, z)$	$S_i^{(w)} \cos(l_i, z)$
					$\Sigma =$	$\Sigma =$					$\Sigma =$
* Из табл 124											
** Если в данном сечении известно распределение перерезывающих силы значения $S_i^{(w)}$ и $S_i^{(u)}$ берутся из табл 126 (Значения $s_i^{(w)}$ и $s_i^{(u)}$)											



Фиг 418

3 Строят графики ΔQ_u и ΔQ_w по длине крыла (фиг 418) и составляют сводную таблицу

Определение эпюр нагрузок

Определяются значения перерезывающих сил и изгибающих и скручивающих моментов для всех расчетных случаев (стр 345)

Расчетные сечения выбираются по нервюрам

Изгибающие моменты и перерезывающие силы определяются от равнодействующих нагрузок Разложения Q и M на Q_x, Q_z и M_x, M_z не производят

При определении скручивающих моментов принимают за ось моментов

геометрическое место ц ж сечения (табл 131, фиг 409)
Если ось жесткости претерпевает излом, пользуются формулами стр 352

После того, как определены ординаты моментов и перерезывающих сил табл 81 и 84) по всем случаям составляют сводную таблицу (табл 153)

Т а б л и ц а 153

Сводная таблица изгибающих и скручивающих моментов и перерезывающих сил в сечениях крыла на все расчетные случаи

Расчетный случай № отсеков между нервюрами					Наибольшие перерезывающие силы		Наибольшие изгибающие моменты		Наибольшие скручивающие моменты	
		1	2	3	+	-	+	-	+	-
		Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай	Слу- чай

Расчетные (наибольшие) перерезывающие силы и изгибающие моменты раскладываются на составляющие Q_w и Q_u и M_w и M_u по формулам стр 395 (табл 154 и 155)

Таблица 154

№ участков	Случай, когда Q положительно							Случай, когда Q отрицательно								
	расчет- ный случай	*	**	***	$\sin(\gamma-\alpha)$	$\cos(\gamma-\alpha)$	Q_u	Q_w	расчет- ный случай	*	**	***	$\sin(\gamma-\alpha)$	$\cos(\gamma-\alpha)$	Q_u	Q_w

* Из табл 153
** По табл 125 и фиг 405
*** По аэродинамическим данным профиля

Таблица 155

№ нервюр	Случай, когда M положителен								Случай, когда M отрицателен							
	расчет- ный случай	$^+$ M	** α	*** γ	$\sin(\gamma - \alpha)$	$\cos(\gamma - \alpha)$	M_u	M_w	расчет- ный случай	$^+$ M	** α	*** γ	$\sin(\gamma - \alpha)$	$\cos(\gamma - \alpha)$	M_u	M_w

* Из табл 153
** По табл 125 и фиг 405
*** По аэродинамическим данным

Определение усилий и напряжений в продольном наборе

Определяются полные усилия и напряжения в стрингерах и поясах лонжеронов с учетом кручения. При этом учитываются местные ослабления заклепочными отверстиями и пр.

Исходными являются напряжения в приведенном сечении, полученные в табл 124

Напряжения и усилия в стрингерах

Напряжения подсчитываются по формуле $\sigma = \varphi \sigma_s$. Значения σ берутся из табл 124, значения φ берутся из табл 115

Окончательное напряжение в растянутом стрингере определяется по формуле (фиг 419)

$$\sigma_{стр} = \frac{F_{стр}}{F_{стр} - d_3 \delta_{стр}} \sigma_s,$$

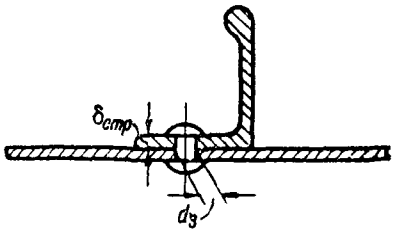
где $F_{стр}$ — истинная площадь стрингера,

d_3 — диаметр заклепки,

$\delta_{стр}$ — толщина полки стрингера

Окончательное усилие в сжатом стрингере определяется по формуле

$$S_{стр} = F_{стр} \sigma$$



Фиг 419

Подсчеты производятся в таблице (табл 156).

Т а б л и ц а 156

№ нервюр	Верхняя зона сжата					Верхняя зона растянута						
	σ_r	φ	σ	$F_{стр}^{+}$	$S_{стр}$	σ_r	φ^{**}	σ	$F_{стр} \sigma$	$d_z \delta_{стр}$	$F_{стр} --$ $-- d_z \delta_{стр}$	$\sigma_{стр}$
* Из табл 124												
** Из табл 115												

Затем составляется сводная таблица усилий и напряжений в стрингерах по всему крылу (табл. 157)

Т а б л и ц а 157

№ стрингера Эскиз сечения № нервюр		Верхняя зона сжата, нижняя растянута						Верхняя зона растянута, нижняя сжата					

Напряжения и усилия в поясах

Сначала определяются напряжения и усилия в поясах лонжеронов от изгиба (табл. 158) Если пояс лонжерона составлен из профилей, имеющих разные редуccionные коэффициенты, то определяются напряжения и в том и в другом профиле.

Т а б л и ц а 158

№ нервюр	Эскиз пояса	Наимено- вание элементов по эскизу	$F_{ист}$	Верхняя зона сжата, нижняя растянута					Верхняя зона растянута, нижняя сжата								
				σ_r	φ	σ	$S_{эл}$	$S_{пояс}$	σ_r	φ	σ	$S_{эл}$	$S_{пояс}$				

* Из табл. 113.

** Из табл. 124

*** Усилие в каждом элементе профиля, обозначенном на эскизе

**** Полное усилие в поясе при изгибе.

Затем определяют истинные усилия и напряжения в поясах лонжеронов от кручения, для чего определяются величины y (стр. 407). Решение (обычно способом Гаусса) производится для случаев наибольших изгибающих моментов и наибольших скручивающих моментов в центроплане (так как в центроплане сильно сказывается влияние заделки по оси симметрии самолета).

Предварительно определяются свободные члены уравнений для всех расчетных случаев (табл. 159).

Т а б л и ц а 159

№ уравнений	№ сечений, входящих в уравнение			Коэффициенты при $M_{кр}$			Случай					Случай				
				D_m^*	D_{m+1}^*	$D_m^{'+*}$	$M_{кр\ m}^{i**}$	$M_{кр\ m+1}^{i**}$	$D_m M_{кр\ m}$	$D_{m+1} M_{кр\ m+1}$	свободн. член	$M_{кр\ m}^{i**}$	$M_{кр\ m+1}^{i**}$	$D_m M_{кр\ m}$	$D_{m+1} M_{кр\ m+1}$	свободн. член
	$m-1$	m	$m+1$													
В том случае, когда рассматривается часть крыла ($u_{корня} \neq 0$), вводится условие, указанное на (стр. 414)																
* Из табл. 150.																
** Из табл. 151. Выписываются для усилия в последней (концевой) из введенных в расчет нервюр.																
*** Из табл. 153																

Затем вся система в целом выписывается в таблицу (табл. 160)

Т а б л и ц а 160

№ уравнений	Характер уравнения	№ сечений, входящих в уравнения			Операции с уравнениями	* Коэффициенты при неизвестных			** Свободные члены				
		m - 1	m	m + 1		y ₁	y ₂		сл.	сл	сл	сл	
1	Уравнения трех искажений s ₀ = 0												
2													
3													

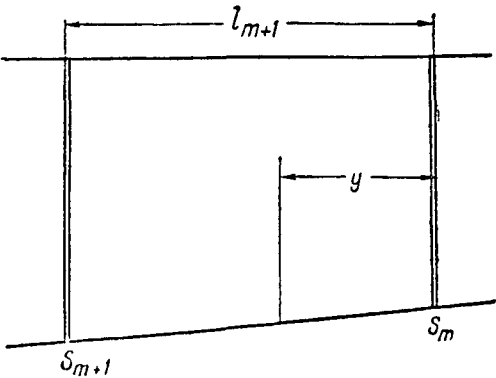
* Коэффициенты уравнений выписываются из табл. 150 (уравнения трех искажений) и из табл 151 (уравнения S₀ = 0)

** Свободные члены выписываются из табл 159

По полученным значениям y_m определяют значения продольных сил в поясах S_m (стр. 408) в расчетных сечениях для случаев наибольшего изгибающего момента (табл. 161).

В пролете между двумя сечениями S_m изменяется по линейному закону. Значение $S_{y\ m+1}$ продольной силы на участке между m -м и $(m+1)$ -м расчетными сечениями на расстоянии y от m -го сечения определяется по формуле (фиг. 420):

$$S_{y\ m+1} = S_m + \frac{S_{m+1} - S_m}{l_{m+1}} y,$$



Фиг. 420

Т а б л и ц а 161

№ нервюр	y_m^*	y_{m-1}^*	$M_{кр m}^{**}$	k_m^{***}	k_{m-1}^{****}	D_m^{***}	$k'_m y_m$	$k'_{m-1} y_{m-1}$	$D'_m M_{кр m}$	S_m	Определение усилий в поясах							
											k_A	k_B	k_C	k_D	S_A	S_B	S_C	S_D
* Из решения системы (табл 160) ** Из табл 153 *** Из табл 151 **** k_A, k_B, k_C и k_D выписываются из табл 138 S_A, S_B, S_C и S_D вычисляются по формулам стр 408																		

Далее определяют напряжения и усилия в отдельных элементах конструкции пояса

$$S_{эл} = \frac{S}{F_r} \varphi_{эл} F_{эл},$$

где S —усилие в поясе в рассматриваемом сечении, определяемое в табл. 158,
 F_r —приведенная площадь пояса,
 $\varphi_{эл}$ —редукционный коэффициент элемента,
 $F_{эл}$ —истинная площадь элемента.

Вычисления производят в таблице (табл 162).

Т а б л и ц а 162

№ сечений	S	F_r	$\sigma_r = \frac{S}{F_r}$	Эскиз сечения пояса	Обозначения элементов	$\varphi_{эл}$	$\sigma = \sigma_r \varphi_{эл}$	$S_{эл}$	$S_{пояса}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Графа 10 является проверочной, в ней определяется усилие в поясе без обшивки									

Наконец, определяют полные усилия и напряжения в поясе и его элементах от изгиба и кручения (табл. 163)

Т а б л и ц а 163

№ нервюр	Данные сечений *			От изгиба **			От кручения ***			Суммарные		
	эскиз	обозначения элементов	площадь элементов	σ	$S_{эл}$	$S_{пояса}$	σ	$S_{эл}$	$S_{пояса}$	σ	$S_{эл}$	$S_{общ}$
* Из табл 113 ** Из табл 158 *** Из табл 162												

Если лонжерон ферменный, то усилие в поясе между двумя узлами лонжерона меняется весьма незначительно В запас прочности принимают, что

продольная сила в пролете между узлами постоянна и равна наибольшему значению силы в пролете.

Определение усилий в поясе в пролетах между узлами лонжерона производится в следующем порядке.

Строится диаграмма усилий в поясе по длине лонжерона по данным табл. 163 и общий вид лонжерона под ней так, чтобы сечения лонжерона находились под соответствующими ординатами диаграммы (фиг. 421).

Усилие в пролете верхнего пояса лонжерона будет равно усилию в сечении по узлу нижнего пояса лонжерона, к которому подходят раскосы от узлов верхнего пояса, стоящих на границах рассматриваемого пролета (например, усилие в пролете cd фиг. 421 равно усилию в сечении по узлу c'). Таким образом, эпюру усилий в поясе ($7' 6' 5' 4'$ фиг. 421) перестраивают в ступенчатую линию ($ab, b'c, c'd, d'e, e'f \dots$).

Точно таким же образом определяют усилия в пролетах нижнего пояса между узлами.

Определяют изменение напряжений в поясе вследствие резких изменений сечения, ослаблений сечения заклепками и пр.

Взяв сечения из табл. 113, строят диаграмму усилий по поясу лонжерона (ломаная $7', 6', 5', \dots$ фиг. 421 — для лонжеронов со сплошной стенкой и ступенчатая линия $ab, b'c, c'd, d'e, e'f \dots$ фиг. 421 — для лонжерона с ферменной стенкой).

Для лонжерона со сплошной стенкой напряжение в элементе в сечении, где происходит изменение площади пояса, будет:

$$\sigma_{эл} = \frac{S}{F_{мин}} \varphi_{эл},$$

где $F_{мин}$ — меньшая из площадей пояса,

S — усилие в сечении, где происходит изменение сечения (фиг. 422),

$\varphi_{эл}$ — редукционный коэффициент.

Если лонжерон ферменный, напряжение в элементе определяется по той же формуле, но S является усилием в пролете между узлами, где имеется стык или кончается какой-либо элемент.

Ослабление от заклепочного шва учитывается только в поясе, работающем на растяжение. Напряжение тогда определяется по формуле:

$$\sigma'_{эл} = \frac{S_{эл}}{F_{эл} - nd_3 \delta_{п.эл}},$$

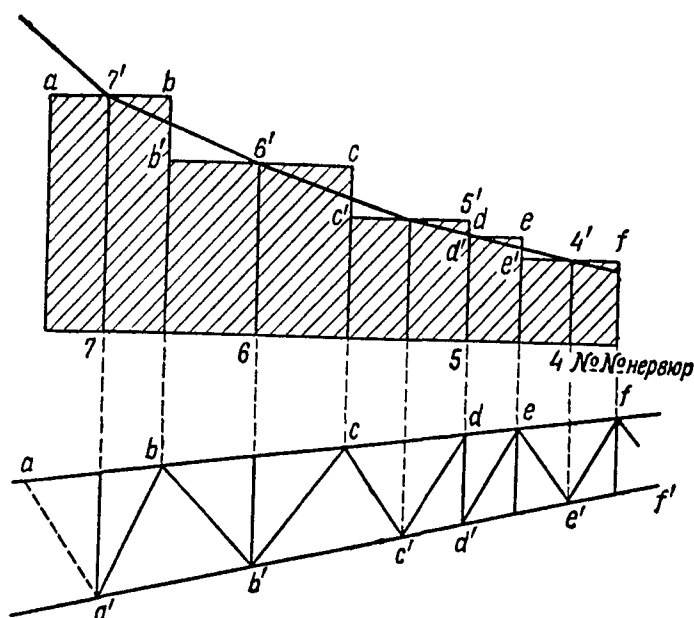
где $S_{эл}$ — усилие в элементе,

$F_{эл}$ — его площадь,

n — количество заклепок в данном сечении,

$\delta_{п.эл}$ — толщина полки,

d_3 — диаметр заклепок.



Фиг. 421

В том случае, когда рассчитывается конструкция, подобная изображенной на фиг. 422, следует считать количество ослабляющих заклепочных отверстий по формуле:

$$n = n_{AA} + 1,$$

где n_{AA} — количество заклепок в сечении AA фиг. 422.

Вычисления производят в таблицах (табл. 164 или 165; табл. 165—для ферменного лонжерона) (таблицы составлены для растянутого пояса).

Таблица 164

№ нервюр	Изменения сечения *				Эскиз сечения **	Наименование элемента	S***	F _r ** или F _{r мин} ***	φ _{эл} **	S _{эл} ****	F _{эл}	***** Вычитаемая площадь заклепок				F' _{эл} — — dn δ	σ' _{эл}
	пролет, где происходит изменение	расстояние от левой нервюры	элемент, который обрывается	n								d	δ	nd δ			
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	

* Изменение сечения указывается между строчками, соответствующими сечениями в нервюрах, ограничивающих данный пролет.

** Из табл. 113. Если сечение трубчатое, в графе 5 ставятся диаметры трубы.

*** В сечениях по нервюрам S берется из табл. 163. В сечениях, где происходят изменения, S снимается с графика.

**** В сечениях по нервюрам S_{эл} выписываются из табл. 163; в сечениях, где происходят изменения, — вычисляются по формуле для S_{эл} (табл. 163).

***** Количество заклепок, их диаметр и толщина полки берутся по чертежу.

Таблица 165

№ пролетов	Изменения сечения *			Эскиз сечения	Наименование элемента	S**	F _r или F _{r мин}	φ _{эл}	S _{эл}	F _{эл}	***** Вычитаемая площадь заклепок				F _{эл} — —nd δ	σ' эл
	пролет, где происходит изменение	расстояние от левой нервюры	элементы, которые обрываются								n	d	δ	nd δ		

* См. примечания к табл. 164.

** Берется из табл. 162.

Составляется сводная таблица и графики напряжений в стрингерах и поясах лонжеронов с учетом местных ослаблений (табл. 157 и 166, графики фиг. 423).

Таблица 166

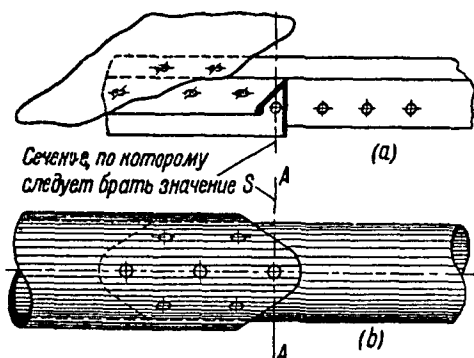
№ нервюр	Эскиз сечения	Наименование элементов	Случай		Случай		Расстояние от оси самолета	σ _{кр} *	σ _b
			σ'	S	σ'	S			
									σ _b = ...

* σ_{кр} — критическое напряжение в поясе.

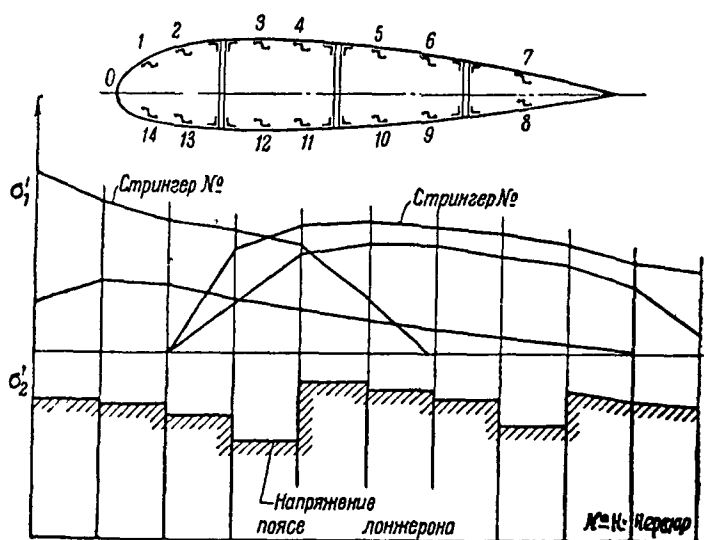
Для крыльев расчалочных и с поперечно-гофрированной обшивкой напряжение в растянутом поясе лонжерона σ не должно превосходить 90% от разрушающего напряжения в материале (заклепочные отверстия понижают прочность на 8—10%).

Напряжение в сжатом поясе не должно превосходить критического напряжения $\sigma_{кр}$ для данного профиля. Длина профиля берется равной длине участка (по теоретическому чертежу) между узлами ферменного лонжерона или на участке между нервюрами для крыла с полотняной обшивкой.

Для крыльев с гладкой металлической обшивкой, целиком из дурала, напряжения в стрингерах растянутой зоны допускаются несколько меньше σ_b .



Фиг. 422



Фиг. 423

Определение усилий и напряжений в стенках и раскосах лонжеронов

Предполагается, что составляющая перерезывающей силы Q_u не нагружает стенку лонжерона. В том случае, когда угол поворота главных осей относительно осей xOz велик, следует учитывать и эту составляющую (однолонжеронное крыло).

Стенка лонжерона (ферменная или сплошная) воспринимает сдвигающую силу от изгиба и кручения. Погонное касательное усилие, нагружающее стенку i -го лонжерона в сечении по $(m-1)$ -й нервюре в пролете между $(m-1)$ -й и m -й нервюрами, при расчете без учета осевых сил, возникающих при кручении, определяется по формуле:

$$T_{mi} = \frac{1}{1000} T_{mi \text{ изг}}^{(1000)} \left[Q_{wm} - \frac{\Delta Q_{m \omega}^{(1000)} M_{u \ m-1}}{1000} \right] + \frac{1}{1000} T_{mi \text{ кр}}^{(1000)} M_{кр \ m},$$

где $T_{mi \text{ изг}}$ — погонное касательное усилие в стенке i -го лонжерона в m -м сечении при нагружении этого сечения перерезывающей силой Q_w , равной 1000 кг (берется из табл. 129 или по графику фиг. 408),

Q_{wm} — составляющая перерезывающей силы по оси w на участке между m -й и $(m-1)$ -й нервюрами для данного расчетного случая; берется из табл. 154,

$M_{u \ m-1}$ — изгибающий момент от сил, лежащих в плоскости wu в кгм в сечении по $(m-1)$ -й нервюре крыла; берется из табл. 155,

$\Delta Q_{wm}^{(1000)}$ — составляющая перерезывающей силы по оси, воспринимаемая за счет коничности крыла продольным набором последнего, при нагружении рассматриваемого m -го сечения изгибающим моментом, равным 1000 кгм; берется из графика фиг. 418,
 $T_{mi}^{(1000)}$ — погонное касательное усилие от кручения в m -м сечении i -го лонжерона при нагружении сечения скручивающим моментом, равным 1000 кгм; берется из табл. 136,
 $M_{кр m}$ — скручивающий момент участка между m -й и $(m - 1)$ -й нервюрами крыла в кгм; берется из табл. 153.
Вычисление производится в таблице (табл. 167).

Т а б л и ц а 167

№ участков	№ нервюр*	Q_{wm}	$M_{u m - 1}$	$\Delta Q_{wm}^{(1000)}$	$\Delta Q_{wm}^{(1000)} \cdot M_{u (m - 1)} \frac{1}{1000}$	[]	$T_{mi}^{(1000)}$ изг	$T_{mi}^{(1000)}$ изг $\frac{[]}{1000}$	$M_{кр m}^{**}$	$T_{mi}^{(1000)**}$	$\frac{1}{1000} M_{кр m} T_{mi}^{(1000)}$	T_{mi}
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
* Ставится номер наиболее удаленной от оси самолета нервюры, ограничивающей данный участок. Если стенка "раскосная" — вместо номера нервюры ставится номер наиболее удаленного узла раскоса (формула стр. 426). На каждом участке будет столько строчек, сколько на участке стоек и раскосов. ** Если сечение находится на расстоянии меньше 33% от оси самолета, графы X и XI из таблицы выкидываются. Вместо графы XI выписываются значения q'_{AB} , q'_{CD} и пр. из табл. 173 (стр. 428).												

Касательное напряжение в сплошной стенке определяется по формуле:

$$\tau_{mi} = \frac{T_{mi}}{\delta_{mi}}$$

где δ_{mi} — действительная толщина сплошной стенки.
Вычисление производится в таблице (табл. 168).

Т а б л и ц а 168

№ пролетов (участка)	№ нервюр	T_{mi}^*	δ_{mi}^{**}	τ_{mi}	Примечание
* Из табл. 167. ** Толщины стенки берут или непосредственно из чертежа лонжерона или из таблицы, аналогичной табл. 117.					

Касательное напряжение τ_{mi} в сплошной дуралевой стенке без отбортовок и отверстий должно быть таким, чтобы не было сильного волнообразования (обычно — не должно превосходить 10 кг/мм²).
В том случае, если имеются отверстия в стенке, занимающие меньше 30% площади последней между двумя стойками, вместо действительной толщины стенки δ_i можно приближенно вводить величину δ'_i , определяемую по формуле:

$$\delta'_i = \delta_i \frac{F_i - \Sigma F_{отв}}{F_i},$$

где F_i — площадь стенки i -го лонжерона между нервюрами,
 $\Sigma F_{\text{отв}}$ — площадь отверстий.

В случае, если отверстия занимают больше 30% площади, следует каждый раз производить особый расчет с учетом рамности.

Усилие в стойке, подкрепляющей стенку, можно определять по формуле

$$S_c = k_0 T_m l_m,$$

где T_m — наибольшее погонное касательное усилие в стенке лонжерона в m -м отсеке,
 l_m — расстояние между стойками,
 k_0 — некоторый коэффициент, который определяется в зависимости от следующих параметров (по графику фиг. 424, случай I-й)

$$\alpha = \frac{F_c}{\delta l},$$

$$N = \frac{l}{\delta} \sqrt{\frac{\tau}{E}},$$

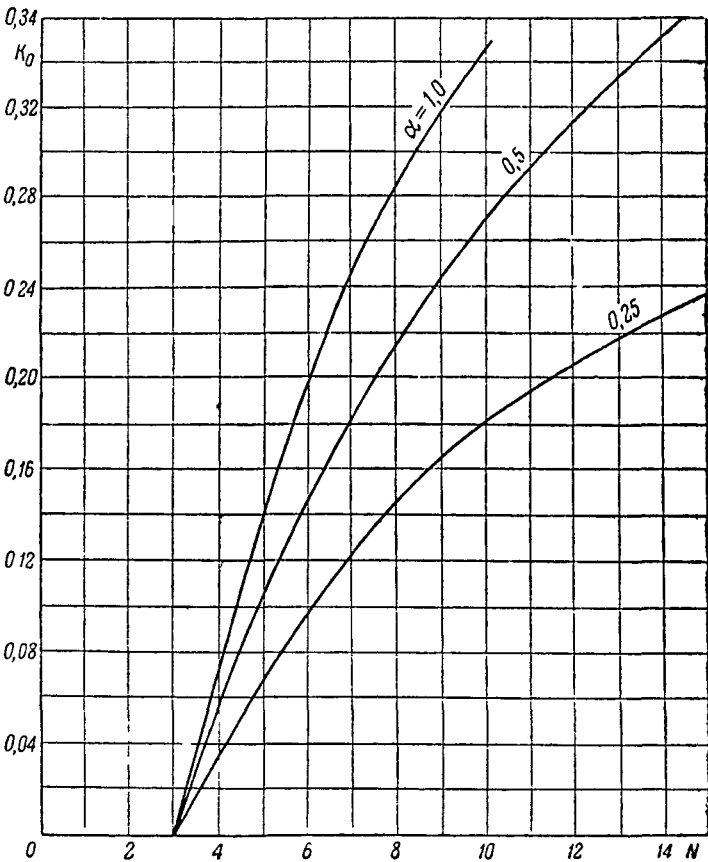
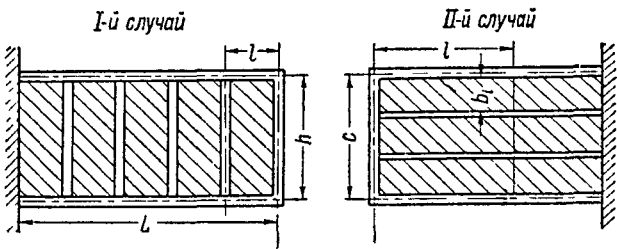
где F_c — площадь сечения стойки,
 δ — истинная толщина листа,
 τ — истинное касательное напряжение в листе, определяемое по формуле
 $\tau = \frac{T}{\delta},$

E — модуль упругости материала листа.

Усилие в стойке можно определить и как указано на стр. 232. Вычисления производятся в таблице (табл. 169).

Таблица 169

№ отсек	T_m^*	l_m^{**}	$T_m l_m$	F_c^{***}	δ^{****}	α	τ_m^{*****}	$\frac{\tau_m}{E}$	$\sqrt{\frac{\tau_m}{E}}$	N	k_0	S_c
* Из табл 167 ** Снимаются с чертежа лонжерона *** Снимаются непосредственно с чертежа лонжерона или из таблицы, аналогичной табл 117 **** Снимается с чертежа лонжерона ***** Из табл 168												



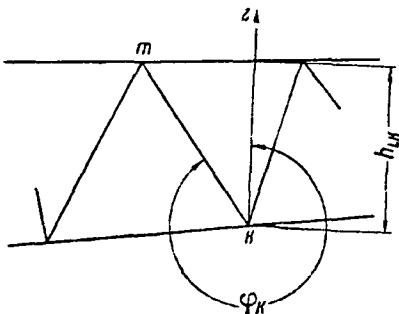
Фиг 424

Усилие в раскосе или стойке ферменного лонжерона определяется по формуле:

$$S_{mik}=T_{mik}\,h_{mik}\,\frac{1}{\cos \varphi_k}\,,$$

где T_{mik} — погонное касательное усилие в k -м сечении m -го пролета лонжерона (стр. 423),
 k — обозначение сечения, где находится наиболее удаленный от корня узел раскоса,
 h_{mik} — высота i -го лонжерона по этому сечению,
 φ_k — угол раскоса, усилие в котором определяется, с осью z ; знак усилия определяется знаком $\cos \varphi$ (фиг. 425).

Напряжение в сжатой стойке или раскосе будет:



$$\sigma=\frac{S_{mik}}{F_{mik}}\,;$$

оно не должно превосходить критического напряжения на длине между двумя узлами по теоретическому чертежу.
 Напряжение в растянутом раскосе (стойке) будет:

$$\sigma=\frac{S_{mik}}{F_{mik}-\sum nd\delta}\,,$$

где F_{mik} — площадь сечения раскоса (стойки),
 n — количество заклепок в сечении раскоса,
 d — их диаметр,
 δ — толщина полки (стенки) раскоса.

Напряжение не должно превосходить 0,85 — 0,9 σ_b материала. Вычисления производятся в таблице (табл. 170).

Т а б л и ц а 170

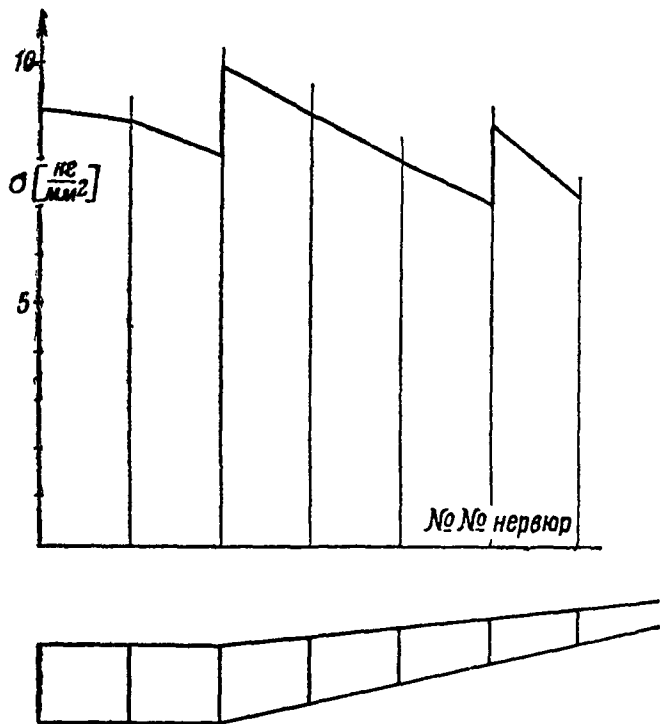
№ раскосов	№ узлов, где берутся значения T_{mik}	T_{mik}	h_{mik}	$T_{mik} h_{mik}$	φ_k	$\cos \varphi_k$	S_{mik}	Наименование профиля раскоса	l	Площадь сечения F_{mik}	Заклепочные отверстия				$F_{mik} - \sum nd\delta$	σ	$\sigma_{кр}$
											d	δ	n	$\sum nd\delta$			
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	V	VI	VII	VIII
* Из табл. 167 ** С чертежа лонжерона *** Снимается с чертежа или со схемы лонжерона																	

Результаты расчета сводятся в графики типа фиг. 426 и 427.
 Погонное касательное усилие от нагружения крыла скручивающим моментом в том случае, если рассматриваемое сечение находится в области, где сказывается несвободное искажение сечения (на расстоянии меньшим, чем 33% полуразмаха от оси самолета), определяется по формулам стр. 406—408.

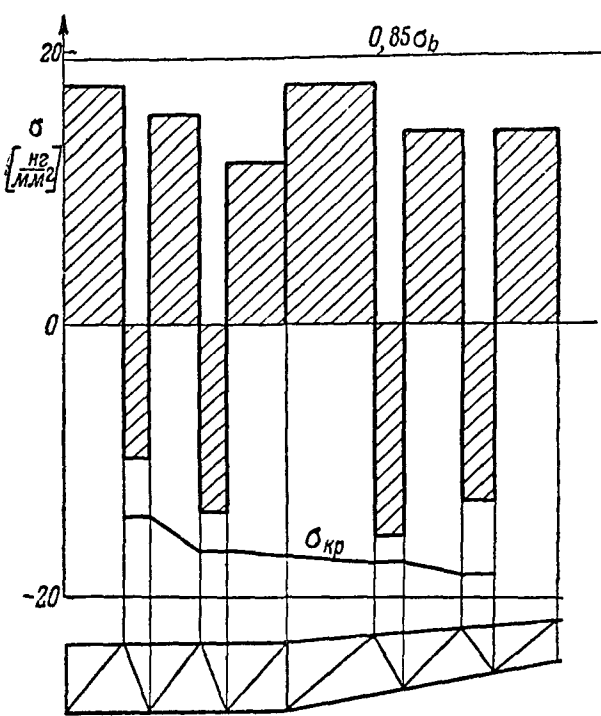
Предварительно следует определить среднее приращение продольной силы в поясе s :

$$s_{m+1} = \frac{y_m - B_m M_{кр\ m+1}}{A_m} = \frac{1}{A_m} y_m - \frac{B_m}{A_m} M_{кр\ m+1},$$

где y_m берется из табл. 160;



Фиг. 426



Фиг. 427

A_m — коэффициент, определяемый в табл. 144;
 B_m — коэффициент, определяемый в табл. 145;
 $M_{кр\ m+1}$ — скручивающий момент на участке между m -м и $(m+1)$ -м сечениями (нервюрами).

Вычисления ведут в таблице (табл. 171).

Таблица 171

№ сечений	№ участков	y_m	A_m	$\frac{1}{A_m} y_m$	B_m	$M_{кр\ m+1}$	$\frac{B_m}{A_m} M_{кр\ m+1}$	s_m

Из табл. 153

Погонное касательное усилие в i -м контуре без учета влияния несвободного искажения определяется в таблице (табл. 172) по формуле:

$$T_i = a_i s + c_i M_{кр}.$$

Погонные касательные усилия в стенках переднего и заднего лонжеронов с учетом несвободного искажения определяются по формулам:

$$T'_{AB} = T_1 - T_2 - T_{AB},$$

$$T'_{CD} = T_2 - T_3 + T_{CD},$$

Т а б л и ц а 172

№ сечений	№ участка	х	хх	ххх	ххх	ххх	ххх	ххх	ххх													
		s_m	$M_{кр}$	a_1	a_2	a_3	c_1	c_2	c_3	a_1s	a_2s	a_3s	$c_1M_{кр}$	$c_2M_{кр}$	$c_3M_{кр}$	T_1	T_2	T_3				
х Из табл 171 хх Из табл 153 ххх Из табл 143																						

где T'_{AB} и T'_{CD} — погонные касательные усилия от кручения в стенках I и II лонжеронов (AB и CD фиг. 414),
 T_1 , T_2 и T_3 — погонные касательные усилия от кручения, определяемые без учета влияния несвободного искажения,
 T_{AB} и T_{CD} — погонные касательные усилия в стенке лонжерона от влияния несвободного искажения, определяемые по формулам:

$$T_{AB} = -s \frac{f_3}{\Sigma f} \dots \quad (\text{стр. 406}).$$

Все вычисления производятся в таблице (табл. 173).

Т а б л и ц а 173

№ сечений	х	хх	хх	хх	хх	T_{AB}	T_{CD}	T_{BC}	T_{AD}	xxx	xxx	xxx	T'_{AB}	T'_{CD}
	s_{nn}	$\frac{f_3}{\Sigma f}$	$\frac{f_1}{\Sigma f}$	$\frac{f_4}{\Sigma f}$	$\frac{f_2}{\Sigma f}$					T_1	T_2	T_3		
х Из табл. 171. хх Из табл. 138. xxx Из табл. 172.														

Полученные в табл. 173 значения T_{AB} и T_{CD} подставляются в табл. 167 в графу XII вместо члена

$$\left[\frac{1}{1\,000} M_{кр\,т} T_{т/кр}^{(1\,000)} \right]$$

Определение усилий и напряжений в обшивке крыла

Гладкая металлическая обшивка крыла участвует в передаче:
 изгибающего момента M_w ,
 изгибающего момента M_u ,
 перерезывающей силы Q_w ,
 перерезывающей силы Q_u ,
 скручивающего момента $M_{кр}$.

Нормальные напряжения в обшивке существенно влияют на прочность только в растянутой зоне.
 В сжатой зоне обшивка теряет устойчивость при сравнительно низких нагрузках. Работаящая часть сжатой обшивки относится непосредственно к стрингерам (табл. 111).
 Нормальное напряжение в обшивке определяется по формуле:

$$\sigma_{обш} = \sigma_r \varphi_{обш}.$$

Определение нормальных напряжений производится в таблице (табл. 174).

Т а б л и ц а 174

№ нервюр	№ точек							Примечания
	σ_r							Из табл. 126
	$\varphi_{обш}$							Из табл. 115
	$\sigma_{обш}$							

Среднее напряжение на участке между i -м и $(i+1)$ -м стрингерами в m -м сечении можно брать по формуле:

$$\sigma_{m \text{ ср}} = \frac{\sigma_{mi} + \sigma_{m(i+1)}}{2}.$$

Погонное касательное усилие на i -м участке в m -м пролете вблизи $(m-1)$ -й нервюры, в случае, если от кручения осевые усилия не учитываются, определяется по формуле:

$$T_{mi} = \frac{1}{1000} T_{wm}^{(1000)} \left(Q_{wm} - \frac{1}{1000} \Delta Q_{wm}^{(1000)} M_{u \ m-1} \right) + \frac{1}{2c_{m-1}} \left(Q_{um} - \frac{1}{1000} \Delta Q_{um}^{(1000)} M_{wm-1} \right) + \frac{1}{1000} T_{mi \text{ кр}}^{(1000)} M_{кр \ m} = T'_{mi} + T''_{mi} + T'''_{mi},$$

где $T_{wm}^{(1000)}$ — погонное касательное усилие на участке между i -м и $(i-1)$ -м стрингерами в m -м сечении при нагружении этого сечения перерезывающей силой Q_w , равной 1000 кг (берется по графику фиг. 408 или из табл. 129),

Q_{wm} — составляющая по оси w перерезывающей силы на участке между m -й и $(m-1)$ -й нервюрами для рассматриваемого расчетного случая (берется из табл. 154),

$\Delta Q_{wm}^{(1000)}$ — составляющая по оси w перерезывающей силы, передаваемая за счет конусности крыла продольным набором последнего, при нагружении изгибающим моментом, равным 1000 кгм (берется по графику фиг. 418),

$M_{u \ m-1}$ — изгибающий момент от сил, лежащих в плоскости крыла (берется из табл. 155),

c — расстояние между самым передним и самым задним лонжеронами крыла,

Q_{um} — составляющая по оси u перерезывающей силы на участке между m -й и $(m-1)$ -й нервюрами (берется из табл. 154),

ΔQ_{um} — составляющая по оси u перерезывающей силы в m -й нервюре, передаваемая за счет конусности крыла, продольными элементами при нагружении моментом, равным 1000 кгм (берется из графика фиг. 418),

M_{wm-1} — изгибающий момент кгм отъема в плоскости uw в сечении по $(m-1)$ -й нервюре крыла (берется из табл. 155),

$T_{mi \text{ кр}}^{(1000)}$ — погонное касательное усилие на участке между i -м и $(i-1)$ -м стрингерами при нагружении сечения скручивающим моментом, равным 1000 кгм (берется из табл. 136).

Второй член формулы представляет собой среднее значение погонного касательного усилия в обшивке между двумя лонжеронами от силы Q_u . В том случае, если имеется точный расчет распределения перерезывающей силы Q_u между участками обшивки, вместо $\frac{1}{2c_{m-1}}$ войдет член $\frac{1}{1000} T_{uml}^{(1\,000)}$, где $T_{uml}^{(1\,000)}$ — погонное касательное усилие при нагружении сечения силой $Q_u = 1\,000$ кг.

При расчете на кручение с учетом осевых сил вместо последнего члена следует брать величину T''' , определяемую в табл. 176.

Касательное напряжение $\tau_{обш}$ в обшивке по участкам определяется по формуле:

$$\tau_{обш\, m} = \frac{T_{mi}}{\delta_{обш\, mi}},$$

где $\delta_{обш\, mi}$ — истинная толщина обшивки.

Для гладкой дуралевой обшивки допускаемое касательное напряжение должно определяться из условия допустимого волнообразования.

Касательные напряжения определяются в таблице (табл. 175).

Таблица 175

№ участков	№ нервюр	Q_{um}	$\Delta Q_{um}^{(1000)}$	$M_u(m-1)$	$\frac{1}{1000} \Delta Q_{um}^{(1000)} M_u(m-1)$	()	T'_{mi}	c	Q_{um}		T''_{mi}	$M_{кр\, m}$		T'''_{mi}	T_{mi}	δ	τ

Если сечение находится вблизи оси самолета, где сказывается влияние несвободного искажения сечения, касательное погонное усилие от кручения в обшивке между лонжеронами следует вычислять по формуле [предполагается трехполостный профиль (фиг. 414)]:

$$T'''_{BC} = T_2 - T_{BC},$$

$$T'''_{AD} = T_2 - T_{AD},$$

где T_2 , T_{AD} и T_{BC} определяются из табл. 173.

В обшивке носка и хвостовой части сечения крыла T_1 и T_3 определяются по табл. 172 или 173.

Вычисления производятся в таблице (табл. 176).

Таблица 176

№ нервюр	Носок $T_1 = T'''$	Средняя часть						Хвостовая часть $T_3 = T'''$
		участок BC			участок AD			
		T_2	T_{BC}	T'''	T_2	T_{AD}	T'''	

Полученные в табл 176 значения T''' вносятся в соответствующие графы табл 175 для сечений, расположенных в зоне влияния несвободного искажения сечения (на расстоянии меньше, чем 33% полуразмаха от оси самолета)

Среднее усилие в полке нервюры, непосредственно соединенной с обшивкой заклепочным швом, можно определять по формуле

$$S'_{п\ и\ m} = \frac{\Sigma T_{mi} b_{mi}}{c_m} l_m k_0,$$

где T_{mi} — касательное погонное усилие на участке между двумя стрингерами i -м и $(i-1)$ -м в отсеке m , определяемое в табл 175,
 b_{mi} — расстояние между стрингерами у рассматриваемой нервюры,
 c_m — расстояние между лонжеронами у рассматриваемой нервюры,
 l_m — расстояние между m -и и $(m-1)$ -й нервюрами (рассматриваются только участки между стрингерами, лежащими в центральной части хорды, крыла между крайними лонжеронами)
 k_0 — коэффициент определяемый по графику фиг 424, в зависимости от параметров α и N , определяемых по формуле

$$\alpha = \frac{F_{п\ и\ ср}}{\delta\ b_{m\ ср}}, \quad N = \frac{b_i}{\delta} \sqrt{\frac{\tau}{E}}$$

Здесь $F_{п\ и\ ср}$ — средняя площадь пояса нервюры (берется по чертежу),
 δ — истинная толщина обшивки, средняя по хорде (из табл 117 или 118),
 $b_{m\ ср}$ — среднее расстояние между стрингерами,
 $b_{ср} = \frac{c}{n}$ (по данным табл 126, берется $\Sigma b_i = c$),
 τ — среднее напряжение в листе на сдвиг (по табл 175)

Полученное усилие $S'_{п\ и\ m}$ суммируется с усилием в поясе нервюры при расчете последней (стр 434)
 Все вычисления производятся в таблице (табл 177)
 В таблице

$$T_{ср} = \frac{\Sigma T_i b_i}{c}, \quad \tau_{ср} = \frac{T_{ср}}{\delta_{ср}}, \quad b_{ср} = \frac{c}{n}$$

Т а б л и ц а 177

№ нервюр	T _i на участках				Значение расстояний между стрингерами b _i				T _i b _i				Σ	с	T _{ср}	Количество участков n

Т а б л и ц а 177 (продолжение)

b _{ср}	δ _{ср}	ср	l	T _{ср} l	F _{ср}	$\frac{\tau}{E}$	$\sqrt{\frac{\tau}{E}}$	N	k ₀	S' _{п и m}	Примечание
											L =

В растянутой зоне разрушающим напряжением в обшивке может явиться главное напряжение при одновременной нагрузке обшивки крыла нормальными и касательными усилиями

Главное напряжение в обшивке определяется по формуле

$$\sigma' = 2\tau \frac{\cos^2(\theta - \alpha)}{\sin 2\alpha} + \sigma \cos^2 \theta,$$

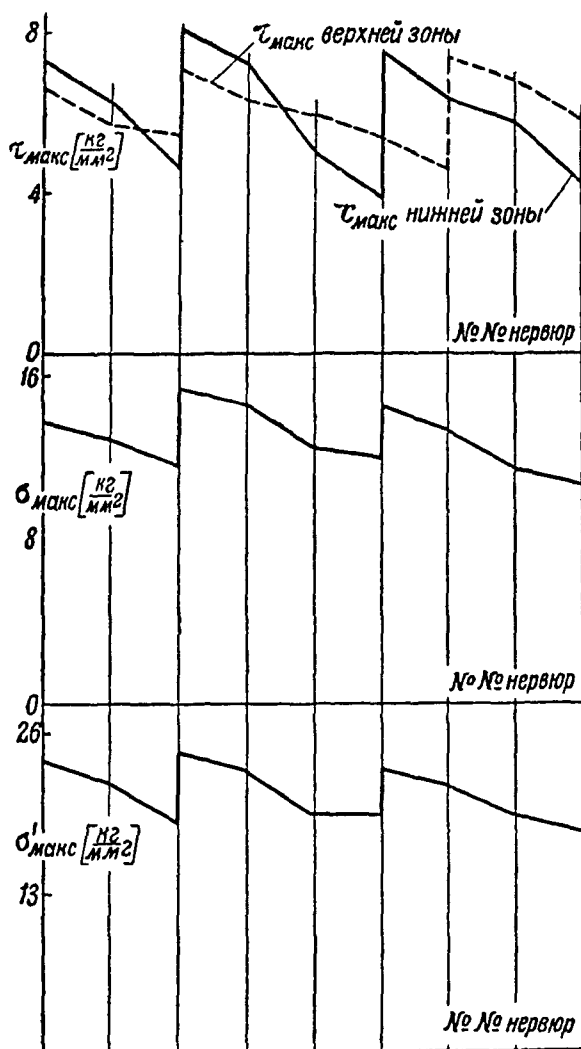
где σ' — главное напряжение в обшивке,

τ — касательное напряжение в обшивке, определяемое в табл 175,

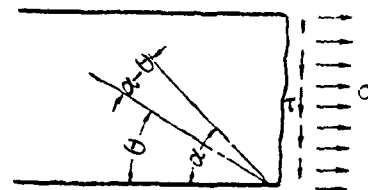
σ — истинное нормальное напряжение в обшивке, определяемое в табл 174,

α — угол горизонтали с направлением главного напряжения (волны) при отсутствии нормальных напряжений в обшивке, значения α обычно колеблются между 40 и 45° (в запас прочности следует принять, что $\sigma = 40^\circ$),

θ — угол горизонтали с направлением главных напряжений при одновременном нагружении обшивки сдвигающими и растягивающими нагрузками (фиг 428)



Фиг 429



Фиг 428

Угол θ определяется по формуле

$$\sin 2\theta = \frac{2\tau}{2\tau + \sigma \sin 2\alpha} \sin 2\alpha$$

Формула выведена в предположении, что в обшивке образуется одноосное поле напряжений. Такое предположение идет в запас прочности.

При проверке прочности следует учитывать местные ослабления сечения обшивки (заклепочные швы и пр.). Определение напряжений σ' производится в таблице (табл 178).

После того, как определены напряжения τ , σ и σ' , а также значения усилий в поясах нервюр $S'_{пн}$, вычерчиваются графики наиболь-

ших напряжений (фиг 429) и выбираются наибольшие значения напряжений из всех расчетных случаев.

Таблица 178

№ нервюр	Участок										cos θ	cos² θ	σ cos² θ	σ
	2τ	σ	σ sin 2α	2τ + σ sin 2α	sin 2θ	θ	θ - α	cos (θ - α)	cos² (θ - α)	2τ $\frac{\cos² (θ - α)}{\sin 2α}$				

Для крыльев с металлической гофрированной обшивкой $\sigma = 0$, $\sigma' = \tau$ и усилия в поясах нервюр $S'_{пн} = 0$

Определение усилий в узлах разъема

Для определения усилий в узлах крепления поясов и стрингеров и в стойках разъема лонжеронов и изгибающих моментов поясов последних применяются формулы, приведенные в предварительном расчете (стр. 372) с подстановкой в них новых значений величин, определенных при повторном расчете, а именно

$S_{о\ p}$ — полное усилие в рассматриваемом поясе по оси разъема, берется из табл. 166,
 $\cos(l, x), \cos(l, y), \cos(l, z)$ — направляющие косинусы поясов (или стрингеров), берутся из табл. 152,
 $Q_{о''}$ — выписываются из табл. 154, (Q_u),
 $Q_{ст}$ — перерезывающая сила в стенке рассматриваемого лонжерона, — как $T_{о\ p}, h_{о\ p}, (T_{о\ p},$ из табл. 168).

Если крепление отъемной части к центроплану осуществлено с помощью уголка (фиг. 379), то усилие на болт крепления уголков разъема к центроплану в направлении размаха крыла можно определять по формуле (фиг. 430)

$$P'_{y6} = \frac{2S_{о\ p\ i}}{\frac{b_{i+1}}{t_{i+1}} + \frac{b_i}{t_i}},$$

где $S_{о\ p\ i}$ — усилие в i -м стрингере с присоединенной обшивкой (табл. 124)

Усилие в болтах крепления на участке против пояса i -го лонжерона в направлении размаха крыла, на ширине $3d$ (d — ширина пояса лонжерона) определяется по формуле

$$P''_{y6} = \frac{S_{о\ p\ i} t_i}{3d},$$

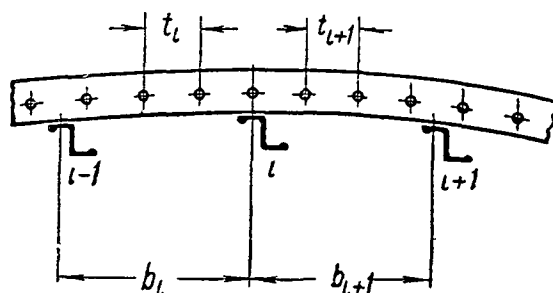
где $S_{о\ p\ i}$ — усилие в поясе i -го лонжерона с присоединенной обшивкой (табл. 124),

t_i — средний шаг заклепок (болтов) на участке вблизи пояса,

d_i — ширина пояса лонжерона (фиг. 380)

Кроме того, болт нагружен срезающим усилием, которое может быть определено по формуле

$$P''' = \sqrt{\left[\frac{1}{2} T_{о\ p\ i} h_{о\ p\ i} + S_{о\ p\ i} \cos(l, z) \right]^2 + \left[\frac{t_i}{2} (T_{i+1} + T_i) + S_{о\ p\ i} \cos(l, x) \right]^2},$$



Фиг. 430

где $T_{o.p.i}$ — погонное касательное усилие в стенке лонжерона (табл. 167);
 $h_{o.p.i}$ — высота лонжерона по оси разъема (по чертежу),
 $S_{o.p.i}$ — усилие в поясе i -го лонжерона по оси разъема, определяемое в табл. 124;
 $\cos(l, z)$ и $\cos(l, x)$ — косинусы углов осей поясов лонжеронов с осями x и z (табл. 152);
 T_{i+1} и T_i — погонные касательные усилия в обшивке на участках $i+1$ и i (справа и слева от пояса лонжерона) (табл. 175);
 t_i — шаг болтов вблизи пояса лонжерона (на участке равном $3d$) (фиг. 380).

Дополнительный изгибающий момент в поясе будет равен (стр. 376):

$$M_i = \left[\frac{1}{2} T_{o.p.i} h_{o.p.i} + S_{o.p.i} \cos(l, z) \right] y_a - P_{y6}'' \Delta h_i$$

и в стрингере:

$$M_i = S_{o.p.i} \cos(l, z) y_a - P_{y6}' \Delta h_i.$$

И в поясе и в стрингере должны быть определены напряжения от этих моментов.

Формулы для определения P и M выведены в предположении, что стрингеры и пояса лонжеронов в центроплане параллельны оси.

Расчет нервюры

Расчет нервюры ведут в предположении, что местная нагрузка на нервюру воспринимается только элементами конструкции, лежащими со стороны корня, и что местная нагрузка нагружает каркас и обшивку по закону, который имеет место для балки, имеющей такое же сечение, как и сечение крыла за нервюрой, весьма большой длины вдали от места приложения нагрузки. Это условие при расчете нервюры позволяет пользоваться значениями $T_{из}^{(1000)}$, $T_{кр}^{(1000)}$ (стр. 401 и 405).

Усилиями от деформаций изгиба крыла пренебрегают.

Конструктивно нервюры выполняются трех основных типов

1) ферменная, 2) со сплошной тонкой стенкой, 3) рамная.

Расчет нервюр всех типов в части определения внешних нагрузок ведется одинаково. Различие имеется только при определении внутренних усилий. Нервюру можно рассматривать, как изолированную конструкцию, нагруженную некоторой системой внешних нагрузок.

Обычно разделяют расчет на местные нагрузки, расчет на перераспределение усилий вследствие изменения жесткостей и определение усилий вследствие участия поясов нервюры в работе крыла в целом (табл. 177).

Полученные усилия и напряжения суммируются по принципу независимости действия сил.

Для расчета нервюры необходимы следующие исходные данные:

1. Кривая распределения аэродинамических нагрузок по хорде крыла в сечении рассматриваемой нервюры и величина их, а также точки приложения и значения составляющих P_x и P_z от сил, приложенных непосредственно к нервюре (фиг. 431).

2. Распределение перерезывающей силы и скручивающего момента по контуру сечения крыла.

Кривая распределения аэродинамической нагрузки P_m^a берется из аэродинамического расчета (кривые $abcdefghik$ и $a'b'c'd'e'f'g'h'i'k$ фиг. 431), принимая, что обшивка и стрингеры нагружают нервюру распределенной нагрузкой.

Если угол α главных осей инерции сечения мал, принимается, что направление нагрузки параллельно оси w .

Аэродинамическую нагрузку приводят к системе сосредоточенных грузов, разнося ее на узлы фермы нервюры (в том случае, если нервюра ферменная) или на произвольно выбранные точки по контуру нервюры (если нервюра рамная или листовая) Узловые точки следует выбирать таким образом, чтобы точки, лежащие по верхней и нижней части контура, находились на одной вертикали

На участках между узлами или выбранными точками полагают, что нагрузка меняется по линейному закону

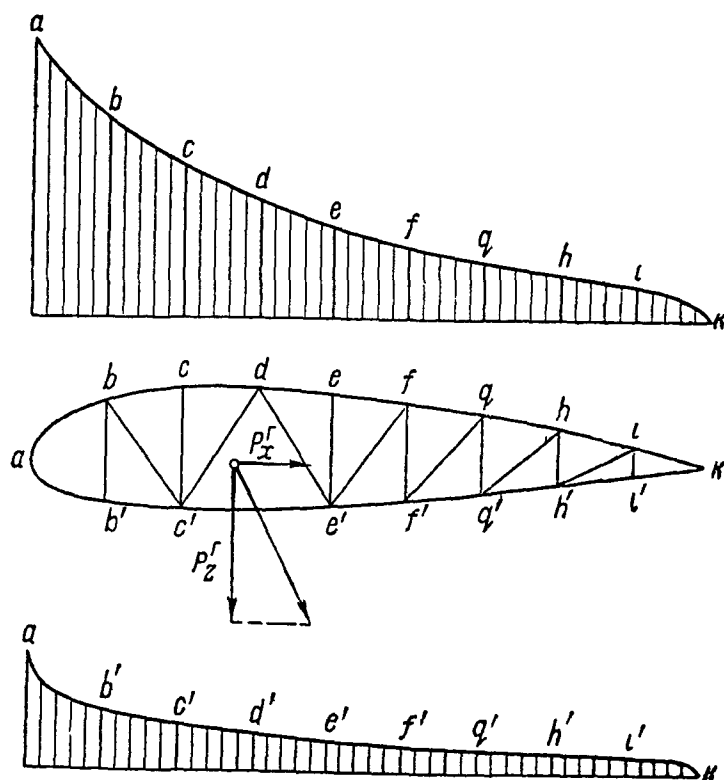
Разнос нагрузок производится по тем же формулам, что и при предварительном расчете (стр 346) Вычисления производятся в таблице типа табл 78 Вместо значений q_{m-1} и q_m в соответствующие графы вносятся значения ординат нагрузки в выбранных (узловых) сечениях нервюры в см, значения нагрузок на узлы (или на точки) ΔP будут иметь размерность в см² Чтобы перейти к размерности в кг следует умножить эти значения на

$$k = \frac{P_a}{\Sigma \Delta P_m}$$

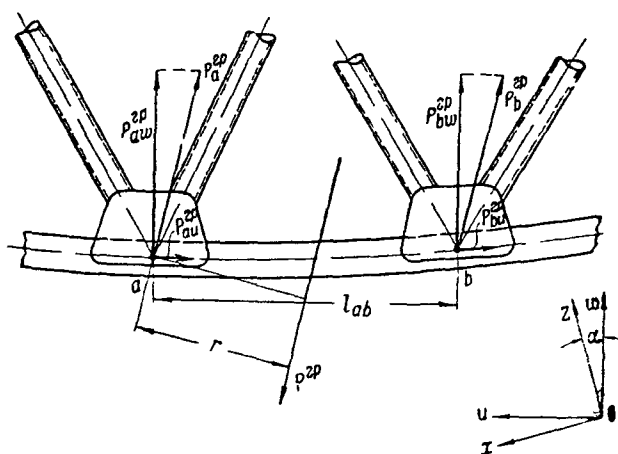
Сосредоточенная нагрузка разносится на два близлежащие узла нервюры или узловые точки по правилу рычага, и составляющие, приложенные в узлах, раскладываются на направления u и w (фиг 432)

$$P_b^{rp} = P^{rp} \frac{r}{l_{ab} \sin(P^{rp}, l_{ab})},$$

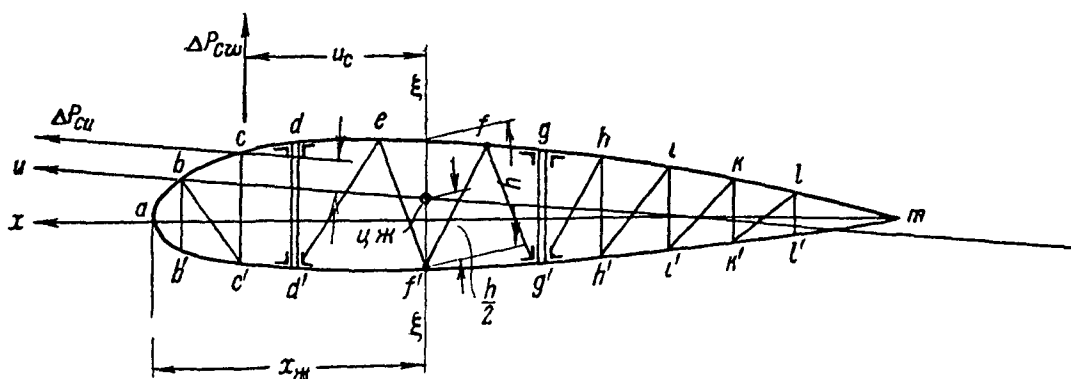
$$P_a^{rp} = P^{rp} - P_b^{rp}$$



Фиг 431



Фиг 432



Фиг 433

Длины l_{ab} и r снимаются непосредственно с чертежа
Из табл 131 (или фиг 409) берут положение φ ж по хорде и наносят его на схему нервюры (фиг 433)

Принимают, что φ ж лежит на середине высоты

По полученным значениям ΔP_u^a , ΔP_w^a , P_u^{rp} и P_w^{rp} определяют моменты всех нагрузок относительно φ ж сечения по формуле

$$M_{\text{ж}} = \sum \Delta P_{aw} u_a - \sum \Delta P_{au} w_a,$$

где

$$\Delta P_{aw} = \Delta P_{aw}^a + P_{aw}^{rp},$$

$$\Delta P_{au} = \Delta P_{au}^a + P_{au}^{rp},$$

u_a и w_a — координаты узлов относительно φ ж сечения

Допустимо вместо главных осей uOw принять систему координат xOz (ось x параллельна хорде)

Вычисление ΔP_{au} , ΔP_{aw} и $M_{\text{ж}}$ производится в таблице (табл 179)

Т а б л и ц а 179

№ узлов нервюры	ΔP_w^a	Сосредоточенная нагрузка		Суммарные узловые нагрузки		Координаты узлов		Составляющие моменты		Примечание
		P_u^{rp}	P_w^{rp}	ΔP_u	ΔP_w	u	w	$\Delta P_w u$	$P_u w$	
								$\sum$ $M_{\text{ж}} =$	$\sum$	

Нагрузки, создающие момент $M_{\text{ж}}$, уравниваются усилиями $T' b_i$, $T'' b_i$ и $T''' b_i$, где b_i — участок обшивки между двумя стрингерами, в обшивке и стенках лонжеронов отсека крыла, ограниченного рассматриваемой нервюрой и расположенного в сторону корня крыла от нервюры. Погонное касательное усилие T' определяется по формуле

$$T' = T_w^{(1000)} \sum \Delta P_w,$$

где $T_w^{(1000)}$ берется из табл 129 или графика фиг 408,

$\sum \Delta P_w$ — из табл 179

Распределение погонного касательного усилия по обшивке и стенкам лонжеронов от нагрузки $\sum \Delta P_u$, т. е. T'' , обычно в общем расчете не производится. Чтобы соблюсти условия равновесия, полагают, что узлы верхнего пояса нервюры между лонжеронами нагружены равными реактивными силами $\Delta R'_{uB}$, параллельными оси u (узлы d, e, f и q фиг 433), а нижнего пояса (узлы d', f' и g') равными между собой силами $\Delta R'_{uH}$

Значения $\Delta R'$ определяются по формулам

$$\Delta R'_{uB} = \sum \Delta P_u \frac{\sum w_H}{n_B \sum w_H - n_H \sum w_B}$$

$$\Delta R'_{uH} = \sum \Delta P_u \frac{-\sum w_B}{n_B \sum w_H - n_H \sum w_B},$$

где $\Sigma \Delta P_u$ — сумма всех внешних нагрузок на нервюру в направлении оси u ,

n_v и n_n — количество верхних и нижних узлов пояса нервюры, между лонжеронами,

Σw_n и Σw_v — сумма ординат w верхних и нижних узлов межлонжеронной части пояса нервюры (табл. 179)

Погонные касательные усилия T''' , момент которых равен скручивающему моменту $M_{ж}$, определяется по формуле.

$$T''' = T_{кр}^{(1000)} \cdot M_{ж},$$

где $T_{кр}^{(1000)}$ берется из табл 136 или графика фиг 413 (если расчет на кручение произведен без учета осевых сил),

$M_{ж}$ — момент внешних нагрузок относительно ц. ж., определяемый в табл 179

Если расчет на кручение произведен с учетом осевых сил, то значение T''' берется из табл 173 и 176.

Суммарное погонное касательное усилие в обшивке будет

$$T = T' + T'''$$

Составляющие по осям реактивных нагрузок на узлы a и b от T в пролете ab (фиг 434) определяются по формулам

$$\Delta R_{ub}'' = \frac{\Sigma T_{i+1 ab} \cdot (u_{i+1} - u_i) (w_i - w_a)}{w_b - w_a},$$

$$\Delta R_{ua}'' = \Sigma T_{i+1 ab} (u_{i+1} - u_i) - \Delta R_{ub}'',$$

$$\Delta R_{wb}'' = \frac{\Sigma T_{i+1 ab} (w_{i+1} - w_i) (u_i - u_a)}{u_b - u_a},$$

$$\Delta R_{wa}'' = \Sigma T_{i+1 ab} \cdot (w_{i+1} - w_i) - \Delta R_{wb}'',$$

где

$T_{i+1 ab}$ — погонное касательное усилие в $(i+1)$ -м участке между стрингерами (определяется в табл 180),

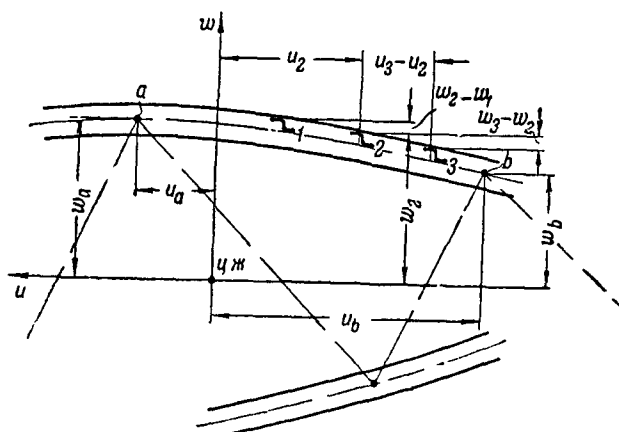
$(u_{i+1} - u_i)$ и $(w_{i+1} - w_i)$ — проекции длины $(i+1)$ -го участка на оси u и w (снимается с чертежа),

w_i и u_i — координаты крайней точки i (стрингер) участка $(i+1)$ (снимаются с чертежа или берутся из табл. 124)

w_a, w_b, u_a и u_b — координаты узлов a и b

Если $w_b \approx w_a$ — принимают, что $\Delta R_{ub}'' = \frac{1}{2} \Sigma T_{i+1 ab} (u_{m+1} - u_m) = \Delta R_{ua}''$,

Суммирование распространяется на все участки, расположенные в пролете ab между узлами нервюры



Фиг 434

Суммарная нагрузка на узел b нервюры от реактивных сил будет

$$\Sigma \Delta R''_{ub} = \Delta R''_{ub} (\text{пролета } ab) + \Delta R''_{ub} (\text{пролета } bc),$$

$$\Sigma \Delta R''_{wb} = \Delta R''_{wb} (\text{пролета } ab) + \Delta R''_{wb} (\text{пролета } bc)$$

Вычисления $\Delta R''$ производятся в таблице (табл 180)

Таблица 180

№ пролетов между узлами нервюр	№ участков между стрингерами	№ узлов нервюр и стрингеров	T_w (1 000)	T'	T_{kp} (1 000)	T'''	T	$u_i + 1 - u_i$	w_i	$w_i - w_a$ и $w_b - w_a$	$T_i + 1 (u_i + 1 - u_i)$	$T_i + 1 (w_i - w_a)$	$\Delta R''_{ub}$	$\Delta R''_{ua}$	№ узлов	Суммарные нагрузки на узлы от пролетов слева и справа		
																слева $\Delta R''_{ub}$	справа $\Delta R''_{ub}$	$\Sigma \Delta R''_{ub}$
ab	$a - 1$	a																
	1—2	1																
	2—3	2																
	3— b	3																
		Σ																

Номера стрингеров возрастают при обходе контура по часовой стрелке

Определение реактивных нагрузок, параллельных оси w , на узлы производится в таблице, аналогичной табл 180. Реактивные нагрузки на узлы нервюры, соединяющие нервюру с лонжероном со стороны последнего, равны соответственно

$$\Delta R_{w_l} = \frac{1}{2} T_i h_i$$

где T_i — погонное касательное усилие в стенке i -го лонжерона, определяемое в табл 180

Направление нагрузок полагают параллельным оси w . Определение ΔR_{w_l} производят в той же таблице, что и определение $\Delta R''_{wb}$

Результативные нагрузки на любой узел нервюры определяются по формуле

$$\Delta R_{ub} = \Delta P_{ub} - \Delta R'_{в(н)u} - \Sigma \Delta R''_{ub},$$

$$\Delta R_{wb} = \Delta P_{wb} - \Sigma \Delta R''_{wb},$$

где ΔP_{ub} и ΔP_{wb} — суммарные нагрузки на узел b , определяемые в табл 179, условия равновесия нервюры, нагруженной в узловых точках системой сил ΔR_u и ΔR_w , следующие

$$\Sigma \Delta R_u = 0,$$

$$\Sigma \Delta R_w = 0,$$

$$\Sigma [\Delta R_u w - \Delta R_w u] = 0,$$

где суммирование распространяется на все узловые точки; w и u — координаты соответствующих узловых точек (из удобства выбираются относительно ц. ж.).

Определение суммарных узловых нагрузок ΔR и проверку равновесия производят в таблице (табл. 181).

Таблица 181

№ узлов нервюры	ΔP_u	ΔP_w	$\Delta R'_u$	$\Delta R''_u$	$\Delta R'_u + \Delta R''_u$	$\Delta R'_w$	$\Delta R''_w$	$\Delta R'_w + \Delta R''_w$	ΔR_u	ΔR_w	w	u	$\Delta R_u w$	$\Delta R_w u$

Расчет нервюры на перераспределение усилий производится в том случае, когда жесткость элементов в отсеке перед нервюрой резко изменяется по отношению к жесткости элементов отсека за нервюрой (в этом случае ось жесткости образует ступеньку) (фиг. 435), или когда ось жесткости крыла претерпевает излом в сечении, где стоит рассчитываемая нервюра (стр. 352) (например, нервюры у разъема).

Нагрузки на нервюру от изменения жесткости составляются из нагрузок от изгиба силами, параллельными оси w , нагрузок от изгиба силами, параллельными оси u и от кручения.

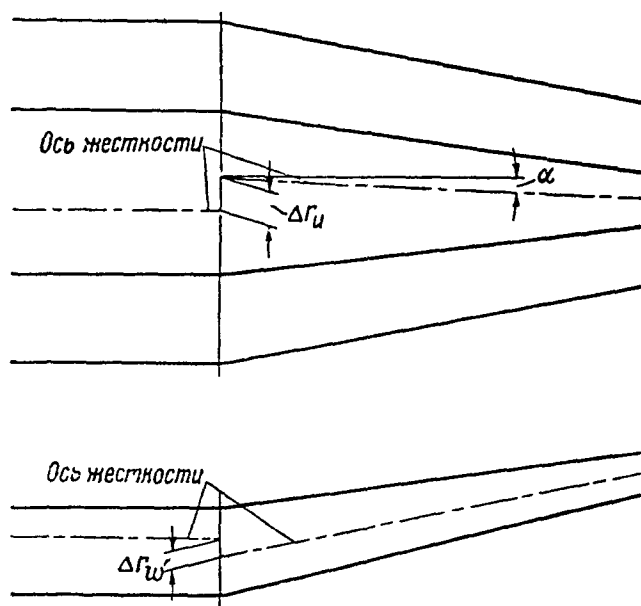
Составляющие нагрузки при изгибе в вертикальной плоскости от перерезывающих сил на участке обшивки между двумя стрингерами i и $(i+1)$ (или от стенки лонжерона между верхними и нижними поясами) в направлении осей u и w будут (изменением угла α главных осей сечения в отсеке m по отношению к отсеку $(m+1)$ пренебрегают):

$$\Delta P'_{wm+1} = -[T_{wm+1}^{(1000)} - T_{wm}^{(1000)}] \frac{Q'_{wm}}{1000} (w_{i+1} - w_i),$$

$$\Delta P'_{um+1} = -[T_{um+1}^{(1000)} - T_{um}^{(1000)}] \frac{Q'_{wm}}{1000} (u_{i+1} - u_i),$$

где $T_{wm+1}^{(1000)}$ — погонное касательное усилие на рассматриваемом участке от $Q_w = 1000$ кг на отсеке между m -й и $(m+1)$ -й нервюрами вблизи нервюры m ,

$T_{wm}^{(1000)}$ — то же, но в отсеке между m -й и $(m-1)$ -й нервюрами вблизи нервюры m . Обе величины выписываются из табл. 129,



Фиг 435

Q'_{wm} — перерезывающая сила в крыле с учетом силы, передаваемой продольным набором в отсеке между m -й и $(m+1)$ -й нервюрами вблизи m -й нервюры (берется из табл. 167, графа VII),

$w_{i+1} - w_i$ и $u_{i+1} - u_i$ — проекции участка обшивки $(i+1)$ на оси w и u

Вычисления ведут в таблице (табл. 182)

Таблица 182

№ участков между стрингерами	№ стрингера	Погонные касательные усилия		$T_{wm+1}^{(1000)} - T_{wm}^{(1000)}$	Проекция длин участков на оси		Сосредоточенные силы		Примечания
		$T_{wm}^{(1000)}$	$T_{wm+1}^{(1000)}$		$w_{i+1} - w_i$	$u_{i+1} - u_i$	$\Delta P'_w$	$\Delta P'_u$	
									$\frac{Q'_{wm}}{1000} =$

* Если участок имеет номер $(i+1)$ проставляется номер i стрингера к которому и считают приложенными силы $\Delta P'_w$ и $\Delta P'_u$

От составляющих перерезывающей силы, параллельных оси u в том случае, если распределение перерезывающей силы по контуру точно не находилось, узловые нагрузки принимаются постоянными и равными $\Delta R'_{un}$ для нижних узлов и $\Delta R''_{uv}$ для верхних узлов (изменением угла главных осей сечения в отсеке m по отношению к отсеку $(m+1)$ пренебрегают)

$$\Delta R'_{un} = -Q_{um} \frac{\sum w_v - n_v \Delta r_w}{n_v \sum w_n - n_n \sum w_v},$$

$$\Delta R''_{uv} = +Q_{um} \frac{\sum w_n - n_n \Delta r_w}{n_v \sum w_n - n_n \sum w_v},$$

где Q_{um} — перерезывающая сила в направлении оси u в m -м отсеке вблизи m -й нервюры (берется из табл. 154)

n_n и n_v — количество узлов верхнего и нижнего поясов нервюры между лонжеронами,

Δr_w — расстояние по оси w между ц ж $(m+1)$ -го и m -го отсеков вблизи m -й нервюры,

w_n и w_v — ординаты узлов верхнего и нижнего пояса нервюры относительно ц ж m -го отсека

Скручивающий момент на участке контура между i -м и $(i+1)$ -м стрингерами (или в стенке лонжерона между верхним и нижним поясами) создает нагрузку на нервюру в направлении осей u и w . Нагрузка эта равна

$$\begin{aligned} \Delta P'''_{um i+1} &= \left(T_{кр m i+1}^{(1000)} \frac{M_{кр m}}{1000} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{M_{кр m+1} - M_{н m}}{1000} T_{кр m+1 i+1}^{(1000)} \right) (u_{i+1} - u_i)_m, \\ \Delta P'''_{wm i+1} &= \left(T_{кр m i+1}^{(1000)} \frac{M_{кр m}}{1000} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{M_{кр m+1} - M_{н m}}{1000} T_{кр m+1 i+1}^{(1000)} \right) (w_{i+1} - w_i)_m, \end{aligned}$$

где $T_{кр\ m\ i+1}^{(1000)}$ и $T_{кр\ m+1\ i+1}^{(1000)}$ — погонные касательные усилия в отсечках m -м и $(m+1)$ -м на участке обшивки между i -м и $(i+1)$ -м стрингерами при нагружении сечения скручивающим моментом, равным 1000 кгс,

$M_{ж}$ — местный скручивающий момент, определяемый в табл 179,

$M_{кр\ m}$ и $M_{кр\ m+1}$ — скручивающие моменты на участках m и $(m+1)$ -м

Вычисления ведут в таблице (табл 183)

Т а б л и ц а 183

№ участков между стрингерами	№ стрингеров	$T_{кр\ m}^{(1000)}$	$\frac{1}{1000} M_{кр\ m} T_{кр\ m}^{(1000)}$	$T_{кр\ m+1}^{(1000)}$	$\frac{1}{1000} [M_{кр\ m+1} - M_{ж\ m}] T_{кр\ m+1}^{(1000)}$	$(w_{i+1} - w_i)_m$	$(u_{i+1} - u_i)_m$	$\Delta P'''_w$	$\Delta P'''_u$	Примечание

Если участок имеет номер $(i+1)$ то проставляют номер i стрингера к которому и относят сосредоточенные силы $\Delta P'''_w$ и $\Delta P'''_u$

Если нервюра находится вблизи оси самолета и имеется расчет крыла с учетом неискажаемости сечения по оси самолета (стр 406) на данный расчетный случай, значения нагрузок $\Delta P'''_{w\ i+1}$ и $\Delta P'''_{u\ i+1}$ следует брать по формуле

$$\Delta P'''_{u\ m\ i+1} = \left(T'''_{m\ i+1} - T'''_{m+1\ i+1} \frac{M_{кр\ m+1} - \Delta M_{кр\ m} - M_{ж}}{M_{кр\ m+1}} \right) (u_{i-1} - u_i)_m,$$

$$\Delta P'''_{w\ m\ i+1} = \left(T'''_{m\ i+1} - T'''_{m+1\ i+1} \frac{M_{кр\ m+1} - \Delta M_{кр\ m} - M_{ж}}{M_{кр\ m+1}} \right) (w_{i+1} - w_i)_m,$$

где $T'''_{m\ i+1}$ и $T'''_{m+1\ i+1}$ — значения погонных касательных усилий на участке $(i+1)$ обшивки, определяемые в табл 176,

$M_{кр\ m+1}$ — скручивающий момент на участке между m -й и $(m+1)$ -и нервюрами,

$\Delta M_{кр\ m}$ — скручивающий момент, нагружающий нервюру за счет излома оси жесткости (табл 84),

$M_{ж}$ — местный скручивающий момент, определяемый в табл 179

Нагрузка от погонного касательного усилия в стенке лонжерона определяется по формулам

$$\Delta P'_{wm} = (T_{wm+1\ k-i}^{(1000)} - T_{wm\ i-i}^{(1000)}) \frac{Q'_{wm}}{1000} \frac{h_m}{2},$$

$$\Delta P'''_{wm} = \left[T_{кр\ m\ k-i}^{(1000)} \frac{M_{кр\ m}}{1000} - \frac{(M_{кр\ m} - Q'_w \Delta r_u - Q'_u \Delta l_w)}{1000} T_{кр\ m+1\ k-i}^{(1000)} \right] \frac{h_m}{2},$$

где k и i — номера поясов по контуру нервюры,

h_m — высота стенки лонжерона в сечении по m -й нервюре (берутся непосредственно по чертежу нервюры)

Излом оси жесткости в сечении по m -й нервюре создает в узлах ее дополнительные нагрузки, эти нагрузки могут быть выражены через усилия в стрингерах, а именно каждый i -й стрингер создает нагрузку в направлении осей u и w

$$\Delta P_{u,mi}^{IV} = S_{mi} [\cos(u, l)_{mi} - \cos(u, l)_{m+1,i}],$$

$$\Delta P_{w,mi}^{IV} = S_{mi} [\cos(w, l)_{mi} - \cos(w, l)_{m+1,i}],$$

где S_i — осевое усилие в i -м стрингере (поясе лонжерона) (берется из табл. 156),

$\cos(u, l)_{mi}$ и $\cos(u, l)_{m+1,i}$ — косинусы углов оси i -го стрингера в отсеках m и $(m+1)$ с осями координат u и w

Обычно вместо углов с осями u и w берут углы с осями x и z , что вполне допустимо. Значения косинусов берут из табл. 152

Вычисления ведут в таблице (табл. 184)

Таблица 184

№ стрингеров	S_i	$\cos(u, l)_m$	$\cos(u, l)_{m+1}$	$\cos(u, l)_m - \cos(u, l)_{m+1}$	$\cos(w, l)_m$	$\cos(w, l)_{m+1}$	[]	ΔP_u^{IV}	ΔP_w^{IV}	u	w	$\Delta P_w^{IV} u$	$\Delta P_u^{IV} w$

Нагрузки ΔP_u^{IV} и ΔP_w^{IV} создают момент относительно ц. ж. $(m+1)$ -го отсека

$$\Delta M'_{кр} = \sum \Delta P_{ui}^{IV} w_i - \sum \Delta P_{wi}^{IV} u_i,$$

где $\Delta M'_{кр}$ — величина, на которую меняется скручивающий момент, вследствие излома оси жесткости, можно пользоваться табл. 84,

u_i и w_i — координаты i -го стрингера относительно ц. ж.

Момент $\Delta M'_{кр}$ уравновешен реактивными усилиями со стороны обшивки и стенки лонжерона $(m+1)$ -го отсека. Эти реактивные нагрузки уже учтены в формуле $\Delta P_u'''$ и $\Delta P_w'''$ (стр. 440)

В расчете можно положить, не нарушая условий статического равновесия системы, что нагрузка по $(i+1)$ -му участку обшивки приложена в i -м стрингере

Суммарные составляющие по осям u и w в i -м стрингере равны

$$\Delta P_{ui} = \Delta P'_{ui} + \Delta P'''_{ui} + \Delta P_{ui}^{IV},$$

$$\Delta P_{wi} = \Delta P'_{wi} + \Delta P'''_{wi} + \Delta P_{wi}^{IV}$$

Вычисления ведут в таблице (табл. 185).

Т а б л и ц а 185

№ стрингеров	$\Delta P'_u$	$\Delta P'_w$	$\Delta P'''_u$	$\Delta P'''_w$	ΔP^{IV}_u	ΔP^{IV}_w	ΔP_u	ΔP_w

Составляющие нагрузки по осям *u* и *w* на узлы *a* и *b* нервюры от сил, приложенных в пролете *ab* (фиг. 434) с достаточной точностью определяются по формулам:

$$\Delta R'_{ub(ab)} = \frac{\sum \Delta P_{umi} \cdot (w_i - w_a)}{w_b - w_a},$$

$$\Delta R'_{ua(ab)} = \sum \Delta P_{umi} - \Delta R'_{ub(ab)},$$

$$\Delta R'_{wb(ab)} = \frac{\sum \Delta P_{wmi} (u_i - u_a)}{u_b - u_a},$$

$$\Delta R'_{wa(ab)} = \sum \Delta P_{wmi} - \Delta R'_{wb(ab)}.$$

Если $w_b \approx w_a$, принимают, что $\Delta R'_{ub(ab)} = \Delta R'_{ua(ab)} = \frac{1}{2} \sum \Delta P_{umi}$

Полная нагрузка на узел нервюры от сил ΔP равна:

$$\sum \Delta R'_{ub} = \Delta R'_{ub(ab)} + \Delta R'_{ub(bc)},$$

$$\sum \Delta R'_{wb} = \Delta R'_{wb(ab)} + \Delta R'_{wb(bc)}$$

Вычисления ведут в таблице (табл. 186).

Т а б л и ц а 186

№ пролетов между узлами	№ стрингеров и узлов нервюр	ΔP_u	<i>w</i>	<i>w</i> — <i>w_a</i> и <i>w_b</i> — <i>w_a</i>	$\Delta P_u (w - w_a)$	$\frac{\Delta P_u (w - w_a)}{w_b - w_a}$	$\Delta R'_{ub}$	$\Delta R'_{ua}$	№ узлов нервюр	Нагрузка на узел слева и справа		$\sum \Delta R'_{ub}$
										$\Delta R'_{ub}$ (от пролета слева)	$\Delta R'_{ub}$ (от пролета справа)	

Аналогичная таблица составляется для определения узловых нагрузок $\Delta R'_{wb}$. К нагрузкам в узлах крепления нервюры с лонжероном добавляются нагрузки от перерезывающей силы в стенке последнего (стр. 441).

Составляющие нагрузки на узел нервюры от всех сил, возникающих вследствие изменения распределения жесткостей и излома оси жесткости, определяются по формуле

$$\Delta R_u = \Delta R'_u + \Delta R''_{u \text{ л. (н)}}$$

$$\Delta R_w = \Delta R'_w$$

Вычисления проводятся в таблице (табл 187)

Т а б л и ц а 187

№ узлов нервюры	$\Delta R'_u$	$\Delta R''_u$	ΔR_u	ΔR_w	w	u	$\Delta R_u w$	$\Delta R_w u$
Σ	—	—			—	—		

Нервюра, нагруженная узловыми нагрузками ΔR_u и ΔR_w , должна удовлетворять условиям равновесия

$$\Sigma \Delta R_u = 0,$$

$$\Sigma \Delta R_w = 0,$$

$$\Sigma [\Delta R_w u - \Delta R_u w] = 0$$

Суммирование нагрузки производят в таблице (табл 188)

Т а б л и ц а 188

№ узлов	От местных на- грузок		От нагрузок пе- рераспределения жесткостей **		Суммарные нагрузки		Примечание
	ΔP_u	ΔP_w	ΔR_u	ΔR_w	ΔR_u	ΔR_w	

*) Из табл 179

**) Из табл 187

Внутренние усилия в стержнях ферменной нервюры определяются построением диаграммы Кремоны К усилиям S'' , определяемым из диаграммы, добавляют усилия S' в поясах, получаемых в табл 177 (табл 189)

В заключение составляется сводная таблица усилий в элементах нервюры на все расчетные случаи (табл 190)

Т а б л и ц а 189

№ стержней	$S' + S''$	S

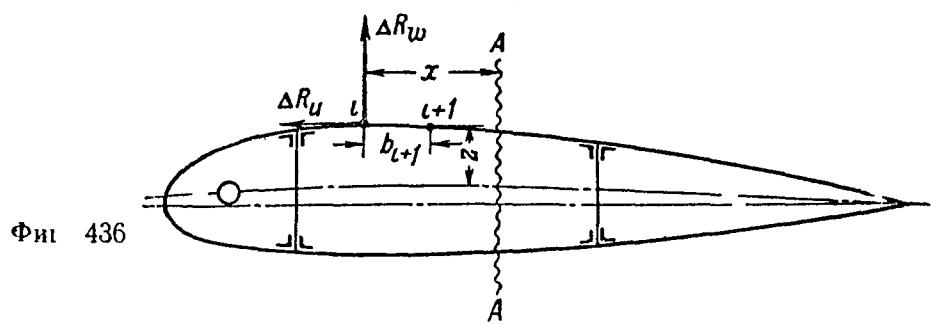
Т а б л и ц а 190

№ стержней нервюры	Усилия в расчетных случаях				Расчетные усилия	
	1	2	3		+	—

Нервюры с тонкой стенкой рассчитываются как балки, нагруженные системой сил, приложенных в узловых точках (фиг 436) За ось балки принимают обычно кривую, делящую высоты нервюры пополам

Для нервюры строят эпюры перерезывающих сил, продольных сил и изгибающих моментов

Значения перерезывающих и продольных сил и моментов соответс-



венно вычисляют для тех сечений нервюры, в которых находятся узловые точки, по формулам

$$Q_k = \sum_{i=1}^k \Delta R_{w_{i\text{ в}}} + \sum_{i=1}^k \Delta R_{w_{i\text{ н}}}, \qquad S_k'' = \sum_{i=1}^k \Delta R_{u_{i\text{ в}}} + \sum_{i=1}^k \Delta R_{u_{i\text{ н}}}$$

$$M_k = \sum_{i=1}^{k-1} Q_{i+1} \Delta x_{i+1} + \left(\sum_{i=1}^k \Delta R_{u_{i\text{ н}}} z_{ik\text{ н}} - \sum_{i=1}^k \Delta R_{u_{i\text{ в}}} z_{ik\text{ в}} \right) = M_k' + M_k'',$$

где ΔR_{w_i} и ΔR_{u_i} — составляющие результирующей нагрузки на i -й узел, определяемые в табл 112, значок „в“ и „н“ означает, что нагрузка приложена к верхнему или к нижнему узлу,

Δx_{i+1} — расстояние по оси x между сечениями i -м и $(i+1)$ -м нервюры,

z_{ik} — ординаты i -и узловой точки относительно нейтральной оси. Обычно принимают, что z_k для всех значений k постоянно и равно некоторой средней величине

Суммирование распространяется на все сечения нервюры, от носка до рассматриваемого k -го сечения

Вычисления производят в таблице (табл 191)

Т а б л и ц а 191

№ участков между сечениями	№ сечений (от носка нервюры) верхнего нижнего	ΔR_w	Q_w	Δx	$Q_w \Delta x$	M'	ΔR_u	S''	z	$z \Delta R_u$	$\sum z \Delta R_u$	M''	M

Усилие в поясе нервюры определяется по формуле

$$S_n = \frac{M_k}{h_n} + \frac{S_k''}{2} + S_k',$$

M_k — момент в k -м сечении, определяемый в табл 191,

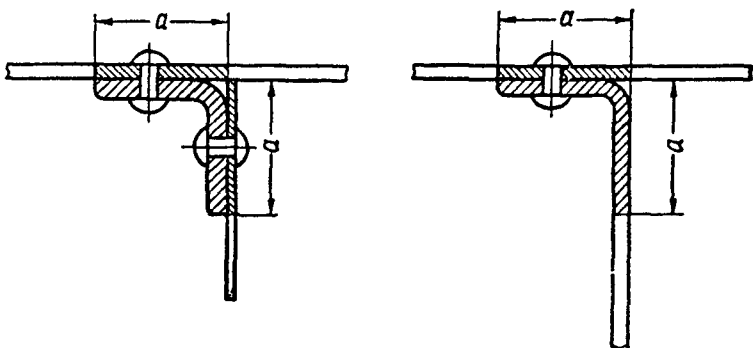
S_k'' — продольное усилие в нервюре, определяемое в табл 191,

S_k' — сжимающее усилие, определяемое в табл 177

Напряжение в поясе нервюры будет

$$\sigma = \frac{S_n}{F}$$

За площадь сечения пояса F в случае фасонных сечении обычно принимают площади, показанные штриховкой на фиг 437. Так как методика расчета построена на предположениях, идущих в запас прочности нервюры, то значения напряжений σ можно допускать довольно высокие. Для дура-левых листовых нервюр значения σ можно допускать до 25 кг/мм^2 .



Фиг 437

Вычисления проводят в таблице (табл 192)

Т а б л и ц а 192

№ сечений	M	h	$\frac{M}{h}$	$\frac{S''}{2}$	S'	S	F	σ

Напряжение сдвига в стенке передней части (между лонжеронами) можно считать равным

$$\tau = \frac{Q}{h\delta}$$

где Q — перерезывающая сила (табл. 191),
 h — высота нервюры (габаритная) в рассматриваемом сечении,
 δ — действительная толщина стенки нервюры

Значения напряжений τ не должны превосходить для стенок без отверстий 10 кг/мм^2

Определение напряжений τ производят в табл 193

Т а б л и ц а 193

№ участков между сечениями	№ сечений	Q	h	δ	Примечание

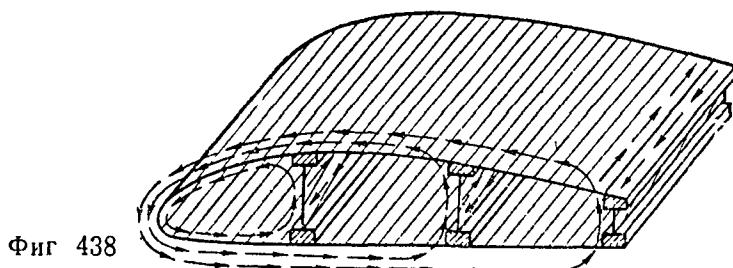
Значение h снимается с чертежа и выбирается таким образом, чтобы на участке с данным постоянным Q высота была наименьшей

Рамные нервюры рассчитываются обычным способом. К усилиям в поясах, кроме того, добавляются нагрузки, определяемые в табл 177

Особенности расчета деревянных крыльев на изгиб

Вводятся следующие предположения

- 1 Крыло рассматривается как консольная балка
- 2 Перерезывающая сила передается только обшивкой и стенками лонжеронов

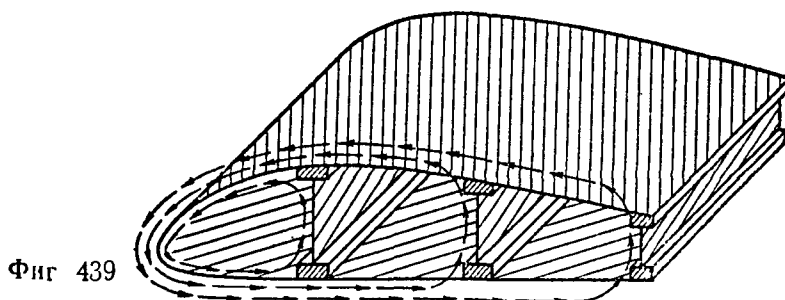


Фиг 438

- 3 Изгибающий момент передается как поясами и стрингерами, так и обшивкой.

Для деревянных конструкций необходимо различать два случая

- 1 Обшивка крыла расположена так, что волокна рубашки расположены вдоль крыла (фиг 438)
- 2 Обшивка крыла расположена так, что волокна рубашки образуют угол 45° с осью крыла (фиг 439)



Фиг 439

В стенке лонжерона волокна рубашки обычно идут под углом 45° к оси лонжерона

Определение ц ж деревянного крыла

- 1 случай Волокна рубашки обшивки направлены вдоль крыла

Погонное касательное усилие $T_0 = \tau_0 \delta$ для разрезанного, статически определимого профиля определяется по формуле

$$T_0 = \frac{Q}{I_r} S_{ur},$$

где S_{ur} — приведенный статический момент площади поперечного сечения крыла относительно оси u , подсчитанный по контуру крыла

Для того, чтобы найти неизвестные величины T' , T'' , T''' , например, для четырехсвязного профиля, составляется выражение для потенциальной энергии деформации отсека

Потенциальная энергия всего отсека для обшивки будет равна

$$U_{обш} = \frac{1}{2} \int_1 \left[\frac{\sigma^2}{E_1} + \frac{(T_0 + T' + T'' + T''')^2}{G_{12} \delta^2} \right] \delta ds + \\ + \frac{1}{2} \int_2 \left[\frac{\sigma^2}{E_1} + \frac{(T_0 + T'' + T''')^2}{G_{12} \delta^2} \right] \delta ds + \frac{1}{2} \int_3 \left[\frac{\sigma^2}{E_1} + \frac{(T_0 + T''')^2}{G_{12} \delta^2} \right] \delta ds$$

Здесь цифрой 1 обозначается, что интегрирование производится по носку, цифрой 2 — по обшивке между 1 и 2 лонжеронами и 3 — между 2 и 3 лонжеронами. Для стенок лонжерона, поскольку волокна рубашки направлены под углом 45° к оси лонжерона, выражение для потенциальной энергии будет иное.

Потенциальная энергия всех стенок лонжерона будет равна:

$$U_{\text{л}} = \frac{1}{2} \int_I \frac{1}{G_{45}} \frac{T'^2}{\delta} ds + \frac{1}{2} \int_{II} \frac{1}{G_{45}} \frac{T''^2}{\delta} ds + \frac{1}{2} \int_{III} \frac{1}{G_{45}} \frac{(T''' + T_0)^2}{\delta} ds$$

(цифрой I обозначен первый лонжерон, II — второй и III — третий).

Полная потенциальная энергия для данного отсека будет равна:

$$U = U_{\text{обш}} + U_{\text{л}}$$

Неизвестные T' , T'' , T''' определяются из следующих трех уравнений (по теореме о минимуме потенциальной энергии деформаций):

$$\frac{\partial U}{\partial T'} = \int_I \frac{(T_0 + T' + T'' + T''')}{G_{12}\delta} ds + \int_I \frac{T'}{G_{45}\delta} ds = 0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial T''} = \int_I \frac{(T_0 + T' + T'' + T''')}{G_{12}\delta} ds + \int_{II} \frac{(T_0 + T'' + T''')}{G_{12}\delta} ds + \int_{II} \frac{T''}{G_{45}\delta} ds = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial T'''} = & \int_I \frac{(T_0 + T' + T'' + T''')}{G_{12}\delta} ds + \int_{II} \frac{(T_0 + T'' + T''')}{G_{12}\delta} ds + \\ & + \int_{III} \frac{(T_0 + T''')}{G_{12}\delta} ds + \int_{III} \frac{(T_0 + T''')}{G_{45}\delta} ds = 0. \end{aligned}$$

Решив эту систему относительно T' , T'' , T''' , получают полные погонные касательные усилия, которые будут равны:

а) для носка:

$$T_1 = T_0 + T' + T'' + T''';$$

б) для стенки первого лонжерона:

$$T_{\text{л}_1} = T';$$

в) для обшивки между первым и вторым лонжеронами:

$$T_2 = T_0 + T'' + T''';$$

г) для стенки второго лонжерона:

$$T_{\text{л}_2} = T'';$$

д) для обшивки между вторым и третьим лонжеронами:

$$T_3 = T_0 + T''';$$

е) для стенки третьего лонжерона:

$$T_{\text{л}_3} = T_0 + T''.$$

Центр жесткости сечения можно найти обычными приемами, т е из уравнения

$$Pu_{\text{ж}} = \sum M_i,$$

где P — главный вектор внешних сил,

$\sum M_i$ — момент внутренних сил относительно начала координат,

$u_{\text{ж}}$ — координата ц ж относительно главных осей

Главные оси для деревянных крыльев определяются так же как и для металлических, при этом вводятся приведенные площади, в которых учитываются как потеря устойчивости отдельных элементов, так и различные модули

Как видно из формул, нахождение ц ж в этом случае отличается от аналогичной операции для металлических конструкций только тем, что модули для обшивки и стенок лонжеронов различные

2 случай Волокна рубашки обшивки направлены под углом 45° к оси крыла

Потенциальная энергия для обшивки всего отсека

$$\begin{aligned} U_{\text{обш}} = & \frac{1}{2} \int_1 \left[\frac{\sigma^2}{E_{45}} + \frac{(T_0 + T' + T'' + T''')^2}{G_{45} \delta^2} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \frac{\sigma(T_0 + T' + T'' + T''')}{\delta} \right] \delta ds + \\ & + \frac{1}{2} \int_2 \left[\frac{\sigma^2}{E_{45}} + \frac{(T_0 + T'' + T''')^2}{G_{45} \delta^2} + \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \frac{\sigma(T_0 + T'' + T''')}{\delta} \right] \delta ds + \\ & + \frac{1}{2} \int_3 \left[\frac{\sigma^2}{E_{45}} + \frac{(T_0 + T''')^2}{G_{45} \delta^2} + \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \frac{\sigma(T_0 + T''')}{\delta} \right] \delta ds \end{aligned}$$

(цифрой 1 обозначено, что интегрирование производится по носку, цифрой 2 — по обшивке между 1 и 2 лонжеронами и цифрой 3 — по обшивке между 2 и 3 лонжеронами)

Для стенок лонжерона можно воспользоваться выражением для потенциальной энергии предыдущего случая

$$U_{\text{л}} = \frac{1}{2} \int_I \frac{T'^2}{G_{45} \delta} ds + \frac{1}{2} \int_{II} \frac{T''^2}{G_{45} \delta} ds + \frac{1}{2} \int_{III} \frac{(T_0 + T''')^2}{G_{45} \delta} ds$$

Полная потенциальная энергия для одного отсека будет

$$U = U_{\text{обш}} + U_{\text{л}}$$

Для четырехсвязного профиля, например, неизвестные получаются из решения следующих уравнений

$$\begin{aligned} T' \left[\int_1 \frac{ds}{G_{45} \delta} + \int_1 \frac{ds}{G_{45} \delta} \right] + T'' \int_1 \frac{ds}{G_{45} \delta} + T''' \int_1 \frac{ds}{G_{45} \delta} + \int_1 \left[\frac{T_0}{G_{45} \delta} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \sigma \right] ds = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & T' \int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + T'' \left[\int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_2 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_{II} \frac{ds}{G_{45}\delta} \right] + T''' \left[\int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \right. \\
 & \left. + \int_2 \frac{ds}{G_{45}\delta} \right] + \int_1 \frac{T_0 ds}{G_{45}\delta} + \int_2 \frac{T_0 ds}{G_{45}\delta} + \frac{1}{2} \int_1 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \sigma ds + \frac{1}{2} \int_2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \sigma ds = 0; \\
 & T' \int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + T'' \left[\int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_2 \frac{ds}{G_{45}\delta} \right] + T''' \left[\int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_2 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \right. \\
 & \left. + \int_3 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_{III} \frac{ds}{G_{45}\delta} \right] + T_0 \left[\int_1 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_2 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_3 \frac{ds}{G_{45}\delta} + \int_{III} \frac{ds}{G_{45}\delta} \right] + \\
 & + \frac{1}{2} \int_1 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \sigma ds + \frac{1}{2} \int_2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \sigma ds + \frac{1}{2} \int_3 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \sigma ds = 0.
 \end{aligned}$$

Эти уравнения отличаются от таких же уравнений для металлического крыла тем, что в свободные члены их входят выражения, содержащие σ . Расчет ц. ж. дает одновременно и распределение касательных сил по сечению крыла.

Нормальные напряжения следует определять по обычной формуле:

$$\sigma = \frac{\varphi_i M_u w}{I_{ru}},$$

где I_{ru} — приведенный момент инерции сечения,

M_u — изгибающий момент в сечении,

w — расстояние от нейтральной оси.

Особенности расчета деревянных крыльев на кручение

В первом приближении влиянием заделки на напряженное состояние можно пренебречь. В сечении крыла будут действовать только касательные напряжения, если ни обшивка крыла, ни стенки лонжеронов не потеряли устойчивости. После потери устойчивости напряжения дадут составляющую по оси крыла. При двухсвязном профиле для определения этой составляющей сначала находятся касательные напряжения и затем определяется напряжение σ_1 (стр. 223—225), составляющая которого по оси крыла и будет искомой.

При многосвязных профилях распределение скручивающих моментов между отдельными контурами находится из выражения потенциальной энергии деформации методом последовательных приближений. Сначала находится распределение скручивающих моментов, предполагая, что стенки профиля работают на сдвиг (без потери устойчивости), затем находятся по соответствующим формулам напряжения диагонального поля, вводятся их значения в выражение для потенциальной энергии, находится новое распределение скручивающих моментов и т. д.

Для фанерных конструкций даже после потери устойчивости напряжения сжатия растут довольно интенсивно и могут быть по своей величине одного порядка с напряжениями растяжения.

Первое приближение обычно дает достаточную для практики точность.

1 случай. Волокна рубашки обшивки направлены вдоль крыла

Для четырехсвязного профиля (дважды статически неопределимого) два недостающие уравнения находятся из условий деформации, которые, в случае абсолютно жесткой нервюры, будут заключаться в равенстве углов закручивания отдельных контуров, т. е.

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3,$$

где θ_1 , θ_2 и θ_3 — относительные углы закручивания отдельных контуров.

Полная потенциальная энергия одного отсека будет:

$$U = \frac{1}{2} \int_1 \frac{T_1^2}{G_{12}\delta} ds + \frac{1}{2} \int_2 \frac{T_2^2}{G_{12}\delta} ds + \frac{1}{2} \int_3 \frac{T_3^2}{G_{12}\delta} ds + \int_I \frac{(T_2 - T_1)^2}{G_{45}\delta} ds + \\ + \int_{II} \frac{(T_3 - T_2)^2}{G_{45}\delta} ds + \int_{III} \frac{T_3^2}{G_{45}\delta} ds,$$

где индексами 1, 2, 3 обозначено, что интегрирование производится соответственно по обшивкам 1, 2, 3 контуров и индексами I, II, III — по стенкам лонжеронов.

По теореме Кастильяно относительные углы закручивания первого, второго и третьего контуров будут равны:

$$\theta_1 = \frac{\partial U}{\partial T_1} \cdot \frac{1}{2F_1}, \quad \theta_2 = \frac{\partial U}{\partial T_2} \cdot \frac{1}{2F_2}, \quad \theta_3 = \frac{\partial U}{\partial T_3} \cdot \frac{1}{2F_3},$$

где F_i — площадь, ограниченная i -м контуром.

Первое уравнение деформации представится в виде:

$$\frac{1}{F_1} \cdot \frac{T_1 s_1}{G_{12}\delta_1} - \frac{(T_2 - T_1) s_I}{F_1 G_{45}\delta_I} - \frac{1}{F_2} \frac{T_2 s_2}{G_{12}\delta_2} - \frac{(T_2 - T_1) s_I}{F_2 G_{45}\delta_I} + \frac{(T_3 - T_2) s_{II}}{F_2 G_{45}\delta_{II}} = 0.$$

Второе уравнение деформации будет:

$$\frac{T_3 s_2}{F_2 G_{12}\delta_2} + \frac{(T_2 - T_1) s_I}{F_2 G_{45}\delta_I} - \frac{(T_3 - T_2) s_{II}}{F_2 G_{45}\delta_{II}} - \frac{T_3 s_3}{F_3 G_{45}\delta_3} - \\ - \frac{(T_3 - T_2) s_{II}}{F_3 G_{45}\delta_{II}} - \frac{1}{F_3} \frac{T_3 s_{III}}{G_{45}\delta_{III}} = 0.$$

Здесь s — длины обшивки (индексы 1, 2, 3) и стенок лонжеронов (индексы I, II, III).

Эти два уравнения совместно с уравнением равновесия

$$2T_1 F_1 + 2T_2 F_2 + 2T_3 F_3 = M_v$$

дадут полную систему уравнений для определения T_1 , T_2 и T_3 .

Относительный угол закручивания определяется по формуле:

$$\theta = \frac{1}{2F_1} \frac{T_1 s_1}{G_{12}\delta_1} - \frac{(T_2 - T_1) s_I}{2F_1 G_{45}\delta_I}.$$

2 случай. Волокна рубашки обшивки направлены под углом 45° к оси крыла

В этом случае уравнения будут отличаться от вышеприведенных тем, что модуль G_{12} заменится на G_{45} .

БИБЛИОГРАФИЯ

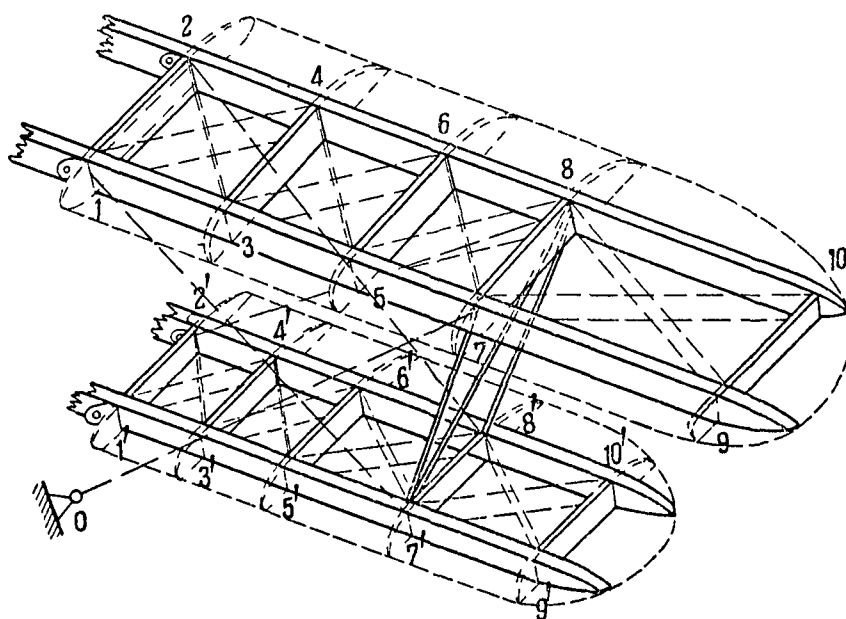
- 1 Беляев В Н Испытания и расчет крыльев с различной обшивкой Техника возд флота 1935 г № 5, стр 42—56, 17 илл, № 10, стр 1—22, 7 илл, № 12, стр 10—18, 16 илл
- 2 Савельев В В Распределение веса конструкции крыла по размаху Техника возд флота 1938 г № 1, стр 25—31, 9 илл
- 3 Федотов Н А Пример определения жесткости сечения крыла Технич бюллетень К О ЦАГИ 1933 г, № 4 стр 15—33, 2
- 4 Беляев В Н Расчет свободнонесущих крыльев Техника возд флота 1932 г № 7, стр 603—648, 42 илл, № 8—9, стр 737—773
- 5 Беляев В Н Центр жесткости многосвязного контура Технич бюллетень К О ЦАГИ М 1933 г № 4, стр 3—14, 8 илл
- 6 Болотов Г Е Работа кольчуг-алюминиевого гофра на перекашивание Техн бюллетень К О ЦАГИ М 1933, № 4, стр 68—79 5 илл
- 7 Еленевский Г С Работа двухлонжеронного трапецевидного крыла на кручение Труды ЦАГИ 1935 г № 208
- 8 Затван Д А Примерный числовой расчет конструкции свободнонесущего крыла Труды ЦАГИ 1934 г № 165
- 9 Киселев В Ф Расчет многолонжеронных крыльев Техника возд флота, 1936 г № 1, стр 1—20, 9 илл
- 10 Киселев В Ф Расчет коробки свободнонесущего крыла с расчалками Отчет о работах 1 й Всесоюзной конференции по прочности авиаконструкций М 1934, вып 1, стр 54—58
- 11 Киселев В Ф Расчет многолонжеронных крыльев на кручение Техн заметки ЦАГИ 1935 г № 89
- 12 Прочность и устойчивость тонкостенных конструкций в самолетостроении Сборник рефератов и переводов под редакцией А А Уманского и П М Знаменского. М 1937, ЦАГИ
- 13 Исследование прочности тонкостенных конструкции крыла и фюзеляжа Сборник переводов под редакцией А А Уманского М 1938 Оборонгиз
- 14 Еленевский Г С, Даревский В М Кручение двухлонжеронного пирамидального крыла с непрерывно расположенными жесткими на изгиб нервюрами Труды ЦАГИ 1937 г, № 292
- 15 Ростовцев Г Г Строительная механика самолета Ч II Л—М ОНТИ 1936 г
- 16 Williams D Torsion of a rectangular tube with axial constraint ARC R and M № 1619
- 17 Williams D The stresses in certain tubes of rectangular cross section under torque ARC R and M, L 1937 № 1761
- 18 Williams D Openings in stressed-skin wings Aircraft Engineering 1938, January v X № 107, p 3—6
- 19 Winny H F The distribution of stress in monocoque wings A R C R and M L 1937, № 1756
- 20 Russel A E A general method of calculating the effect of axial constraint on torsion on different forms of two-spar, skincovered wings ARC R and M L 1937, № 1757
- 21 Sanger E Zur genaherten Berechnung vielholmig parallelstegiger, ganz und halbfreitragender, mittelbar und unmittelbar belasteter Flugelgerippe ZFM, 1932, May, № 9, p 245—250
- 22 Ebner H Die Beanspruchung dünnwandiger Kastenträger auf Drillung bei behinderter Querschnittswölbung „ZFM“ 1933, № 23, p 645—655, 12 ill, № 24, p 684—692, 12 ill

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ КОРОБКИ КРЫЛЬЕВ БИПЛАНА

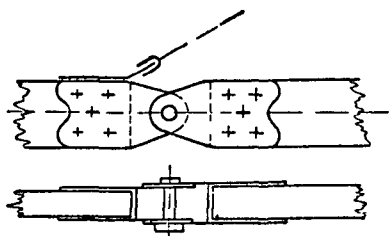
Расчет на прочность коробки крыльев биплана с И-образной стойкой и расчалками

Схема и названия элементов

Схема конструкции изображена на фиг 440. На схеме не показаны нормальные нервюры и стрингеры, так как эти элементы не входят в основную силовую схему рассматриваемой коробки крыльев.



Фиг 440



Фиг 441

Крепление лонжеронов к центроплану и фюзеляжу осуществлено шарнирными узлами, подобными изображенному на фиг 441. Названия элементов указаны в табл 194 (фиг 440 и 442).

Основные допущения

Расчетная схема крыльев представляется в виде, изображенном на фиг 442.

1 Рассматривается только одна половина коробки, причем узлы крепления ее к центроплану и фюзеляжу считаются абсолютно жесткими опорами.

2 Крепление лонжеронов к опорным узлам считается у одного лонжерона пространственным шарниром, у другого — катком, допускающим перемещение в плоскости крыла. Последний выбирается в каждом расчетном случае таким образом, чтобы создать наиболее тяжелые условия работы каждой распорки за счет работ внутренних расчалок.

3 Лонжерон для нагрузок в плоскости крыла считается разрезным в сечениях, где крепятся распорки.

4 Крепления стоек, распорок и расчалок считаются осуществленными с помощью пространственных шарниров.

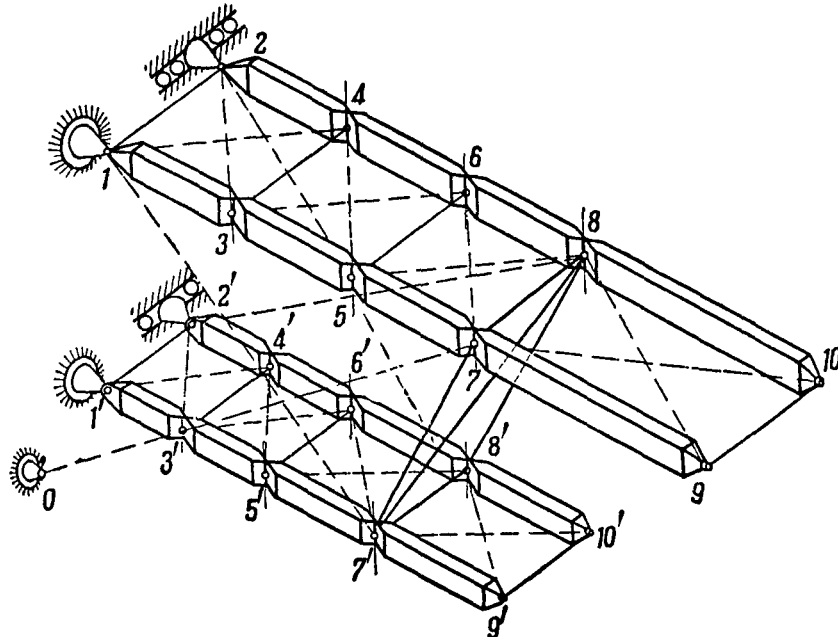
5 Внутренние расчалки крыла считаются лежащими в одной плоскости.

Т а б л и ц а 194

Обозначение	Н а з в а н и е		
1—7 (1—9) 2—8 (2—10) 1'—7' (1'—9') 2'—8' (2'—10')	Лонжероны	Верхний передний Верхний задний Нижний передний Нижний задний	
0—7 2'—8	Несущие расчалки	Передняя Задняя	
1—7' 2—8'	Посадочные расчалки	Передняя Задняя	
1—2 3—4 5—6 7—8 9—10	Распорки	Верхнего крыла	
1'—2' 3'—4' 5'—6' 7'—8' 9'—10'	Распорки	Нижнего крыла	
1—4 3—6 5—8 7—10	Внутренние расчалки	Верхнего крыла	Прямые
2—3 4—5 6—7 8—9			Обратные
1'—4' 3'—6' 5'—8' 7'—10'		Нижнего крыла	Прямые
2'—3' 4'—5' 6'—7' 8'—9'			Обратные

На фиг. 440 и 442 крепление расчалок указано условно в одной точке стыкового узла.

6. Расчет производится по недеформированной схеме, т. е. не учиты-



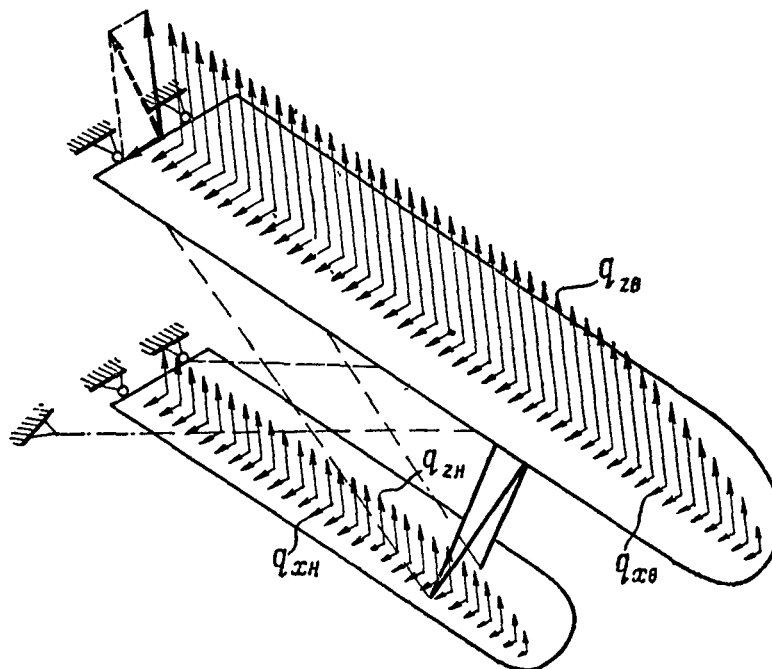
Фиг. 442

вается изменение внутренних усилий системы вследствие изменения геометрической схемы от действия нагрузки.

Операции с внешними нагрузками

1. Определяются величины нагрузки для каждого расчетного случая, распределение ее между планами, распределение по размаху каждого плана. Определяются линии центров давления и углы наклона равнодействующей к хорде.

2. Погонные нагрузки на крыло (q кг/см) представляются компонентами q_x и q_z , лежащими в плоскости крыла („горизонтальная“ или



Фиг. 443

X-нагрузка) и в плоскости, перпендикулярной к ней („вертикальная“ или Z-нагрузка) (фиг. 443)

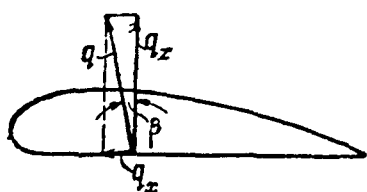
$$q_z = q \cos \beta,$$

$$q_x = q \sin \beta,$$

где β — угол между равнодействующей аэродинамических сил и нормалью к хорде крыла (фиг 444)

В случае моментной и лобовой нагрузок, последняя принимается лежащей в плоскостях крыльев (фиг 445)

3 Принимают, что вертикальная и моментная нагрузки передаются через обшивку, стрингеры и нервюры в виде распределенной нагрузки на лонжероны по закону рычага (фиг 446 и 447)

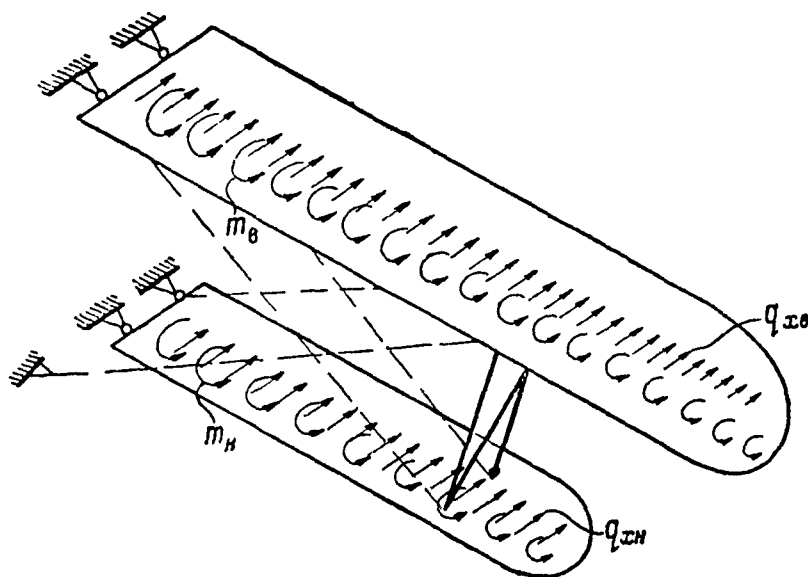


Фиг 444

$$q_1 = q_z \frac{b}{c}, \quad q_2 = q_z \frac{a}{c},$$

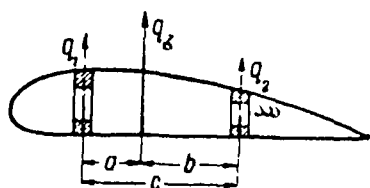
либо, для моментной нагрузки

$$q_1 = -q_2 = -\frac{m}{c}$$

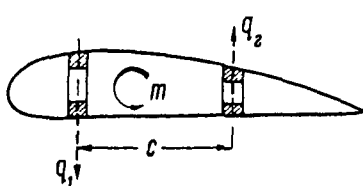


Фиг 445

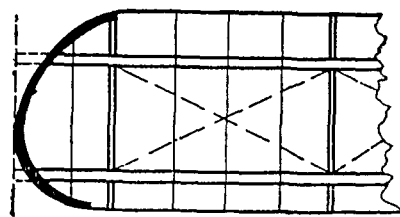
Нагрузки от грузов и агрегатов, расположенных в крыле, относятся в виде сосредоточенных нагрузок к узлам крепления их



Фиг 446



Фиг 447



Фиг 448

В случае крыла с закругленным концом для определения погонных и узловых нагрузок лонжерон условно продолжают (фиг 448)

Установление расчетной схемы на каждый случай

Установление расчетной схемы приводится к выбору работающих расчалок (в предположении, что предварительная затяжка расчалок назначена рационально и к моменту достижения нагрузкой половины разрушающей величины ее влияние исчезает) и к выбору лишнего стержня

Выбор несущих или посадочных расчалок обычно затруднений не представляет. Так, при нагружении коробки вверх работают несущие расчалки, вниз — посадочные и при кручении — передняя посадочная и задняя несущая.

Выбор работающих внутренних расчалок более затруднителен, так как здесь следует учесть и направление горизонтальной нагрузки и влияние наклона несущей (или посадочной) расчалки и стойки, а также и перераспределение усилий за счет влияния лишнего стержня.

При выборе последнего надлежит руководствоваться следующими соображениями:

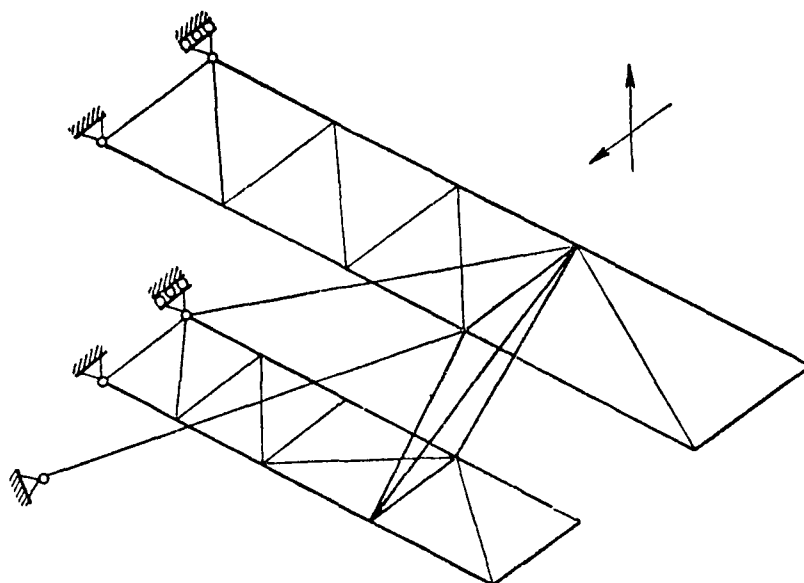
1) удаление лишнего стержня не должно превращать систему в механизм,

2) решение системы должно быть по возможности просто,

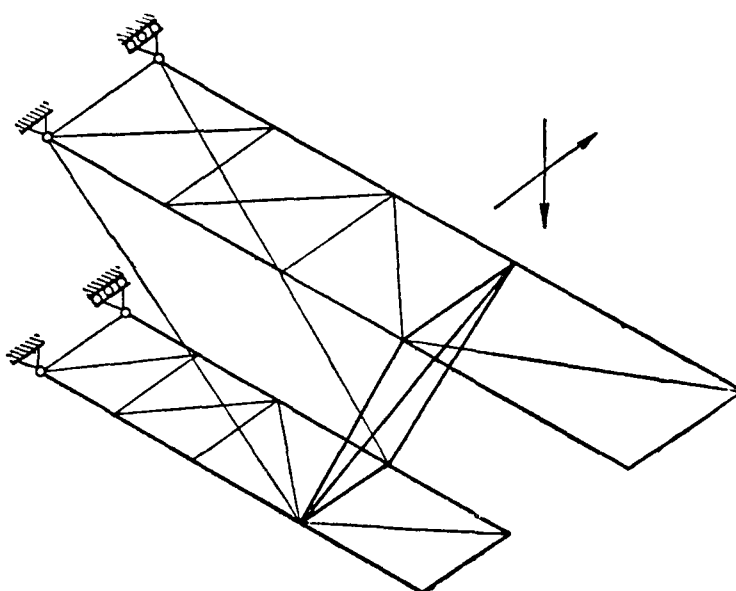
3) желательно выбирать за лишний один из наименее нагруженных стержней.

Часто удобно бывает принять за лишний стержень диагональную стойку (7' — 8) (фиг. 440); при этом в большинстве случаев работающими будут те внутренние расчалки, которые окажутся растянутыми в основной с. о. системе.

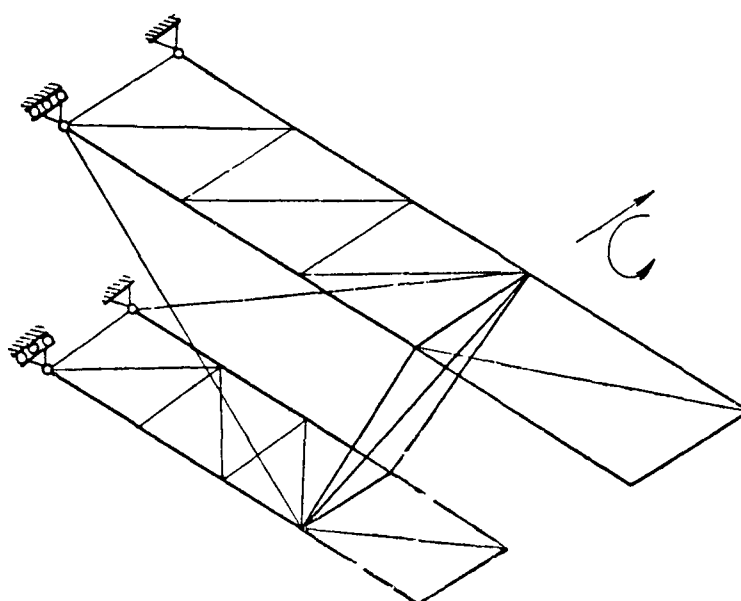
Ориентировочные схемы показаны на фиг. 449, 450 и 451; стрелками на этих фигурах указаны направления нагрузок.



Фиг. 449



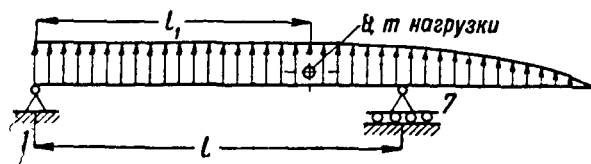
Фиг. 450



Фиг. 451

Распределение нагрузок по узлам

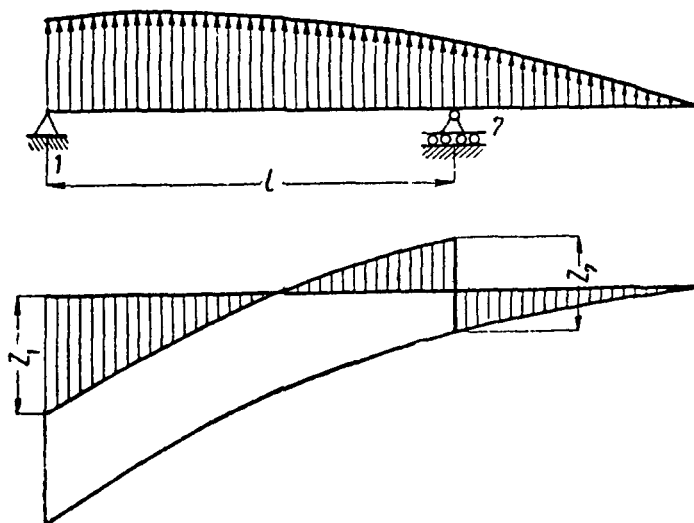
1 Вертикальные узловые нагрузки возникают в узлах 1, 7, 2, 8, 1', 7', 2' и 8' от соответствующих погонных нагрузок на лонжероны Их величина подсчитывается, как величина давления на опоры двухопорной балки — лонжерона (фиг 452)



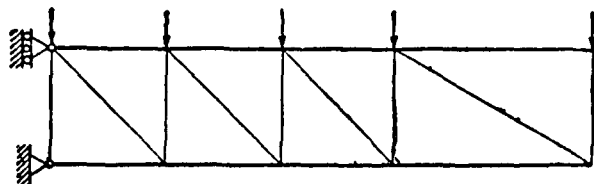
Фиг 452

$$Z_1 = Q \frac{l-l_1}{l}, \quad Z_7 = Q \frac{l_1}{l},$$

где Q — нагрузка на лонжерон



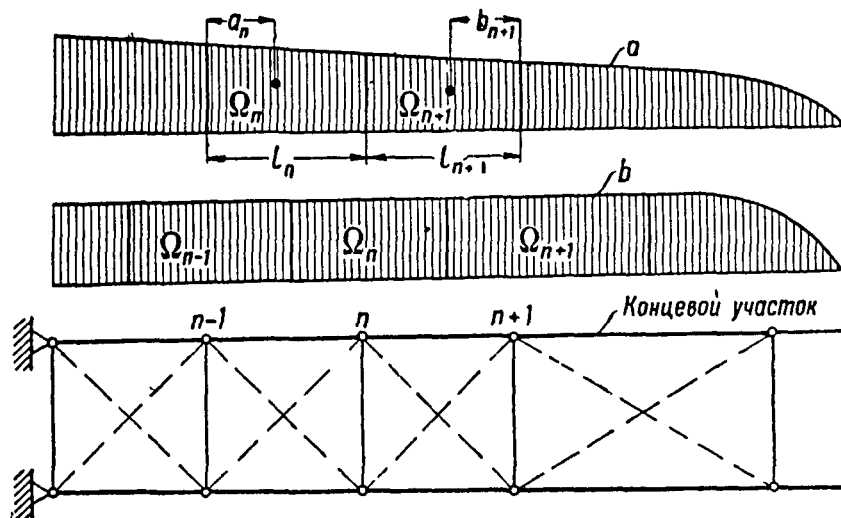
Фиг 453



Фиг 454

Для удобства вычисления можно грузовую площадь (площадь эпюры погонной нагрузки) разбить на отдельные участки В случае, если нагрузка на лонжерон меняется по длине его по криволинейному закону, определение узловых нагрузок удобно производить графически, построив эпюру суммы сил (фиг 453) без учета опоры 7 Тогда $Z_7 = \frac{\Omega}{l}$, где Ω — площадь,

ограниченная линией суммы сил, помноженная на соответствующие масштабы, а Z_1 можно получить из чертежа, подняв в пролете кривую суммы сил на величину Z_7 Одновременно получится эпюра перерезывающих сил для лонжерона



Фиг 455

2 Вся горизонтальная нагрузка относится к переднему или заднему лонжерону так, чтобы это отнесение пошло в запас прочности для распорок (фиг 454), назначение катковой опоры делается на основе того же соображения Величина нагрузки на каждый узел определяется, как сумма опорных давлений, прилежащих к данному узлу пролетов Так, для случая эпюры a (фиг 455) будет

$$X_n = \frac{\Omega_n a_n}{l_n} + \frac{\Omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}}$$

В случае равномерно распределенной нагрузки (эпюра *b*, фиг 455)

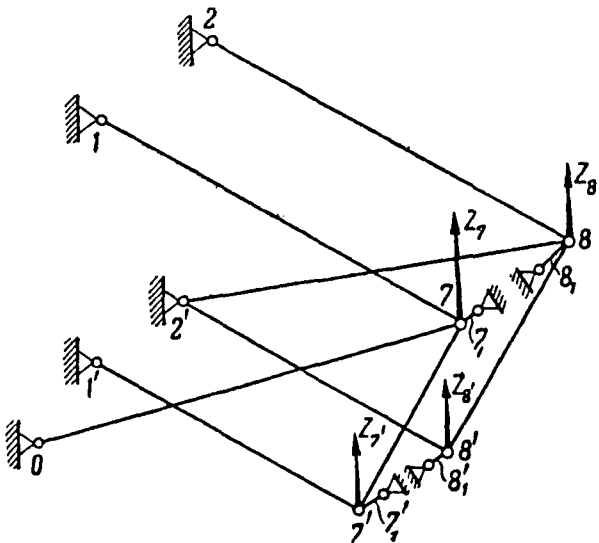
$$X_n = \Omega_n,$$

где Ω — соответствующие площади эпюр, умноженные на масштабы

Концевой участок лонжерона при определении нагрузки на наружный узел можно рассматривать, как двухопорную балку с консолью

Решение с о части коробки для внешних нагрузок

1 В случае, если основная с о система может быть разложена на плоские фермы, ее решение производится способом разложения В общем случае применяется способ вырезывания плоских ферм, заключающийся в том, что часть фермы крыльев заменяется фиктивными опорными стержнями 7₁, 8₁, 7₁' и 8₁'. Пример (для случая нагружения вверх) приведен на фиг 456 Решаются пространственные узлы 7, 8, 7' и 8' на Z-нагрузки, после чего решаются плоские фермы на X-нагрузки и находятся усилия в фиктивных опорных стержнях При решении принимают, что все стержни, подходящие к данному узлу, пересекаются в одной точке Учет возможных эксцентриситетов в креплениях производится при расчете деталей и узлов



Фиг 456

2 Решение пространственных узлов производится аналитическим способом, для чего вначале составляется таблица геометрических соотношений (табл 195)

Таблица 195

Наименование стержня	Обозначение стержня	Длины проекций на координатные оси			Квадраты длин проекции			Квадрат длины стержня	Длина стержня	Косинусы углов стержня с координатными осями		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i> ²	<i>y</i> ²	<i>z</i> ²	<i>x</i> ² + <i>y</i> ² + <i>z</i> ²		$\frac{x}{l}$	$\frac{y}{l}$	$\frac{z}{l}$

Если направление стержня, обозначенное номерами узлов, совпадает с положительным направлением оси, то соответствующей проекции приписывается знак (+), в противном случае — знак (—) Обычно все элементы фермы крыльев с достаточной точностью можно считать лежащими в плоскости, параллельной плоскости *xOy*

Определение усилий в стержнях производится с помощью уравнений равновесия узлов

для узла 7'

$$\begin{aligned} S_{7'-7} \cos (7'-7, x) + S_{7'-1'} \cos (7'-1', x) + S_{7'1} \cos (7'_{1}, x) + Z_{7'} \cos (Z_{7'} , x) &= 0, \\ S_{7'-7} \cos (7'-7, y) + S_{7'-1'} \cos (7'-1', y) + S_{7'1} \cos (7'_{1}, y) + Z_{7'} \cos (Z_{7'} , y) &= 0, \\ S_{7'-7} \cos (7'-7, z) + S_{7'-1'} \cos (7'-1', z) + S_{7'1} \cos (7'_{1}, z) + Z_{7'} \cos (Z_{7'} , z) &= 0, \end{aligned}$$

для узла 7:

$$S_{7-1} \cos(7-1, x) + S_{7-0} \cos(7-0, x) + S_{71} \cos(7_1, x) + S_{7-7'} \cos(7-7', x) + Z_7 \cos(Z_7, x) = 0,$$

$$S_{7-1} \cos(7-1, y) + S_{7-0} \cos(7-0, y) + S_{71} \cos(7_1, y) + S_{7-7'} \cos(7-7', y) + Z_7 \cos(Z_7, y) = 0,$$

$$S_{7-1} \cos(7-1, z) + S_{7-0} \cos(7-0, z) + S_{71} \cos(7_1, z) + S_{7-7'} \cos(7-7', z) + Z_7 \cos(Z_7, z) = 0,$$

где S_{7-1} , S_{7-0} и т. д. — усилия в соответствующих стержнях системы,
 S_{71} , $S_{71'}$ — усилия в фиктивных опорных стержнях,
 Z_7 , $Z_{7'}$ — узловые нагрузки.

При составлении уравнений нужно брать все стержни выходящими из узла; например, для узла 7 все стержни должны быть обозначены 7—1, 7—0 и т. д.; косинус берется со знаком, соответствующим этому направлению. Знаки нагрузок согласуются с осями. Знак (+) в ответе будет указывать, что стержень растянут, (—) — сжат.

При подстановке уже найденных усилий в другие уравнения их следует подставлять со своими знаками.

Решение этих уравнений удобно производить с помощью детерминантов.

Аналогичные уравнения составляются и для узлов 8 и 8'.

3. Решение плоских ферм удобно производить по способу Риттера или с помощью диаграммы Кремоны. В обоих случаях необходимо иметь схему фермы с указанием узловых нагрузок (фиг. 457, а) (при решении диаграммы Кремоны схема должна быть вычерчена в масштабе). Пользуясь этой схемой, легко выбрать работающие внутренние расчалки (стр. 457) и катковую опору. При нанесении узловых нагрузок следует помнить, что если фиктивные опорные стержни 7_1 и $7_1'$ были растянуты, то они заменяются нагрузкой, направленной вперед, растянутые 8_1 и $8_1'$ — направленной назад и т. д. При решении по способу Риттера удобно предварительно построить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил (фиг. 457, б и в).

Усилия в лонжеронах определяются по формулам:

$$S_{7-9} = -S_{6-8} = -\frac{M_{7-8}}{c}, \quad S_{3-5} = -S_{2-4} = -\frac{M_{3-4}}{c},$$

$$S_{5-7} = -S_{4-6} = -\frac{M_{5-6}}{c}, \quad S_{1-3} = -\frac{M_{1-2}}{c}.$$

Усилия в распорках:

$$S_{9-10} = -Q_{7-9},$$

$$S_{7-8} = -Q_{5-7} + S_7,$$

$$S_{5-6} = -Q_{3-5},$$

$$S_{4-3} = -Q_{1-3},$$

$$S_{2-1} = -Q_{1-3} - X_2$$

Усилия в расчалках:

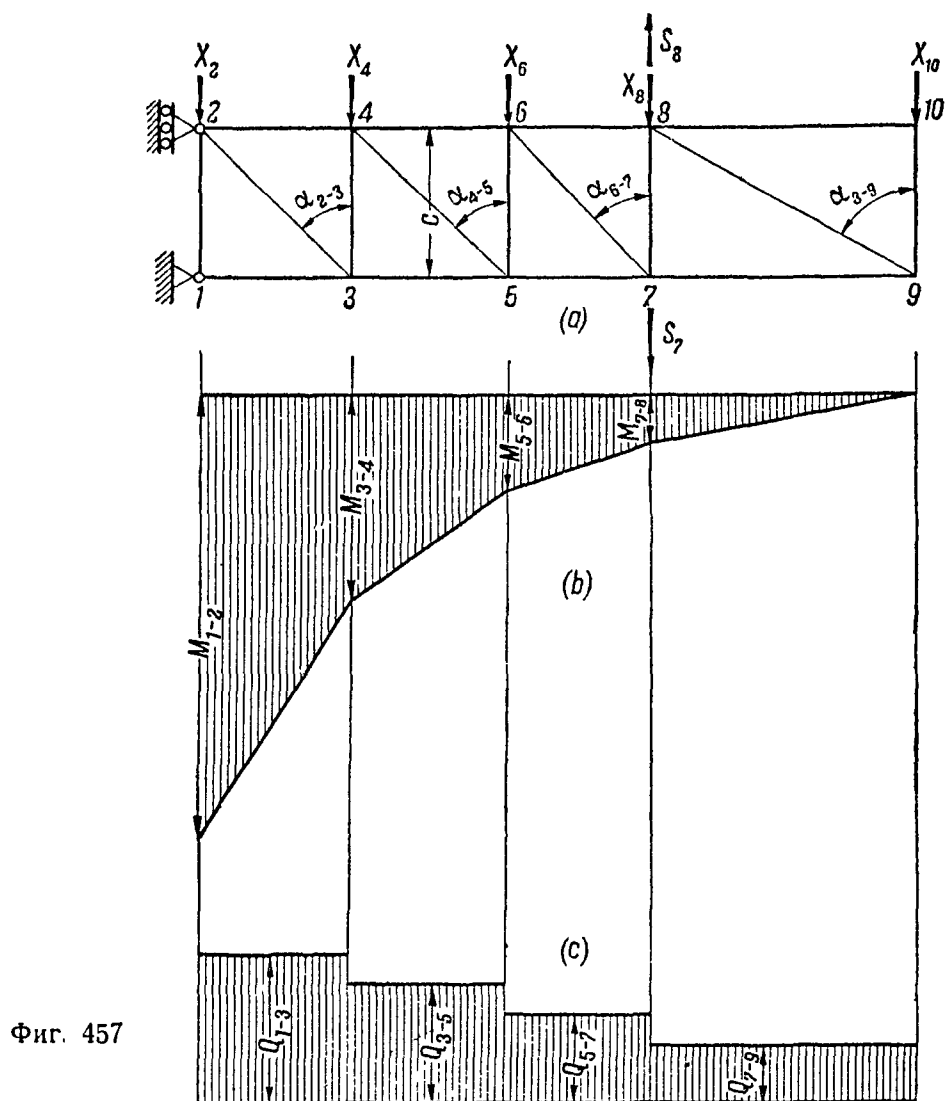
$$S_{8-9} = \frac{Q_{7-9}}{\cos \alpha_{8-9}},$$

$$S_{6-7} = \frac{Q_{5-7}}{\cos \alpha_{6-7}},$$

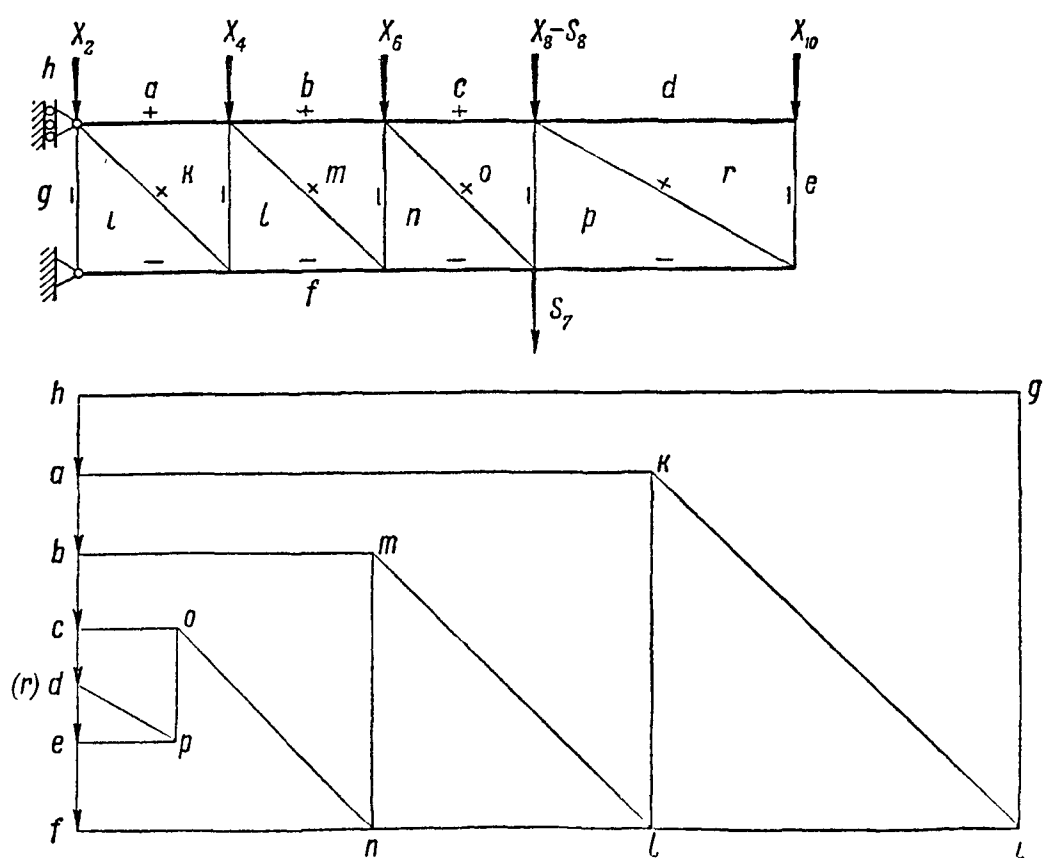
$$S_{4-5} = \frac{Q_{3-5}}{\cos \alpha_{4-5}},$$

$$S_{2-3} = \frac{Q_{1-3}}{\cos \alpha_{2-3}}.$$

Окончательные усилия в лонжеронах в с. о. системе от внешней нагрузки получатся суммированием усилий, полученных при решении пространственных узлов и плоских ферм. Пример построения диаграммы Кремоны показан на фиг. 458.



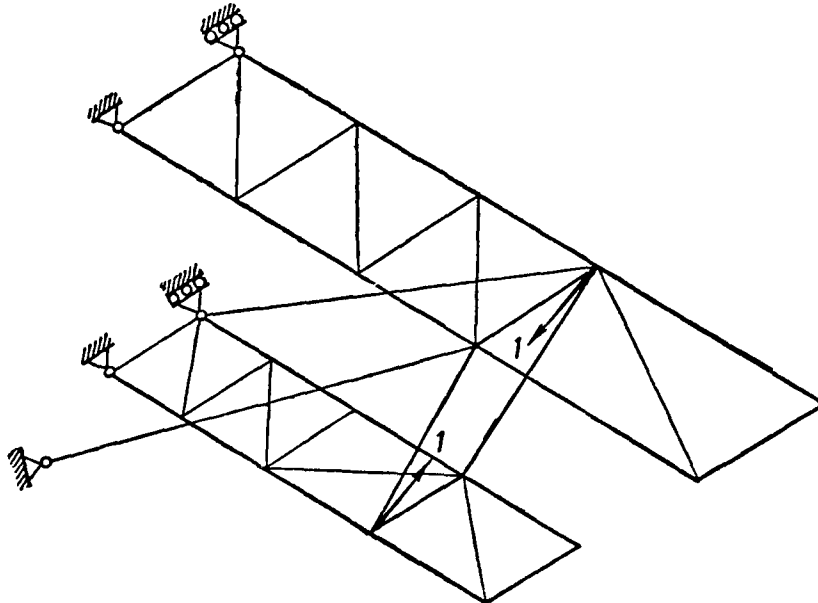
Фиг. 457



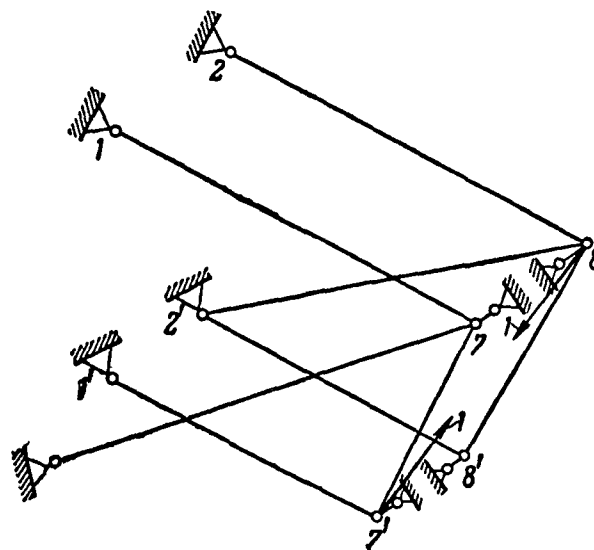
Фиг. 458

Решение с. о. части коробки от единичной нагрузки

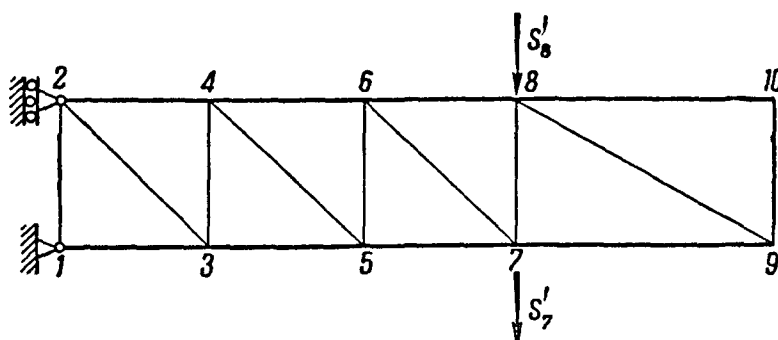
В направлении лишнего стержня прикладывается единичная нагрузка (фиг 459) Определение усилий производится так же, как при внешних нагрузках. Сначала решаются пространственные узлы (фиг 460), а затем



Фиг 459



Фиг 460



Фиг 461

плоские фермы, которые теперь окажутся нагруженными только усилиями в фиктивных опорных стержнях. Следует помнить, что работающие расчалки остаются те же, что при решении с. о. коробки от внешних нагрузок (фиг 461).

Определение усилия в лишнем стержне X и окончательных усилий в стержнях
 Усилие в лишнем стержне определяется по формуле

$$X = - \frac{\sum l' S^{\circ} S'}{\sum l' S'^2}$$

где S° — усилия в стержнях от внешней нагрузки,
 S' — усилия в стержнях от единичной нагрузки,
 $l' = \frac{l}{EF}$ — длина стержня, поделенная на жесткость

Суммирование производится по всей системе (включая и лишний стержень)
 Окончательные усилия в стержнях определяются по формуле

$$S = S^{\circ} + S'X$$

Для определения расчетных усилий в стержнях употребляют и формулу
 или

$$S = S^{\circ} + 1,25 S'X,$$

$$S = S^{\circ} + 0,75 S'X,$$

увеличивающую (соответственно, если S° и $S'X$ разных знаков — уменьшающую) влияние лишнего стержня на 25% в целях практического учета ошибки, могущей быть при определении X
 Вычисления производят в таблице (табл 196)

Т а б л и ц а 196

Наименование стержня	Обозначение стержня	Длина стержня l	Модуль упругости E	Площадь сечения F	$l' = \frac{l}{EF}$	S°	S'	$S^{\circ}S'$	S'^2	$l'S^{\circ}S'$	$l'S'^2$	XS'	$S = S^{\circ} + S'X$	$1,25XS'$	$0,75XS'$	$S = S^{\circ} + 1,25S'X$ $+ 0,75S'X$
										Σ	Σ					

В предварительных расчетах лонжероны, стойки и распорки можно по сравнению с расчалками считать абсолютно жесткими ($l' = 0$)
 Сводная таблица действительных и расчетных усилий

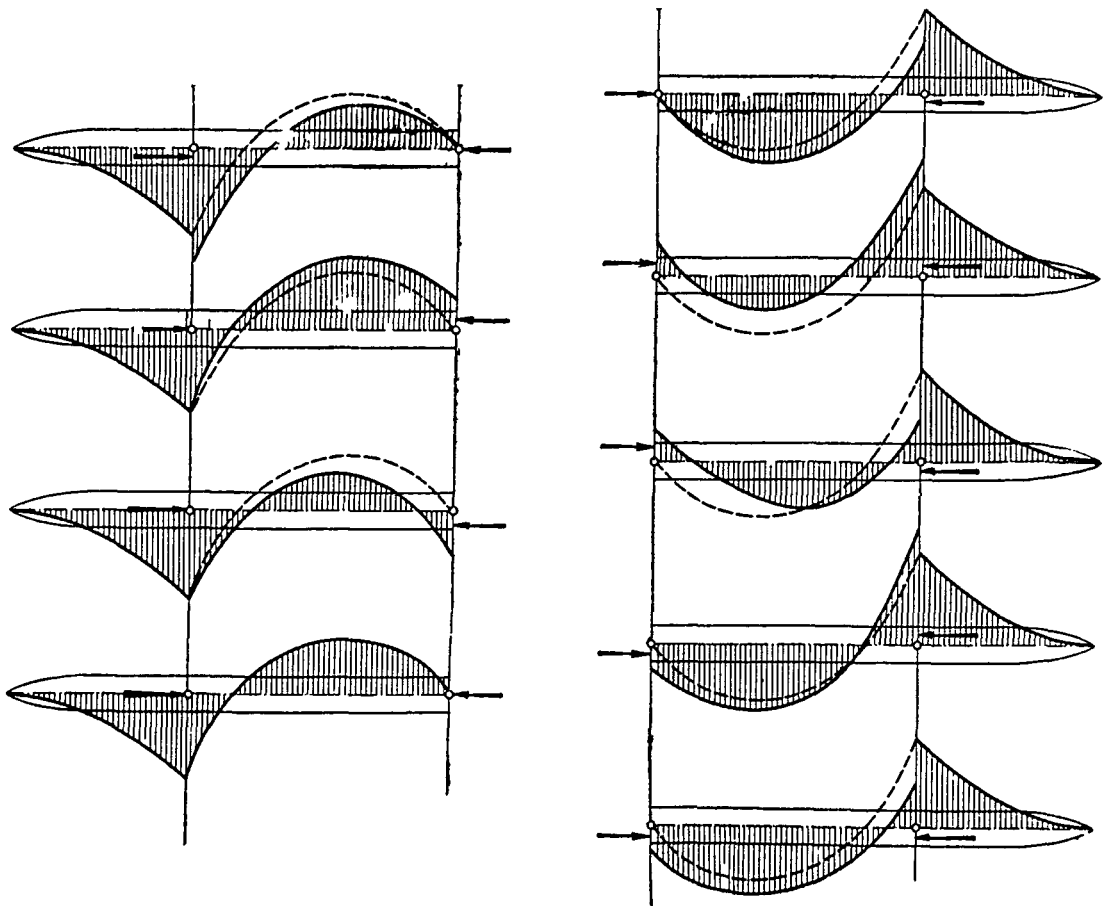
После того, как произведен расчет усилий во всех случаях нагружения, составляется сводная таблица (табл 197)

Т а б л и ц а 197

Наименование стержня	Обозначение стержня	Случай I		Случай II		Наибольшее расчетное усилие		Наибольшее действительное усилие	
		действительное усилие $S = S^{\circ} + S'X$	расчетное усилие $S = S^{\circ} + 1,25S'X$ $+ 0,75S'X$	действительное усилие	расчетное усилие				
						+	-	+	-

Влияние эксцентриситетов в узлах крепления на изгиб лонжеронов

На фиг 462 показан характер эпюр моментов для лонжерона в зависимости от эксцентриситетов в узлах сравнительно эпюрой при отсутствии эксцентриситетов



Фиг 462

Расчет центроплана

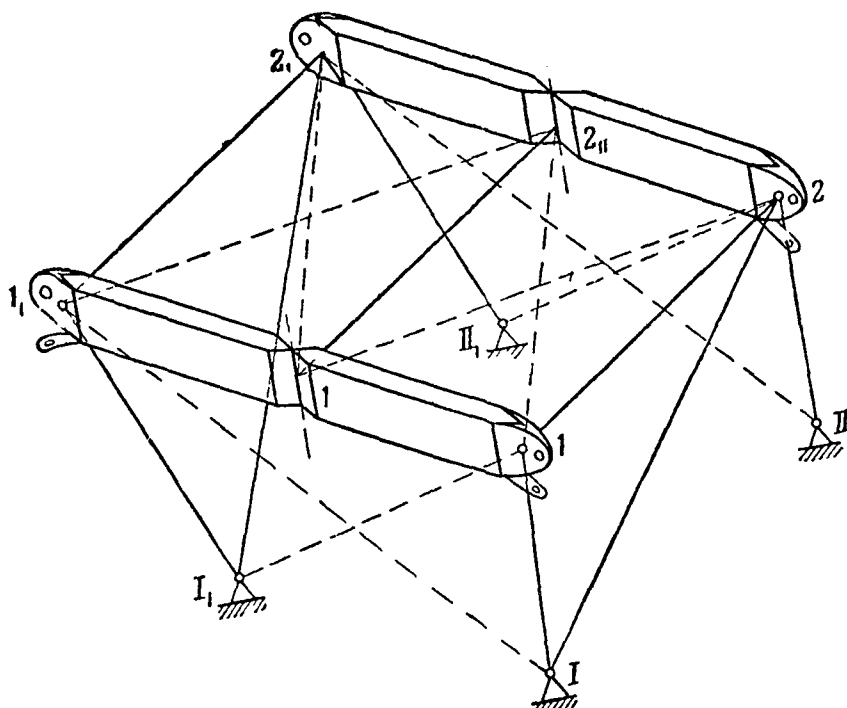
В соответствии с допущениями, принятыми для крыльев, расчетная схема центроплана представлена на фиг 463. Нагружается центроплан аэродинамической нагрузкой (операции с которой производятся так же, как и для всей коробки) и нагрузками, передаваемыми от коробки крыльев через стыковые узлы 1, 2, 1₁, 2₁. Приступая к расчету, удобно вначале составить сводную таблицу нагрузок (табл 198).

Таблица 198

Расчетные случаи	Погонные нагрузки на центроплан и его лонжероны			Компоненты узловых нагрузок от подходящих к узлу стержней															Аналогично для узлов 2, 1 ₁ , 2 ₁
				узел 1															
	от передней посадочной расчалки			от переднего верхнего лонжерона			от внутренней расчалки			от распорки			суммарные						
	q ₁	q ₂	q _г	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	

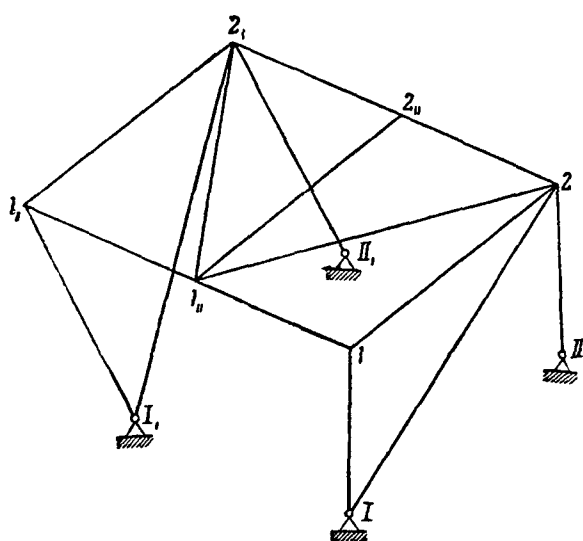
Расчетная схема устанавливается в соответствии с тем, является ли рассматриваемый случай случаем симметричного нагружения или

несимметричного В первом случае расчетная схема будет типа, изображенного на фиг 464, т е передний и задний расчалочные кресты не работают,

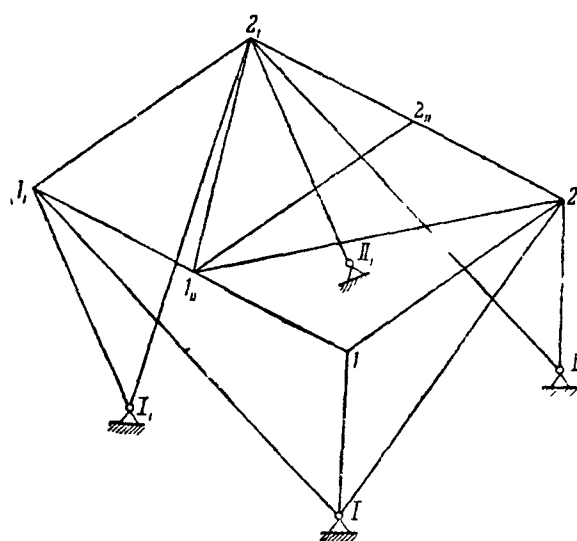


Фиг 463

во втором — расчетная схема может оказаться различной в зависимости от рассматриваемого случая На фиг 465 изображена одна из расчетных схем применительно к несимметричному нагружению

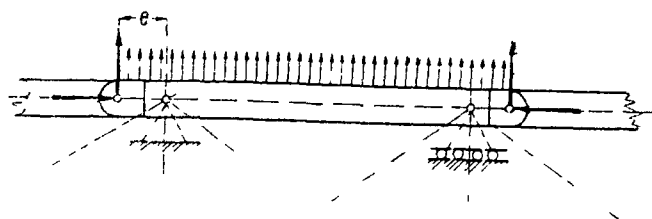


Фиг 464



Фиг 465

Определение узловых нагрузок производится так же, и как для всей коробки (стр 458), рассматривая лонжероны центроплана как двухопорные балки (фиг 466) При несимметричных нагрузках нужно



Фиг 466

учитывать несовпадение шарнира крепления лонжерона с собственно узлом (размер e — на фиг 466)

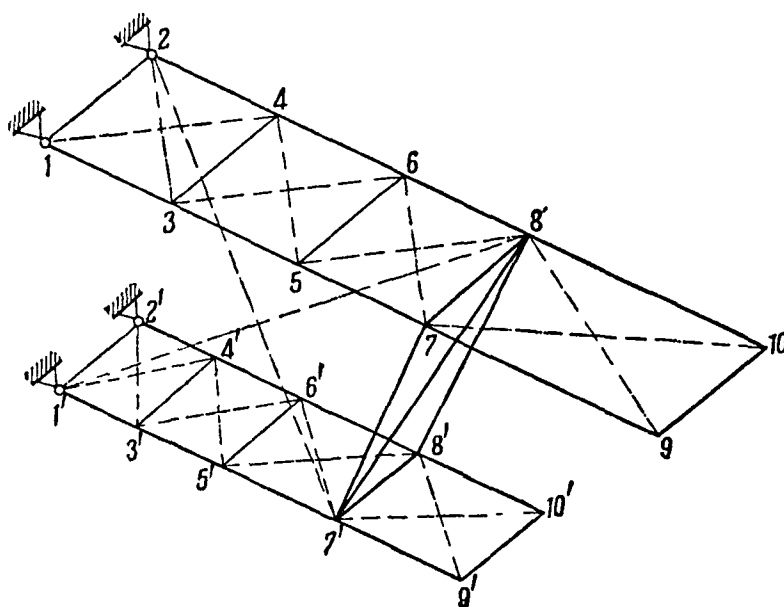
Решение системы в случае симметричного нагружения весьма просто, так как система статически определима. Решается узел 2,, (фиг 464) на X -нагрузку — последняя вся передается на стержень 2,,—1,,. Решается узел 1, затем 1,,— решение которого приведет к разложению усилия по распорке 1,,—2,, на внутренние расчалки. Затем решается узел 2. Решение узлов 1 и 2 производят аналитически (стр 459).

В случаях несимметричного нагружения система однажды статически неопределима. Решение ведется так же, как указано для всей коробки (стр 459—463). За лишний стержень удобно принимать одну из внутренних расчалок, как показано на фиг 467. На этой фигуре цифры у узлов обозначают порядок обхода их.

В конце расчета следует составить сводную таблицу усилий по образцу табл 197.

Расчет коробки крыльев биплана типа Хейнкель

Расчетная схема коробки показана на фиг 468. Коробка статически определима, что служит единственным отличием от вышерассмотренной схемы и соответственно упрощает расчет. Решение можно вести или спо-



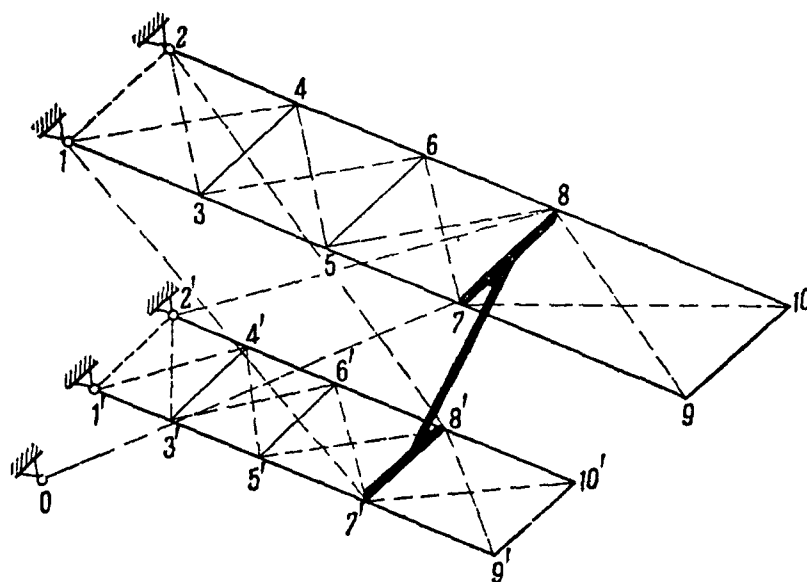
Фиг 468

собом разложения на плоские фермы: ферму верхнего крыла, нижнего крыла, несущую и стойки, или вышеприведенным способом вырезывания плоских ферм (стр 459).

Расчет коробки крыльев биплана с I-образной стойкой и расчалками

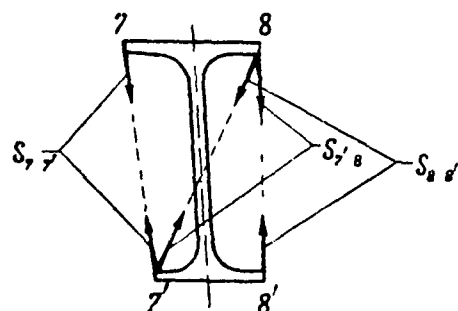
Решение способом замены И-образной стойкой

Схема коробки дана на фиг 469, заменой I стойки И-стойкой, эквивалентной с точки зрения неизменяемости и степени статической неопределимости, система приводится к типу, разобранным ранее (стр 453), и решается изложенным там методом



Фиг 469

I-стойка должна быть затем рассчитана на усилия, действующие по элементам И-стойки (фиг 470), указанные на ней усилия соответствуют случаю растяжения всех элементов И-стойки. Такой способ расчета удобен при условии, что стойка при решении статической неопределимости принимается абсолютно жесткой, в противном случае он может оказаться слишком громоздким, так как потребует ряда последовательных приближений для осуществления равенства жесткостей действительной I- и заменяющей ее И-образной стойки



Фиг 470

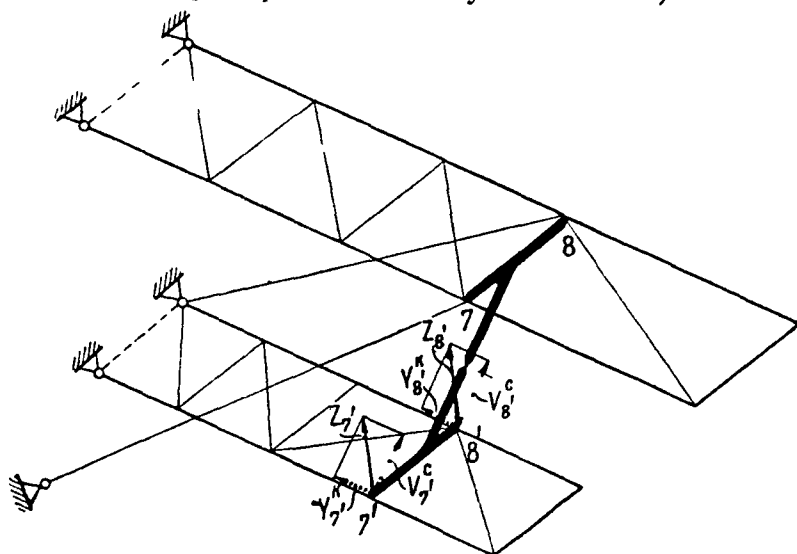
Решение способом разреза стойки

Принимаются допущения, изложенные при рассмотрении расчета И-коробки (стр 453). За лишнее неизвестное принимается изгибающий момент в одном из сечении стойки в ее плоскости (при расчете коробки на кручение за лишнее нельзя выбирать момент в сечении, лежащем на прямой 7'—8, так как удаление в этом сечении связи, соответствующей изгибающему моменту, превратит систему в механизм). Выбор работающих расчалок производится применительно к каждому расчетному случаю (стр 456). Операции с внешними нагрузками производятся в соответствии с изложенным ранее (стр 455). Дальнейший ход решения заключается в следующем: Z нагрузки в соответствующих узлах крепления стойки раскладываются на плоскости крыльев и стойки и решается стойка,

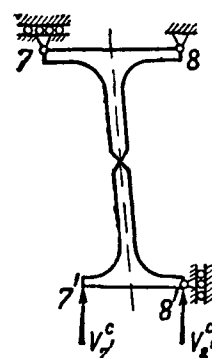
после чего решается оставшаяся часть системы способом вырезывания плоских ферм

Расчетная схема основной системы при нагружении вверх показана на фиг. 471. На ней же показано разложение Z -нагрузок на плоскость крыла и плоскость стойки. Работающие внутренние расчалки указаны на чертеже ориентировочно (в зависимости от геометрических соотношений некоторые расчалки могут меняться). Компоненты узловых нагрузок,

лежащие в плоскости стойки и в плоскости крыла, вычисляются по формулам



Фиг. 471



Фиг. 172

$$V_n^c = Z_n \cos \alpha, \quad Y_n^k = Z_n \sin \sigma,$$

где Z_n — узловая Z -нагрузка n -го узла,

α — угол между плоскостью стойки и осью z может быть взят непосредственно с чертежа рассчитываемой коробки,

V_n^c — компонент Z_n в плоскости стойки,

Y_n^k — компонент Z_n в плоскости крыла

Опоры для стойки назначаются в соответствии с работающими расчалками. Так, в рассматриваемом случае, в узле 7 назначается каток с горизонтальной плоскостью качения (фиг. 472), в узле 8 — шарнир, в узле 7' — опора отсутствует, в узле 8' — каток с вертикальной плоскостью качения. Такое назначение опор идет в запас прочности для некоторых горизонтальных элементов стойки и может разгрузить распорки 7—8 и 7'—8'. Это обстоятельство можно учесть при расчете сечений указанных элементов соответственным увеличением в них расчетного усилия на величину осевого усилия в горизонтальном нагруженном осевой силой элементе стойки.

Из равновесия нижней части стойки (фиг. 473) следует, что

$$H_{8'} = -H = (V_{8'}^c b_2 - V_{7'}^c a_2) \frac{1}{h_2}, \quad V = V_{7'}^c + V_{8'}^c,$$

где $V_{7'}^c$ и $V_{8'}^c$ — компоненты узловых нагрузок, лежащие в плоскости стойки, H — горизонтальная реакция нижнего крыла, равная соответствующей реакции шарнира,

V — реакция шарнира в плоскости стойки,

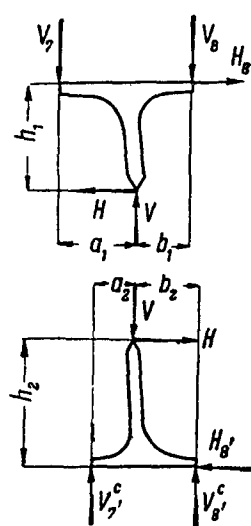
b_2, a_2, h_2 — соответствующие плечи

Аналогично для верхней части

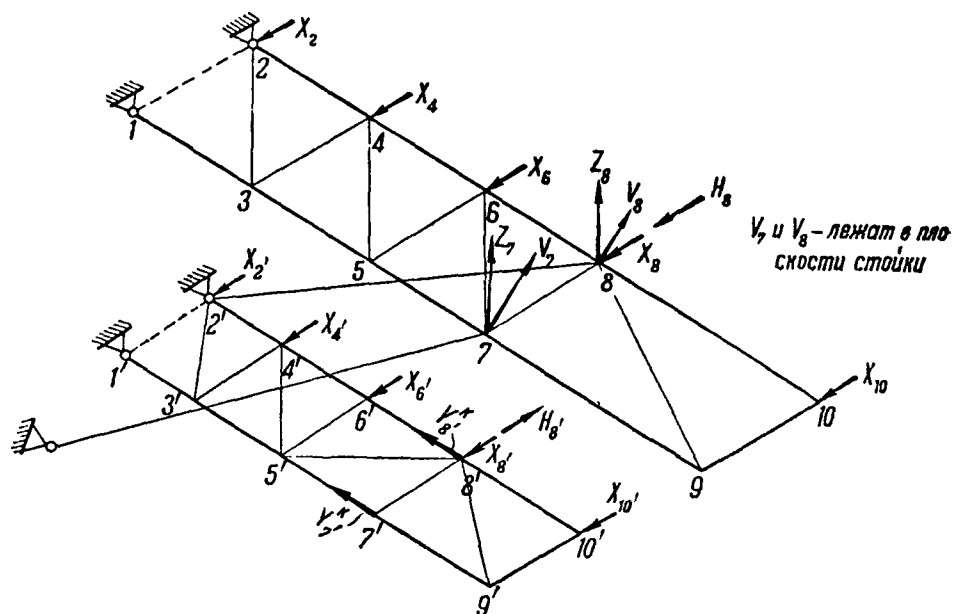
$$H_8 = -H,$$

$$V_7 = V \frac{b_1}{a_1 + b_1} + H \frac{h_1}{a_1 + b_1}, \quad V_8 = V \frac{a_1}{a_1 + b_1} - H \frac{h_1}{a_1 + b_1},$$

где V_7 и V_8 — реакции пространственных узлов 7 и 8 в плоскости стойки,
 H_8 — горизонтальная реакция верхнего крыла,
 h_1, a_1, b_1 — соответствующие плечи

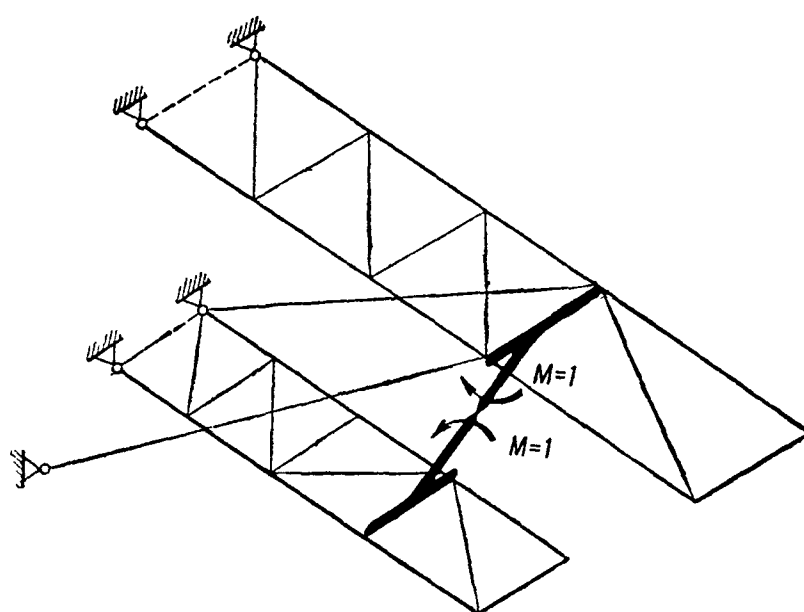


Фиг 473

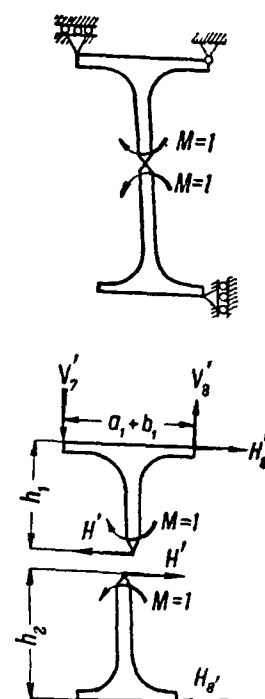


Фиг 474

Эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил для стойки в с о системе строятся по обычным правилам строительной механики. Решение оставшейся части системы видно из фиг 474. Оно приводится к решению на указанные на чертеже нагрузки системы верхнего крыла с несущими расчалками способом вырезывания плоских ферм,



Фиг. 475

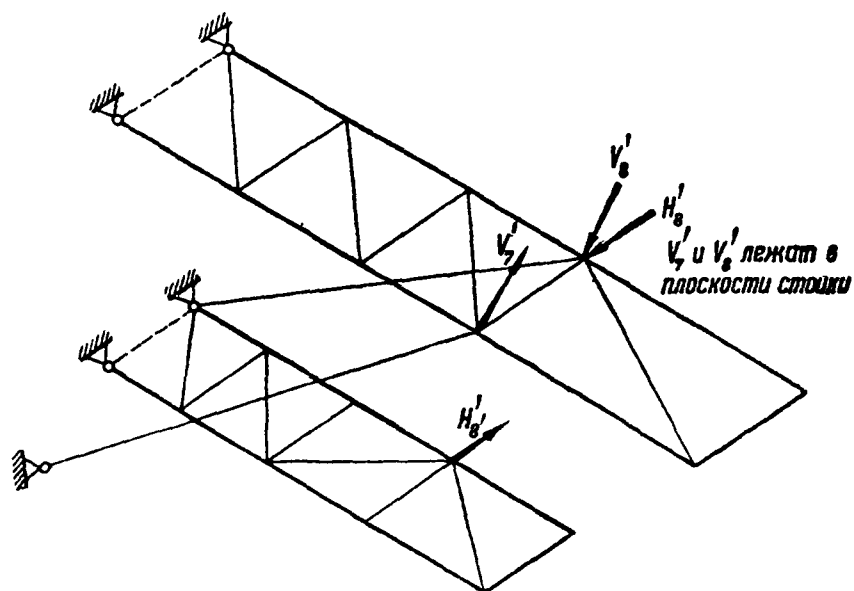


Фиг 476

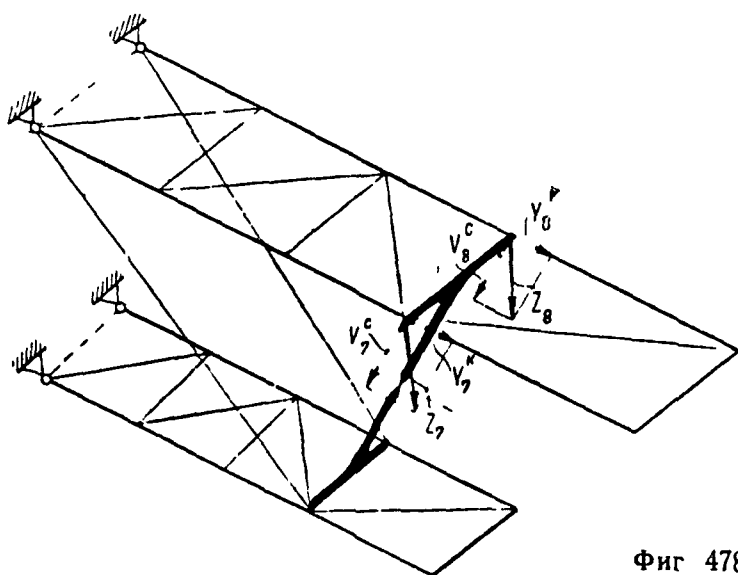
и к решению пространственных узлов 7 и 8 и затем плоской фермы верхнего крыла, а также плоской фермы нижнего крыла.

Схема нагружения единичной нагрузкой — моментом — показана на фиг 475. Решение идет аналогично решению на внешние нагрузки. На фиг 476 показана схема нагружения стойки.

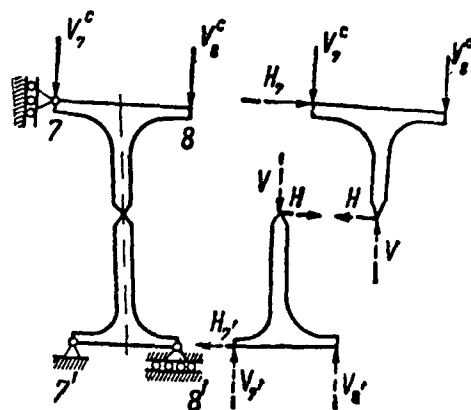
Решение системы верхнего крыла с несущими расчалками и нижнего аналогично решению на внешнюю нагрузку (фиг 477)
В случаях нагружения коробки вниз и кручения методика расчета



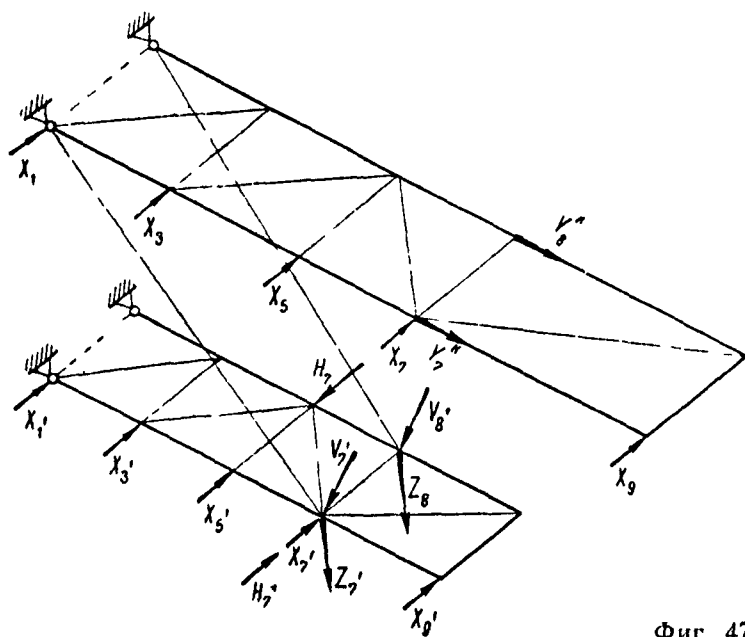
Фиг 477



Фиг 478

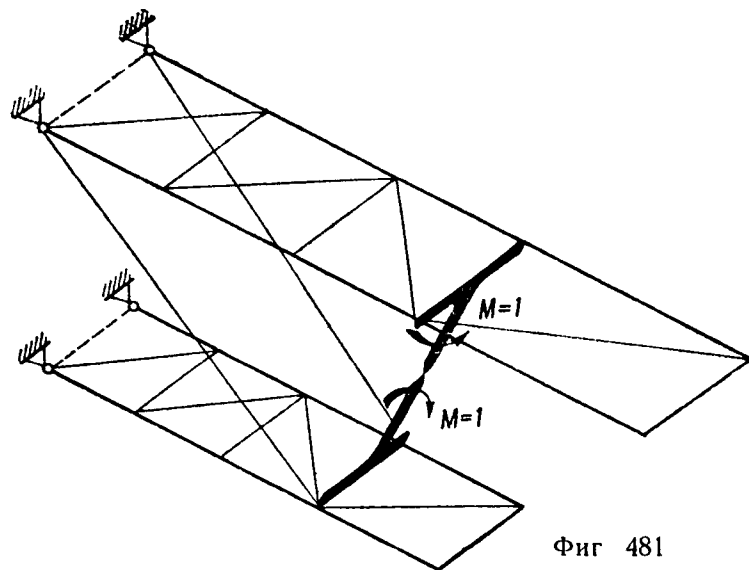


Фиг 480

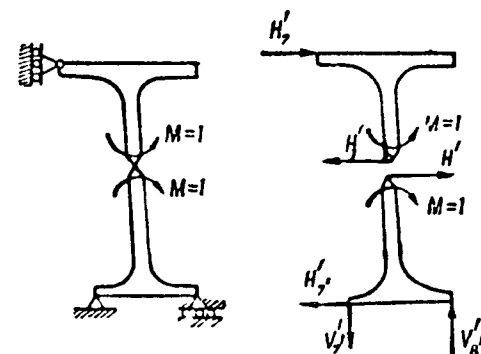


Фиг 479

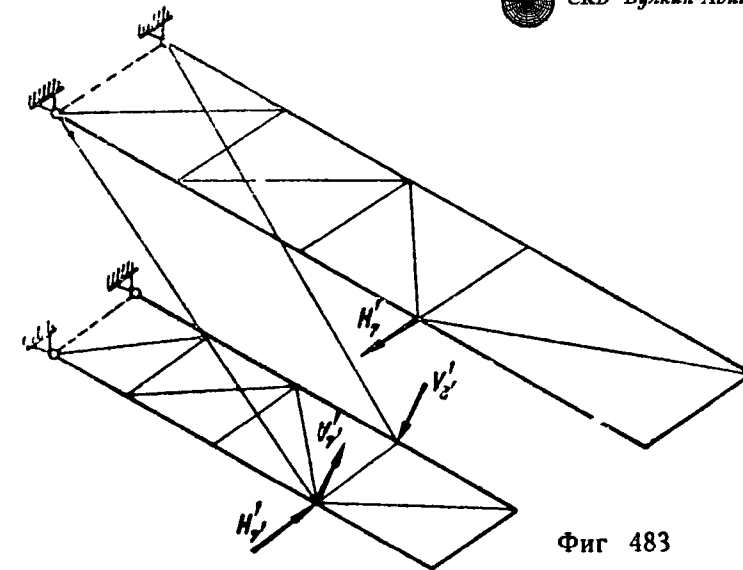
остается та же, несколько меняются схемы На фиг 478 — 480 приведены схемы для решения основной системы от внешних нагрузок в случае нагружения вниз На фиг 481—483 — для того же случая нагружения — от единичной нагрузки На фиг 484 — 486 — схемы для решения основной системы от внешних нагрузок в случае кручения В этом случае удобнее решать так: определить H и V , что легко сделать, написав



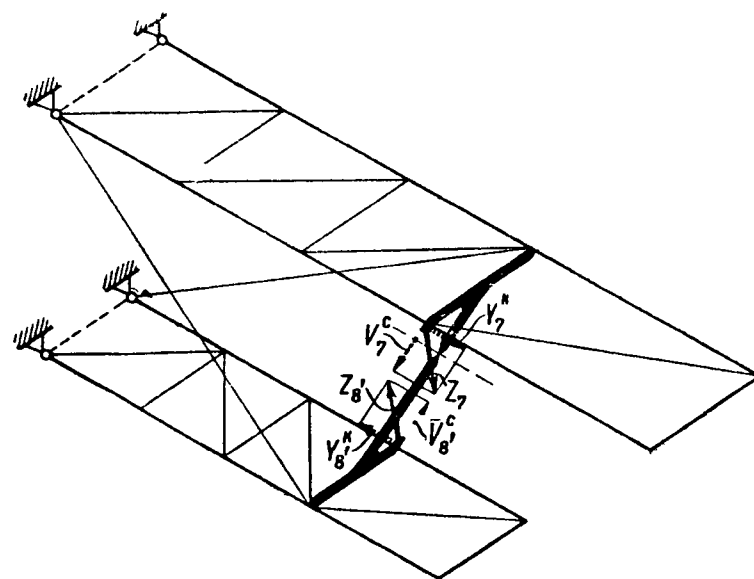
Фиг 481



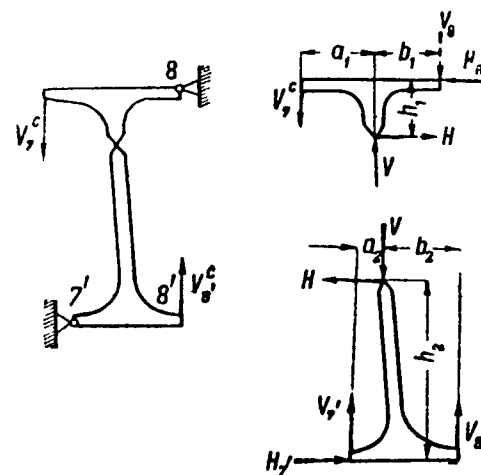
Фиг 482



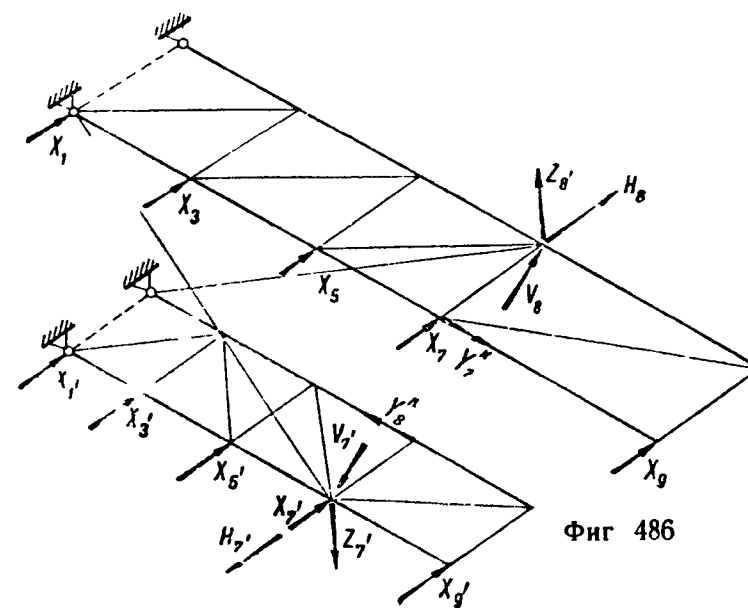
Фиг 483



Фиг 484



Фиг 485



Фиг 486

уравнения моментов относительно узла 8 для верхней половины и узла 7' — для нижней

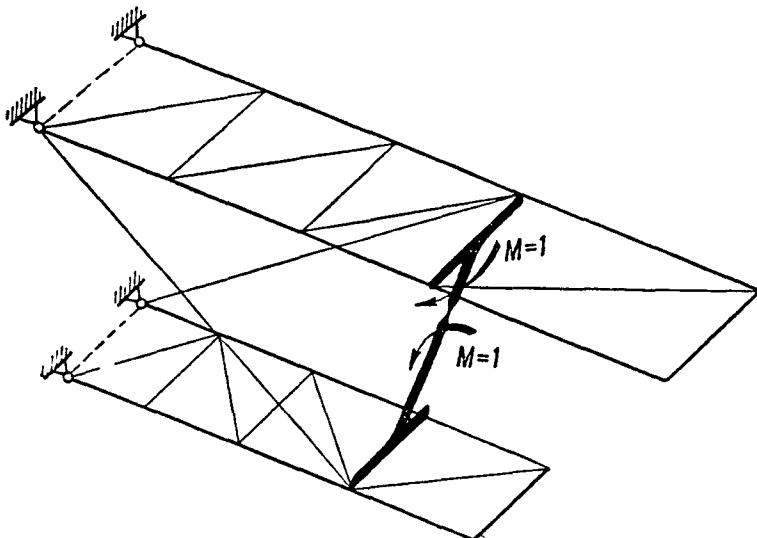
$$V_7^c(a_1 + b_1) - Vb_1 + Hh_1 = 0,$$

$$V_{8'}^c(a_2 + b_2) - Vb_2 + Hh_2 = 0,$$

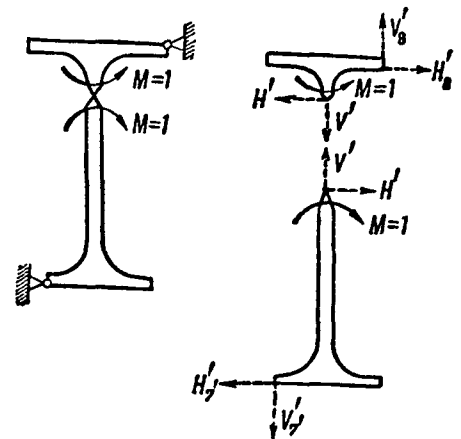
а затем из уравнений проекции сил для каждой части стойки — остальные неизвестные

На фиг 487—489 показаны схемы нагружения единичной нагрузкой того же случая

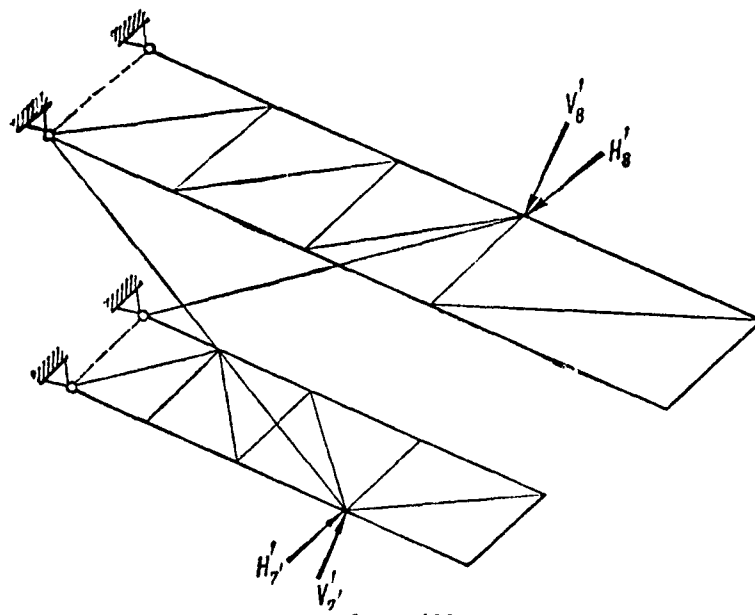
Величина момента, принятого за лишнее неизвестное X определится



Фиг 487



Фиг 488



Фиг 489

из канонического уравнения

$$\delta_{10} + \delta_{11} X = 0,$$

δ_{10} и δ_{11} могут быть вычислены с помощью интеграла Мора

$$\begin{aligned} \delta_{10} = & \sum_{\text{по стержневой системе}} \frac{S^0 S' l}{EF} + \sum_{\text{по стойке}} \int \frac{M^0 M' dx}{EI} + \\ & + \sum_{\text{по стойке}} \int \frac{S^0 S' dx}{EF} + \sum_{\text{по стойке}} \int k \frac{Q^0 Q' dx}{GF}, \end{aligned}$$

$$\delta_{11} = \sum_{\text{по стержневой системе}} \frac{S'^2 l}{EF} + \sum_{\text{по стойке}} \int \frac{M'^2 dx}{EI} + \sum_{\text{по стойке}} \int \frac{S'^2 dx}{EF} + \sum_{\text{по стойке}} \int k \frac{Q'^2 dx}{GF},$$

где S, M^0, Q^0 — осевые усилия, изгибающие моменты и перерезывающие силы в основной с о системе от внешних нагрузок,
 S', M', Q' — то же, от единичной нагрузки

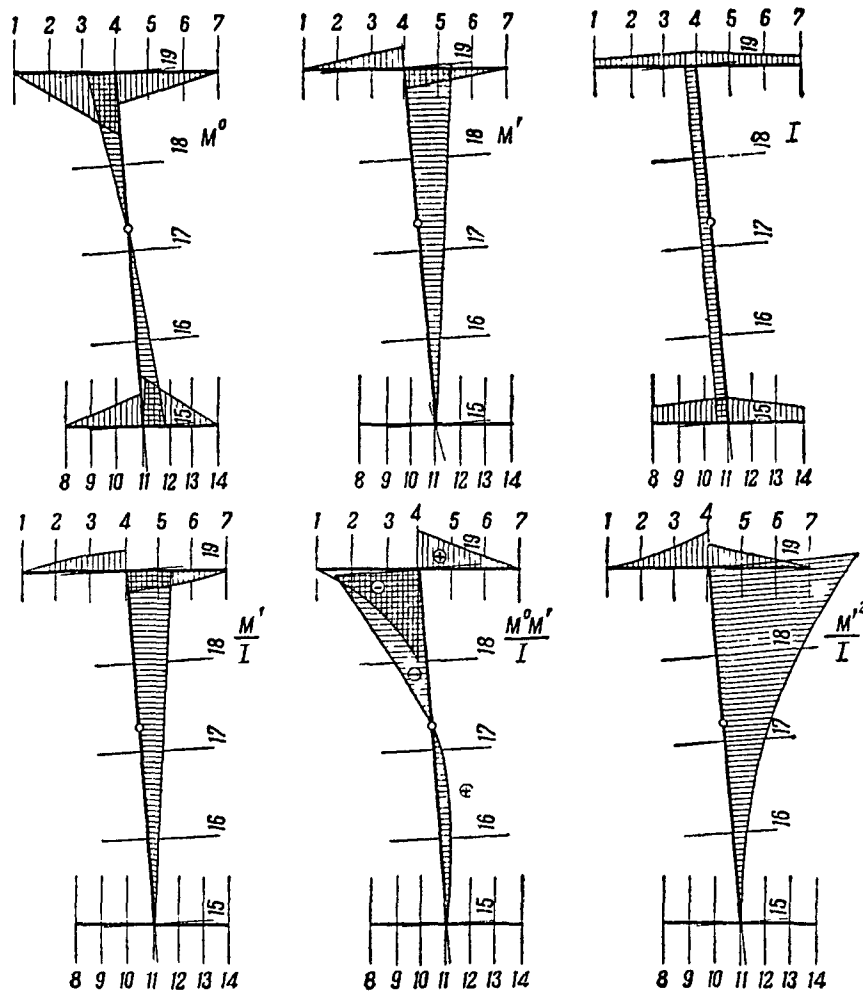
$\sum \frac{S'^2 l}{EF}$ и $\sum \frac{S'^2 dx}{EF}$ вычисляются с помощью табл 196 (стр 463),

$\int \frac{M^0 M' dx}{EI}$ и $\int \frac{M'^2 dx}{EI}$ удобнее вычислять графически, построив эпюры

$M^0, M', I, \frac{M'}{I}, M^0 \frac{M'}{I}$ и $\frac{M'^2}{I}$, тогда площади последних двух эпюр с учетом

знаков (помноженные на соответствующие масштабы), разделенные на E , и дадут значения искомых интегралов

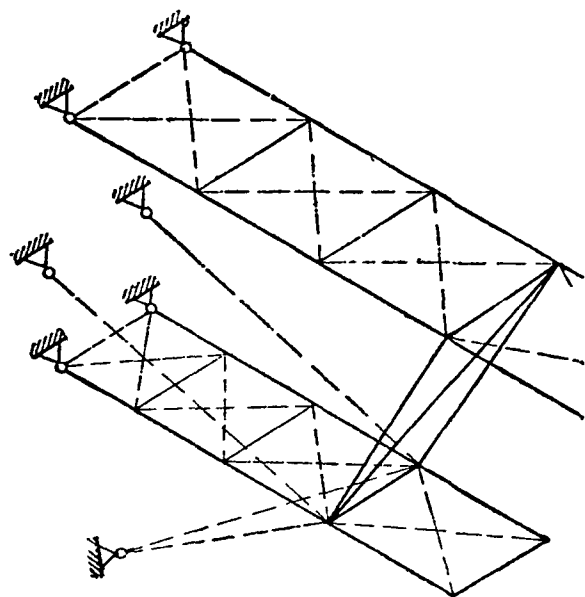
На фиг 490 показан пример такого вычисления для одного из случаев расчета



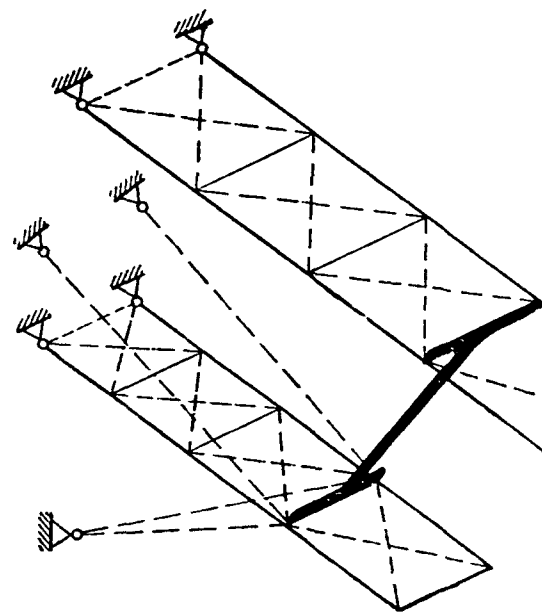
Фиг 490

Все участки стойки разбиваются на части сечениями. Сечения нумеруются. Сопутствующие построению вычисления ведутся в таблице (табл 199)

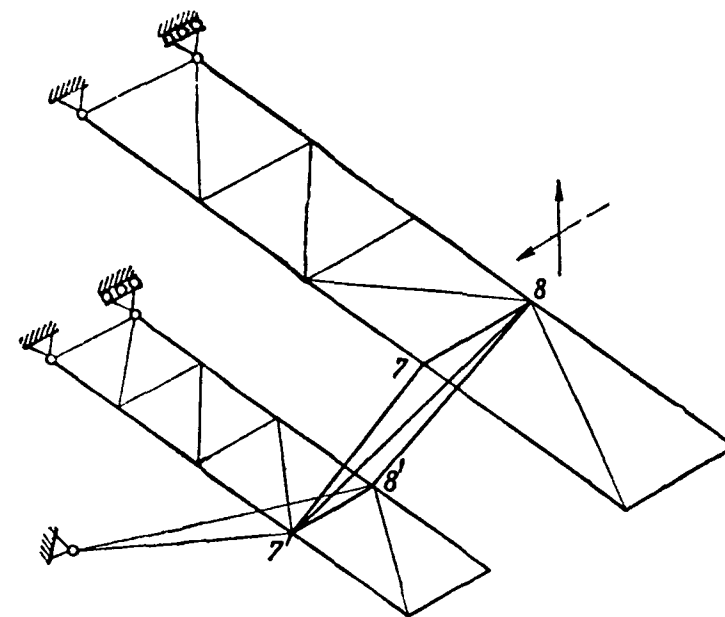
474



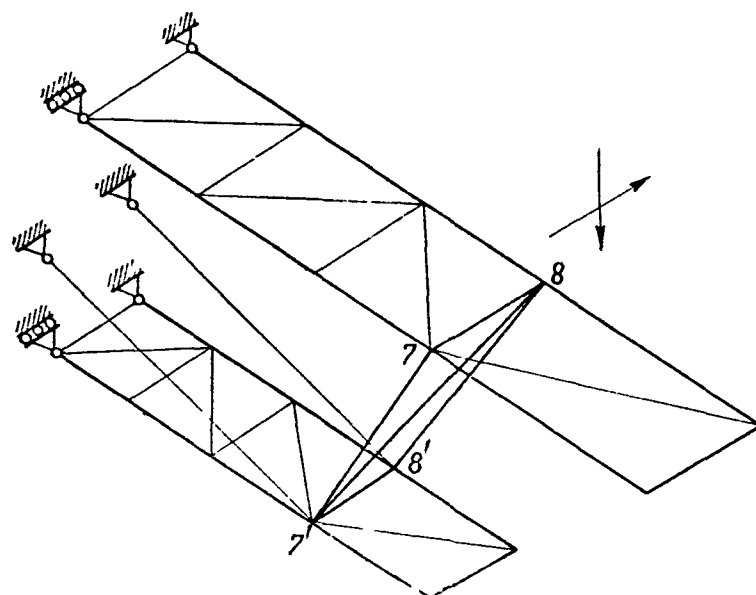
Фиг 491



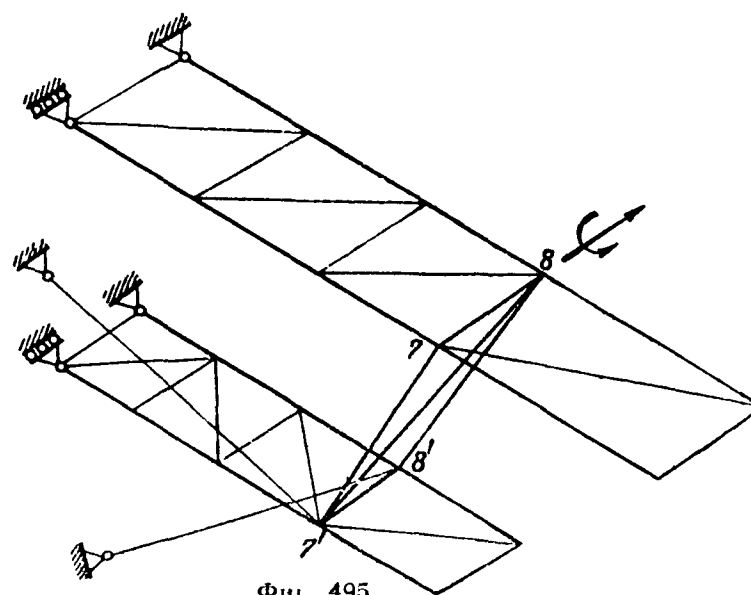
Фиг 492



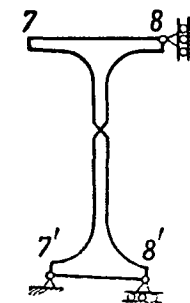
Фиг 493



Фиг 494



Фиг 495



Фиг 496

Т а б л и ц а 199

№ сечений	M^o	M'	I	$\frac{M'}{I}$	$M^o \frac{M'}{I}$	$\frac{M'^2}{I}$	Примечание

Подсчет площадей эюр $\frac{M^o M'}{I}$ и $\frac{M'^2}{I}$ производится планиметром или по правилу трапеций. Знак эюр устанавливается так: если M^o и M' лежат обе по одну сторону соответствующего участка стойки, то $\frac{M^o M'}{I}$ положительна, если по разные стороны — отрицательна. Эюра $\frac{M'^2}{I}$ всегда положительна.

$\sum_{\text{по стойке}} \int \frac{S^o S' dx}{EF}$ и $\sum_{\text{по стойке}} \int \frac{S'^2 dx}{EF}$ могут быть вычислены аналогично предыдущим суммам (можно ими пренебречь, если площадь сечения стойки достаточно велика по сравнению с площадями сечений других элементов).

Суммами $\sum_{\text{по стойке}} \int k \frac{QQ' dx}{GF}$ и $\sum_{\text{по стойке}} \int k \frac{Q'^2 dx}{GF}$ обычно пренебрегают.

Определив X , определяют усилия во всех стержнях системы (табл. 196, стр. 463) и строят окончательные эюры для стойки суммированием эюры M^o с $M'X$ и расчетные эюры, в которых влияние $M'X$ повышается при догрузке и понижается при разгрузке на 25%.

В конце расчета дается сводная таблица усилий (табл. 197, стр. 463) и сводка эюр для стойки.

Расчет коробки крыльев биплана с И- или I-образной стойкой и нижними расчалками

Схемы коробки с И-стойкой и I-стойкой и нижними расчалками приведены на фиг. 491 и 492. Особенность их заключается в том, что несущие расчалки крепятся к узлам нижнего крыла, а не верхнего. Соответственно нижнее крепление несущей расчалки производится к узлу, лежащему ниже нижнего крыла — обычно к узлу шасси.

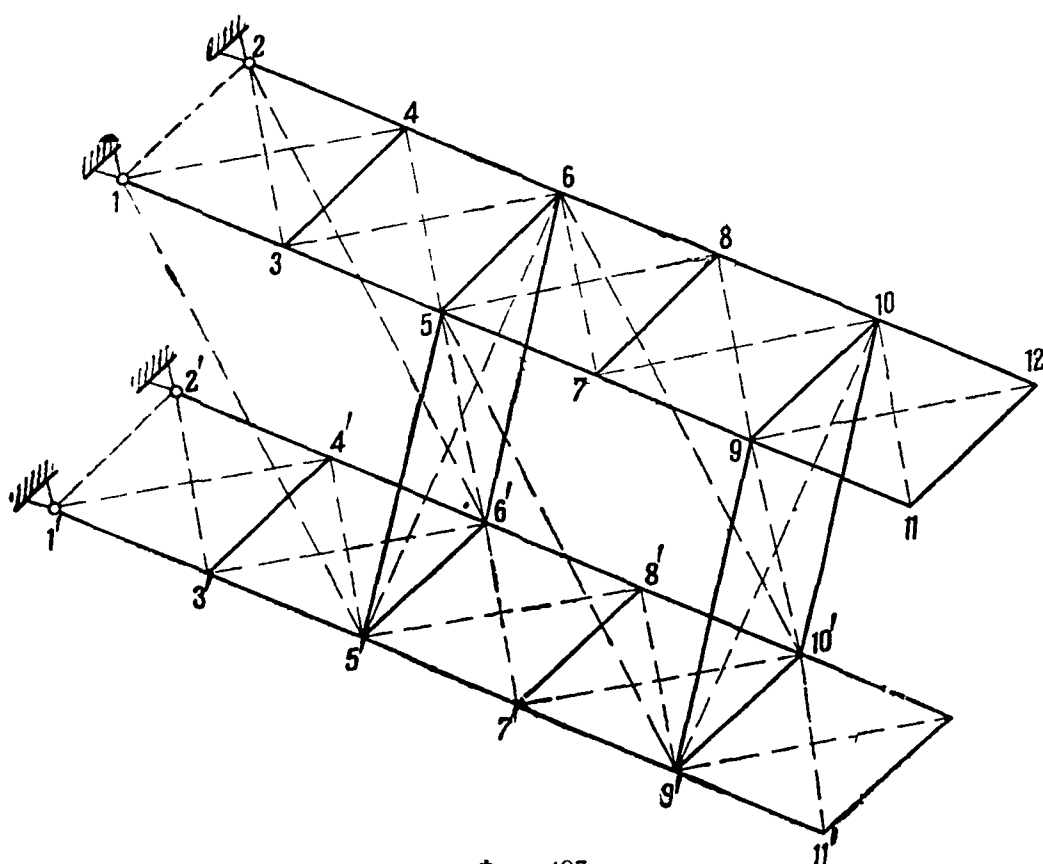
Расчет подобных коробок отличается лишь тем, что в коробках с нижними расчалками во всех случаях верхнее крыло с помощью стойки считается опирающимся на систему нижнего с расчалками. На фиг. 493 приведены расчетные схемы для случаев нагружения вверх (внутренние расчалки выбраны ориентировочно). При выборе за лишний стержень диагональной стойки решение пространственных узлов идет в порядке 7, 8, 7', 8'.

На фиг. 494 и 495 даны расчетные схемы для случаев нагружения вниз и кручения. Порядок решения узлов остается тот же.

Для коробки с I-образной стойкой расчетные схемы такие же, как и с И-образной. При решении стойки опоры назначаются, как показано на фиг. 496, причем в зависимости от направления работающих внутренних расчалок каток с вертикальной плоскостью качения назначается или в узле 7 или 8. Шарнир или каток в узлах 7' и 8' берется на основании подобных условий.

Расчет коробки крыльев биплана с двумя стойками и расчалками

Принимаются те же допущения, что и при расчете ранее рассмотренных схем коробок крыльев. Кроме того, при определении вертикальных узловых нагрузок лонжероны крыльев рассматриваются как балки, лежащие на жестких опорах (в узлах 1, 5, 9 — передний верхний, 2, 6, 10 — задний верхний, соответственно и нижние) (фиг. 497). Величины узловых Z-нагрузок могут быть в таком случае определены в случае постоянного



Фиг. 497

по длине момента инерции сечения лонжерона, решением последнего по теореме о трех моментах, которая для данного случая имеет вид

$$M_1 l_{1-5} + 2M_5 (l_{1-5} + l_{5-9}) + M_9 l_{5-9} = -6 \left(\frac{\Omega_{1-5} a_{1-5}}{l_{1-5}} + \frac{\Omega_{5-9} b_{5-9}}{l_{5-9}} \right),$$

где M_1 , M_5 и M_9 — изгибающие моменты в сечениях 1, 5 и 9,

l_{1-5} , l_{5-9} — длины пролетов 1—5 и 5—9,

Ω_{1-5} и Ω_{5-9} — площади эпюр моментов участков 1—5 и 5—9, как для разрезных балок (с учетом масштабов),

a_{1-5} и b_{5-9} — расстояние от опоры 1 до ц. т. площади эпюры моментов на участке 1—5 и от опоры 9 до ц. т. площади эпюры моментов на участке 5—9, как для разрезных балок

Величины M_1 и M_9 , Ω_{1-5} и Ω_{5-9} нужно подставлять в уравнение с их знаками. Момент M_1 обычно равен нулю.

Зная M_1 , M_5 и M_9 , опорные реакции легко определить рассмотрением балок 1—5 и 5—9 как разрезных, нагруженных распределенной нагрузкой

и опорными моментами (в опоре 9 есть, кроме того, сила от консоли) Реакции в узлах 1 и 9 определятся, таким образом, непосредственно, а реакция в узле 5 будет равна сумме соответствующих реакции балок 1—5 и 5—9

При определении усилия лонжероны считаются в узлах 5, 6, 9, 10, 5', 6', 9', 10' разрезными и в вертикальной плоскости (т. е. узлы представляются в виде пространственных шарниров) Таким образом, по определении узловых нагрузок система является дважды статически неопределимой. За лишние стержни удобно принимать диагонали в плоскостях стоек. Определение усилий от внешней нагрузки и единичных нагрузок легко производится разложением системы на плоские фермы с последующим решением их построением диаграммы Кремоны.

Определение усилий в лишних стержнях и окончательных усилий во всех стержнях системы производится по формулам

$$\delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0,$$

$$\delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0,$$

где

$$\delta_{10} = \sum_{\text{по всей системе}} \frac{S^0 S_1' l}{EF}, \quad \delta_{11} = \sum_{\text{по всей системе}} \frac{S_1'^2 l}{EF},$$

$$\delta_{20} = \sum_{\text{по всей системе}} \frac{S^0 S_2' l}{EF}, \quad \delta_{22} = \sum_{\text{по всей системе}} \frac{S_2'^2 l}{EF},$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum_{\text{по всей системе}} \frac{S_1' S_2' l}{EF},$$

и

$$S = S^0 + S_1' X_1 + S_2' X_2$$

В этих уравнениях

- S — окончательное усилие в стержне,
- S^0 — усилие в основной системе от внешней нагрузки,
- S_1' — усилие в основной системе от единичной нагрузки в направлении 1-го лишнего стержня,
- S_2' — то же в направлении 2-го лишнего стержня

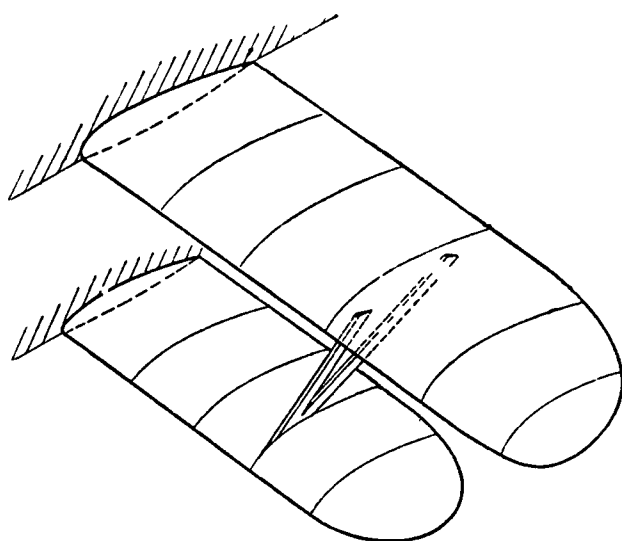
Расчет коробки крыльев биплана с V-образной стойкой без расчалок

Схема коробки подобного типа изображена на фиг. 498, а на фиг. 499 даны схемы трех вариантов конструкции стойки. Система рассматривается как два свободнонесущих крыла, соединенных между собой стойкой.

Схема работы и ход расчета коробки с V-стойкой, шарнирно крепящейся к нижнему крылу (фиг. 499, а)

Верхнее крыло предполагается двухлонжеронным с расчалками, нижнее — одно- или безлонжеронным, могущим работать на кручение. Рассматривается вся система по схеме, изображенной на фиг. 500. В общем случае несимметричной нагрузки система четырежды статически неопределима. В случае же нагрузки симметричной, или наоборот симметричной, степень статической неопределимости понижается до 2, и расчет возможно производить только для половины системы. Роль стойки сводится к тому,

что она накладывает на деформацию системы условие, чтобы взаимное расхождение точек 7 и 7" в направлении 7—7" и 8 и 7" -- в направлении 8—7" равнялись удлинениям (укорочениям) соответственных элементов стойки 7—7" и 8—7". Решение системы производится с помощью канонических уравнений, принимая за лишние неизвестные усилия в элементах стойки. Схема основной системы изображена на фиг 501.

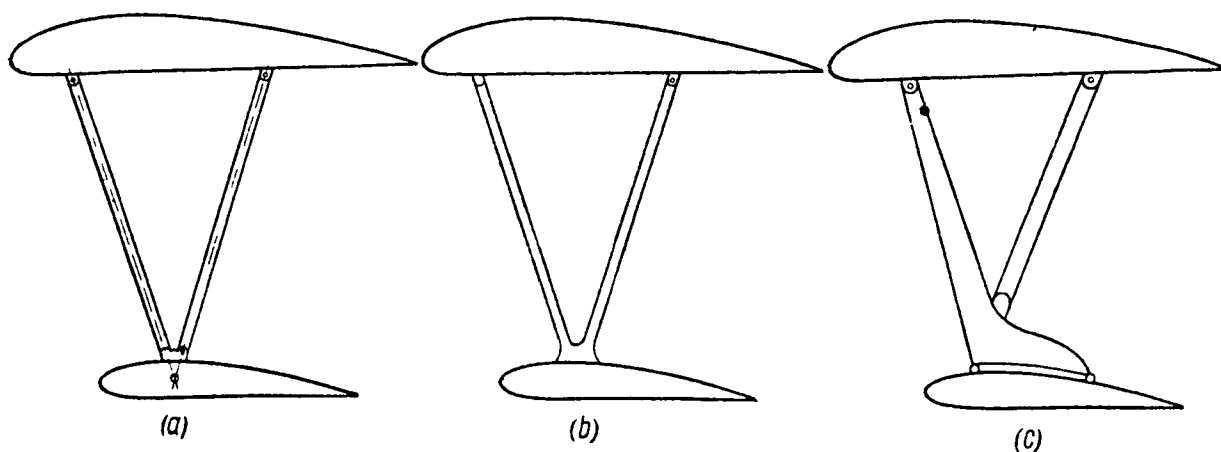


Фиг 498

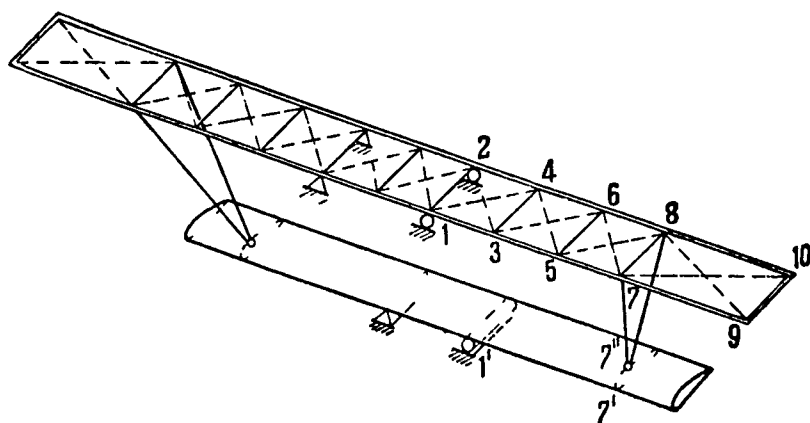
Ход расчета следующий

1 Определяется внешняя нагрузка, распределяемая между планами и по размаху каждого плана, компоненты нагрузки X и Z и линии ζ и d .

2 Z -нагрузка верхнего крыла распределяется между лонжеронами.



Фиг 499



Фиг 500

X -нагрузка верхнего крыла разносится по узлам фермы крыла.

3 Определяется положение линии ζ ж нижнего крыла.

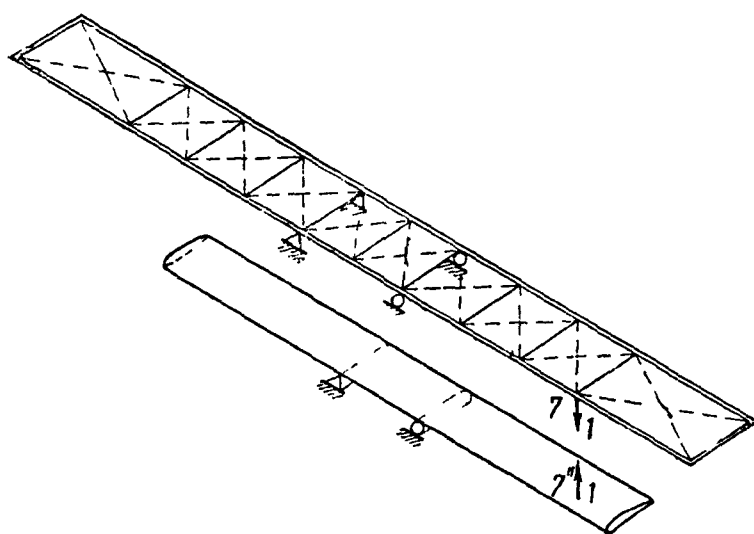
4 Для каждого из лонжеронов крыла строятся эпюры Q и M^o от Z -нагрузки при удаленных стойках. Построение можно производить

графически, как показано на фиг 502 для одной половины лонжерона, предварительно определив реакцию R_1 . В случае симметричного нагружения

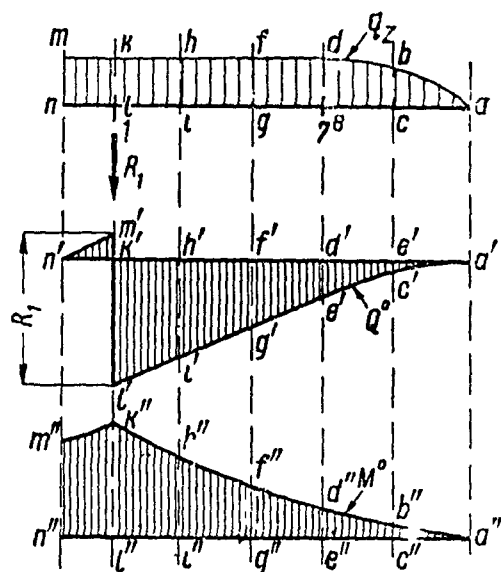
$$R_1 = \int_0^{\frac{b}{2}} q_z dx,$$

где $\frac{b}{2}$ — длина полуразмаха, и вычисляется обмером площади эпюры q_z в случае же несимметричного нагружения реакции определяются по способу, приведенному на стр 80

5 Определяются усилия S' в стержнях фермы верхнего крыла от X -нагрузки (при удаленных стойках) построением диаграммы Кремоны



Фиг 501



Фиг 502

6 Строятся эпюры Q^0 и M^0 в плоскости крыла и перпендикулярной к ней для нижнего крыла по способу, указанному в п 4

7 Строится эпюра погонного скручивающего момента для нижнего крыла

$$m = q_{zн} a,$$

где $q_{zн}$ — вертикальная погонная нагрузка нижнего крыла,
 a — расстояние по хорде между сечениями $ц ж$ и $ц д$

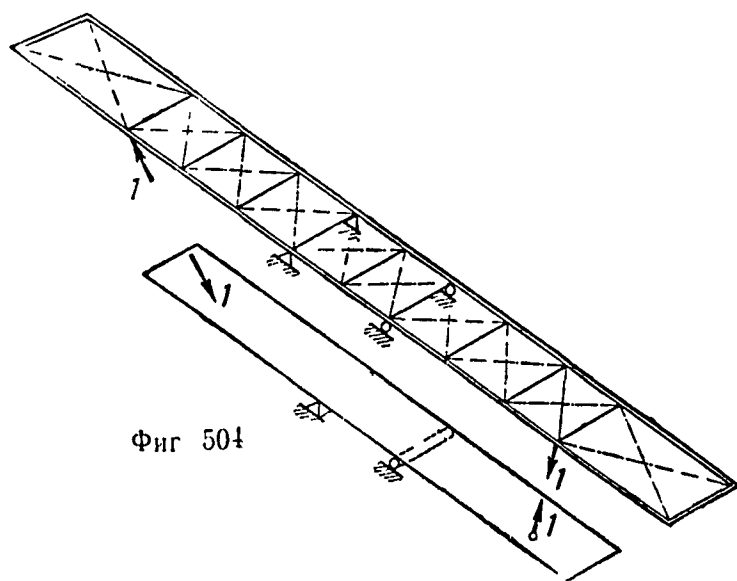
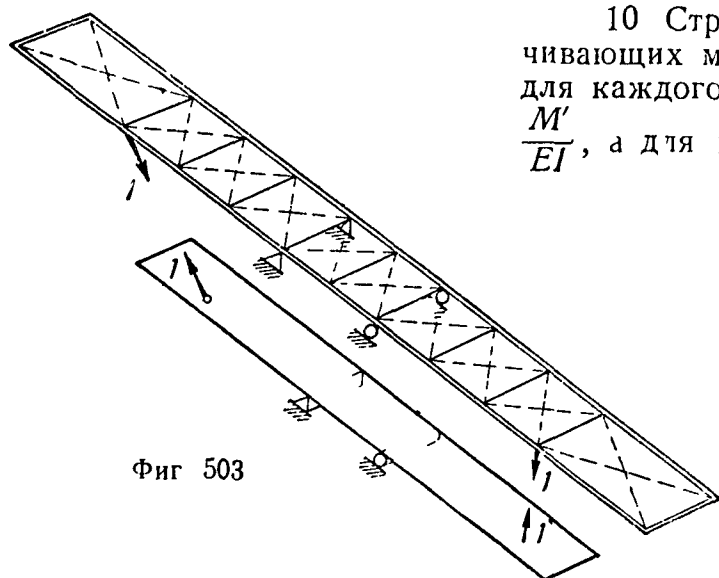
8 Строится эпюра скручивающих моментов $M_{кр}^o$ нижнего крыла. Построение производится графическим интегрированием эпюры m . Учитываются скручивающие моменты, возникающие при наличии переломов в линии $ц ж$

9 В направлении $7-7''$ прикладывается нагрузка, равная 1, как показано на фиг 501 (удобно представлять ее в виде компонентов X, Y, Z), строятся эпюры перерезывающих сил, изгибающих и скручивающих моментов $M', M'_{кр}$ и Q' для нижнего крыла и Q' и M' для лонжеронов верхнего крыла, а также определяются усилия в стержнях фермы верхнего крыла S'

Все операции производятся, как указано в пп 1—8. При построениях и вычислениях, в целях использования симметрии, предполагается, что

а) в случае симметричной нагрузки система одновременно нагружена симметричной единичной нагрузкой в обеих половинах коробки (фиг 503)

б) в случае же несимметричной нагрузки — антисимметричной единичной нагрузкой (фиг 504)



10 Строятся эпюры изгибающих и скручивающих моментов от единичной нагрузки для каждого из лонжеронов верхнего крыла $\frac{M'}{EI}$, а для нижнего крыла $\frac{M'}{EI}$ (в обеих пло-

скостях) и $\frac{M'_{кр}}{C}$, где C — жесткость кручения

11 В направлении 8—7" прикладывается единичная нагрузка, определяются все усилия и моменты, аналогично изложенному в пп 9 и 10 (S'' , Q'' , M'' и $M''_{кр}$)

12 Вычисляются

Для переднего лонжерона верхнего крыла (в вертикальной плоскости)

$$\sum \int \frac{M^0 M'}{EI} dx,$$

$$\sum \int \frac{M'^2}{EI} dx,$$

для заднего лонжерона

$$\sum \int \frac{M^0 M''}{EI} dx,$$

$$\sum \int \frac{M''^2}{EI} dx,$$

для нижнего крыла

$$\sum \int \frac{M^0 M'}{EI} d\lambda — \text{в вертикальной плоскости,}$$

$$\sum \int \frac{M^0 M''}{EI} d\lambda — \text{в вертикальной плоскости,}$$

$$\sum \int \frac{M'^2}{EI} d\lambda — \text{в вертикальной плоскости,}$$

$$\sum \int \frac{M''^2}{EI} d\lambda — \text{в вертикальной плоскости,}$$

$$\sum \int \frac{M' M''}{EI} d\lambda — \text{в вертикальной плоскости,}$$

$$\begin{aligned} & \sum \int \frac{M^0 M'}{EI} dx — \text{ в горизонтальной плоскости,} \\ & \sum \int \frac{M^0 M''}{EI} dx — \text{ в горизонтальной плоскости,} \\ & \sum \int \frac{M'^2}{EI} dx — \text{ в горизонтальной плоскости,} \\ & \sum \int \frac{M''^2}{EI} dx — \text{ в горизонтальной плоскости,} \\ & \sum \int \frac{M' M''}{EI} dx — \text{ в горизонтальной плоскости,} \\ & \left. \begin{aligned} & \sum \int k \frac{Q^0 Q'}{GF} dx \\ & \int k \frac{Q^0 Q''}{GF} dx \\ & \int k \frac{Q'^2}{GF} dx \\ & \int k \frac{Q''^2}{GF} dx \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{— в горизонтальной плоскости, коэффициент } k \\ & \text{имеет различные значения в зависимости от} \\ & \text{формы сечения,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum \int \frac{M_{кр}^0 M'_{кр}}{C} dx, & \sum \int \frac{M_{кр}^0 M''_{кр}}{C} dx, \\ & \sum \int \frac{M_{кр}'^2}{C} dx, & \sum \int \frac{M_{кр}''^2}{C} dx \end{aligned}$$

Для стержневой системы (включая и стойки)

$$\begin{aligned} & \sum \frac{S^0 S' l}{EF}, & \sum \frac{S'^2 l}{EF}, \\ & \sum \frac{S^0 S'' l}{EF}, & \sum \frac{S''^2 l}{EF} \end{aligned}$$

Вычисление $\sum \int$ для лонжеронов верхнего крыла и нижнего крыла производится графически, построением подынтегральных кривых и последующим планиметрированием. Часть интегралов может быть получена путем простого пересчета. Так, например, вычислив $\sum \int \frac{M^0 M' dx}{EI}$, легко получить $\sum \int \frac{M^0 M'' dx}{EI}$ умножением на отношение Z -компонентов единичных нагрузок и т. д.

Вычисление Σ для стержневой системы производится с помощью таблицы, аналогичной табл. 196, причем здесь также следует применять метод пересчета.

13. Вычисляются коэффициенты канонических уравнений:

$$\delta_{10} = \sum \int \left(\underbrace{\frac{M^0 M'}{EI}}_{\text{в вертикальной плоскости}} + \underbrace{\frac{M' M'}{EI}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + k \underbrace{\frac{Q^0 Q'}{GF}}_{\text{в вертикальной плоскости}} + \frac{M_{кр}^0 M'_{кр}}{C} \right) dx + \sum \frac{S^0 S' l}{EF};$$

$$\delta_{20} = \sum \int \left(\underbrace{\frac{M^0 M''}{EI}}_{\text{в вертикальной плоскости}} + \underbrace{\frac{M' M''}{EI}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + k \underbrace{\frac{Q^0 Q''}{GF}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + \frac{M_{кр}^0 M''_{кр}}{C} \right) dx + \sum \frac{S^0 S'' l}{EF};$$

$$\delta_{11} = \sum \int \left(\underbrace{\frac{M'^2}{EI}}_{\text{в вертикальной плоскости}} + \underbrace{\frac{M'^2}{EI}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + k \underbrace{\frac{Q'^2}{GF}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + \frac{M_{кр}'^2}{C} \right) dx + \sum \frac{S'^2 l}{EF};$$

$$\delta_{22} = \sum \int \left(\underbrace{\frac{M''^2}{EI}}_{\text{в вертикальной плоскости}} + \underbrace{\frac{M''^2}{EI}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + k \underbrace{\frac{Q''^2}{GF}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + \frac{M_{кр}''^2}{C} \right) dx + \sum \frac{S''^2 l}{EF};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int \left(\underbrace{\frac{M' M''}{EI}}_{\text{в вертикальной плоскости}} + \underbrace{\frac{M' M''}{EI}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + k \underbrace{\frac{Q' Q''}{GF}}_{\text{в горизонтальной плоскости}} + \frac{M_{кр}' M''_{кр}}{C} \right) dx + \sum \frac{S' S'' l}{EF}$$

(в коэффициентах могут быть опущены слагаемые $k \frac{Q^0 Q'}{GF}$, $k \frac{Q^0 Q''}{GF}$ и т. д. ввиду их малости).

14. Составляются и решаются канонические уравнения:

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 = 0,$$

$$\delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 = 0;$$

из них определяются усилия по стойкам X_1 и X_2 . После этого легко получить окончательные значения изгибающих и скручивающих моментов, перерезывающих и осевых сил.

15. В конце расчета следует дать сводную таблицу усилий и эпюр.

Предлагаемый ход расчета предусматривает наиболее полный и точный расчет. В зависимости от назначения расчета в нем могут приниматься следующие упрощения:

стойки на осевые силы могут считаться абсолютно жесткими,
лонжероны на осевые силы могут считаться абсолютно жесткими,
крылья в своей плоскости — абсолютно жесткими.

При этих упрощениях отпадает необходимость подсчета $\sum \int$ для горизонтальной плоскости и упрощается вычисление $\sum \frac{S^0 S' l}{EF}$ и т. д. для

стержневой системы. В коэффициентах канонических уравнений соответственно выпадут слагаемые изгиба в плоскости крыльев. Кроме того, если линия ц. ж. прямая и точка 7" лежит на ней, то отпадает вычисление выражений, содержащих $M_{кр}$.

Схема работы и указания к расчету коробки с V-стойкой, жестко крепящейся к нижнему крылу (фиг 499, б)

Система в общем случае имеет 8 лишних связей. Прямая или обратная симметрия нагрузки снижает степень статической неопределимости вдвое. Кроме того, с достаточной точностью можно предположить, что передаваемая стойкой сила передается в виде осевых усилий по стержням (не вызывая изгиба стоек), а момент распределится между стержнями стойки прямо пропорционально их моментам инерции и обратно пропорционально длинам (фиг 505)

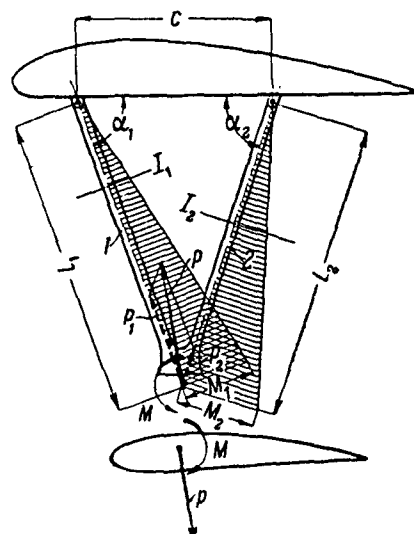
$$M_1 = M \frac{l_2 I_1}{l_1 I_2 + l_2 I_1}, \quad M_2 = M \frac{l_1 I_2}{l_1 I_2 + l_2 I_1},$$

где M — момент, приходящийся на стойку от нижнего крыла, M_1 и M_2 — доли момента, приходящиеся соответственно на передний (1) и задний (2) элементы стойки,

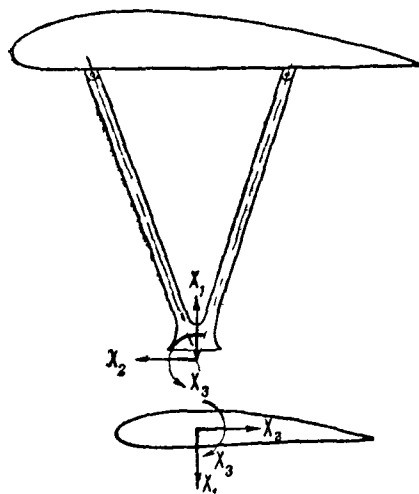
l_1, l_2 и I_1, I_2 — длины и момент инерции поперечных сечений элементов стойки. С учетом этих обстоятельств система может быть решена как трижды статически неопределимая.

Роль стойки сводится к тому, что она накладывает на деформации системы условие, чтобы взаимное расхождение (линейное и угловое) сечений крыльев в месте постановки стойки равнялось соответствующей деформации последней, в случае предположения стойки абсолютно жесткой, это приводит к требованию равенства прогибов и углов закручивания тех сечений крыльев, в которых крепится стойка.

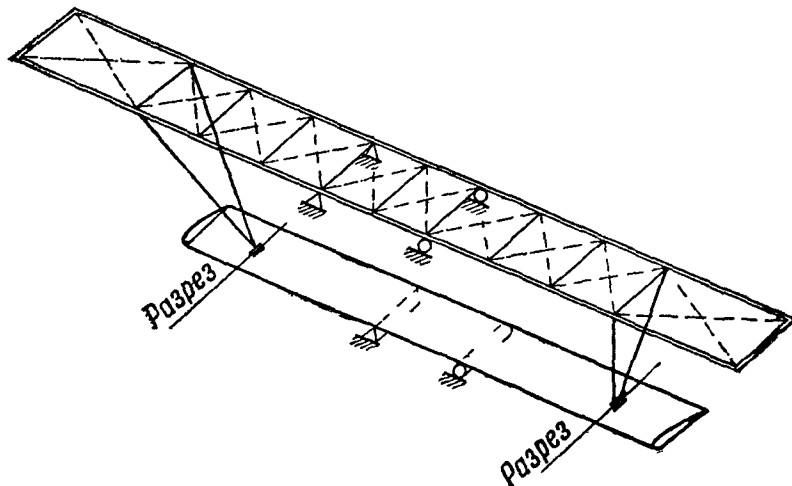
Решение системы производится с помощью канонических уравнений. За лишние связи удобно принять два компонента усилия и момент в плоскости стойки в сечении ее крепления к нижнему крылу (фиг. 506)



Фиг 505



Фиг 506



Фиг 507

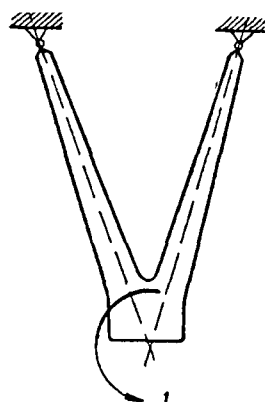
Схема основной (с о) системы изображена на фиг 507

Ход расчета аналогичен изложенному выше, отличаясь лишь тем, что в данном случае придется определять перемещение по трем направлениям по направлениям X_1, X_2 и X_3

Решение на единичные нагрузки начинается с решения стойки. Единичные силы в направлении X_1 и X_2 (в плоскости стойки) раскладываются на направления 1-го и 2-го элементов стойки (подобно показанному на фиг 505), после этого легко решается верхнее крыло и нижнее крыло. При решении на единичный момент эпюру моментов для стойки легко получить, пользуясь вышеприведенными формулами для M_1 и M_2 и фиг 505. Нагрузки на верхнее крыло от стойки легко подсчитать по компонентам вертикальные нагрузки (в плоскости стойки) будут равны

$$V_7''' = -V_8''' = -\frac{1}{c},$$

где V_7''' и V_8''' — вертикальные нагрузки в плоскости стойки на узлы 7 и 8 от нагрузки единичным моментом, горизонтальные



Фиг 508

$$H_7''' = -H_8''' = -\frac{\left(l_2 \frac{l_2}{I_2} \cos \alpha_2 - l_1 \frac{l_1}{I_1} \cos \alpha_1\right)}{ch\left(\frac{l_1}{I_1} + \frac{l_2}{I_2}\right)}$$

где H_7''' и H_8''' — горизонтальные нагрузки на узлы 7 и 8 от нагрузки единичным моментом, h — расстояние между планами, считая его в плоскости стойки, а остальные обозначения взяты по фиг 505

В случае, если элементы стойки имеют переменное сечение, то распределение единичного момента нужно определять, рассмотрев стойку изолированно по схеме, изображенной на фиг 508 как однажды статически неопределимую систему. При решении удобно воспользоваться каноническими уравнениями, применяя для вычисления коэффициентов графический метод.

Следует помнить, что единичные нагрузки, а равно и нагрузки V и H лежат в плоскости стойки и при решении крыльев должны быть разложены на компоненты в плоскости крыльев и перпендикулярные к ней.

После решения системы на внешнюю нагрузку и единичные нагрузки в направлении X_1 и X_2 и X_3 вычисляются коэффициенты канонических уравнений $\delta_{10}, \delta_{20}, \delta_{30}, \delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{33}, \delta_{12} = \delta_{21}, \delta_{13} = \delta_{31}, \delta_{23} = \delta_{32}$ и составляются уравнения

$$\delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 = 0,$$

$$\delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 = 0,$$

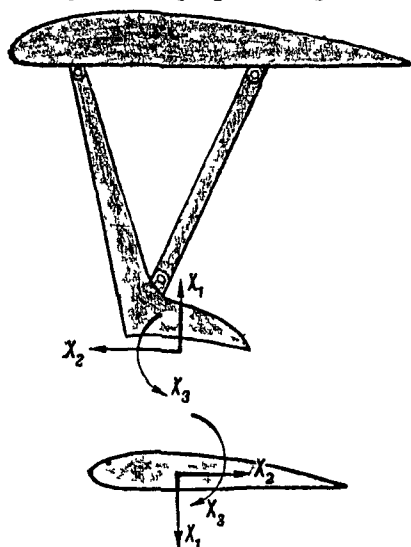
$$\delta_{30} + \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 = 0$$

Решение уравнений можно производить любым способом, но при расчете на несколько случаев удобно пользоваться детерминантами.

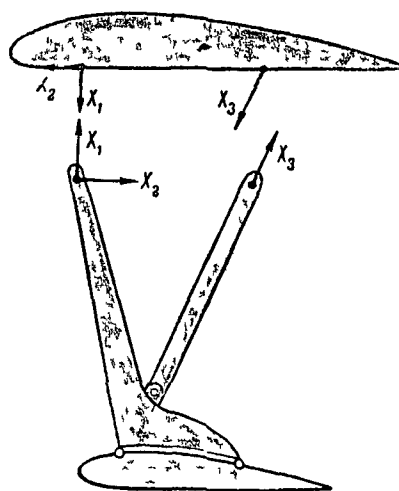
Схема работы и указания к расчету коробки с V-стойкой фиг 499, с

Оба крыла предполагаются двухлонжеронными, расчалочными. Система с учетом прямой или обратной симметрии трижды статически неопределима. Решение системы производится с помощью канонических уравнений. Лишние связи удобно принять или согласно фиг 509 или фиг 510. Отличие заключается лишь в том, что при нижнем крыле двухлонжеронной расчалочной конструкции определение перемещений его узлов (иначе,

слагаемых коэффициентов канонических уравнений) производится аналогично соответствующему расчету для верхнего крыла.



Фиг 509

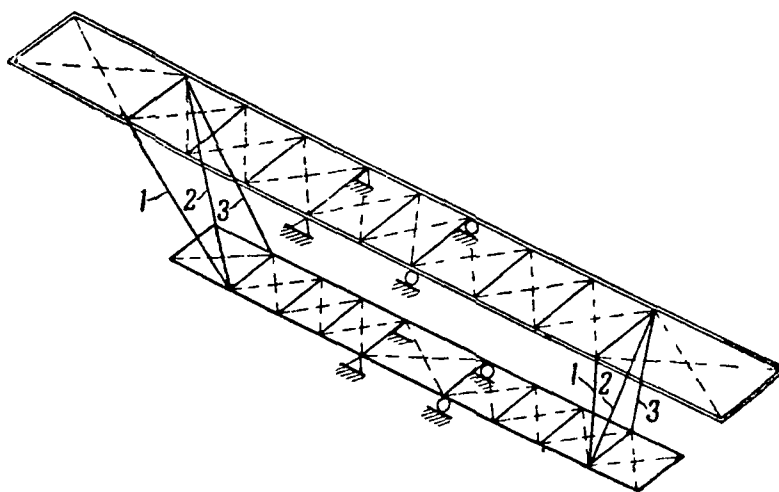


Фиг 510

Расчет коробки крыльев биплана с И-стойкой и без расчалок

Дополнительные указания о распространении способов решения коробки с V-стойкой

На фиг 511 изображена расчетная схема коробки (в предположении расчалочной конструкции крыльев), в отношении которой принимаются допущения, изложенные на стр 453. Как видно из схемы, система при прямо- и антисимметричных нагрузках трижды статически неопределима. За лишние связи принимаются элементы 1, 2 и 3 стойки. В зависимости от необходимой точности расчета можно при подсчете коэффициентов канонических уравнений принимать элементы стойки, распорки и лонжероны на осевые усилия абсолютно жесткими, учитывая только деформации лонжеронов на изгиб и деформации расчалок.



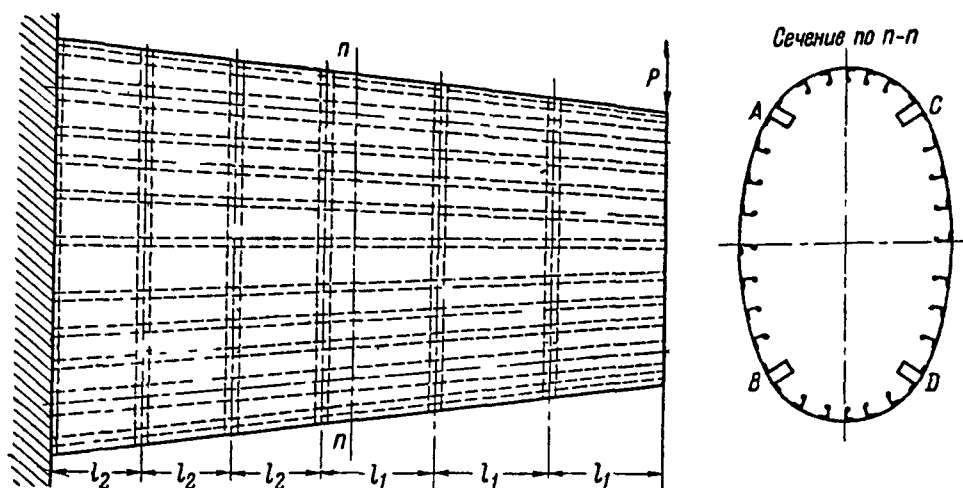
Фиг 511

В случае крыльев нерасчалочной конструкции (например, кессонного типа) способ расчета не меняется, но при подсчете коэффициентов канонических уравнений придется учесть изгиб крыльев в двух плоскостях и кручение.

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Ветчинкин В. П. Материалы по расчету самолетов на прочность. ЦАГИ, 1924
- 2 Самолетостроение. Т. II. М.-Л., ГНТИ, 1931
- 3 Расчет самолета на прочность. Конспект лекций В. Т. Баикова. МВВА РККА, 1933
- 4 Расчет самолета на прочность. Расширенный конспект лекций С. Н. Шишкина. МАИ, 1936
- 5 Ростовцев Г. Г. Строительная механика самолета. Ч. I, II. Л.-М. ОНТИ, 1936
- 6 Дубровин А. А., Макаров С. Я. и Суздальцев Я. Я. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность. М.-Л. ОНТИ НКТП, 1937

Эксперимент показывает следующую картину работы обшивки. При небольших нагрузках работает все сечение полностью и при дальнейшем нагружении начинает терять устойчивость обшивка в боковых частях от касательных напряжений, когда нагрузка равна, примерно, 20—25% раз-



Фиг 513

рушающей. Далее начинает терять устойчивость обшивка в сжатой зоне и, наконец, стрингеры, работающие на сжатие.

Необходимо при подсчете приведенных моментов инерции сечений обращать внимание на то, при каких нагрузках обшивка теряет устойчивость.

Случаи потери устойчивости обшивки

При расчете предполагают, что разрушение конструкции наступает при достижении критического напряжения в крайнем сжатом стрингере.

Нормальные напряжения в продольных элементах от изгибающего момента определяются по следующим формулам

$$\sigma = \pm \frac{Mz}{I_r}$$

для зоны, в которой нет потери устойчивости и

$$\sigma = \pm \frac{Mz}{I_r} - \frac{N}{F_r}$$

для зоны, в которой есть потеря устойчивости

Здесь M — изгибающий момент в сечении,

I_r — приведенный момент инерции сечения,

z — расстояние от нейтральной оси до рассматриваемого волокна,

N — осевая сила в элементе (в стрингере или лонжероне), возникающая как горизонтальная составляющая от обшивки после потери устойчивости,

F_r — площадь сечения стрингера или лонжерона с участком обшивки 30 δ

Осевая сила сжатия N определяется по формуле

$$N = (\tau - \tau_{кр}) h \delta \operatorname{ctg} \alpha,$$

где τ — касательное напряжение в обшивке,

$\tau_{кр}$ — критическое касательное напряжение в обшивке,

h — расстояние между стрингерами,

δ — толщина обшивки,

α — угол наклона волн обшивки

Формулы для определения τ и $\tau_{кр}$ приведены на стр. 223—225.
Приведенный момент инерции сечения подсчитывается по формуле:

$$I_r = \Sigma (I_0 + F z^2),$$

где I_0 — собственный момент инерции сечения элемента,

F_r — приведенная площадь сечения элемента,

z — расстояние оси нейтральной оси до ц. т. F_r .

Для того чтобы определить приведенный момент инерции сечения, необходимо знать приведенную площадь сечения и положение нейтральной оси.

Приведенную площадь сечения каждого элемента определяют следующим образом.

Растянутая зона

Площади сечений лонжеронов и стрингеров берутся полностью, а площадь сечения обшивки — с коэффициентом 0,85, вследствие того, что обшивка несколько поздней включается в работу из-за слабой натяжки.

Сжатая зона

Площади сечений лонжеронов и стрингеров берутся полностью; обшивку учитывают по формуле (фиг. 514 и 515):

$$F_{пр} = b_{пр} \delta = \varphi_1 \delta^2 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{стр}}},$$

где E — модуль упругости,

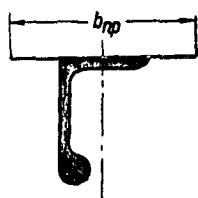
$\sigma_{стр}$ — максимальное (критическое) напряжение в стрингере,

δ — толщина обшивки.

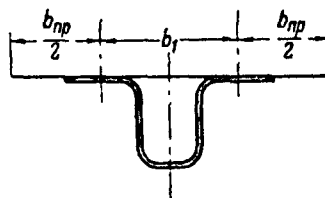
Для обшивки, расположенной между нейтральной осью и лонжеронами $\varphi_1 = 1,0$, а для обшивки, расположенной вне лонжеронов, $\varphi_1 = 1,9$.

По этой формуле можно определять приведенную площадь сечения как плоских, так и криволинейных обшивок.

При двухшовном профиле часть обшивки между заклепочными швами включается в площадь сечения профиля (фиг. 515).



Фиг. 514



Фиг. 515

Критические напряжения для стрингеров определяются по формулам или графикам, приведенным на стр. 178—193 для изолированных профилей; при этом учитывается влияние толщины обшивки на разрушающее напряжение в стрингере, а именно:

1) при толщинах обшивки $\delta = 0,5 \sim 1,00$ мм напряжение в стрингере берется с уменьшением до 10%;

2) при $\delta = 1,0 \sim 1,5$ мм напряжение изолированного профиля понижается на 10~15%;

3) при $\delta = 1,5 \sim 2,0$ мм напряжение изолированного профиля понижается на 15~20%.

Положение нейтральной оси

Положение нейтральной оси (фиг. 516) определяется по формуле:

$$z_n = \frac{\Sigma F_r z}{\Sigma F_r}.$$

Положение ц. ж. сечений можно, в первом приближении, определять по формулам:

$$z_{ж} = \frac{\Sigma I_{yr} z}{\Sigma I_{yr}},$$

$$y_{ж} = \frac{\Sigma I_{zr} y}{\Sigma I_{zr}},$$

где

$$I_{yr} = I_{пр} + F_r z^2,$$

$$I_{zr} = I_{пр} + F_r y^2,$$

$I_{пр}$ — момент инерции присоединенной обшивки относительно собственной нейтральной оси.

В случае одного выреза небольшой длины ц. ж. можно считать совпадающим с ц. т. сечения вследствие влияния соседних замкнутых сечений.

Определив напряжения по высоте сечения производят сравнение их для сжатой зоны с критическим расчетным напряжением стрингера и в растянутой зоне с σ_b и получают коэффициенты запаса прочности для отдельных элементов

$$\eta_{сж} = \frac{\sigma_{кр}}{\sigma} \quad \text{и} \quad \eta_p = \frac{\sigma_b}{\sigma}.$$

Значения этих коэффициентов должны быть равны единице или больше. Для крайнего сжатого элемента обычно удовлетворяют условию.

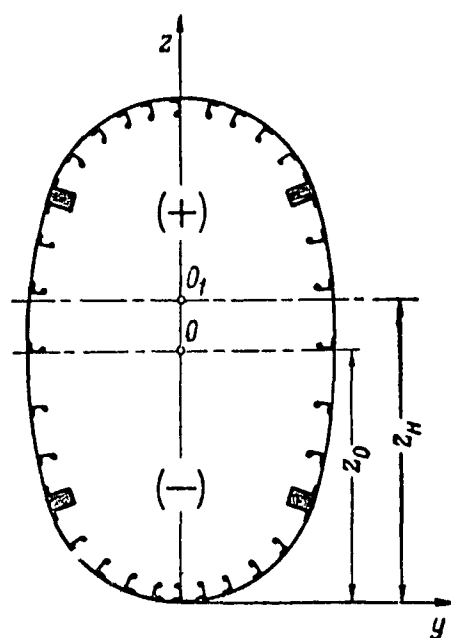
$$\eta_{сж} = 1.$$

Случай непотерявшей устойчивости обшивки

Если обшивка не теряет устойчивости от касательных напряжений в боковых стенках фюзеляжа между лонжеронами вплоть до разрушающих нагрузок, то ее учитывают во всей сжатой зоне, вводя присоединенные полосы, ширина которых определяется по формуле для $F_{пр}$ (стр. 488) с коэффициентом $\varphi_1 = 1,9$, а в растянутой зоне вводят площадь сечения с коэффициентом 0,85.

Случай фюзеляжа с вырезами

Если фюзеляж имеет два выреза, вверху и внизу, то в сечениях вырезов рекомендуется вводить в работу обшивку в сжатой зоне с коэффициентом $\varphi_1 = 1,0$ для присоединенной ширины, в случае, если обшивка рано теряет устойчивость, а в растянутой зоне всю обшивку необходимо включать с коэффициентом 0,85. Включать в работу стрингеры и обшивку можно только со второго шпангоута на 50% и с третьего, считая от выреза или разъема шпангоута, на 100%.



Фиг. 516

В случае, если вырезы или разъем конструктивно подкреплены таким образом, что полностью замещают вырезанную часть (стр. 498), обшивку и стрингеры можно принимать включающимися в работу со второго шпангоута на 100%.

Т а б л и ц а 200

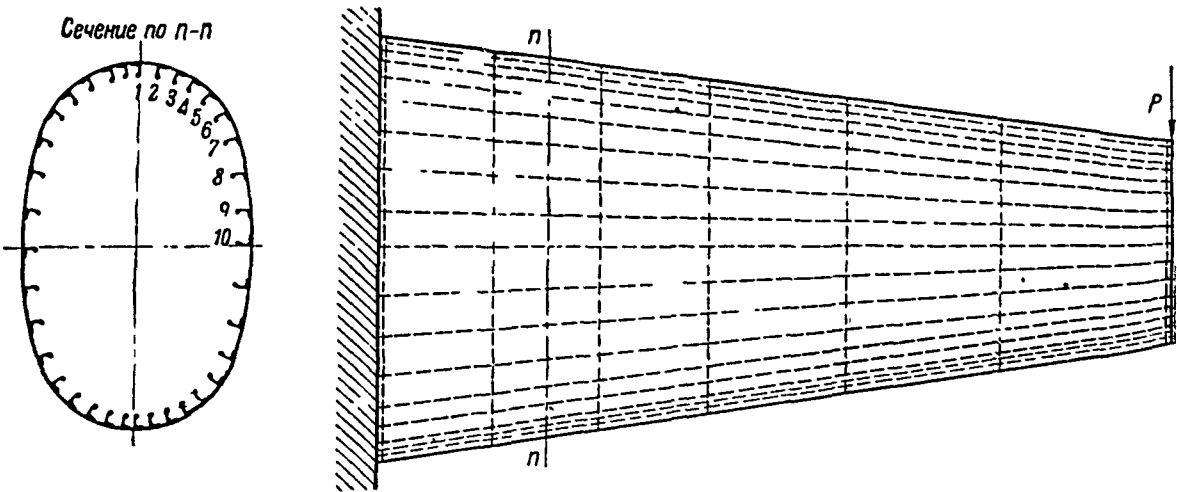
№ сечений		1	2	3	4	и т д
Q						
M						
I_r						
Моменты со- противления	$W_{сж}$					
	W_p					
Нормальные напряжения при изгибе	$\sigma_{сж}$					
	σ_p					
Коэффициен- ты запаса прочности	$\eta_{сж}$					
	η_p					

Все данные по расчету хвостовой части фюзеляжа на изгиб сводятся в таблицу (табл. 200).

Определение нормальных напряжений при изгибе фюзеляжа монокок

Расчет стрингерного фюзеляжа монокок (фиг. 517)

Сначала необходимо подсчитать критические касательные напряжения в каждой панели между стрингерами и по этим величинам установить границы зоны, в которой обшивка потеряла устойчивость. В той



Фиг 517

части сжатой обшивки, где она потеряла устойчивость от касательных напряжений, следует ее включать в работу в виде присоединенных полос с коэффициентом $\varphi_1=1,0$, а в остальной части учитывать в виде присоединенных полос с коэффициентом $\varphi_1=1,9$ (стр. 488). В растянутой зоне

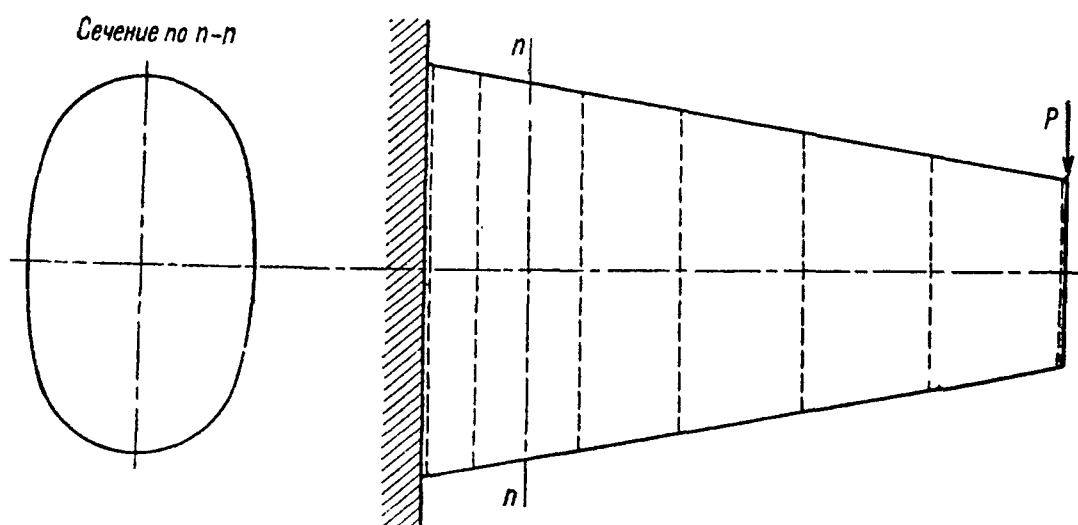
необходимо включать обшивку с коэффициентом 0,85. Нормальные напряжения от изгиба определяются с помощью I_x (стр. 487).

Если обшивка не теряет устойчивости от касательных напряжений в боковых стенках фюзеляжа, то для всей сжатой зоны обшивку вводят в расчет в виде присоединенных полос, а в растянутой — с коэффициентом 0,85. Нормальные напряжения определяются по тем же формулам.

Расчет бесстрингерного фюзеляжа монокок

Для бесстрингерного фюзеляжа монокок (фиг. 518) за момент разрушения принимается момент потери устойчивости обшивки.

Поэтому: 1) критическое напряжение сжатия ($\sigma_{кр}$) должно быть больше нормального напряжения сжатия ($\sigma_{сж}$) от изгибающего момента и 2) критическое касательное напряжение ($\tau_{кр}$) в обшивке также должно быть больше суммарного касательного напряжения $\tau_{сум}$ от перерезывающей силы и скручивающего момента.



Фиг. 518

Критические напряжения сжатия можно определять по формуле ($\sigma_{кр} \leq \sigma_b$):

$$\sigma_{кр} = \chi \cdot E \cdot \frac{\delta}{R},$$

где R — радиус кривизны обшивки,

δ — толщина обшивки,

E — модуль упругости.

Если обшивка хорошо натянута (нет вмятин и т. д.), то коэффициент χ можно брать равным 0,4, в противном случае его нужно брать равным 0,3 (стр. 226).

Расчет на изгиб в горизонтальной плоскости производится аналогично расчету на изгиб в вертикальной плоскости.

Определение нормальных напряжений при одновременной нагрузке на вертикальное и горизонтальное оперения

Нормальные напряжения при одновременном действии сил на горизонтальное и вертикальное оперения определяются путем суммирования отдельно вычисленных напряжений для M_y и M_z (стр. 44).

Определение касательных напряжений при изгибе

Касательные напряжения в обшивке фюзеляжа, близкого к симметричной форме относительно двух осей, определяются по формуле:

$$\tau = \frac{QS_r}{I_r\delta} \; ,$$

где Q — перерезывающая сила,
 I_r — приведенный момент инерции сечения,
 S_r — приведенный статический момент части сечения относительно нейтральной оси,
 δ — толщина обшивки.

В случае симметрии только относительно одной оси при изгибе в плоскости, перпендикулярной этой оси, τ определяется по формулам стр. 74—77.

Если обшивка не теряет устойчивости в средних зонах вплоть до разрушения, то в стрингерах и шпангоутах никаких добавочных осевых сил от обшивки не возникает.

Если плоская или криволинейная обшивка фюзеляжа теряет устойчивость от касательных напряжений, то она будет догружать осевыми силами продольные и поперечные элементы.

Для того чтобы выяснить, в каких участках обшивка потеряла устойчивость, необходимо произвести подсчет критических касательных напряжений в криволинейной обшивке по формуле:

$$\tau_{кр} = \frac{5E}{\left(\frac{h}{\delta}\right)^2} + 0,1 \frac{E}{\frac{R}{\delta}} \; ,$$

где $\tau_{кр}$ — критическое касательное напряжение в обшивке,
 h — расстояние между стрингерами,
 R — радиус кривизны обшивки,
и сравнить оба значения напряжений.

В участках, где обшивка потеряла устойчивость, производят дополнительно расчет обшивки по формулам:

$$\sigma_1 = (2\tau - \tau_{кр}) \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

$$\sigma_2 = \frac{\tau_{кр}}{\sin 2\alpha}$$

(стр. 223).

Результаты расчета сводят в таблицу (табл. 201).

Т а б л и ц а 201

№ сечений		1	2	3	и т д.
Q					
τ					
$\tau_{кр}$					
σ_1					
σ_2					
Коэффициенты запаса	η_t				
	η_z				

Расчет фюзеляжей полумонокок и монокок на кручение

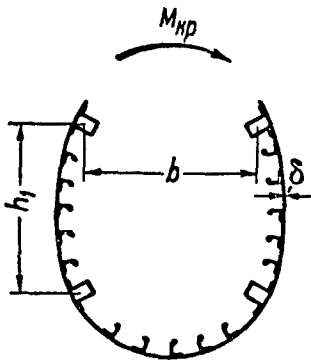
Касательные напряжения для закрытых сечений определяются по формуле Бредта

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2F_{к}} \delta ,$$

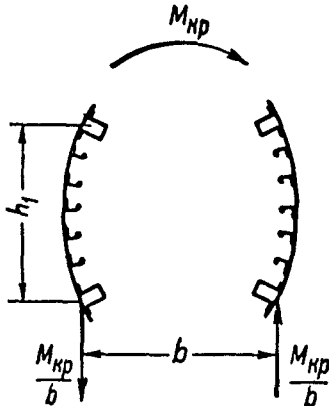
где $M_{кр}$ — скручивающий момент,
 $F_{к}$ — площадь внутри контура,
 δ — толщина обшивки

Касательные напряжения при кручении для открытых сечении фюзеляжа полумонокок при одном вырезе (фиг 519) могут приближенно определяться по следующей формуле

$$\tau = \frac{M_{кр}}{h_1 b \delta} ,$$



Фиг 519



Фиг 520

где h_1 — расстояние между лонжеронами,
 b — ширина выреза

Если сечение фюзеляжа имеет два выреза, сверху и снизу (фиг 520), то касательные напряжения в первом приближении можно определять по этой же формуле

Если обшивка рано теряет устойчивость ($\tau > \tau_{кр}$), то ее необходимо дополнительно рассчитать на σ_1 и σ_2 (стр 492)

Результаты подсчетов на кручение сводят в таблицу (табл 202)

Таблица 202

№ сечений		1	2	3	и т д
$M_{кр}$					
τ					
$\tau_{кр}$					
σ_1					
σ_2					
Коэффициенты запаса	η_{τ}				
	η_{σ}				
θ					

Суммарные касательные напряжения

При несимметричной нагрузке на хвостовую часть фюзеляжа суммарные касательные напряжения определяются по формуле:

$$\tau_{\text{сум}} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

где τ_1 — касательное напряжение от нагрузки на горизонтальное оперение,
 τ_2 — касательное напряжение от нагрузки на вертикальное оперение,
 τ_3 — касательное напряжение от соответствующего скручивающего момента.

Результаты расчета сводят в таблицу (табл. 203).

Т а б л и ц а 203

№ сечений		1				2				3				и т. д.
Q	$\frac{Q_z}{Q_y}$													
M _{кр}														
τ	τ_1													
	τ_2													
	τ_3													
$\tau_{\text{кр}}$														
σ_1														
σ_2														
Коэффициенты запаса	$\eta_{\text{т}}$													
	$\eta_{\text{с}}$													

Определение нагрузок на шпангоуты и стрингеры фюзеляжа

Если обшивка фюзеляжа не теряет устойчивости от касательных напряжений при изгибе и скручивании вплоть до разрушающих нагрузок, то шпангоуты почти не работают.

Если обшивка теряет устойчивость раньше, то шпангоуты нагружаются нормальными нагрузками от обшивки и стрингеров.

Нагрузки, приходящиеся на шпангоуты, можно подразделить на два вида: 1) возникающие от совместной работы элементов фюзеляжа и 2) непосредственно приложенные к шпангоутам.

Нагрузки на шпангоуты вследствие общих деформаций

При изгибе хвостовая часть фюзеляжа получает искривление; вследствие этого обшивка и стрингеры оказывают давление на шпангоуты.

Так как стрингеры ставятся сравнительно часто, то считают, что сосредоточенные нагрузки от стрингеров можно заменить равномерной погонной

нагрузкой; тогда погонная нагрузка от стрингеров и обшивки, передающаяся на шпангоут, определяется по формуле:

$$q_z = \left(\frac{M}{I_r} \right)^2 \frac{\delta_{\text{ср}}}{E} lz,$$

где l — расстояние между шпангоутами,

$$\delta_{\text{ср}} = \frac{F_{\text{обш}} + nF_{\text{стр}}}{s},$$

$F_{\text{обш}}$ — площадь сечения обшивки,

$F_{\text{стр}}$ — площадь сечения стрингера,

n — количество стрингеров,

s — длина контура сечения,

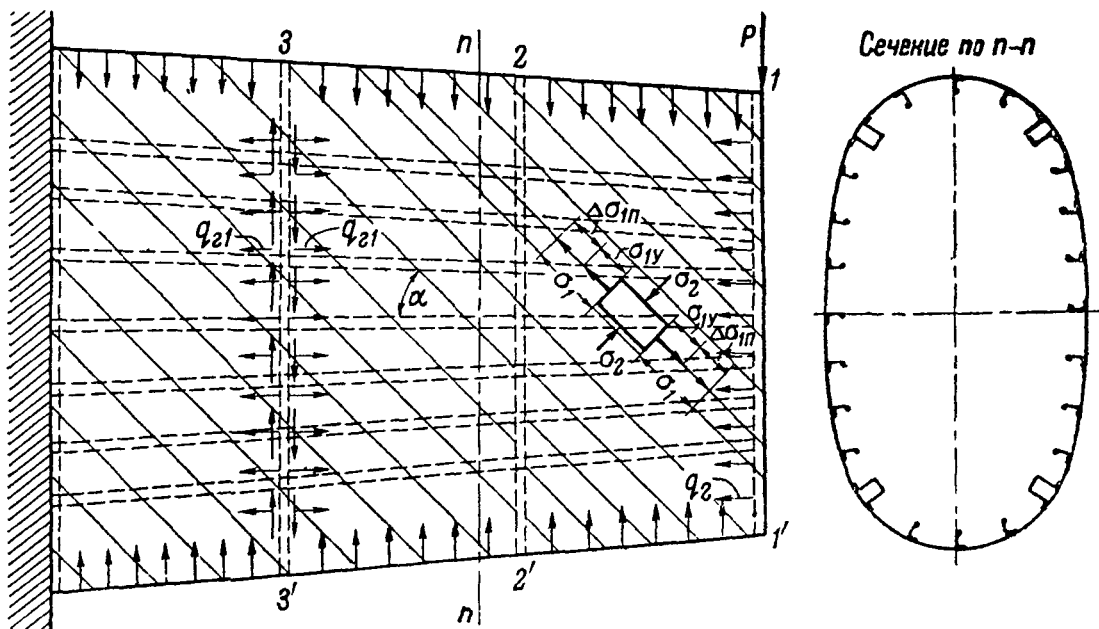
z — расстояние от нейтральной оси до точки, в которой приложена нагрузка.

При изгибе фюзеляжа в плоскости наименьшей жесткости эти напряжения получают значительной величины.

Полученные напряжения в шпангоутах суммируются с напряжениями, получаемыми от перерезывающей силы и скручивающего момента.

Нагрузки на шпангоуты при изгибе хвостовой части фюзеляжа силой, приложенной на конце

Если обшивка не теряет устойчивости от касательных напряжений, то шпангоуты никаких нагрузок, кроме указанных выше, от обшивки не имеют. В этом случае необходимо проверить только крайний шпангоут, к которому приложена сосредоточенная сила P ; этот шпангоут должен передать



Фиг 521

силу P на обшивку. Если обшивка теряет устойчивость (фиг. 521), то она будет нагружать шпангоуты и стрингеры; последние свои нагрузки передадут на шпангоуты в виде сосредоточенных нагрузок. Вследствие того, что стрингеры ставятся сравнительно часто, без значительной погрешности можно сделать допущение, что обшивка полностью передает все нагрузки непосредственно на шпангоуты.

Погонная нагрузка, передающаяся на средние шпангоуты нормально к ним и в их плоскости, тогда будет определяться по формуле

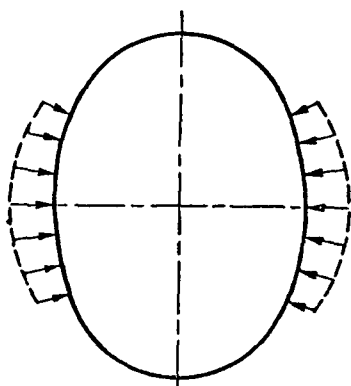
$$q = (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\delta l \sin^2 \alpha}{R} = \frac{\Delta \sigma \delta l \sin^2 \alpha}{R}$$

или

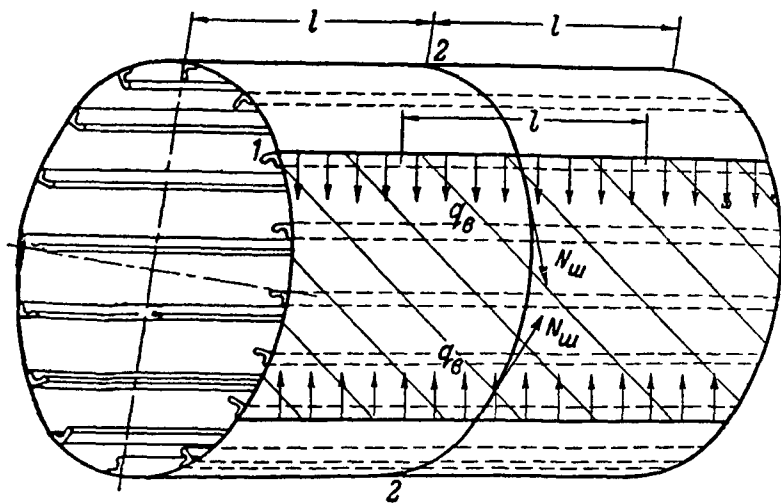
$$q = (\tau - \tau_{кр}) \frac{\delta l}{R} \operatorname{tg} \alpha$$

На фиг 522 показан характер изменения погонной нормальной нагрузки, действующей на средние шпангоуты. Краиний шпангоут, кроме сосредоточенной силы, будет нагружен погонной нормальной нагрузкой от обшивки

$$q = \Delta \sigma \frac{\delta l \sin^2 \alpha}{2R},$$



Фиг 522



Фиг 523

где $\Delta \sigma$ — дополнительное напряжение растяжения в обшивке после потери устойчивости ее, которое определяется по формуле

$$\Delta \sigma = \frac{2(\tau - \tau_{кр})}{\sin 2\alpha},$$

и будет изгибаться от горизонтальных (перпендикулярных к плоскости шпангоута) погонных нагрузок

$$q_t = \Delta \sigma \delta \cos^2 \alpha = (\tau - \tau_{кр}) \delta \operatorname{ctg} \alpha$$

В действительных конструкциях шпангоуты делаются нежесткими в плоскости обшивки и часто бывают склепаны с обшивкой одним рядом заклепок. Вследствие этого получается натяжение обшивки как справа, так и слева от шпангоута одинаковым (фиг 521). В этом случае никакого изгиба перпендикулярно своей плоскости средние шпангоуты претерпевать не будут.

При наличии устойчивого участка обшивки (стрингер 1—1 на фиг 523 делит обшивку на устойчивую и неустойчивую зоны) на шпангоут, кроме нормальных нагрузок, будет действовать еще осевая сосредоточенная сила, значение которой определяется по формуле

$$N_{шп} = q_n l = \Delta \sigma \delta l \sin^2 \alpha$$

Вследствие того, что сосредоточенные силы, приходящиеся от стрингеров или лонжеронов, приложены эксцентрично к сечению шпангоута, определяются изгибающие моменты по формуле:

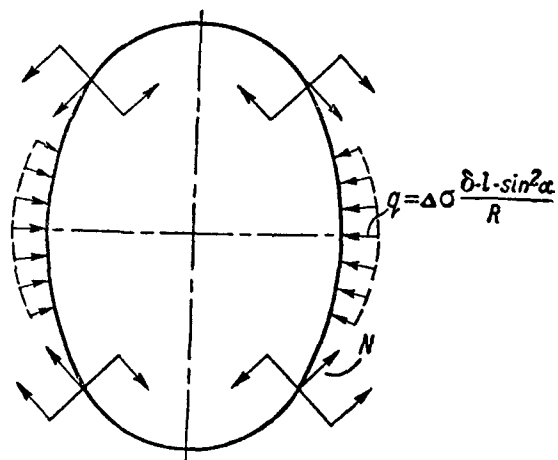
$$M = N_{\text{шп}} e = \Delta \sigma \delta l e \sin^2 \alpha,$$

где e — эксцентриситет.

В этом случае средний шпангоут будет нагружен следующими нагрузками (фиг. 524):

- 1) нормальными погонными нагрузками,
- 2) сосредоточенными силами,
- 3) моментами.

В случае, если к среднему шпангоуту приложена сосредоточенная сила, то ее необходимо добавить к этой системе.



Фиг 524

Нагрузки на шпангоуты от скручивающего момента

Если обшивка не теряет устойчивости от касательных напряжений при кручении, то шпангоуты никакими нормальными силами не нагружаются.

Если обшивка теряет устойчивость по всему контуру, то она будет нагружать шпангоуты нормальными погонными нагрузками.

Если имеются по контуру участки обшивки, не теряющие устойчивости, то в этих местах шпангоут нагружаться не будет.

В этом случае погонная нормальная нагрузка, приходящаяся на средний шпангоут, нормальная к нему и лежащая в его плоскости, определится по следующей формуле:

$$q = \Delta \sigma \frac{\delta l \sin^2 \alpha}{R} = (\tau - \tau_{\text{кр}}) \frac{\delta l \operatorname{tg} \alpha}{R},$$

где τ — касательное напряжение в обшивке, которое определяется по формуле Бредта,

$\tau_{\text{кр}}$ — критическое касательное напряжение в обшивке.

Как в расчете на изгиб силой определяются другие нагрузки (стр. 495—497).

Дополнительные нагрузки на стрингеры

Если обшивка не теряет устойчивости от касательных напряжений, то стрингеры воспринимают только нормальные напряжения от изгибающего момента. После же потери устойчивости обшивки в стрингерах возникают дополнительные осевые сжимающие силы и нормальные нагрузки к стрингерам.

Осевая сжимающая сила в стрингере определяется по формуле:

$$N = (\tau - \tau_{\text{кр}}) h \delta \operatorname{tg} \alpha.$$

Погонная нормальная нагрузка, приходящаяся на стрингер от обшивки, вследствие потери ею устойчивости, определится по формуле:

$$q_n = \Delta \sigma \delta \frac{h}{R} \sin^2 \alpha = (\tau - \tau_{кр}) \frac{\delta h}{R} \operatorname{tg} \alpha,$$

где τ и $\tau_{кр}$ — определяются как на стр. 492.

h — расстояние между стрингерами,

R — радиус кривизны панели.

Эта формула выведена в предположении, что шпангоуты связаны только со стрингерами.

Нагрузки на стрингеры при кручении определяются по тем же формулам.

В этом случае τ определяется по формуле Бредта.

По приведенным формулам можно определять, в запас прочности, погонную нагрузку и для случая, когда шпангоуты прикреплены к обшивке и стрингерам.

Для стрингера, находящегося на границе зон устойчивой и потерявшей устойчивость обшивки, нагрузка определяется по формуле:

$$q_n = \Delta \sigma \delta \sin^2 \alpha.$$

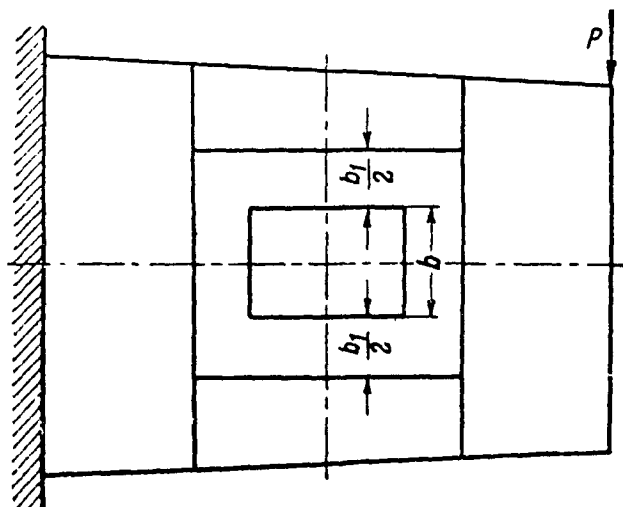
При расчете на нормальные погонные нагрузки стрингеры следует рассматривать, как многоопорную балку.

Подкрепление вырезов и разъемов

Подкрепление вырезов

Обшивка вокруг вырезов должна подкрепляться с таким расчетом, чтобы это подкрепление соответствовало прочности на сдвиг вырезанной части обшивки.

В большинстве случаев для подкрепления выреза ставят очень сильную рамку из закрытых или открытых профилей.



Фиг. 525

На сдвиг обшивку можно подкрепить окаймлением в виде широкой полосы около отверстия (фиг. 525), толщина которой

$$\delta_1 = \frac{\tau b \delta}{b_1 \tau_1},$$

где δ — толщина вырезанной части обшивки,

b — ширина выреза,

τ — касательное напряжение вырезанной части обшивки,

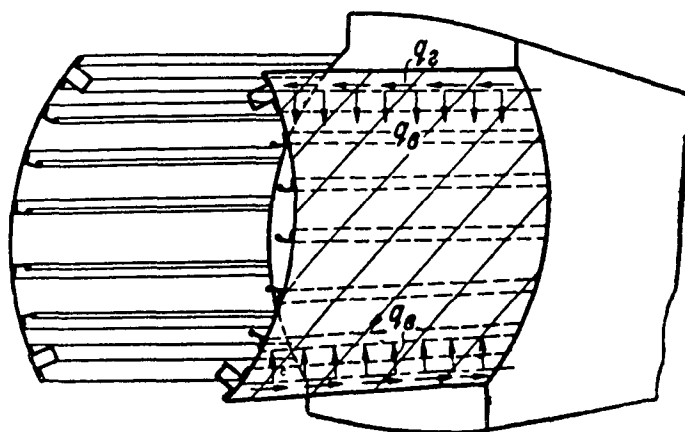
δ_1 — толщина полосы, которая должна быть поставлена вокруг выреза,

b_1 — ширина полосы, которая должна быть поставлена вокруг выреза,

τ_1 — касательное напряжение в поставленной полосе вокруг выреза.

Кроме того, вокруг выреза необходимо ставить не очень сильную рамку для погашения местных напряжений.

В сечениях вырезов лонжероны в случае, если обшивка теряет устойчивость будут догружаться осевыми силами и вертикальной погонной нагрузкой от натяжения обшивки (фиг. 526). Эти нагрузки необходимо

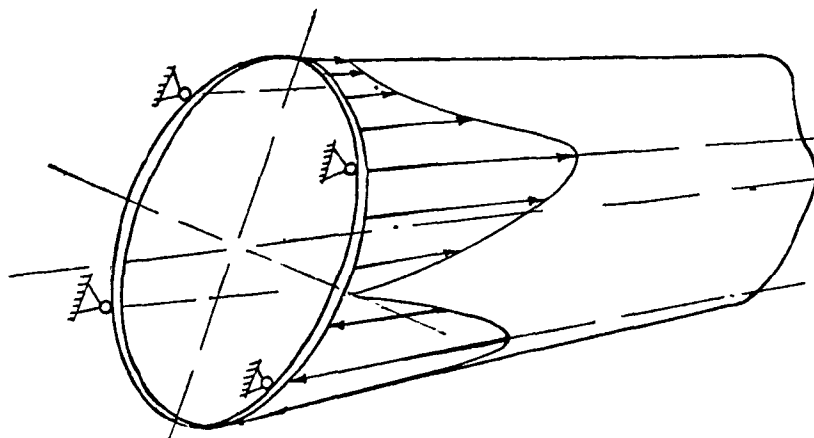


Фиг. 526

учитывать при расчете (стр. 496—497). Также необходимо проверять при расчете в этих сечениях влияние упругости лонжеронов на напряженное состояние обшивки (стр. 224).

Подкрепление разъема

Если хвостовая часть фюзеляжа крепится к центральной части в четырех точках, то в этом случае необходимо дополнительно ставить пояс из обшивки для того, чтобы создать достаточную жесткость на изгиб в направлении образующей и понизить концентрацию в отдельных точках.

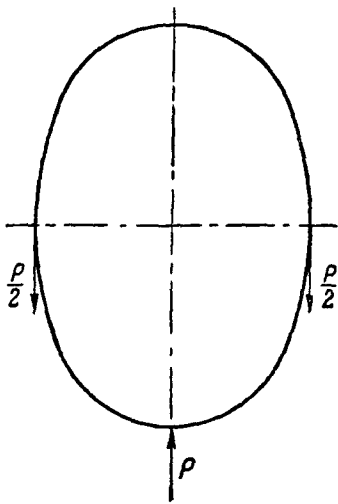


Фиг. 527

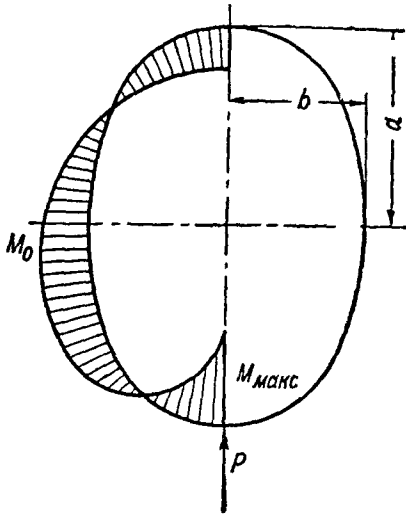
На фиг. 527 показан характер распределения напряжений у разъема, когда подкрепляющего кольца нет.

Расчет шпангоутов

Расчет шпангоута, находящегося в системе фюзеляжа, на нагрузки при изгибе фюзеляжа и при кручении может быть произведен любым приближенным способом, вследствие малости напряжений, возникающих в шпангоутах в этих случаях



Фиг 528



Фиг 529

Расчет на местные нагрузки можно производить по схеме фиг 528. Значения $M_{\text{макс}}$ и M_0 (фиг 529) определяются по формулам

$$\begin{aligned} M_{\text{макс}} &= k_1 Pa, \\ M_0 &= k_2 Pa \end{aligned}$$

Коэффициенты k_1 и k_2 приводятся в табл 204

Т а б л и ц а 204

$\frac{b}{a}$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
k_1	0,121	0,162	0,206	0,250	0,300	0,331	0,376	0,419	0,451
k_2	0,0272	0,050	0,0712	0,0911	0,115	0,139	0,160	0,181	0,212

Определение прогибов хвостовой части фюзеляжей с работающей обшивкой

Прогиб хвостовой части фюзеляжа определяется по формуле

$$f = f_n + f_c,$$

где f_n — прогиб вследствие деформаций от нормальных напряжений,
 f_c — прогиб вследствие сдвига при изгибе

Значение f_n определяется по элементарным формулам строительной механики с тем лишь различием, что после потери устойчивости обшивкой вместо I следует в формулу подставлять I_r .

Значение f_c определяется по формуле

$$f_c = \frac{1}{G} \sum_0^m \left[\frac{Ql}{I_r^2} \sum_1^n \frac{b_i}{\delta} S_i^2 \right]$$

где m — номер сечения (нулевое на конце фюзеляжа),
 l — длина отсека — расстояние между соседними сечениями (например, по шпангоутам),
 Q — перерезывающая сила в отсеке,
 I_r — приведенный момент инерции в отсеке,
 b_i — расстояние между продольными элементами в сечении — длина участка,
 S_{ir} — статический момент части сечения, соответствующей взятому участку, относительно нейтральной оси,
 n — количество участков.

Определение углов закручивания хвостовой части фюзеляжей с работающей обшивкой

Угол закручивания хвостовой части определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{M_{кр}}{4G} l \left[\sum_0^m C_i - \frac{1}{2} (C_m + C_0) \right],$$

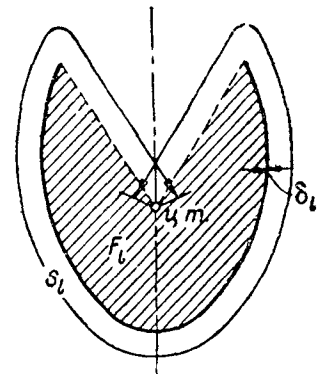
где

$$C_i = \frac{S_i}{\delta_i F_i^2},$$

S_i — длина контура i -го сечения,
 l — длина i -го отсека,
 F_i — площадь i -го сечения внутри контура,
 C_0 — значение C_i на конце хвостовой части в месте приложения $M_{кр}$,
 C_m — значение C_i в сечении m .

Модуль сдвига G для конструкции из дурала принимается равным 200 000 — 220 000 кг/см².

В случае одного выреза относительно небольшой величины для вычисления C_i сечения по вырезу можно принять s_i и F_i , как изображено на фиг. 530. В случае двух вырезов, сверху и снизу, такой же величины в этом отсеке можно определять поворот сечения по перекоосу боковин, считая их заземленными по краям. В случае малых вырезов, хорошо подкрепленных, их можно заменить сплошной обшивкой, замкнув контур.



Фиг. 530

Расчет деревянных фюзеляжей типа монокок

При изгибе нормальные напряжения можно определять, пользуясь обычной формулой сопротивления материалов для линейного распределения напряжений по высоте сечения:

$$\sigma_i = \frac{\varphi_i M z_i}{I_r},$$

где M — изгибающий момент,
 z_i — расстояние от нейтральной линии до рассматриваемого элемента,
 φ_i — редуцированный коэффициент,
 I_r — приведенный момент инерции всего поперечного сечения.

Касательные напряжения в обшивке могут быть определены по формуле:

$$\tau_i = \frac{Q(x)}{I_r} \frac{S_r}{\delta} \frac{h_0}{h(x)},$$

где S_r — приведенный статический момент площадей сечений продольных элементов и обшивки, имеющих $z \geq z_i$ относительно нейтральной линии,

h_0 — высота фюзеляжа в месте приложения равнодействующей внешних сил,

$h(x)$ — высота фюзеляжа в рассматриваемом сечении.

Прогиб фюзеляжа от нагрузки одной силой P на конце можно подсчитывать по формуле:

$$f = \frac{Pl^3}{3E_{\text{обш}} I_r} + \frac{h_0}{h_{\text{ср}}} \frac{Pl}{G_{\text{обш}} I_{r \text{ ср}} \delta} \sum_1^n b_i S_i^2,$$

где l — длина фюзеляжа,

$E_{\text{обш}}$ — модуль упругости обшивки вдоль оси фюзеляжа,

$G_{\text{обш}}$ — модуль сдвига обшивки по направлениям вдоль и поперек фюзеляжа,

n — число стрингеров,

b_i — расстояние между двумя стрингерами,

$I_{r \text{ ср}}$ — приведенный средний момент инерции.

Касательные напряжения от скручивающего момента можно подсчитывать по формуле Бредта:

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{2F_{\text{к}} \delta},$$

где $M_{\text{кр}}$ — скручивающий момент,

$F_{\text{к}}$ — площадь, ограниченная средней линией контура сечения,

δ — толщина обшивки.

Углы закручивания можно подсчитывать по формуле:

$$\varphi_m = \sum_0^m \frac{M_{\text{кр } m} s_m l_m}{4F_{\text{к } m}^2 G_{\text{обш}} \delta},$$

где s_m — длина средней линии контура сечения,

$F_{\text{к } m}$ — площадь, ограниченная этой линией,

l_m — расстояние между шпангоутами.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. В. М. Стригунов. Теоретическое и экспериментальное исследование работы тонкостенных балок. Труды ЦАГИ, 1938 г. № 349.

2. В. М. Стригунов. Метод расчета на прочность металлических фюзеляжей самолета. Труды ЦАГИ, 1939. № 435.

3. А. Ю. Ромашевский. Исследование работы балочных систем с тонкой стенкой с параллельными поясами. Труды ЦАГИ, 1935 г. № 206.

4. Г. А. Олейников. Расчет шпангоутов фюзеляжа монокок. Техн. зам. ЦАГИ, 1936 г. № 131.

5. Г. А. Олейников. Исследование работы подкрепленных и неподкрепленных обшивок на сжатие. Труды ЦАГИ, 1938 г. № 370.

6. Г. Г. Ростовцев. Строительная механика самолета. Ч. II. ОНТИ, 1936 г.

РАСЧЕТ ФЕРМЕННОГО ФЮЗЕЛЯЖА

При расчете ферменного фюзеляжа предполагают, как обычно при решении ферм, что все узлы являются идеальными шарнирами. Таким образом, уничтожается статическая неопределимость в части, мало изменяющей осевые усилия в стержнях. Кроме того, все нагрузки, приложенные не в узлах, разносятся по узлам по закону рычага, если стержни, воспринимающие эти нагрузки, достаточно гибки ($\frac{l}{i} > 30 \sim 40$); в противном случае узловые нагрузки

находятся по правилам решения многоопорной балки с жесткими опорами. Действие изгиба впоследствии, когда будут найдены осевые усилия в ферме, должно обязательно учитываться. При этом, если гибкость стержня не велика ($\frac{l}{i} < 30 \sim 40$) изменением момента от действия продольной силы можно пренебречь. Кроме того, учитываются вторичные напряжения (стр. 250).

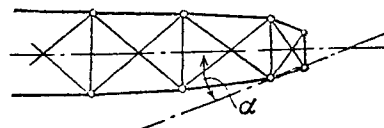
Расчет расчалочного фюзеляжа в принципе не отличается от расчета раскосного; надо лишь заранее выбрать те расчалки, которые в конце расчета будут определены как растянутые. В с. о. ферме перемена направления расчалки изменяет усилия только в четырех элементах того отсека, в котором находится эта расчалка (не считая самой расчалки), а в с. н. ферме эта перемена приводит к изменению усилий, кроме данного отсека, и в с. н. части фермы. Влияние предварительной затяжки на величину потенциальной энергии в фермах обычного типа мало и его можно не учитывать.

При расчете фюзеляжа на ряд случаев нагружения расчет ведут на изгиб и кручение отдельно. При одновременном изгибе и кручении усилия в стержнях складываются.

Расчет на изгиб

Если наклон боковых граней фюзеляжа к плоскости его симметрии невелик (меньше $15-20^\circ$), то решают ферму как плоскую, по ее проекции. Это равносильно предположению, что косинусы углов стержней с плоскостью симметрии фермы равны единице; однако, синусами углов пренебрегать нельзя, так как они определяют усилия в поперечных элементах (распорках).

Если наклон граней достаточно велик (как это показано на фиг. 531 углом α), то ферму надо решать как пространственную.

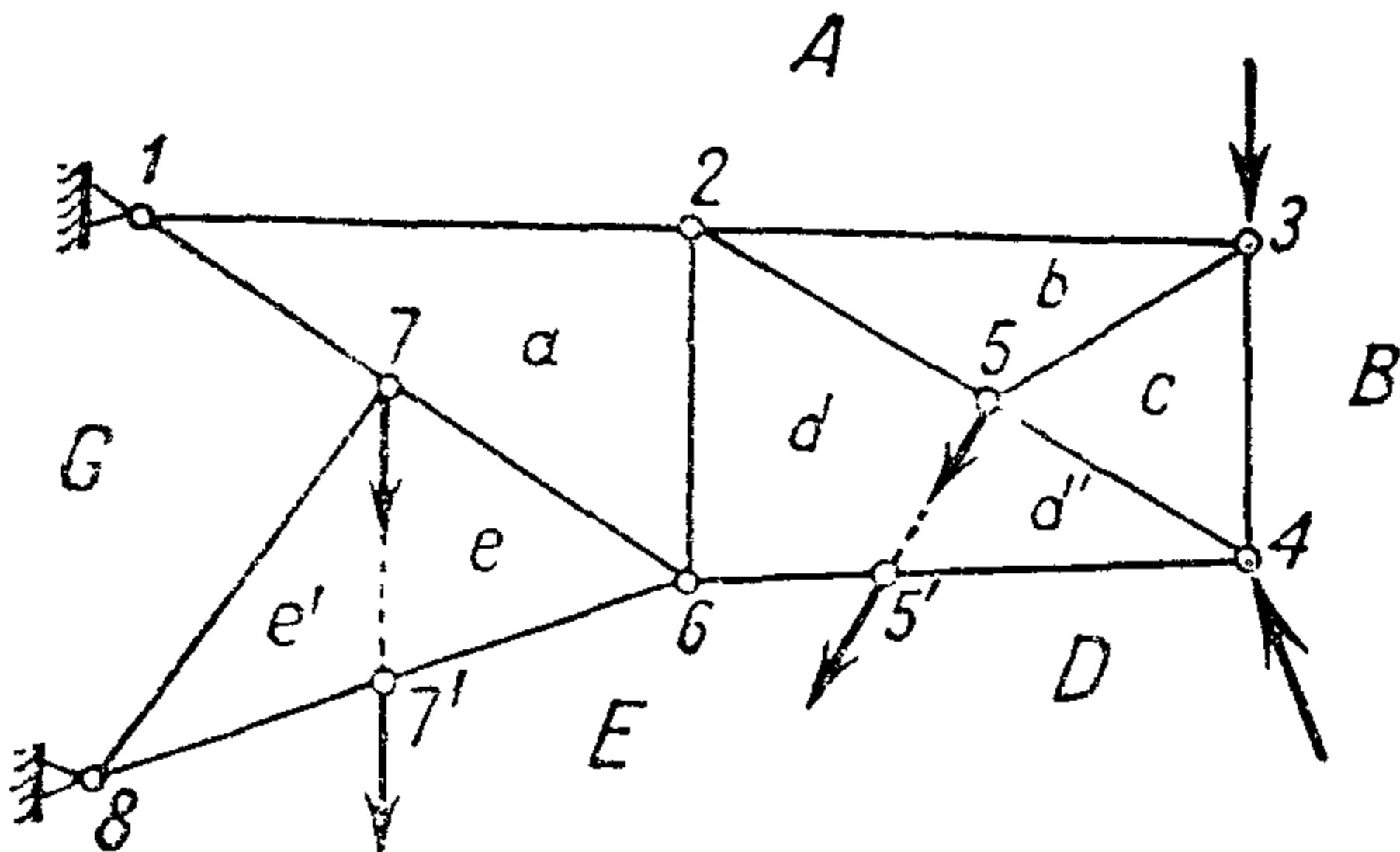


Фиг. 531

Для решения схему фюзеляжа обычно вычерчивают в масштабе $\frac{1}{10} - \frac{1}{20}$ и наносят грузовые точки с координатами, соответствующими тому варианту центровки, для которого производится расчет. Если ожидаемые усилия в стержнях от веса конструкции фюзеляжа составляют $1-2\%$ расчетных усилий, то его можно не разносить по всем узлам, а сосредоточить в одном-двух узлах, но так, чтобы это соответствовало центровке. Обыкновенно достаточная точность получается, если вес передней, средней и хвостовой части сосредоточен каждый в одной грузовой точке. Если вес фюзеляжа относительно большой, то его разносят по узлам, задаваясь каким-либо законом изменения, наиболее подходящим в рассматриваемом случае.

Например, удобно пользоваться законом трапеции, подобной боковой проекции фюзеляжа, или трапеции, соотношение сторон которой примерно равно отношению весов первого и последнего отсеков соответствующей части (передней, средней, задней) фюзеляжа.

После распределения всех сил как инерционных, так и аэродинамических по узлам фюзеляжа делается проверка равновесия. Затем устанавливают направление работающих расчалок (для расчалочного фюзеляжа) и определяют степень статической неопределимости. При наличии более двух лишних стержней, в целях увеличения надежности расчета, целесообразны упрощения расчетной схемы путем выбрасывания слабо нагруженных стержней, оказывающих малое влияние на распределение усилий в фюзеляже. Затем выбирается метод расчета. Обычно для плоских ферм строится диаграмма Кремоны.



Фиг. 532

- При построении диаграммы Кремоны практически удобно пользоваться следующими правилами:
- 1) тщательно проверить правильность определения реакций опор;
 - 2) если одна или несколько сил действуют на узлы внутри фермы (фиг. 532), то их надо вынести за габарит фермы, введя фиктивные стержни от точки приложения силы до пересечения силы с внешним стержнем в фиктивном узле,
 - 3) многоугольник внешних сил выделить;

4) все внешние силы, действующие на ферму, взять с точностью, соответствующей точности построения диаграммы.

Если ферма не простейшего типа и диаграмму Кремоны построить для всей фермы не удастся, то оставшуюся часть фермы решают другим способом, например, способом замены стержней; при замене стержней надо ставить заменяющий стержень так, чтобы в результате не получился механизм.

Для частей фюзеляжа, рассматриваемых как пространственные фермы, составляется таблица геометрических соотношений (табл. 205), по которой находятся косинусы углов стержней с осями координат, и эти части фюзеляжа решаются, как пространственные фермы; при этом, если полученные усилия нужны для решения плоских ферм, то они проектируются на плоскость симметрии и подводятся к узлам последних.

Т а б л и ц а 205

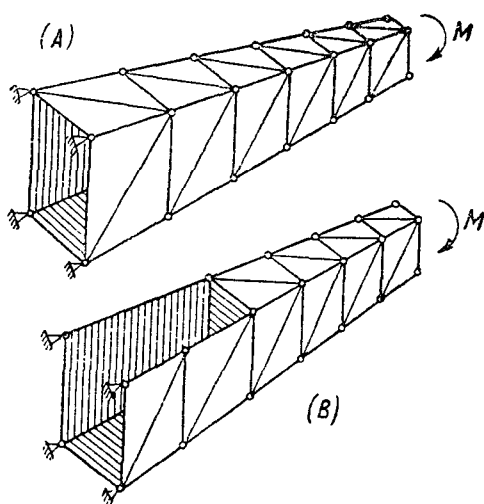
Название стержня	Обозначение стержня	Проекция стержня на оси						l^2	l	cos углов с осями		
		x	y	z	x^2	y^2	z^2			Ox	Oy	Oz

При использовании тех или иных способов решения следует помнить, что обычно наиболее быстрое решение получается при одновременном применении двух или более способов расчета.

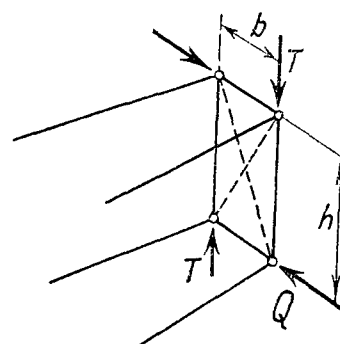
Расчет на кручение

На фиг. 533 дана схема ферменного фюзеляжа прямоугольного сечения без выреза (А) и с вырезом (В). Предположено, что ферма достаточно длинная (больше пяти отсеков нормальных размеров) и не сильно сужающаяся (косинусы углов лонжеронов с продольной осью фермы можно принять за единицы). На конце фюзеляжа действует скручивающий момент M , равный произведению силы, действующей в концевом сечении, на расстояние до ц. ж. последнего.

В плоскости действия момента находится поперечный крест из двух расчалок или из одной жесткой диагонали. Принимают, что в этой плоскости находится жесткая стенка, через которую передается скручивающий момент в виде сил, действующих на узлы и создающих две пары сил. Влиянием внутренних крестов следующих панелей пренебрегают. Таким образом, предполагается при определении сил Q и T (фиг. 534), что система внутренне статически определима. Для определения сил служат уравнение статики:



Фиг. 533



Фиг. 534

$$M_{кр} = Qh + Tb$$

и условие минимума потенциальной энергии, которые приводят к следующим формулам:

$$T = -\frac{M_{кр}}{h} \frac{\sum \left(S_T - S_Q \frac{b}{h} \right) \cdot \frac{l}{EF}}{\sum \left(S_T - S_Q \frac{b}{h} \right)^2 \cdot \frac{l}{EF}};$$

$$Q = \frac{M_{кр} - Tb}{h},$$

где S_T — усилие в стержнях фюзеляжа при действии двух единичных сил в направлении сил T (каждая сила T действует в своей плоскости),

S_Q — усилие в стержнях фюзеляжа при действии двух единичных сил Q (каждая сила Q действует в своей плоскости).

Для определения T составляется таблица (табл. 206).

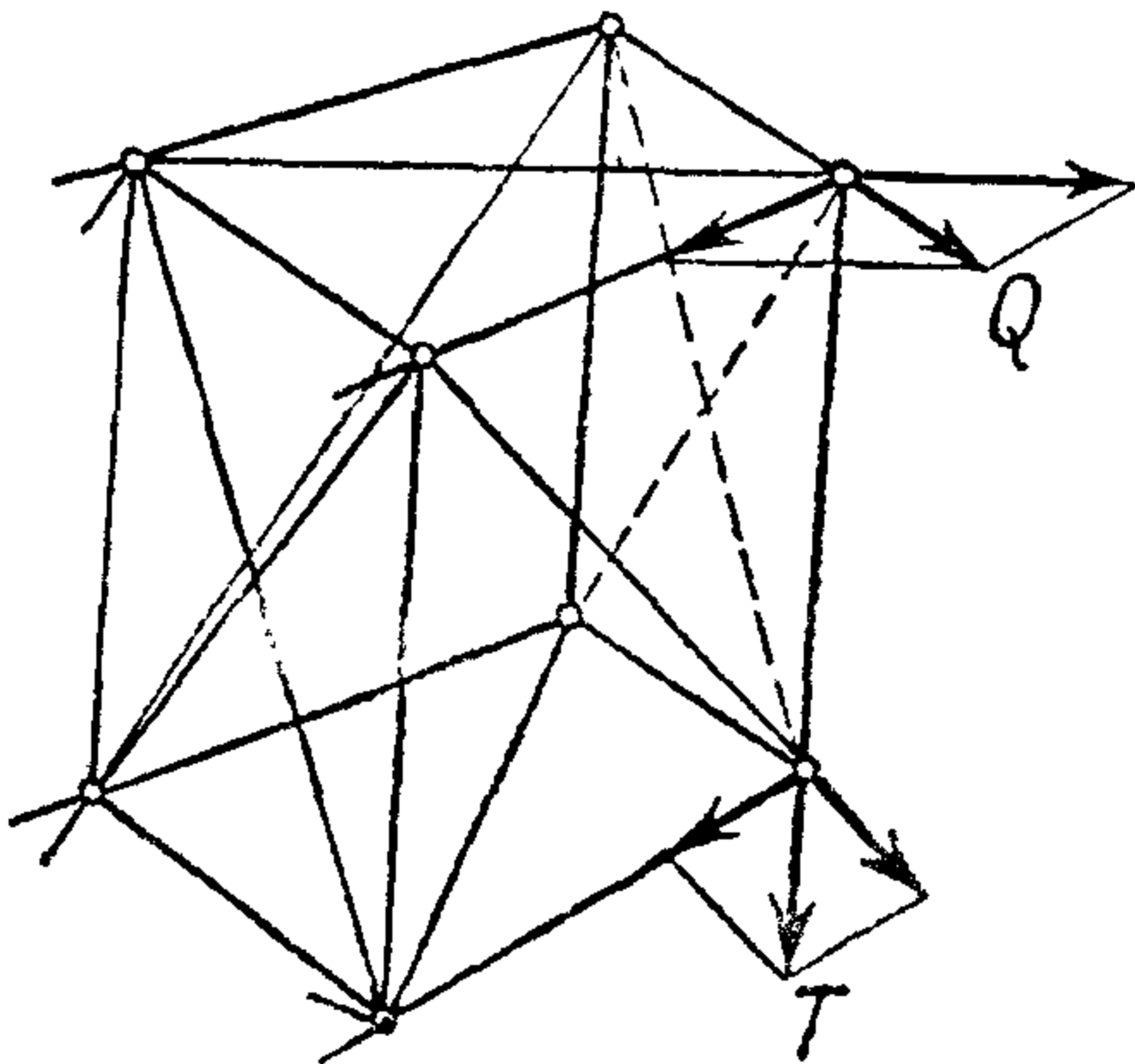
Решение фермы без выреза показывает, что при скручивании наиболее нагруженными элементами оказываются диагональные. Усилия в лонжеронах оказываются сравнительно небольшими, так как каждый лонжерон образует одновременно пояс как горизонтальной, так и вертикальной фермы, решение которых в рассматриваемом случае дает усилия в нем обязательно

Наименование стержня	Обозначение стержня	Площадь сечения стержня	Длина стержня	$\frac{l}{EF}$	S_T	S_Q	$S_Q \frac{b}{h}$	$S_T - S_Q \frac{b}{h}$	$\left(S_T - S_Q \frac{b}{h}\right)^2$	$\left(S_T - S_Q \frac{b}{h}\right) \frac{l}{EF}$	$\left(S_T - S_Q \frac{b}{h}\right)^2 \frac{l}{EF}$
										Σ_1	Σ_2

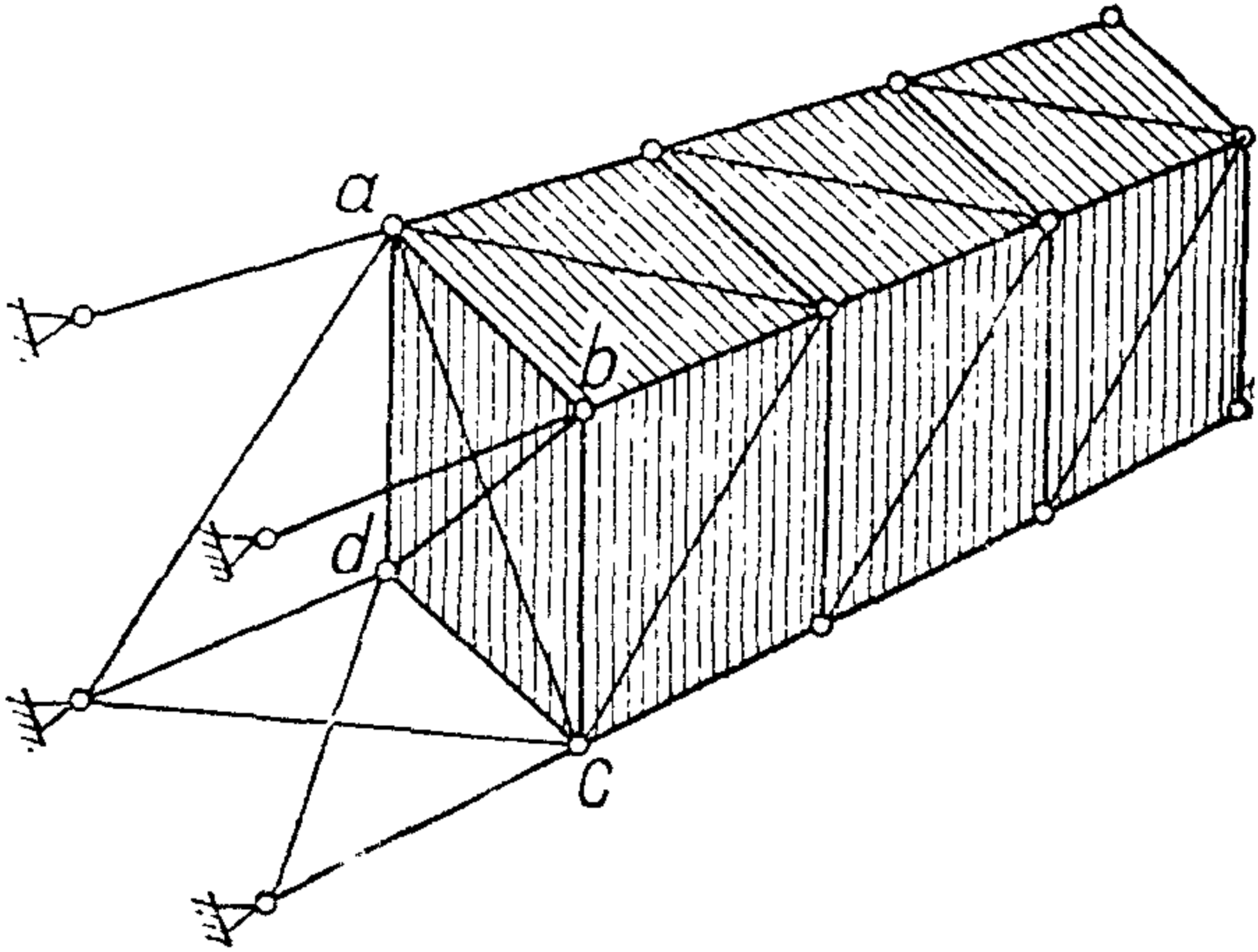
$$T = - \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2}$$

разных знаков; только в начальном и в конечном отсеках усилия будут величинами относительно большими (фиг. 535).

Усилия во всех элементах фюзеляжа непрерывно убывают к заделке, так как габариты фермы к заделке возрастают.

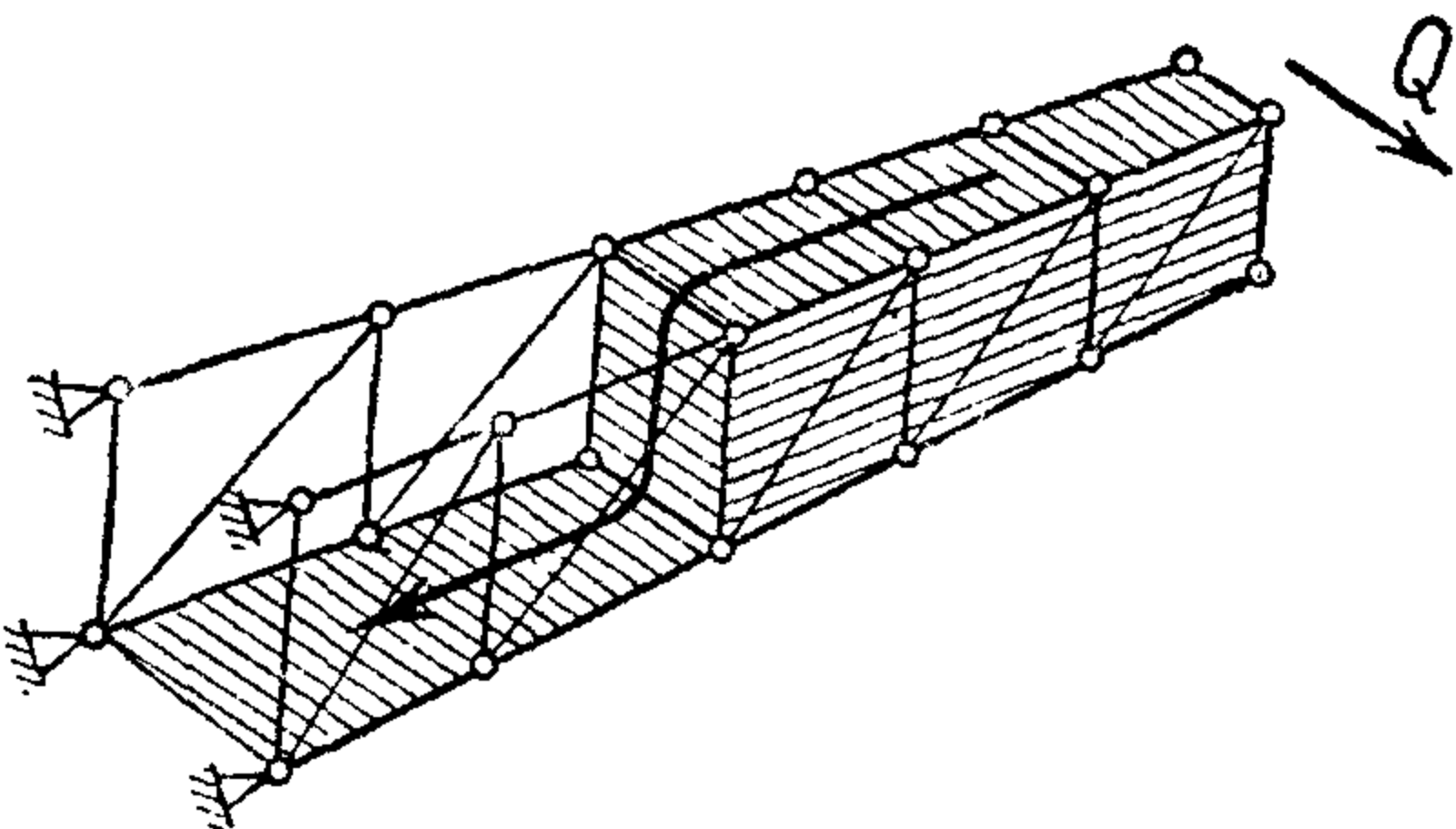


Фиг. 535

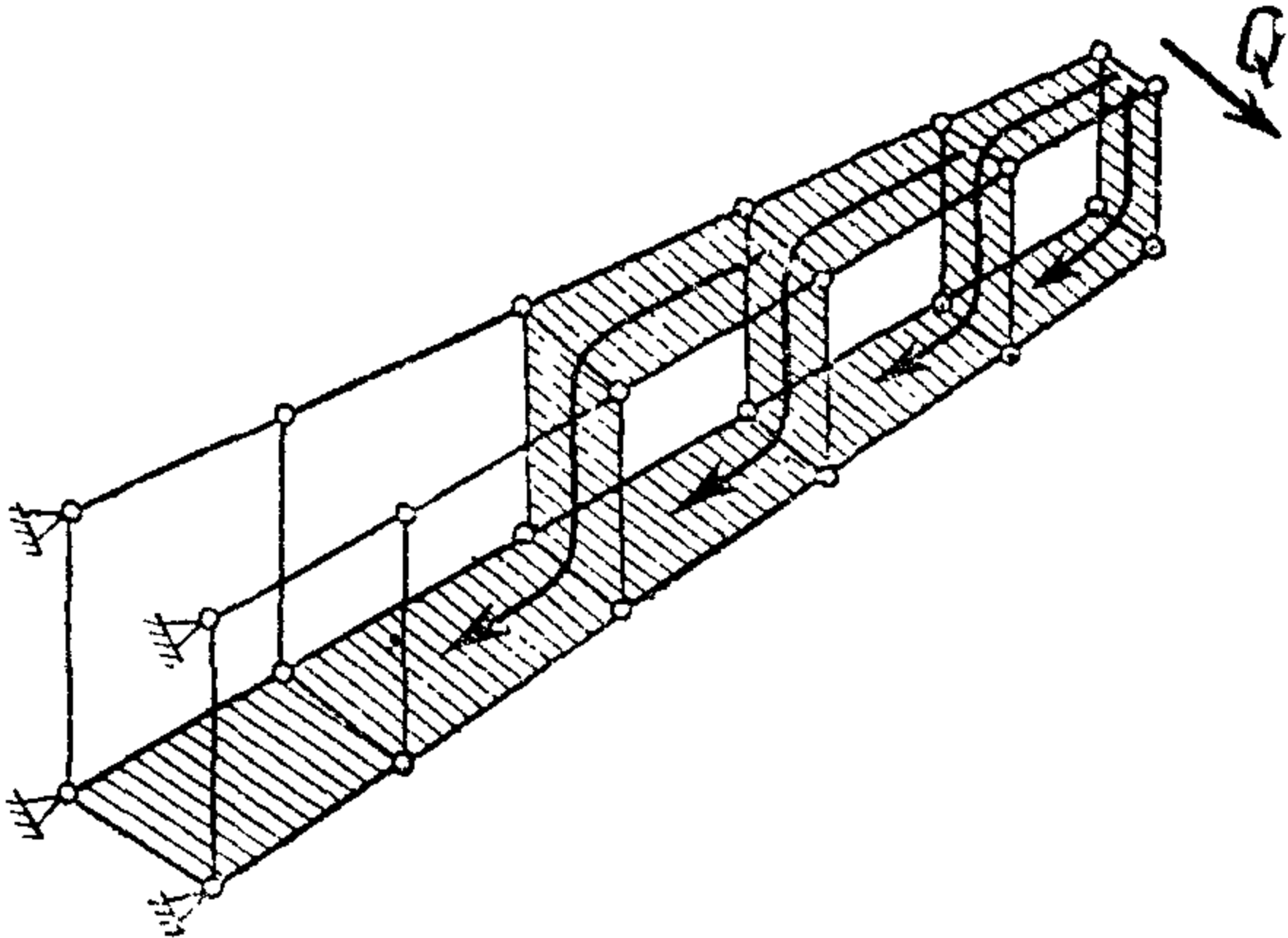


Фиг. 536

Наличие выреза в ферме (фиг. 533, *Б*) сильно изменяет картину распределения усилий по элементам фермы. Для того, чтобы схема фермы не обратилась в механизм, в расчет приходится вводить по крайней мере еще



Фиг. 537



Фиг. 538

один поперечный крест *ac*, *bd* (фиг. 536), который передает силу *Q* с верхней горизонтальной фермы на нижнюю и к опорам (фиг. 537).
 Переход силы *Q* с верхней фермы на нижнюю, совершается по всем внутренним крестам (фиг. 538); однако, во избежание чрезмерного

Стержень	S_0	$S_1 X_1$	$S_2 X_2$	...	$S_n X_n$	S	Примечание

В промежуточных графах $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$ табл. 207 для расчалок могут оказаться силы сжатия; окончательные усилия S для них (табл. 208) должны быть силами растяжения; в противном случае надо менять эти расчалки на обратные (что вызовет изменение усилий только в тех отсеках, где находятся эти расчалки).

Ввиду большого усложнения решения фермы по мере увеличения числа неизвестных принято вводить в расчет не более трех неизвестных или пользоваться приближенными методами.

Если ферма не имеет вырезов, то обычно всеми внутренними крестами, за исключением последнего, пренебрегают и решают с. н. систему с одним лишним неизвестным.

В целях упрощения, энергии деформации лонжеронов пренебрегают, и в таблице учитывают работу одних расчалок. При наличии выреза подобного упрощения делать не рекомендуется.

При решении фермы на усилия S_0 (т. е. ее с. о. части) работающими на изгиб считают две горизонтальных фермы, распределяя нагрузку между ними по правилу рычага.

За вырезом включаются в расчет вертикальные фермы за счет поперечных крестов.

Решение передней и средней части фюзеляжа на несимметричные нагрузки не отличается в принципе от изложенного. Необходимо лишь позаботиться о полном уравнивании фермы. За опорные точки обычно выбирают узлы крепления хвостовой части.

Определение прогибов фюзеляжа и угла закручивания

Прогиб фюзеляжа в узле i определяется по формуле:

$$f_i = \sum \frac{S_{1i} S_0 l}{EF}.$$

Усилия S_0 , соответствующие случаю, для которого определяется прогиб f_i , берутся из табл. 208. Усилия S_{1i} получаются с помощью решения фюзеляжа на единичную силу, приложенную в узле i в требуемом направлении.

Угол закручивания фюзеляжа определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{2 U}{M}.$$

Величина $2 U$ находится по формуле:

$$2 U = \sum \frac{S^2 l}{EF}.$$

Знак Σ распространяется на все стержни, нагруженные скручивающим моментом до опорных узлов. Обычно специальной таблицы для подсчета угла кручения не делают, а ограничиваются добавлением двух граф: S^2 и $2 U$ к общей таблице.

БИБЛИОГРАФИЯ

Дубровин А. А., Макаров С. Я., Суздальцев Я. Я. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность. М.—Л. ОНТИ. 1937.
 Ростовцев Г. Г. Строительная механика самолета. Ч. II. Л.—М. ОНТИ. 1936.

РАСЧЕТ ЛОДКИ ГИДРОСАМОЛЕТА

Силовыми элементами корпуса лодки являются:

- 1) обшивка,
- 2) каркас.

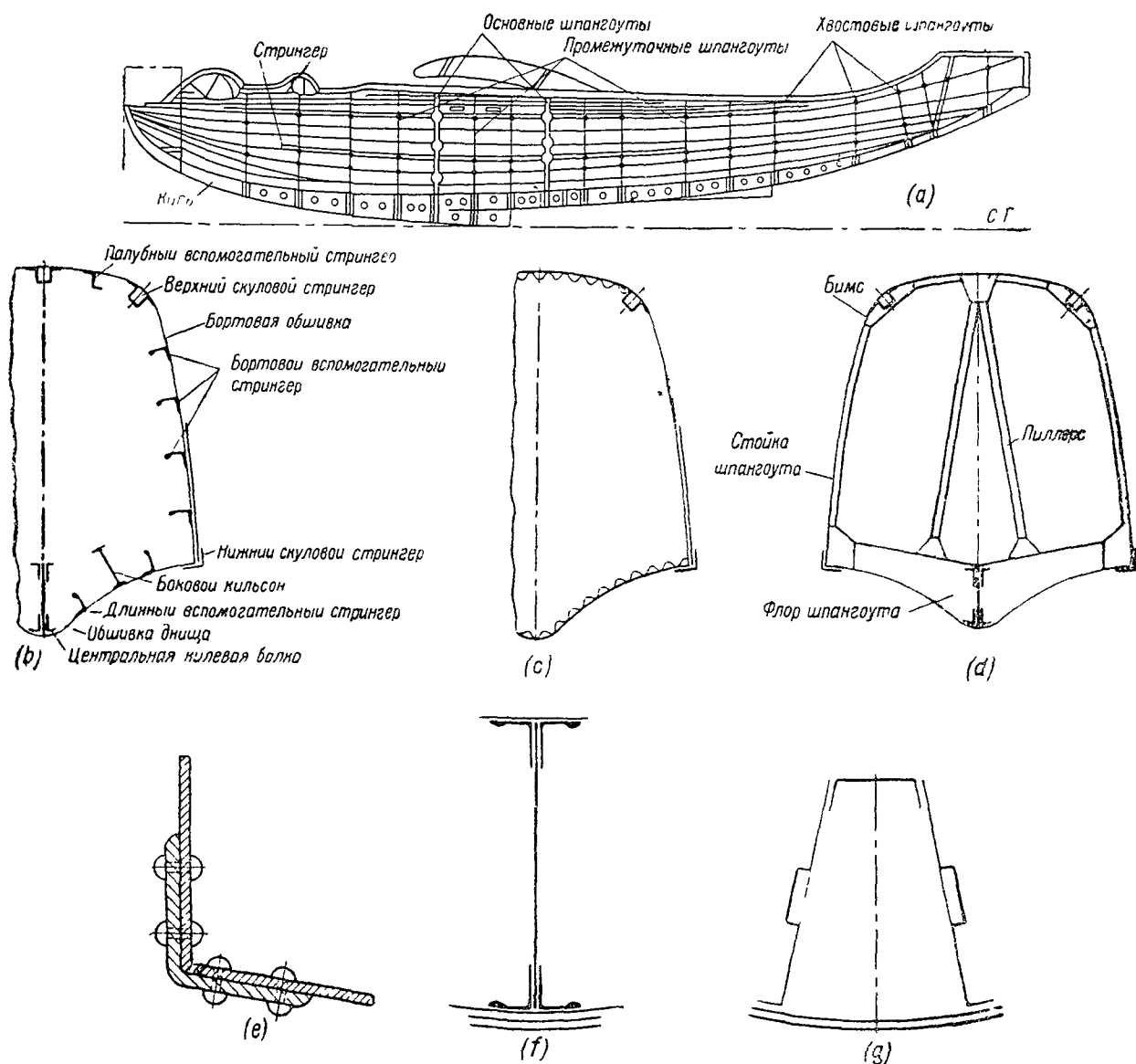
Разделяют обшивку днища, борта и палубы. Толщина обшивки металлической (дуралевой) лодки колеблется от 0,8 (обшивка палубы) до 2—3 мм (обшивка днища).

Каркас состоит из продольного набора и шпангоутов (фиг. 539).

Продольный набор состоит из стрингеров, кильсонов и килевой балки.

Стрингер представляет профиль значительной длины, скрепленный с обшивкой. Стрингеры, расположенные у мест сопряжения днища и борта, а также борта и палубы, носят название скуловых.

Килевая балка и кильсоны выполняются обычно в виде клепаных тонкостенных балок (фиг. 539).



Фиг. 539

Шпангоуты представляют собой рамы, плоскость которых перпендикулярна оси лодки.

Шпангоуты по назначениям и типам разделяются на:

1. Основные — сильные шпангоуты, предназначенные для восприятия больших сосредоточенных нагрузок (например, усилий от крыльев).

2. Водонепроницаемые — обеспечивающие непотопляемость лодки, закрытые полностью или частично тонким листом.

3. Промежуточные — легкие шпангоуты, предназначенные для передачи местных нагрузок на борт и киль.

4. Хвостовые — легкие шпангоуты типа фюзеляжных, расположенные в хвостовой части лодки (за вторым реданом), не нагружаемые непосредственно гидродинамическими силами.

Прочность лодки должна быть проверена как для случаев нагружения лодки в полете, так и при посадке.

Весьма опасным для прочности является гидродинамический удар, который лодка испытывает при встрече на большой скорости с массами воды.

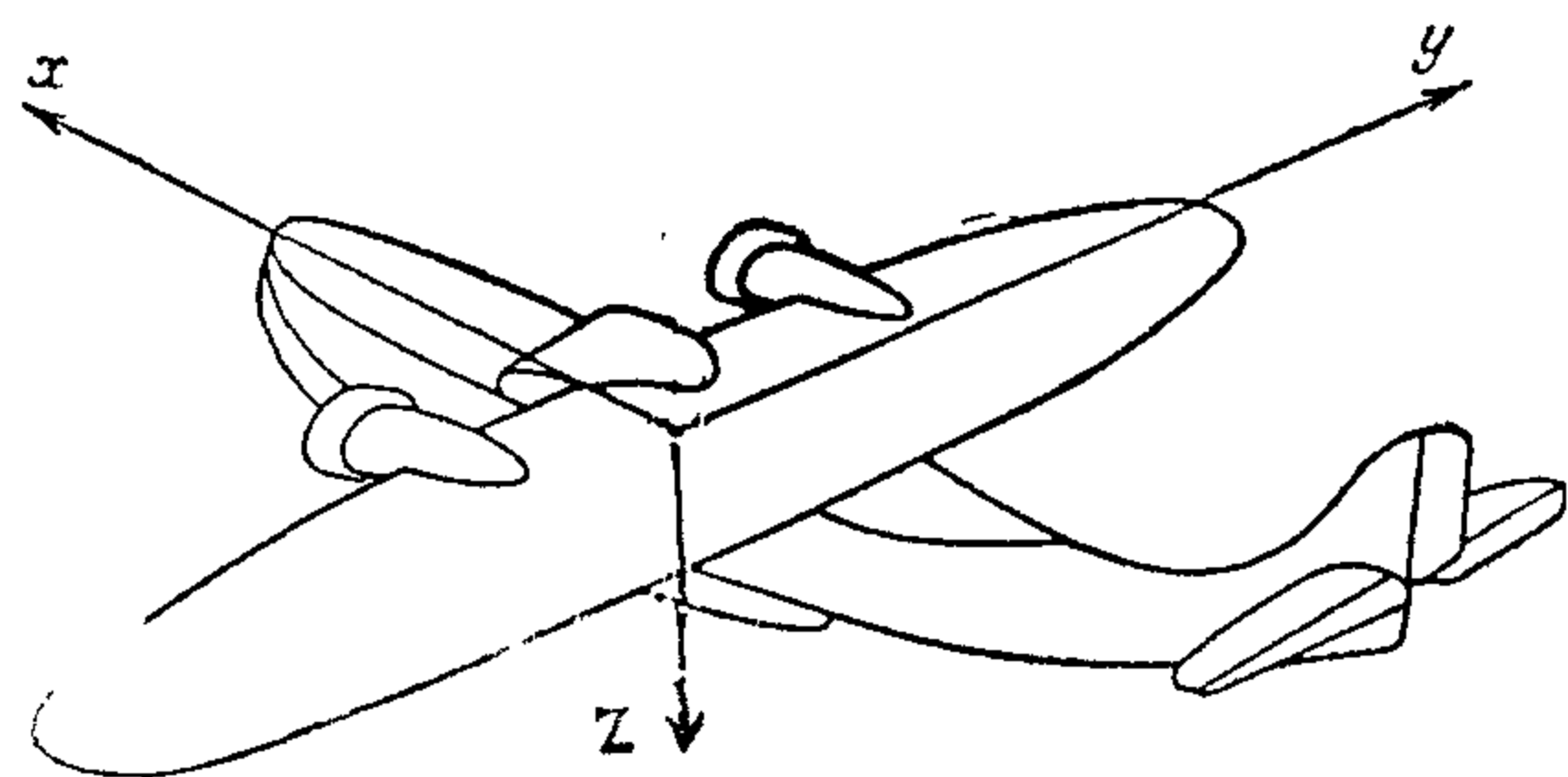
Если направление силы гидродинамического удара не проходит через ц. т. самолета, то во всех массах самолета возникают инерционные силы как от ускорения поступательного движения, так и от ускорения вращения.

Лодка, нагруженная силами гидродинамического удара, инерционными нагрузками от вынесенных агрегатов (крыло, моторная установка), также испытывающих нагрузку от инерционных сил, передающихся на лодку через соответствующие элементы крепления, будет работать как балка под действием изгибающих, сдвигающих, скручивающих и сжимающих нагрузок.

Гидросамолет в целом в каждом случае расчета рассматривается как тело, находящееся в равновесии под дей-

ствием аэро- и гидродинамических сил, уравновешенных, согласно принципу д'Аламбера, инерционными силами.

Через ц. т. гидросамолета проводятся координатные оси (фиг. 540), причем ось y , идущая вдоль размаха крыла, является главной осью инерции; ось x направляется по полету. Если главные оси инерции не были определены, то для оси x можно предварительно дать направление, параллельное строительной горизонтали.



Фиг. 540

Определение инерционных сил

Весь корпус гидросамолета разбивается на ряд отсеков, в ц. т. которых принимаются сосредоточенными их массы. В практическом расчете число отдельных точек намечается около 20—25. Выписываются координаты всех принятых материальных точек и производится проверка положения ц. т. В случае несовпадения с точным положением ц. т. делается исправление путем изменения координат некоторых точек.

Исходными уравнениями будут:

$$-G \frac{a_x}{g} + P_x = 0, \quad -G \frac{a_y}{g} + P_y = 0, \quad -G \frac{a_z}{g} + P_z = 0,$$

$$-\frac{\epsilon_x}{g} \left(\sum q_i y_i^2 + \sum q_i z_i^2 \right) + \frac{\epsilon_y}{g} \sum q_i x_i y_i + \frac{\epsilon_z}{g} \sum q_i x_i z_i + M_x = 0,$$

$$-\frac{\epsilon_y}{g} \left(\sum q_i z_i^2 + \sum q_i x_i^2 \right) + \frac{\epsilon_z}{g} \sum q_i y_i z_i + \frac{\epsilon_x}{g} \sum q_i x_i y_i + M_y = 0,$$

$$-\frac{\epsilon_z}{g} \left(\sum q_i x_i^2 + \sum q_i y_i^2 \right) + \frac{\epsilon_x}{g} \sum q_i z_i x_i + \frac{\epsilon_y}{g} \sum q_i y_i z_i + M_z = 0.$$

Таблица 210

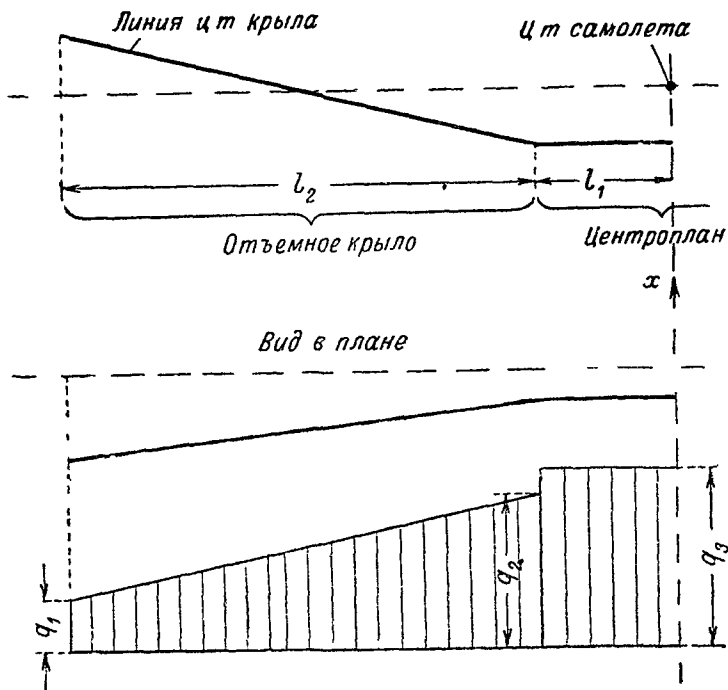
№	x	y	z	$\frac{a_x}{g}$	$\frac{a_y}{g}$	$\frac{a_z}{g}$	$\frac{\epsilon_x}{g}$	$\frac{\epsilon_y}{g}$	$\frac{\epsilon_z}{g}$	$\frac{\epsilon_y}{g} z$	$\frac{\epsilon_x}{g} y$	$n^{(x)}$	$\frac{\epsilon_z}{g} x$	$\frac{\epsilon_x}{g} z$	$n^{(y)}$	$\frac{\epsilon_x}{g} y$	$\frac{\epsilon_y}{g} x$	$n^{(z)}$

Таблица 211

№	q	x	y	z	$n^{(x)}$	$n^{(y)}$	$n^{(z)}$	X	Y	Z	Yz	Zy	M _x	Zx	Xx	M _y	Xy	Yx	M _z
								$\overline{\Sigma X}$	$\overline{\Sigma Y}$	$\overline{\Sigma Z}$			$\overline{\Sigma M_x}$			$\overline{\Sigma M_y}$			$\overline{\Sigma M_z}$

Балансы сил обычно увязываются с точностью до 1—2%

крыло как распределенными, так и сосредоточенными. Можно также принимать распределение веса крыла по фиг. 541, взяв значения q_2 и q_3 такими же, как q_0 и q_1 в расчете крыла (стр. 346) и изменив соответственно q_1



Фиг. 541

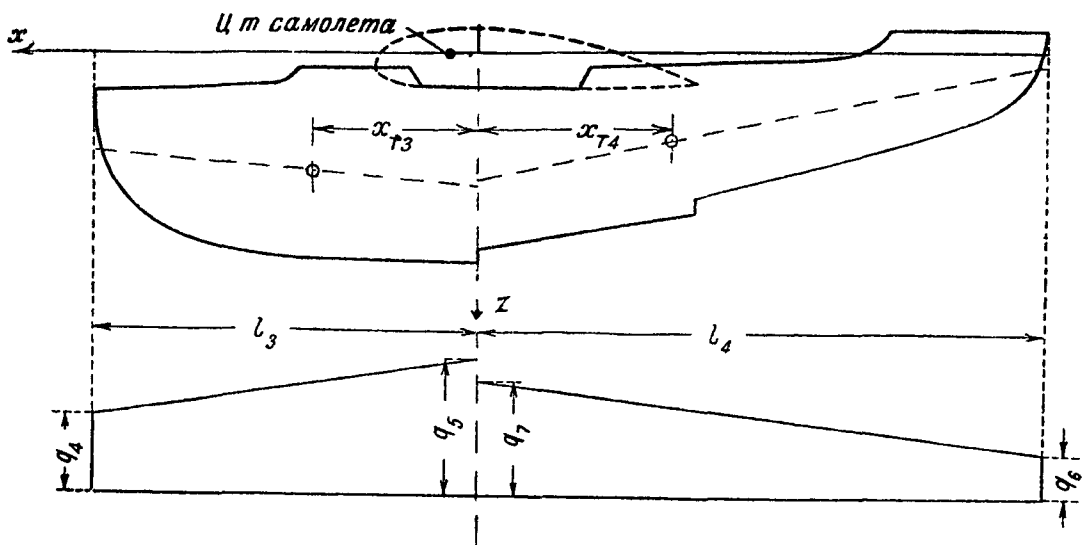
Вес лодки предполагается разнесенным по длине (ось x) по закону двух трапеций (фиг. 542), причем

$$q_5 = 2 \frac{G_3}{l_3} \left(2 - 3 \frac{x_{г3}}{l_3} \right),$$

$$q_4 = 2 \frac{G_3}{l_3} \left(3 \frac{x_{г3}}{l_3} - 1 \right),$$

где G_3 , l_3 и $x_{т3}$ — вес, длина и координата ц т носовой части лодки относительно первого редана

Аналогично определяются q_7 и q_6 . Принимают, что линии ц т отсеков, передней и задней части лодки — прямые, лежащие на постоян-



Фиг 542

ном проценте высоты лодки и проходящие через соответствующие общие ц т частей лодки. Сечения обычно берутся по шпангоутам, сосредоточенные грузы разносят по правилу рычага между шпангоутами

Определение усилий на ушах крепления лодки с крылом

На ушах крепления возникают силы со стороны лодки, соответствующие следующим группам сил

- а) сил удара о воду,
- б) инерционных сил лодки с оперением
- в) аэродинамических сил оперения

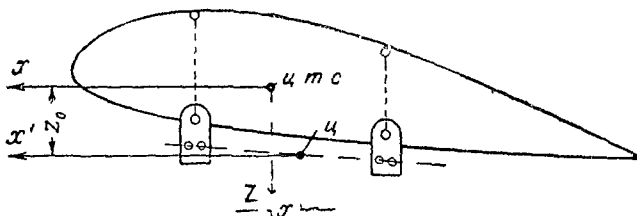
Подсчеты удобно производить в таблице (табл. 212)

Таблица 212

Силы и моменты относительно осей, проходящих через ц т гидросамолета от грузов, отнесенных к лодке

№ груза	Наименование груза	Случай расчета							Случай расчета							
		X	Y	Z	M_x	M_y		M_z	X	Y	Z	M_x	M_y		M_z	
					Y_z	Z_x	X_z	Y_z				Y_z	Z_x	X_z	Y_z	
	Сумма инерционных сил и моментов															
	Гидродинамические силы															
	Аэродинамические силы оперения															
	Суммы	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	M_x		M_y	M_z	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	M_x		M_y		M_z

Получив усилия, отнесенные к осям, проходящим через ц т гидро-самолета, необходимо перейти к осям, проходящим через геометрический центр внутренней части плоскости, проходящей через болты крепления ушей (ц)



Фиг 543

Пересчет для перехода к осям, проходящим через центр (ц) (фиг 543), производится по формулам

$$M_{x'} = M_x - \bar{Y} z_0;$$

$$M_{y'} = M_y + \bar{X} z_0,$$

$$M_{z'} = M_z + \bar{Y} x_0,$$

где $M_x, M_y, M_z, \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ — суммарные моменты и силы (из табл 211)
Вычисления производятся в таблице (табл 213)

Таблица 213

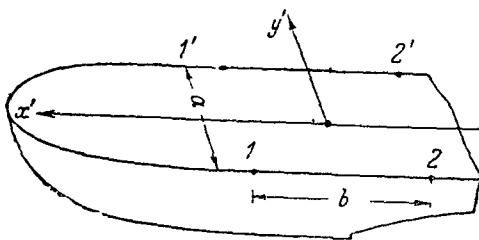
Случай расчета	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	M_x	M_y	M_z	$\bar{Z} z_0$	$\bar{X} z_0$	$\bar{Y} x_0$	$\bar{Y} z_0$	Моменты относительно точки (ц)		
											$M_{x'}$	$M_{y'}$	$M_{z'}$

Распределение сил $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ между ушами крепления

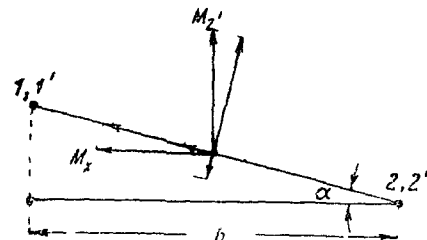
Силы $\bar{X}, \bar{Y}$ и $\bar{Z}$ распределяют поровну на все уши крепления

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_{1'} = \bar{X}_{2'} = \frac{\bar{X}}{4},$$

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = \bar{Y}_{1'} = \bar{Y}_{2'} = \frac{\bar{Y}}{4}, \quad \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_{1'} = \bar{Z}_{2'} = \frac{\bar{Z}}{4}$$



Фиг 544



Фиг 545

Усилия на ушах крепления от $M_{x'}$ определяются по формуле (фиг 544)

$$Z'_1 = Z'_2 = -Z'_{1'} = -Z'_{2'} = -\frac{M_{x'}}{2a}$$

Если плоскость ушей 11'2'2 не совпадает с плоскостью $x'Oy'$ (фиг 545), то

$$M_{x_1} = M_{x'} \cos \alpha - M_{z'} \sin \alpha, \quad M_{z_1} = M_{z'} \cos \alpha + M_{x'} \sin \alpha$$

От момента M_{x_1} возникнут усилия

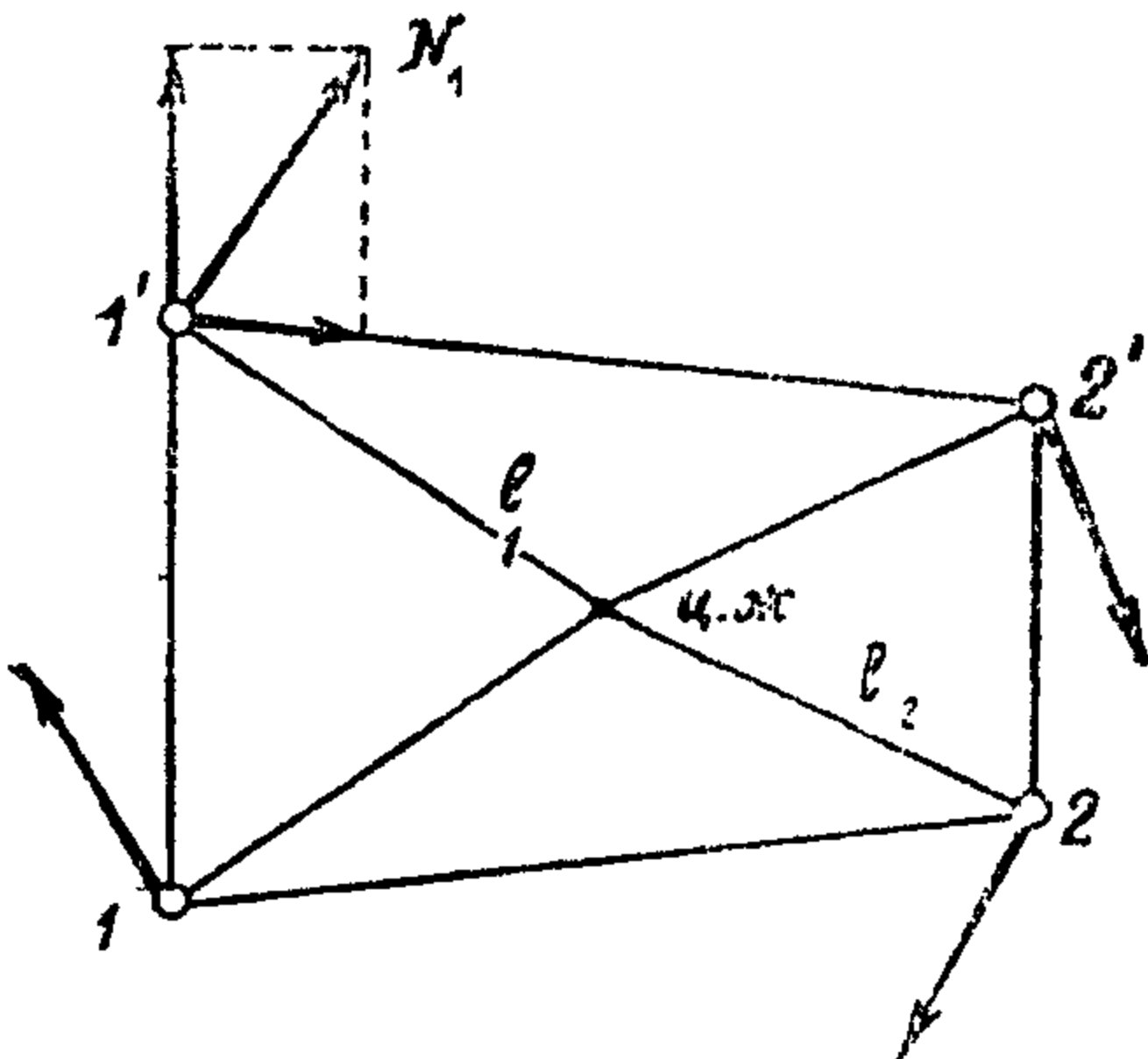
$$-X'_1 = -X'_2 = X'_{1'} = X'_{2'} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2a} M_{x_1} - \frac{\sin^2 \alpha}{2a} M_{z_1},$$

$$Z'_{1'} = Z'_{2'} = -Z'_1 = -Z'_2 = M_{x_1} \frac{\cos^2 \alpha}{2a} - M_{z_1} \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{2a}$$

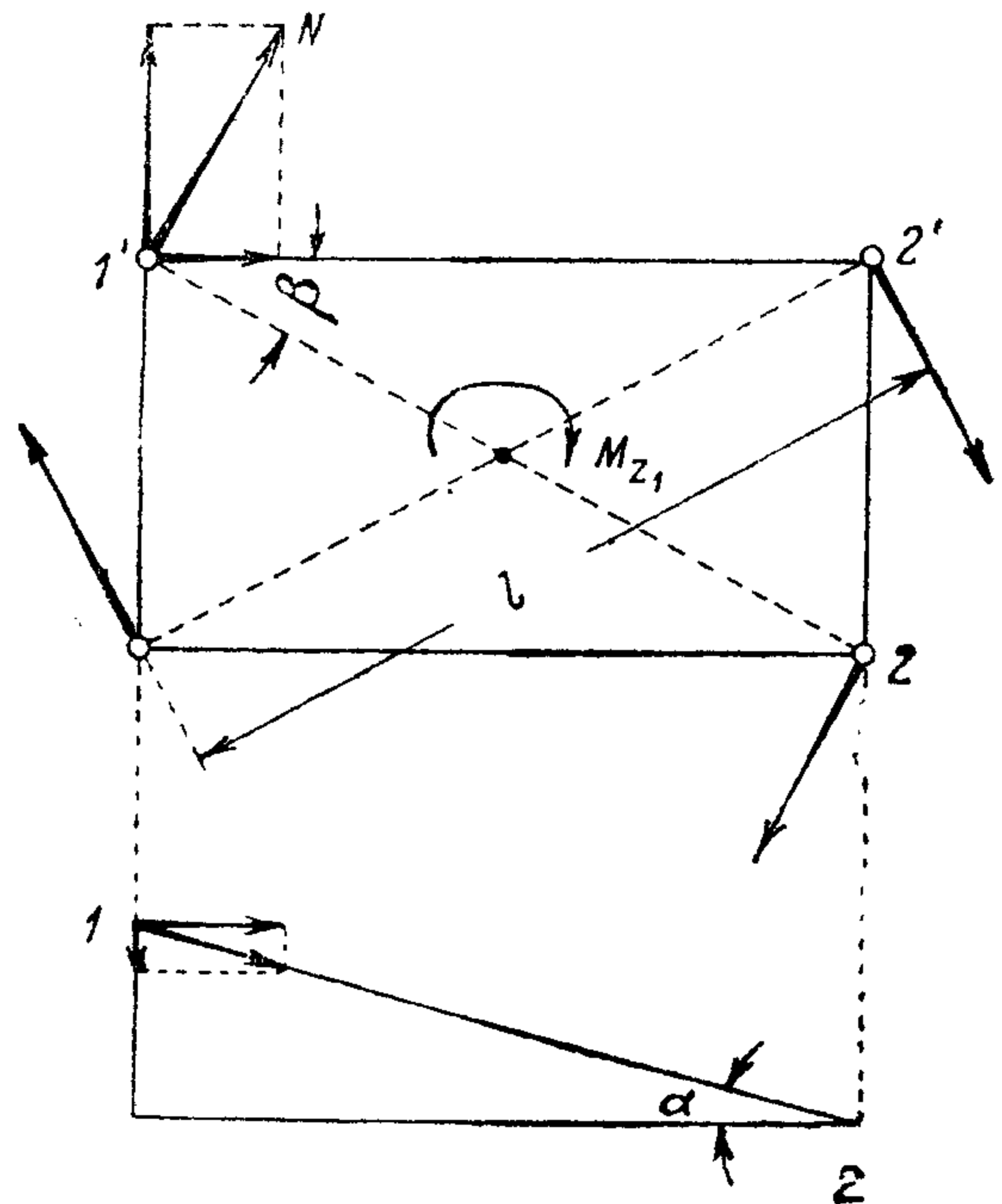
Момент M_{z_1} вызывает усилия на ушах крепления, определяемые по схеме расчета „сростка Шухова“ (фиг. 546):

$$M_{z_1} = 2 (N_1 l_1 + N_2 l_2)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{l_1}{l_2}$$



Фиг. 546



Фиг. 547

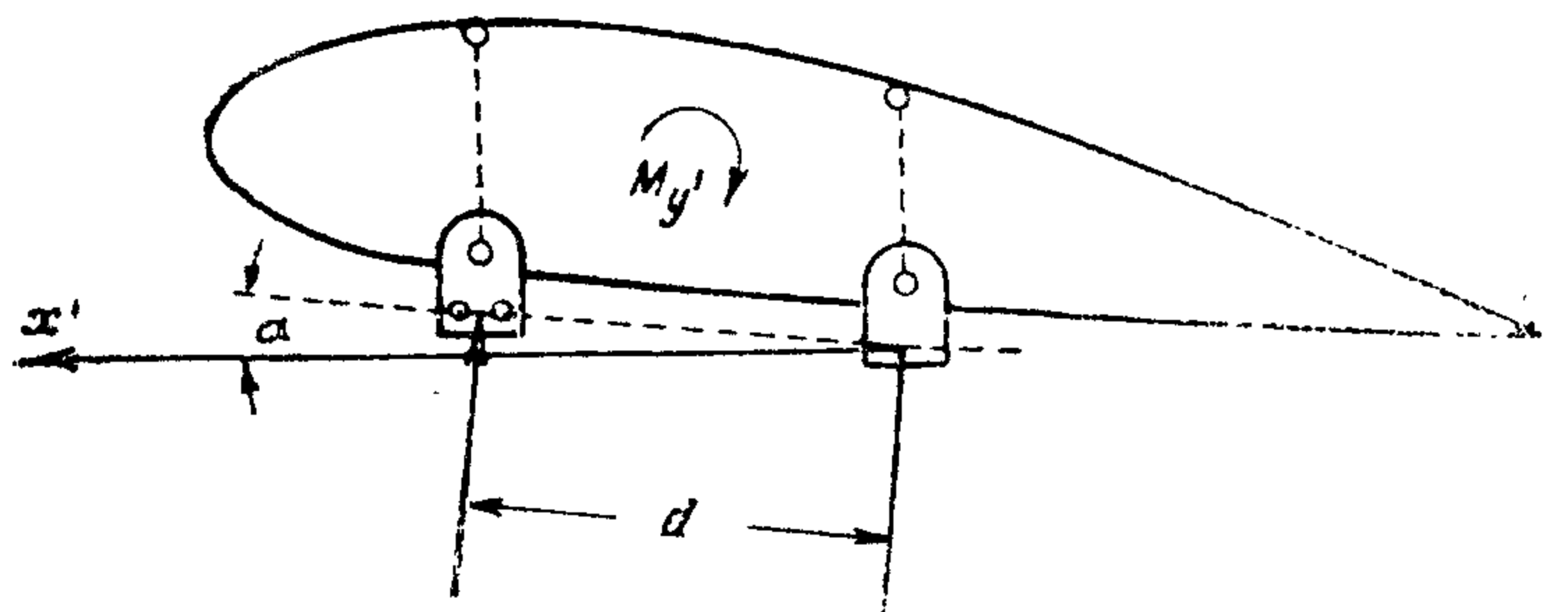
В случае, когда уши крепления поставлены по углам прямоугольника 11'2'2 и плоскость их не совпадает с $x'Oy'$ (фиг. 547), будет:

$$N = \frac{M_{z_1}}{2l},$$

$$X''_1 = X''_2 = -X''_{1'} = -X''_{2'} = N \sin \beta \cos \alpha,$$

$$Y''_1 = -Y''_2 = Y''_{1'} = -Y''_{2'} = N \cos \beta,$$

$$Z''_1 = Z''_2 = -Z''_{1'} = -Z''_{2'} = N \sin \beta \sin \alpha.$$



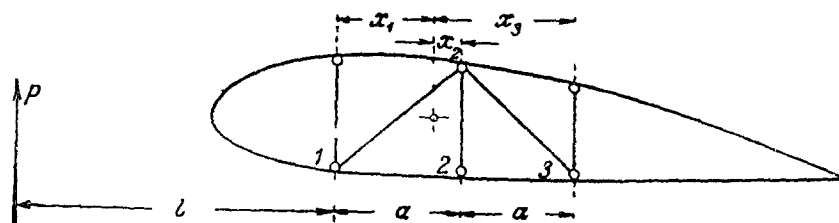
Фиг. 548

Усилия на уши крепления от момента $M_{y'}$ определяются по формулам (фиг. 548):

$$X'''_2 = X'''_{2'} = -X'''_1 = -X'''_{1'} = \frac{M_{y'}}{2d} \sin \alpha,$$

$$Z'''_1 = Z'''_{1'} = -Z'''_2 = -Z'''_{2'} = \frac{M_{y'}}{2d} \cos \alpha.$$

В случае многолонжеронного крыла усилия на уши крепления от момента M_y приближенно определяются, различая следующие случаи (как пример рассматривается трехлонжеронное крыло)



Фиг 549

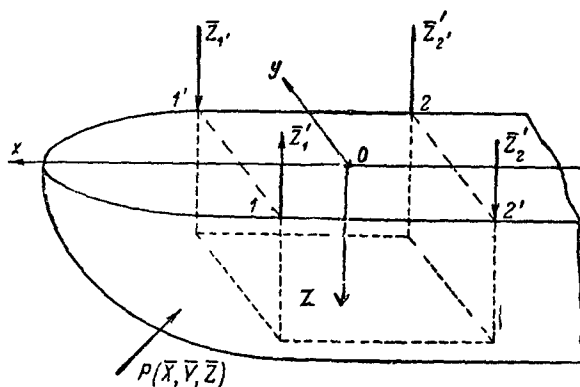
1-й случай Имеется жесткая бортовая нервюра (фиг 549).

$$P_1 = \frac{P}{3} + \frac{P(l+a)}{2a} = \frac{5}{6}P + \frac{Pl}{2a},$$

$$P_2 = \frac{P}{3},$$

$$P_3 = -\frac{P}{3} - \frac{P(l+a)}{2a} = -\frac{P}{6} - \frac{Pl}{2a}$$

2-й случай Бортовая нервюра не имеет раскосов (кроме одного необходимого), что может быть допущено при наличии жесткого борта лодки (например, отсутствует передний раскос):



Фиг 550

$$P_i = \frac{PEI_i}{\sum EI} + \frac{M(P)EI_i x_i}{\sum EI x_i^2}$$

Здесь EI_i — жесткость i -го лонжерона;
 x_i — координата i -го лонжерона относительно ц ж

В расчет реакций на ушах крепления вводятся усилия, приближенно учитывающие жесткость корпуса лодки, которая деформируется, передавая гидродинамические силы от мест их возникновения к ушам

Расчетная схема представляется, как кручение коробки, образованной основными шпангоутами и отсеками бортов между ними. В плоскости ушей коробка считается закрепленной, а в плоскости, приблизительно совпадающей с днищем, она скручивается парой. Кручение коробки обуславливает появление осевых сил по ребрам коробки и, следовательно, дополнительных усилий на ушах (фиг 550)

Для приближенного определения осевых сил пользуются формулой.

$$\bar{Z}' = \frac{k}{ab} h M_z^r,$$

где k — коэффициент, принимаемый равным $0,1 \sim 0,2$
 a , b и h — ширина, длина и высота коробки

Для упрощения вычислений плоскость ушей крепления считается горизонтальной

Суммарные усилия на уши крепления получают, составив сводную таблицу усилий (табл. 214).

Таблица 214

Расчет- ный случай	От сил и моментов	Ухо 1			Ухо 2			Ухо 1			Ухо 2		
		X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
	$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$												
	$M_{x'} \text{ или } M_{x_1}$												
	$M_{z'} \text{ или } M_{z_1}$												
	$M_{y'}$												
	M_z^c	—	—		—	—		—	—		—	—	

Определение изгибающих моментов, перерезывающих сил и скручивающих моментов

Ординаты эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов от гидродинамических сил подсчитываются по графикам распределения давления на днище. Криволинейная эпюра заменяется с помощью разбивки на отсеки сосредоточенными силами. Дальнейшее вычисление ординат перерезывающих сил и изгибающих моментов делается обычным способом последовательного суммирования в таблице.

Удобно параллельные сечения проводить по шпангоутам, так как при этом можно сосредоточенные силы приложить к ним.

Подсчет Q и $M_{из}$ в случаях симметричного нагружения относится к вертикальным составляющим силы удара. Горизонтальные составляющие силы удара дают также изгибающий момент. Так как точное определение положения нейтрального слоя связано с рядом последовательных приближений и поэтому в начальной стадии расчета выполнено точно быть не может и так как влияние этого момента создает разгрузку порядка до 8%, то в практическом подсчете изгибающих моментов горизонтальными силами можно пренебречь.

В случаях несимметричного нагружения горизонтальные составляющие могут дать относительно большие значения усилий и моментов и в таком случае их надо вводить в расчет.

Для определения скручивающих моментов находят ось жесткости и принимают ее прямолинейной. Относительно ее определяют скручивающие моменты; ось жесткости определяется подобно тому, как это указано в расчете крыла и фюзеляжа.

Перерезывающие силы и изгибающие моменты от инерционных сил, соответствующих массе корпуса лодки, определяются последовательным суммированием. При этом корпус лодки по длине разбивается на отсеки; в ц. т. каждого отсека сосредоточивается его вес. Для каждой точки определяются соответствующие перегрузки n_x и n_z по табл. 210.

Умножая сосредоточенные веса на перегрузку, получают инерционные силы.

Определение нормальных напряжений в корпусе лодки (общий изгиб лодки)

Корпус лодки рассматривается как тонкостенная балка.

При определении нормальных напряжений полагают, что в каждом сечении работающими элементами являются все продольные элементы корпуса, т. е. стрингеры, кильсоны, килевая балка и обшивка.

Нормальные напряжения в некотором продольном элементе сечения корпуса можно определить по формуле

$$\sigma = \varphi \left(\frac{M_y z}{I_{ry}} + \frac{M_z y}{I_{rz}} \right),$$

где M_y и M_z — изгибающие моменты относительно осей y и z для соответствующего сечения,

y и z — абсцисса и ордината ц т рассматриваемого элемента, в котором определяется напряжение,

I_{ry} и I_{rz} — моменты инерции приведенного сечения,

φ — редукционный коэффициент элемента, значения редукционных коэффициентов для дуралевых конструкций можно брать из таблицы редукционных коэффициентов на стр 380

Центр тяжести приведенного сечения лодки определяется по формулам (фиг 551)

$$y_0 = \frac{\sum \varphi F y}{\sum \varphi F}, \quad z_0 = \frac{\sum \varphi F z}{\sum \varphi F},$$

где F — площадь сечения элемента

Координаты элемента относительно осей, проходящих через ц. т., определяются по формулам

$$y = y_1 - y_0, \quad z = z_1 - z_0$$

Моменты инерции приведенного сечения равны

$$I_{rz} = \sum \varphi F y^2, \\ I_{ry} = \sum \varphi F z^2$$

При расчете лодки для каждого сечения должна быть составлена таблица координат ц т приведенных площадей сечения продольных элементов Редукционные коэффициенты для металлических конструкций могут быть выбраны по таблице стр 380

Составление таблицы приведенных площадей сечений и координат их ц т может быть произведено в форме таблиц 113 и 114

В том случае, если редукционный коэффициент является величиной переменной (зависящей от нагрузки) (стр 378), определение момента инерции, нейтральной оси и пр производится методом последовательных приближений Все вычисления производятся в таблицах (типа табл 215).

Таблица 215

№ эле- мента	F_r	z_1	y_1	$z_1 F_r$	$y_1 F_r$	z	y	$z F_r$	$y F_r$	$z^2 F_r$	$y^2 F_r$	W_{ry}	W_{rz}	σ_1	σ_2	$\sigma_r = \sigma_1 + \sigma_2$
	Σ			Σ	Σ			$\Sigma=0$	$\Sigma=0$	$\Sigma=I_{ry}$	$\Sigma=I_{rz}$					

Затем производится определение истинных напряжений в продольных элементах и проверка проделанных вычислений (табл 216)

Т а б л и ц а 216

№ элемента	F_r	σ_r	$S = F_r \sigma_r$	φ	$\sigma = \varphi \sigma_r$	F	$\sigma_p = \frac{S}{F}$
			$\Sigma = 0$				

Для растянутых элементов должно быть учтено местное ослабление заклепками (последние две графы табл 216)

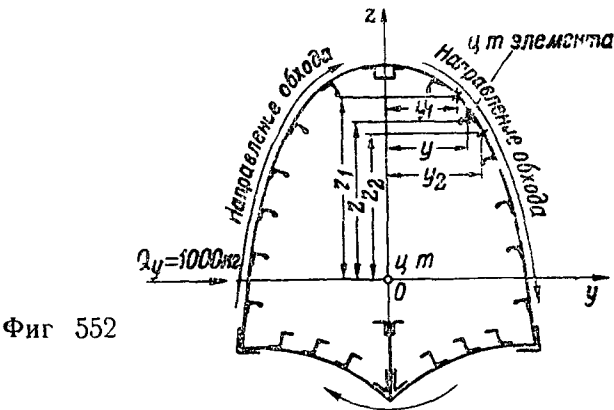
Определение касательных напряжений при изгибе и кручении лодки

Определение касательных напряжений в сечениях лодки производится так же, как и определение касательных напряжений в сечениях фюзеляжа с работающей обшивкой. Расчет иногда уточняют учетом конусности лодки, значение перерезывающей силы в таком случае определяется по формуле

$$Q = Q_H - \sum S \sin \alpha,$$

где Q_H — значение перерезывающей силы в сечении без поправки на конусность,
 S — осевое усилие в элементе от изгиба,
 α — угол между S и осью x

Для определения ц ж сечения лодки, симметричного относительно плоскости xz , достаточно определить координату ц ж $z_{ж}$ относительно



ц ж сечения, для чего можно воспользоваться формулой (фиг 552)

$$z_{ж} = \frac{1}{1\,000} \sum T^{(1000)} (z \Delta y - y \Delta z),$$

где $T^{(1000)}$ — погонное касательное усилие в сечении при $Q_y = 1\,000$ кг,
 $\Delta y = y_2 - y_1,$
 $\Delta z = z_2 - z_1$

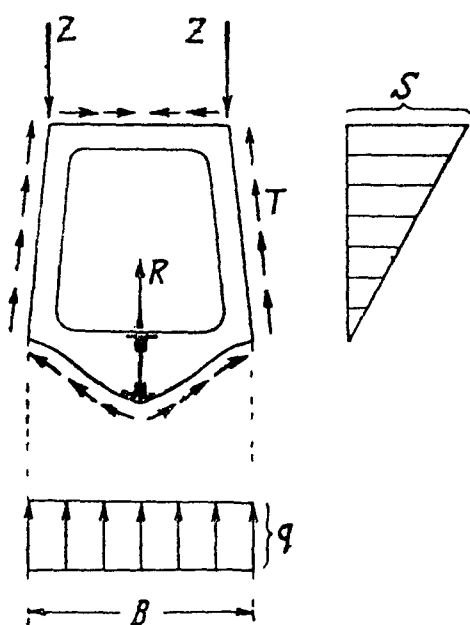
В случае несимметричного сечения определение ц ж производится, как указано на стр 84

Расчет шпангоутов

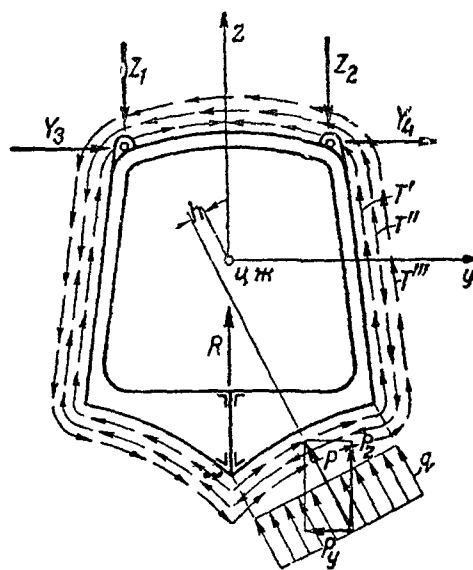
Расчет основных шпангоутов

Расчетная схема основного шпангоута представлена на фиг 553 и 554

При наличии килевой балки, которая опирается на флоры основных и сильных шпангоутов, но в то же время служит опорой слабых флоров при работе их на поперечный изгиб, получаются нагрузки R со стороны килевой балки, кроме того, на шпангоут действуют местная распределенная нагрузка q , соответствующая ширине полосы по днищу, равному сумме полурасстояний между соседними шпангоутами (фиг 555), и силы S , передаваемые на стойку шпангоута от нагрузок, полученных бортом. Силы S



Фиг 553

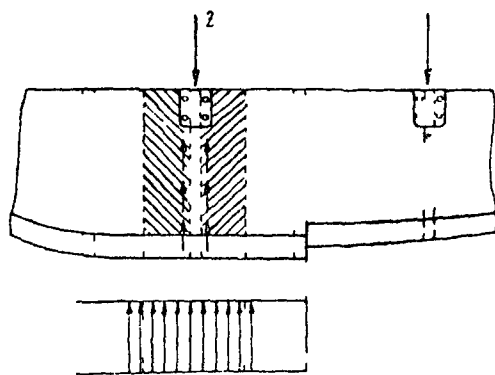


Фиг 554

определяются из уравнений статики. Для схемы фиг 553 будет:

$$S = Z - \frac{R}{2} - \frac{q}{2} B$$

В случае несимметричной нагрузки (фиг 554) усилия на единицу длины от горизонтальной и вертикальной составляющих силы P и от момента Ph могут быть определены следующим образом:



Фиг 555

усилия T' как погонные касательные усилия, составляющие силу

$$Q_y = Y_3 + Y_4 - P_y,$$

усилия T'' как погонные касательные усилия, составляющие силу

$$Q_z = Z_1 + Z_2 - P_z - R,$$

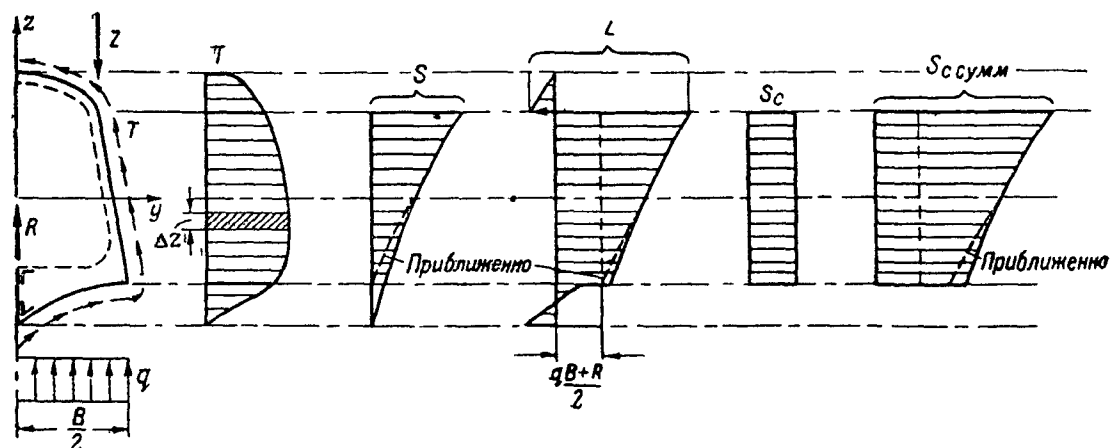
а усилия T''' — по формуле Бредта

$$T''' = \frac{M_{кр}}{2F_k}$$

где F_k — площадь сечения внутри контура

Определив нагрузки, шпангоут рассчитывают, принимая флор опертым на стойки шпангоута

Для расчета стоек шпангоута определяют силы действующие на стойку, строя эпюры T и S , как показано на фиг 556 Приблизненно эпюру S можно строить в виде треугольника с вершиной у скулы и основанием у уха крепления крыла



Фиг 556

Усилия в стойке вследствие потери устойчивости обшивкой можно определять с помощью графика фиг 557 На графике

F_c — площадь сечения стойки,

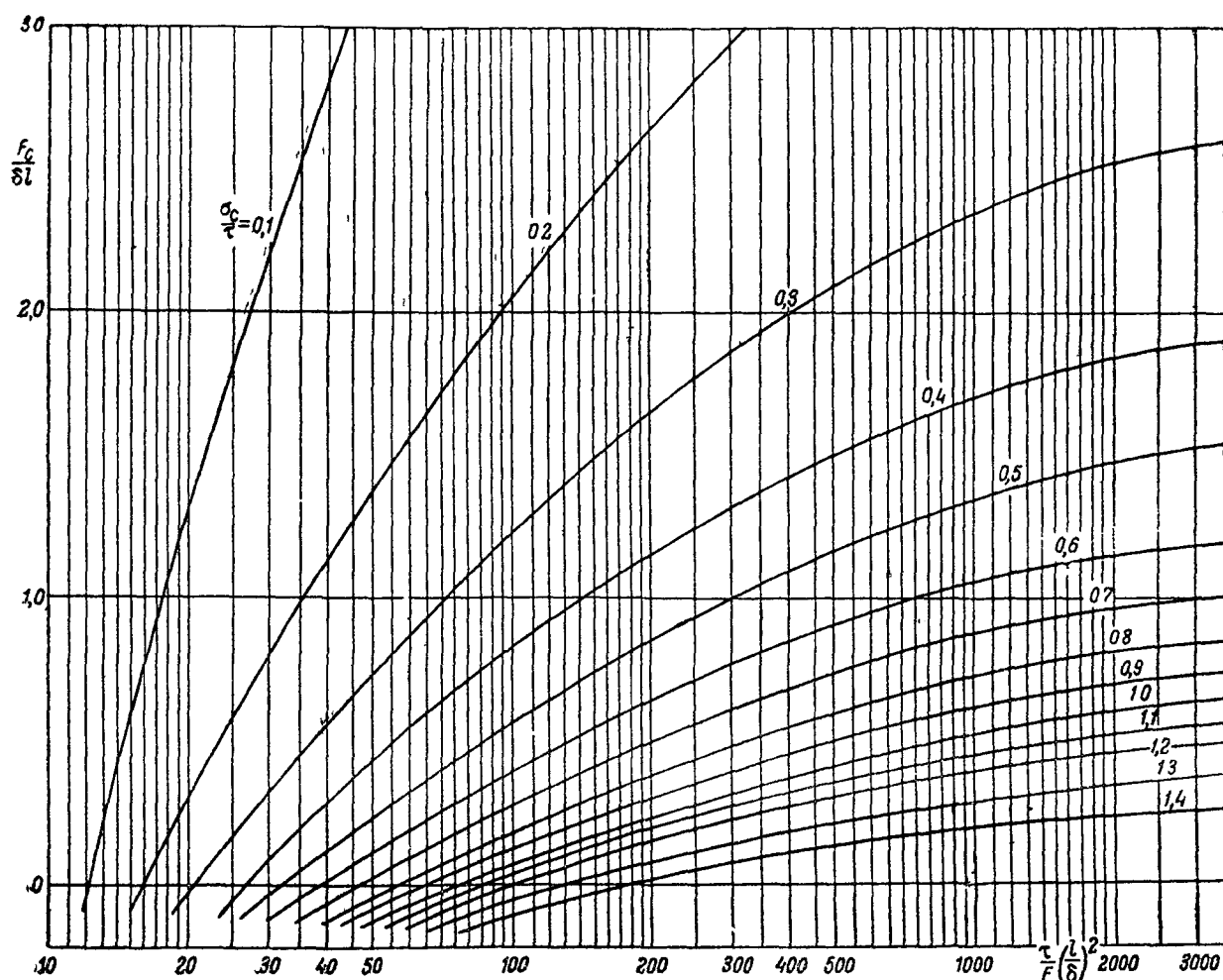
δ — толщина прилегающей обшивки,

l — расстояние между шпангоутами,

τ — среднее касательное напряжение в обшивке в рассматриваемом участке

Усилие в стойке определяется по формуле

$$S_c = \sigma F_c$$



Фиг 557

Напряжение в прямой стойке определяется по формуле

$$\sigma = \frac{S_{с\ сум}}{F_c}$$

В случае, если стойки имеют кривизну, напряжение можно определять по формуле

$$\sigma = \frac{S_{с\ сум}}{F_c} + \frac{M}{W},$$

где

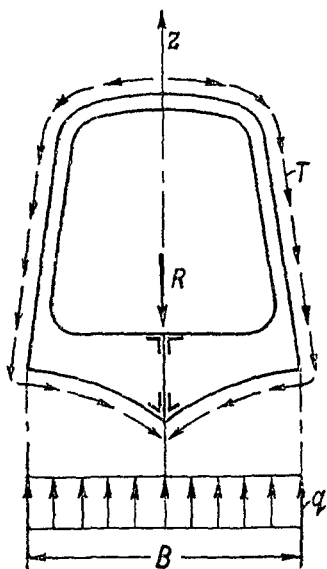
$$M = S_{ср} f,$$

$S_{ср}$ — среднее значение суммарной сжимающей силы в стойке (берется посередине стойки),
 f — прогиб стойки

Другие нагрузки, а именно изгибающие моменты от внецентренности приложения усилий, нормальные сосредоточенные силы от стрингеров, местные изгибающие моменты от внецентренности приложения касательных усилий при потере устойчивости обшивки и др., в расчете шпангоутов можно не учитывать, так как эти нагрузки являются величинами относительно малыми

В случае несимметричного нагружения рассматриваются обе половины шпангоута. Силы, передающиеся на стойки от сил R и P_z , определяются из рассмотрения флора как балки, лежащей на двух опорах (стойках)

Влиянием горизонтальных сил от крыла Y_3 и Y_4 , горизонтальной составляющей давления воды P_y , сжимающими усилиями бимса и флора от усилий T' , T'' и T''' в расчете стойки можно пренебречь



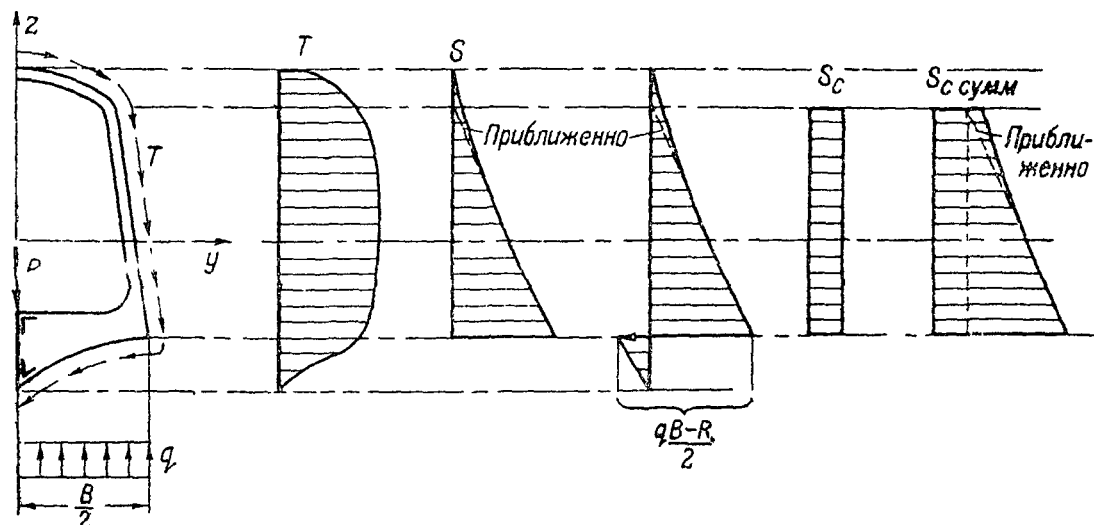
Фиг 558

Построение суммарных расчетных эпюр и определение напряжений сжатия проводится аналогично случаю симметричной нагрузки для каждой стойки в отдельности. Производится проверка стоек на местную потерю устойчивости стенки или полки профиля, или на общую при достаточной длине стойки

Расчет промежуточных шпангоутов

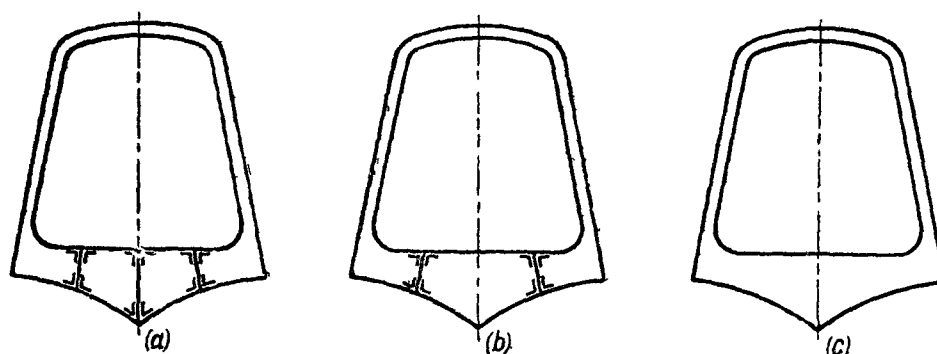
Расчетная схема промежуточного шпангоута при симметричном нагружении представлена на фиг 558. В этом случае усилия T могут быть определены так же, как и в расчете основных шпангоутов

В случае потери обшивкой устойчивости также добавляются соответствующие усилия по стойке. Построение эпюр показано на фиг 559



Фиг 559

В других случаях расчетной схемы шпангоутов, а именно 1) наличия кильсонов и килевой балки (фиг 560, *a*), 2) отсутствия килевой балки и наличия кильсонов (фиг 560, *b*), 3) отсутствия килевой балки и кильсонов (фиг 560, *c*) — изложенный метод остается в силе



Фиг. 560

В первом случае к реакции от килея добавляются реакции от кильсонов, во втором случае вместо реакции от килея берутся реакции от кильсонов, а в третьем случае — реакции следует положить равными нулю

Расчет водонепроницаемых шпангоутов

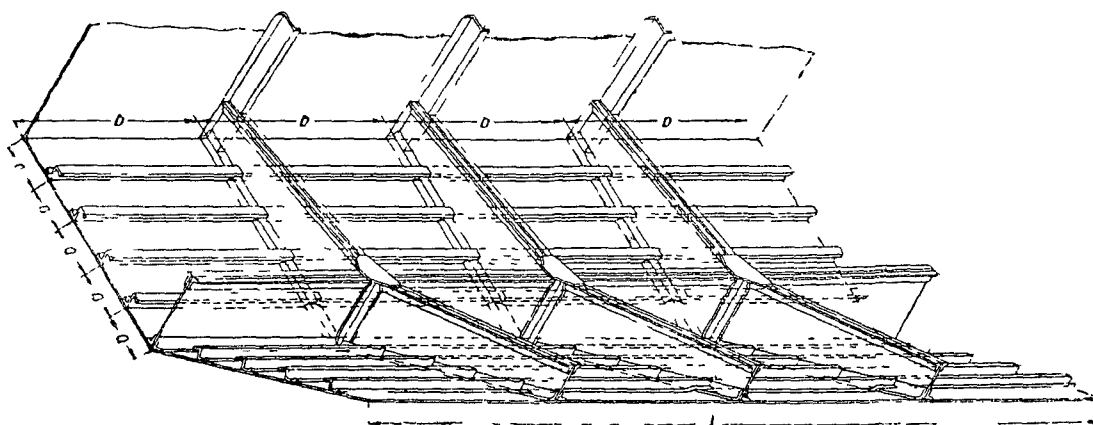
Водонепроницаемые шпангоуты представляют собою рамы, зашитые тонким листом, часто подкрепленным поперечным и продольным набором профилей. Определив действующие на шпангоут силы методом, указанным выше, рассчитывают водонепроницаемые шпангоуты, в первом приближении, как балки тонкостенной конструкции. Напряжения в стойке водонепроницаемых шпангоутов следует определять в первом приближении только от сжатия (кривизну стойки можно не учитывать). Если стенка шпангоута теряет устойчивость, то к напряжениям сжатия в стойке следует добавить напряжения от потери устойчивости стенки.

Расчет шпангоутов хвостовой части

Расчет шпангоутов хвостовой части лодки проводится аналогично расчету шпангоутов фюзеляжа.

Расчет обшивки днища

При расчете обшивки рассматривается прямоугольная клетка, образованная пересечением стрингеров и флоров шпангоутов (фиг 561).



Фиг. 561

К обшивке, заключенной в границах этой клетки (в которой флоры являются распорами для обшивки) применяется теория бесконечно длинной пластинки (стр 217) Если отношение длинной стороны (обычно направленной вдоль стрингера) к короткой больше двух, то теорию бесконечно длинной пластинки применяют полностью, без поправок Если же это отношение меньше двух, то вводится поправка, учитывающая конечность длины пластинки

Цепные напряжения и прогибы определяются следующим образом

Края обшивки заделаны

Определяют параметр u из уравнения

$$u = \pi \sqrt{x-1}$$

Значение x определяется из уравнения

$$x^3 + Ax^2 = C,$$

где

$$A = -\frac{3}{1,1\tau^2 E} \sigma \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 - 1, \quad C = \frac{3}{4} k \left(\frac{f}{\delta} \right)^2,$$

$$f = \frac{1}{35,2E} p \left(\frac{a}{\delta} \right) a,$$

a — длина короткой стороны клетки,

δ — толщина обшивки,

p — давление на днище,

$$k = \frac{m}{m + \delta} \text{ — коэффициент распора,}$$

m — отношение площади распора к длине опорного контура,

σ — предварительное напряжение в распоре, которое считается положительным при растяжении распора

Затем по значению u определяются с помощью табл 46 (стр 218) или фиг 562 значения вспомогательных функций

$$\rho_1(u), \quad \chi_2(u), \quad \varphi_1(u)$$

После этого определяются напряжения и прогибы по формулам

$$\sigma_u = \frac{1,1E}{3} \left(\frac{\delta}{a} \right)^2 u^2,$$

$$\sigma_1 = \sigma_u + \frac{1}{4} p \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \rho_1(u),$$

$$\sigma_2 = \sigma_u + \frac{1}{2} p \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \rho_2(u),$$

$$\sigma_p = -\sigma_u \frac{1-k}{k},$$

$$f_0 = \frac{1}{35,2E} p \left(\frac{a}{\delta} \right)^3 a \rho_1(u),$$

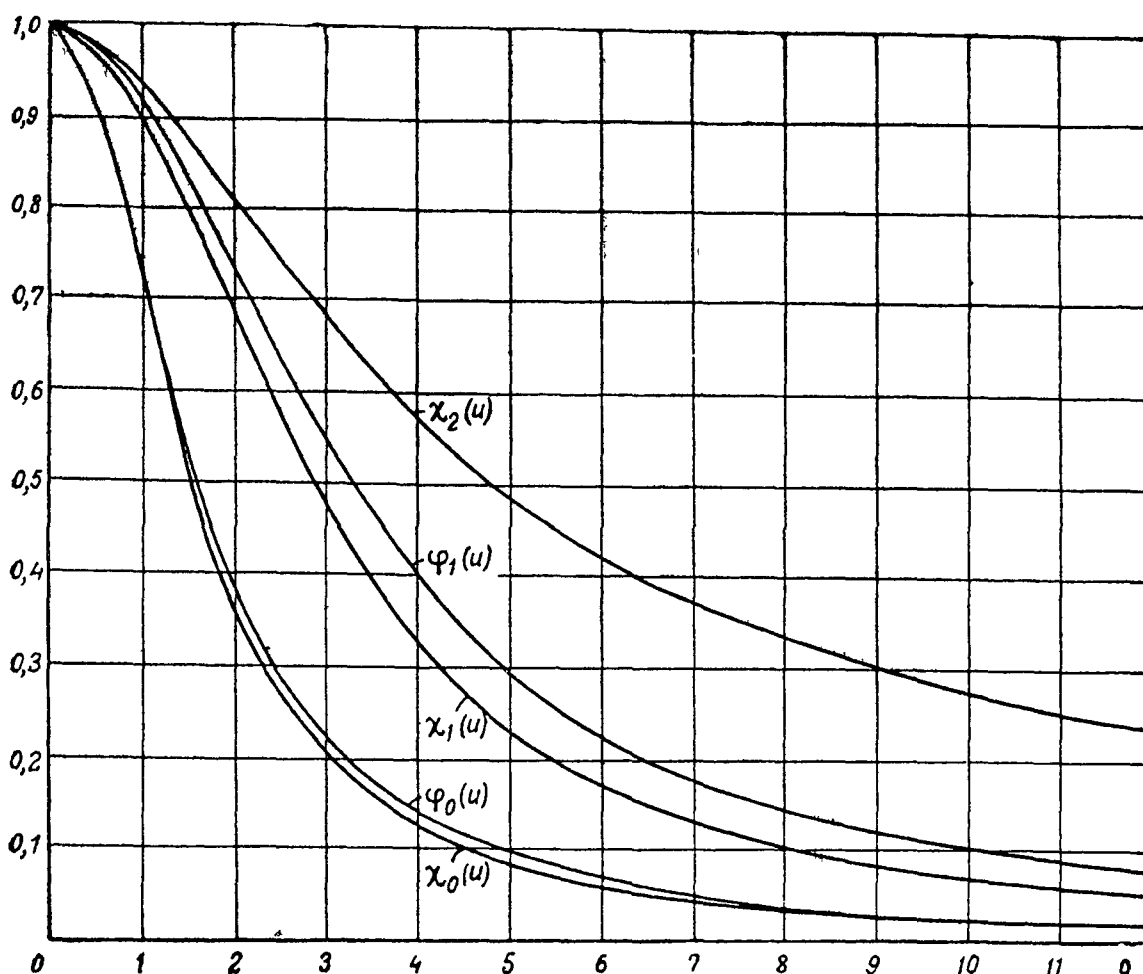
где σ_u — цепное напряжение,

σ_1 — напряжение в середине обшивки между длинными сторонами,

σ_2 — напряжение у опорного контура,

σ_p — окончательное напряжение в распоре,

f_0 — прогиб в середине обшивки



Фиг. 562

Края обшивки шарнирно закреплены

Ход расчета тот же, что и в случае заделки по контуру,

$$u = \frac{\pi}{2} \sqrt{x-1}$$

Коэффициенты кубического уравнения для определения u в этом случае будут

$$A = -\frac{12}{1,1\pi^2 E} \sigma \left(\frac{a}{\delta}\right)^2 - 1, \quad C = 3k \left(\frac{f}{\delta}\right)^2,$$

где

$$f = \frac{5}{35,2E} p \left(\frac{a}{\delta}\right)^3 a$$

Напряжения и прогиб определяются по формулам

$$\sigma_u = \frac{1,1E}{3} \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 u^2, \quad \sigma_1 = \sigma_u + \frac{3}{4} p \left(\frac{a}{\delta}\right)^2 \chi_0(u),$$

$$\sigma_p = -\sigma_u \frac{1-k}{k}, \quad f_0 = \frac{5}{35,2E} p \left(\frac{a}{\delta}\right)^3 a \phi_0(u),$$

где вспомогательные функции $\chi_0(u)$ и $\phi_0(u)$ определяются из табл 46 на стр. 218 и графика фиг. 562.

Если при расчете в заделанной обшивке напряжение на контуре σ_2 получается выше предела текучести, то обшивку рассчитывают как шарнирную и для напряжений σ_1 берут среднеарифметическое из двух значений

Для пластинок с отношением сторон, меньшем 2, ход расчета остается тот же, меняется лишь значение k , которое определяется по формуле

$$k = \frac{2bm + a\delta}{2bm + 2b\delta}.$$

В случае отсутствия стрингерного набора клетка состоит из двух соседних флоров, килевой балки и скулового угольника, причем длинными сторонами клетки будут флоры, а короткими килевая балка и скуловой угольник. Расчет проводится по вышеприведенным формулам для бесконечно длинной пластинки, но в данном случае опорным контуром будут флоры шпангоутов, а распором килевая балка и скуловой угольник.

Подсчитанные по этим формулам напряжения в обшивке будут тогда направлены по длине лодки (параллельно короткой стороне клетки). Напряжения в обшивке, направленные по ширине лодки (вдоль длинной стороны клетки), будут меньше. В этом случае сжимающее флор шпангоута усилие может быть подсчитано по формуле (для равных расстояний между флорами)

$$S = 0,780 \frac{Ef_0^2}{\left(\frac{B}{2}\right)^2} b\delta$$

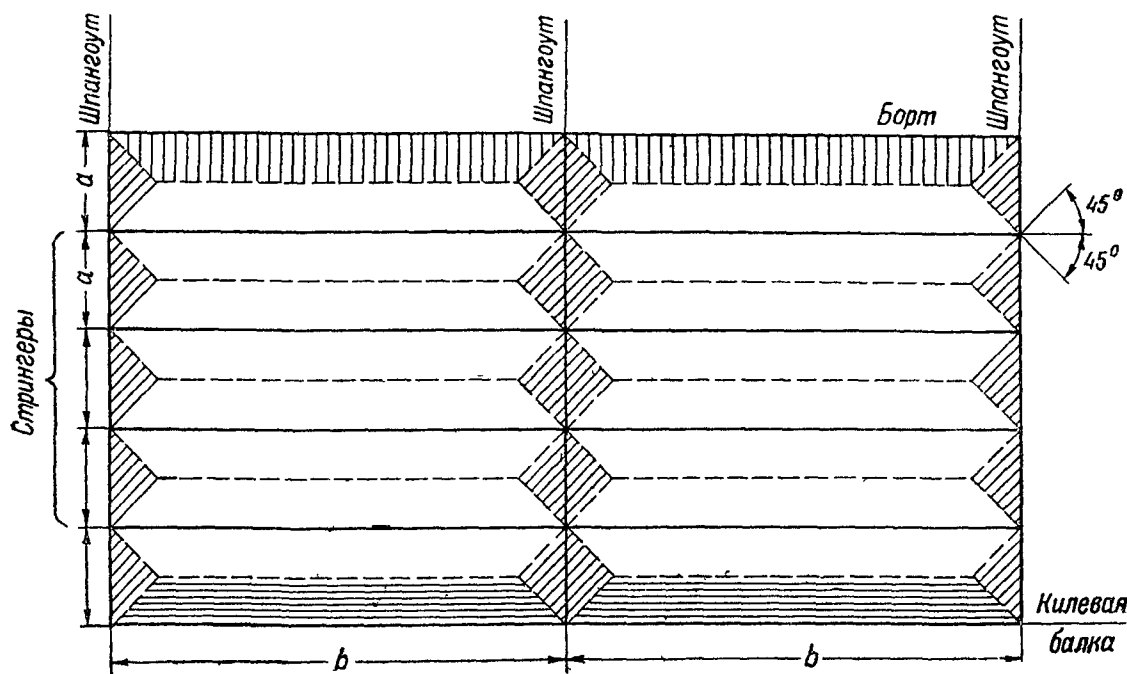
где f_0 — прогиб в центре клетки (стр. 524—525),

B — длина флора,

b — расстояние между флорами

Распределение нагрузок по элементам днища

Для расчета можно пользоваться схемой распределения нагрузки, принятой в судостроении (фиг. 563). Большая часть нагрузки с обшивки днища воспринимается стрингерами за исключением небольших участков, примыкающих к шпангоутам (наклонная штриховка), борту (вертикальная штриховка) и килевой балке (горизонтальная штриховка).



Фиг. 563

ховка) и килю (горизонтальная штриховка) Нагрузка на стрингер может быть определена по формуле

$$Q_{\text{стр}} = m Q_k$$

где $Q_{\text{стр}}$ — нагрузка, приходящаяся на стрингер,

$$m = 1 - \frac{a}{2b},$$

a и b — ширина и длина клетки,

Q_k — нагрузка, приходящаяся на всю клетку

При частом расположении стрингеров (с отношением сторон клетки $\frac{a}{b}$ порядка $0,1 \sim 0,2$ нагрузку на стрингер можно брать равной полусумме нагрузок на две соседних клетки

Расчет стрингеров

Стрингер обычно рассчитывается как балка, опертая на два соседних шпангоута и нагруженная равномерно распределенной нагрузкой

Неразрезные стрингеры рассматриваются как заделанные на опорах

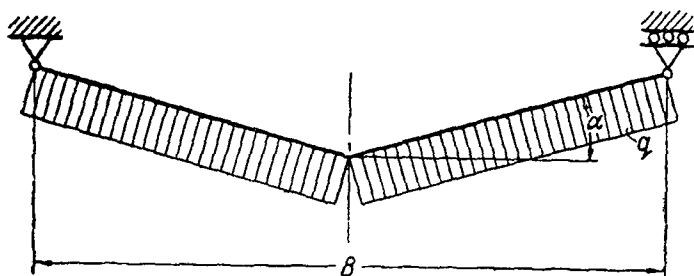
При определении моментов инерции и моментов сопротивления стрингера следует учитывать поддерживающее влияние обшивки в виде присоединенной полосы обшивки, шириною в 30δ

Расчет флора шпангоута

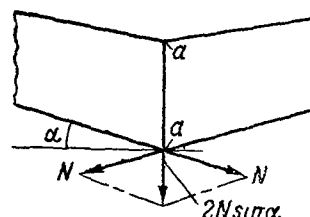
Расчет флора шпангоута в случае бескилевой конструкции

Нагрузки, передаваемые шпангоуту обшивкой и стрингерами с допущением, идущим в запас прочности, можно заменить равномерно распределенной нагрузкой, равной полусумме нагрузок на два соседних пролета

Флор шпангоута рассчитывается как ломаная балка на двух опорах (фиг. 564), нагруженная равномерно распределенной нагрузкой $q = bp$, где b — расстояние между шпангоутами, p — давление на единицу поверхности днища



Фиг. 564



Фиг. 565

Максимальный момент будет

$$M_{\text{макс}} = \frac{qB^2 \cos^2 \alpha}{8}$$

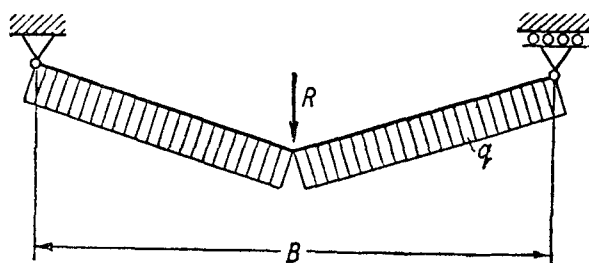
Суммарное расчетное напряжение с учетом влияния распора в нижней полке флора определяется по формуле

$$\sigma = -\frac{M}{W} - \frac{qB \sin \alpha}{2F_{\phi}} - \sigma_{\pi} \frac{a\delta}{F_r}$$

Стойка aa (фиг. 565), находящаяся на оси симметрии, рассчитывается на растягивающую силу $2N \sin \alpha$, где N — суммарное усилие в нижней полке флора

Расчет флора шпангоута при наличии килевой балки

При наличии одной килевой балки к нагрузкам, действующим на изолированный флор, следует добавить нагрузки от килевой балки, которая может быть определена, исходя из условия равенства прогибов. Если отсек имеет n шпангоутов, то, обозначая через f_{0i} прогиб флора i -го шпангоута отсека в среднем сечении при действии на него единичной равномерно распределенной нагрузки, а через k_i прогиб его в том же сечении



Фиг 566

от единичной силы, приложенной в этой же точке, суммарный прогиб флора шпангоута при наличии нагрузки R_i от килевой балки и распределенной нагрузки (фиг. 566) определится по формуле:

$$f_i = Qf_{0i} - k_i R_i .$$

Прогиб килевой балки в том же сечении выражается линейно через опорные реакции $R_1, R_2, \dots, R_n$, соответствующие всем флорам шпангоутов рассматриваемого отсека

$$f_i = A_{1i}R_1 + A_{2i}R_2 + \dots + A_{ni}R_n$$

Приравнивая оба прогиба друг другу для флора i -го шпангоута, получают уравнение:

$$Qf_{0i} - k_i R_i = A_{1i}R_1 + A_{2i}R_2 + \dots + A_{ni}R_n .$$

Если в отсеке имеется n шпангоутов, то для определения всех опорных реакций необходимо составить n уравнений.

Для отсека с одинаковыми равноудаленными шпангоутами при n , равном от 1 до 4, в табл. 217 приведены готовые решения для опорных реакций, изгибающих моментов и перерезывающих сил килевой балки. Килевую балку необходимо рассчитывать дважды: в предположении полной заделки килевой балки на усиленных шпангоутах и шарнирно опертой. В табл. 217 приведены решения для обоих случаев, а в табл. 218 и на фиг 567 и 568 приведены значения функций, входящих в расчетные формулы.

При числе шпангоутов, большем четырех, следует пользоваться приближенным методом основанным на теории изгиба балок на сплошном упругом основании. Соответствующие формулы в этом случае для экстремальных значений приведены в табл. 217 для n шпангоутов.

Прогибы f_0 и k флора шпангоута при постоянном по длине сечении определяются по формулам:

$$f_0 = \frac{qB^4}{384EI} \frac{8 \cos^2 \alpha - 3}{\cos^3 \alpha} ,$$

$$k = \frac{B^3}{48EI \cos \alpha}$$

При переменном сечении флора f_0 и k следует определять графоаналитическим или графическим способом (стр. 79 и 318)

Определив нагрузки R , рассчитывают флор шпангоута по схеме фиг. 566.

Таблица 217

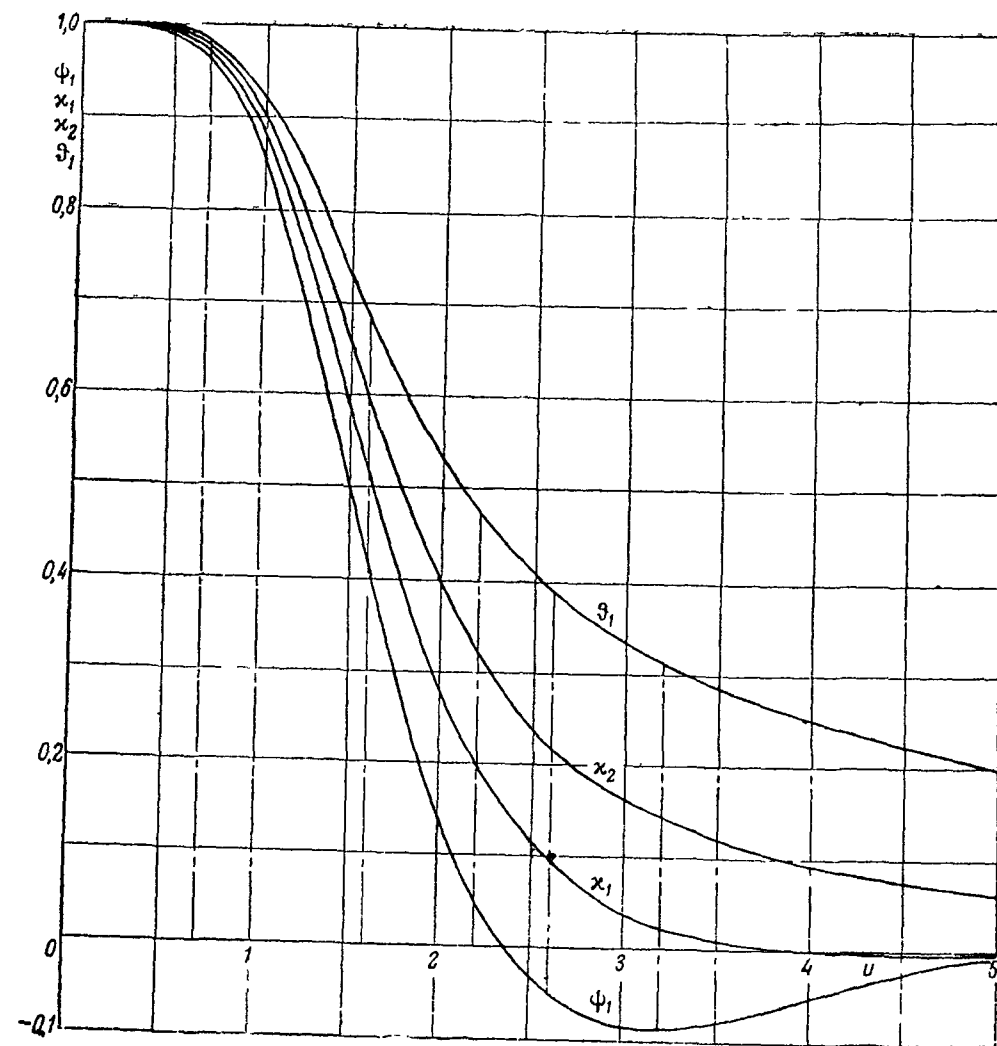
Формулы для расчета килевой балки

Концы килевой балки заделаны	Число шпангоутов	С х е м а	Н а г р у з к и	Максимальный изгибающий момент килея в середине пролета	Изгибающий момент килея у заделки	Перерезывающая сила килея у опор
	1		$R = \frac{D}{D + 0,00522} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{Rl}{8}$	$-\frac{Rl}{8}$	$\frac{R}{2}$
	2		$R = \frac{D}{D + 0,00618} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{Rl}{9}$	$-\frac{2}{9} Rl$	R
	3		$R_1 = \frac{D - 0,00197}{D + 0,00847} \frac{f_0}{k} Q, R_2 = \frac{D + 0,00261}{D + 0,00847} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{l}{16} (4R_1 + R_2)$	$-\frac{l}{16} (2R_1 + 3R_2)$	$R_2 + 1/2 R_1$
	4		$R_1 = \frac{D - 0,0016}{D + 0,01042} \frac{f_0}{k} Q, R_2 = \frac{D + 0,00507}{D + 0,01042} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{l}{25} (4R_1 + R_2)$	$-\frac{2l}{25} (3R_1 + 2R_2)$	$R_1 + R_2$
	n		$R_{\text{макс}} = \frac{f_0}{k} Q, R_{\text{мин}} = \frac{f_0}{k} Q \psi_1(u)$	$\frac{f_0}{k} Q \frac{(n+1)l}{24} \chi_1(u)$	$\frac{f_0}{k} Q \frac{(n+1)l}{12} \chi_2(u)$	$\frac{f_0}{k} Q \frac{n+1}{2} \vartheta_1(u)$
Концы килевой балки свободно оперты	1		$R = \frac{D}{D + 0,0208} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{Rl}{4}$	—	$\frac{R}{2}$
	2		$R = \frac{D}{D + 0,0291} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{Rl}{3}$	—	R
	3		$R_1 = \frac{D - 0,008}{D + 0,0417} \frac{f_0}{k} Q, R_2 = \frac{D + 0,0066}{D + 0,0417} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{l}{4} (R_1 + R_2)$	—	$R_2 + \frac{R_1}{2}$
	4		$R_1 = \frac{D - 0,008}{D + 0,052} \frac{f_0}{k} Q, R_2 = \frac{D + 0,0146}{D + 0,052} \frac{f_0}{k} Q$	$\frac{l}{5} (2 R_1 + R_2)$	—	$R_1 + R_2$
	n		$R_{\text{макс}} = Q \frac{f_0}{k}, R_{\text{мин}} = Q \frac{f_0}{k} \psi_0(u)$	$\frac{f_0}{k} (n+1) \frac{l}{8} Q \chi_0(u)$	—	$\frac{f_0}{k} \frac{(n+1)}{2} Q \vartheta_0(u)$

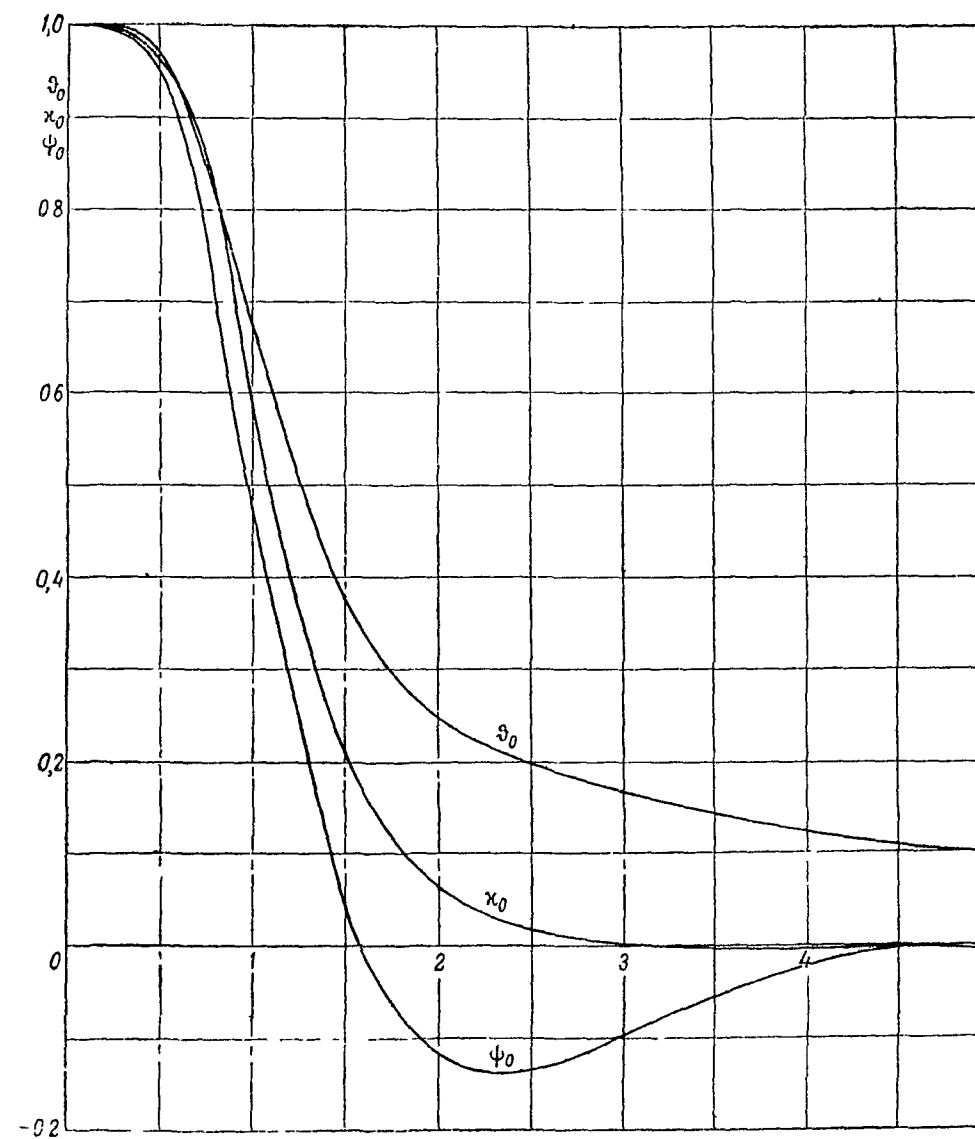
$u = \sqrt[4]{\frac{(n+1)D}{64k}}$, значения функций $\psi_0(u), \psi_1(u), \chi_0(u), \chi_1(u), \chi_2(u), \vartheta_0(u)$ и $\vartheta_1(u)$ берутся из таблицы 218 или с графиков фиг 567 и 568, $D = \frac{kEI}{\rho}$

где l —длина килевой балки, EI —ее жесткость, f_0 —прогиб шпангоута в центре от распределенной нагрузки, равнодействующая которой равна 1, Q —равнодействующая распределенной нагрузки, приложенной к шпангоуту, k —прогиб шпангоута в центре от единичной сосредоточенной силы, n —число шпангоутов

530



Фиг 567



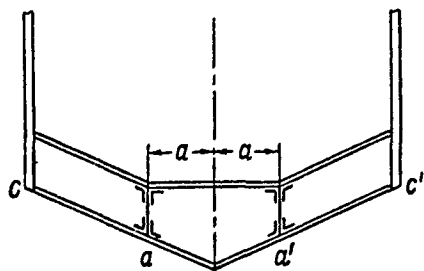
Фиг 568

Т а б л и ц а 218

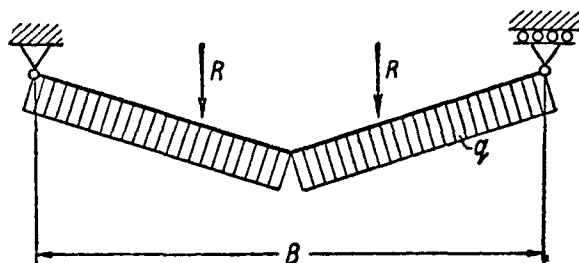
u	$\psi_0(u)$	$\psi_1(u)$	$\chi_0(u)$	$\chi_1(u)$	$\chi_2(u)$	$\vartheta_0(u)$	$\vartheta_1(u)$
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	1,000	1,000	1 000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,2	0,999	1,000	0,999	1,000	1,000	0,999	1,000
0,3	0,993	0,999	0,995	0,999	0,999	0,996	1,000
0,4	0,979	0,996	0,883	0,996	0,997	0,987	0,999
0,5	0,950	0,990	0,959	0,991	0,993	0,968	0,995
0,6	0,901	0,979	0,919	0,982	0,985	0,936	0,988
0,7	0,827	0,961	0,895	0,967	0,973	0,882	0,978
0,8	0,731	0,935	0,781	0,946	0,956	0,828	0,967
0,9	0,619	0,899	0,689	0,917	0,931	0,755	0,948
1 0	0,448	0,852	0,591	0,878	0,899	0,678	0,920
1,1	0,380	0,795	0,494	0,830	0,859	0,602	0,889
1,2	0,272	0,728	0,405	0,774	0,813	0,531	0,856
1,3	0,178	0,653	0,327	0,712	0,761	0,470	0,814
1,4	0,100	0,573	0,262	0,645	0,705	0,417	0,769
1,5	0,037	0,492	0,208	0,576	0,648	0,373	0,723
1,6	—0,013	0,411	0,164	0,509	0,591	0,337	0,681
1,7	—0,052	0,335	0,129	0,444	0,537	0,308	0,639
1,8	—0,081	0,264	0,101	0,384	0,483	0,285	0,598
1,9	—0,102	0,201	0,075	0,328	0,439	0,265	0,561
2,0	—0,117	0,144	0,062	0,279	0,397	0,249	0,527
2,2	—0,133	0,054	0,037	0,197	0,325	0,224	0,469
2,4	—0,135	—0,009	0,021	0,136	0,269	0,204	0,424
2,6	—0,127	—0,051	0,011	0,092	0,226	0,189	0,387
2,8	—0,114	—0,074	0,005	0,060	0,193	0,177	0,356
3,0	—0,098	—0,085	0,002	0,038	0,167	0,166	0,333
3,2	—0,081	—0,087	0,000	0,023	0,146	0,156	0,311
3,4	—0,064	—0,082	0,000	0,012	0,129	0,147	0,293
3,6	—0,049	—0,073	—0,002	0,006	0,115	0,139	0,278
3,8	—0,035	—0,063	—0,002	0,002	0,104	0,132	0,263
4,0	—0,024	—0,052	—0,002	—0,001	0,094	0,125	0,250
4,2	—0,015	—0,041	—0,002	—0,002	0,085	0,119	0,238
4,4	—0,008	—0,031	—0,001	—0,003	0,078	0,114	0,227
4,6	—0,002	—0,022	—0,001	—0,003	0,071	0,109	0,217
4,8	—0,001	—0,015	—0,001	—0,002	0,065	0,104	0,208
5,0	—0,004	—0,009	—0,001	—0,002	0,060	0,100	0,200

Расчет флора шпангоута при наличии двух килевых балок

В случае двух симметрично расположенных килевых балок (фиг 569) метод определения опорных реакций тот же, что и в случае расчета флора с одной килевой балкой. Прогибы f_{oi} суть вертикальные компоненты прогибов флора в точках a и a' относительно скул c и c' , прогибы k_i — верти-



Фиг 569



Фиг 570

кальные компоненты прогибов в тех же сечениях от двух одновременно действующих вертикальных единичных сил, приложенных в точках a и a' . Определение нагрузок R можно производить, пользуясь табл. 217. Когда нагрузки R определены, флор рассчитывается по схеме фиг 570.

Расчет элементов флора

При определении касательных напряжений в стенке флора с наклонными поясами следует вводить поправку в величину перерезывающей силы от составляющих нормальных усилий в поясах флора.

При определении сил, действующих в поясах флора, влиянием стенки флора, в запас прочности, можно пренебречь.

Нормальные напряжения в поясах флора определяются по формулам в верхнем поясе

$$\sigma_v = \frac{M}{W_v} - \frac{S_\phi}{F_\phi}$$

в нижнем поясе

$$\sigma_n = -\frac{M}{W_n} - \frac{S_\phi}{F_\phi} - \sigma_{\text{ц}} \frac{1-k}{k},$$

где M — изгибающий момент в сечении флора,
 W — момент сопротивления сечения флора,
 S_ϕ — осевая сила флора,
 F_ϕ — площадь сечения флора,
 $\sigma_{\text{ц}}$ — цепное напряжение обшивки днища,
 k — коэффициент распора

Если стенка флора теряет устойчивость, то следует учесть дополнительные напряжения в поясах по графику фиг 571, на котором

ΔS — дополнительное усилие в поясе вследствие потери устойчивости стенки,

Q — перерезывающая сила в сечении,

σ_c — напряженное сжатие в стенке от потери устойчивости обшивки,

τ — касательное напряжение в стенке в рассматриваемом сечении

E — модуль упругости материала,

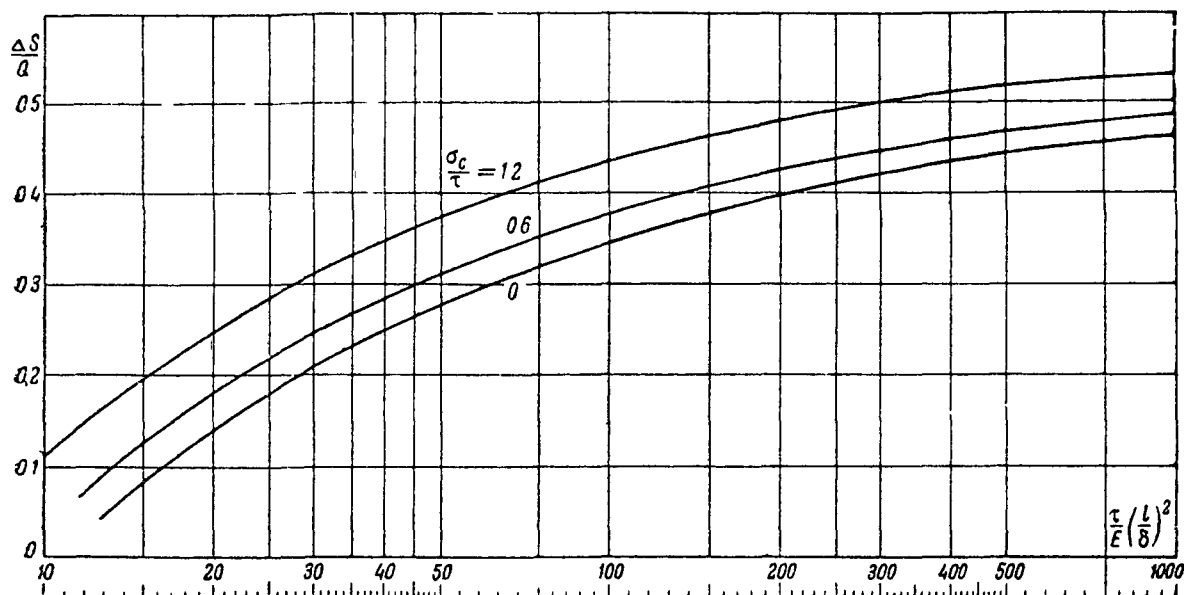
δ — толщина стенки,

l — расстояние между стойками

При определении нормальных напряжений от изгиба и сжатия в поясах наклон поясов по отношению к нейтральной оси можно не учитывать, если при определении площадей поперечного сечения и моментов сопротивления их берутся нормальные сечения поясов

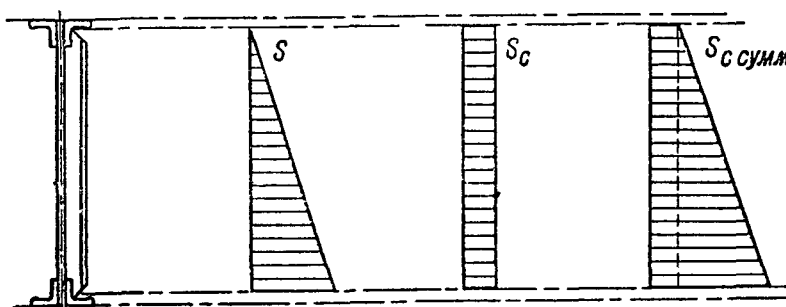
Напряжения в стойках флора определяются от местной нагрузки и от нагрузки вследствие потери устойчивости стенки

Местная нагрузка, приходящаяся на стойку, берется равной полусумме нагрузок между двумя соседними стойками от равномерной распределенной нагрузки флора. Распределяется эта нагрузка по стойке по закону



Фиг 571

треугольника с вершиной у верхнего пояса флора. При потере устойчивости стенки флора учитываются дополнительные сжимающие нагрузки на стойку от стенки (стр 521)



Фиг 572

Расчетная эпюра стойки будет иметь вид, указанный на фиг. 572. Напряжение в стойке определяется по формуле

$$\sigma_c = \frac{S_{c \text{ сум}}}{F_{cr}},$$

где $S_{c \text{ сум}}$ — усилие сжатия в стойке от местной нагрузки и от потери устойчивости обшивки,

F_{cr} — площадь сечения стойки с присоединенной обшивкой, равной $40 \delta_{\phi}$ (δ_{ϕ} — толщина стенки флора)

Расчет килевой балки

Определение опорных реакции, изгибающих моментов и перерезывающих сил производится с помощью табл 217. Цепные напряжения не учитываются. В остальном расчет килевой балки производится аналогично расчету флора.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ОПЕРЕНИЯ

Расчет оперения отличается от расчетов большинства других частей самолета тем, что при наличии статической неопределимости в сочленениях частей учитывается упругость опор; в остальном оперение, по конструкции своей схожее с крылом, рассчитывается аналогично последнему.

Расчет горизонтального оперения

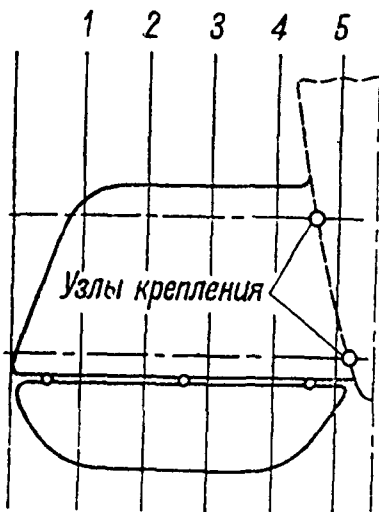
Расчет свободнонесущего горизонтального оперения с работающей обшивкой

В зависимости от конструкции крепления к фюзеляжу оперение рассматривается или в целом, или каждая его половина (левая и правая) независимо. Так, в случае, если стабилизатор осуществлен в виде балки, опирающейся в определенных точках на фюзеляж, то при расчете система рассматривается в целом. Симметрия системы и нагрузки снижает степень статической неопределимости на одну единицу.

Расчет производится следующим образом.

1. Строят эпюры нагрузки по размаху и по хорде для нескольких сечений (на фиг. 573 указано пять сечений).

2. Распределяют нагрузку между стабилизатором и рулем, относя к последнему ту часть нагрузки, которая непосредственно на него падает. Определяют величину погонной нагрузки на руль в данном сечении как площадь соответствующей части эпюры нагрузки на оперение по хорде.



Фиг. 573

3. Наносят на чертеж линии ц. д. для стабилизатора и руля, проводя их через ц. д., которые определяются для каждого из намеченных сечений как проекции ц. т. соответствующих площадей эпюр нагрузки по хорде на плоскость оперения.

4. Наносят на чертеж линии ц. ж. для стабилизатора и руля, для чего предварительно определяют положение ц. ж. каждого из намеченных сечений.

5. Принимая за лишнюю связь наружный шарнир крепления (рассматривается трехшарнирный руль) руля к стабилизатору, решают систему в предположении его отсутствия:

а) определяют реакции шарниров крепления к стабилизатору по закону рычага,

б) строят для руля и для стабилизатора эпюры изгибающих и скручивающих моментов с учетом скручивающих моментов от опорных реакций; попутно определяют усилие в тяге управления из условия равенства нулю суммы моментов относительно оси шарниров.

6. В направлении реакции удаленного (принятого за лишнюю связь) шарнира прикладывают единичную нагрузку и производят решение системы для нее, аналогично изложенному в п. 5. Следует иметь в виду, что одновременно прикладывается единичная нагрузка в направлении реакции симметричного лишнего шарнира.

7. Определяют перемещение в направлении единичной нагрузки от заданной нагрузки и от единичной. При подсчете обязательно должно быть учтено кручение руля и стабилизатора.

8. Составляют и решают каноническое уравнение:

$$\delta_{10} + \delta_{11} X = 0,$$

где δ_{10} — перемещение в направлении единичной нагрузки от внешней нагрузки;

δ_{11} — то же, от единичной нагрузки;

X — искомая реакция наружного шарнира.

9. Строят окончательные эпюры $M_{из}$, Q (в вертикальной и горизонтальной плоскости), $M_{кр}$ для стабилизатора и руля.

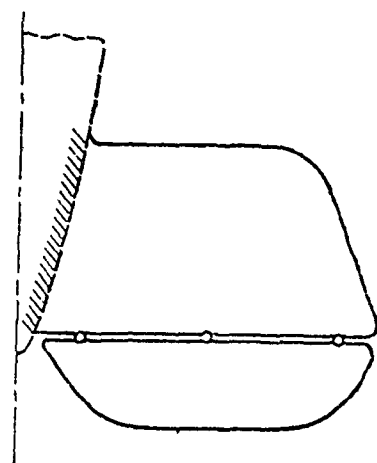
В случае наличия в конструкции руля с жесткой обшивкой сравнительно мощного на кручение лонжерона, скручивающий момент в каждом сечении руля распределяют между обшивкой и лонжероном обратно пропорционально деформациям (углам закручивания) контура без лонжерона и самого лонжерона без контура-обшивки:

$$M_{кр\ лонж} = M_{кр\ руля} \frac{\varphi_{обш}}{\varphi_{обш} + \varphi_{лонж}}$$

10. Определяют нормальные и касательные напряжения. Лонжерон рассчитывается по формулам сложного сопротивления.

Если крепление руля к стабилизатору производится большим, чем три числом шарниров, то ход решения остается тот же, только расчет соответственно усложняется, так как степень статической неопределимости соответственно повышается.

Если крепление стабилизатора к фюзеляжу осуществлено таким образом, что каждую из половин его можно рассматривать как балку, заделанную одним концом (фиг. 574), например, если стабилизатор сделан из двух отдельных половин, каждая из которых крепится по контуру к фюзеляжу, соответственно усиленному достаточно жесткими подкреплениями, то расчет производится, согласно вышеизложенному, но для одной половины оперения



Фиг. 574

Указания к расчету оперения с работающей обшивкой и подкосом

Возможен ряд конструктивных схем оперения с работающей обшивкой и с подкосом, например:

1 — с заделкой стабилизатора у фюзеляжа и подкосом, работающим только на осевые усилия,

2 — то же, что и 1, но с шарнирным креплением каждой из половин стабилизатора к фюзеляжу.

При расчете 1-й из указанных схем следует учесть, что наличие подкосов повышает на единицу степень статической неопределимости, для раскрытия которой удобно за лишнее неизвестное принять усилие в подкосе; оно определится из дополнительного канонического уравнения, составленного из тех соображений, что перемещение верхнего конца подкоса равно нулю.

Расчет оперения с полотняной обшивкой, двухлонжеронным стабилизатором и двумя подкосами

Основные схемы:

1. Стабилизатор осуществлен из двух независимых половин, лонжероны которых крепятся к фюзеляжу шарнирно так, что каждый из лонжеронов представляет собой балку, лежащую на двух опорах.

2. Лонжероны стабилизатора являются неразрезными четырехопорными балками.

Степень статической неопределимости оперения первой схемы определяется числом шарниров крепления руля к стабилизатору, так как в отношении последнего принимаются допущения, делаемые обычно для тонкого

двухлонжеронного крыла (т. е. лонжероны считаются разрезными в плоскости стабилизатора, крепление распорок и расчалок к лонжеронам — шарнирным и внутренние расчалки — лежащими в одной плоскости) и, следовательно, система стабилизатора с подкосами является статически определимой. Ниже указывается порядок расчета в случае крепления руля к стабилизатору тремя шарнирами.

1. Строят эпюры распределения нагрузки по размаху и по хордам.
2. Пользуясь этими эпюрами, распределяют нагрузку между лонжеронами стабилизатора по правилу рычага и рулем, относя к последнему часть нагрузки, непосредственно на него приходящуюся. Строят эпюры погонных нагрузок для каждого из лонжеронов стабилизатора и руля.
3. Принимая за лишнюю связь наружный шарнир крепления руля к стабилизатору, решают систему в предположении его отсутствия.
4. В направлении реакции удаленного от оси шарнира прикладывают единичную нагрузку и производят решение системы на единичную нагрузку.
5. Определяют перемещение в направлении единичной нагрузки как от заданной нагрузки, так и от единичной.

При определении перемещений руководствуются следующими соображениями:

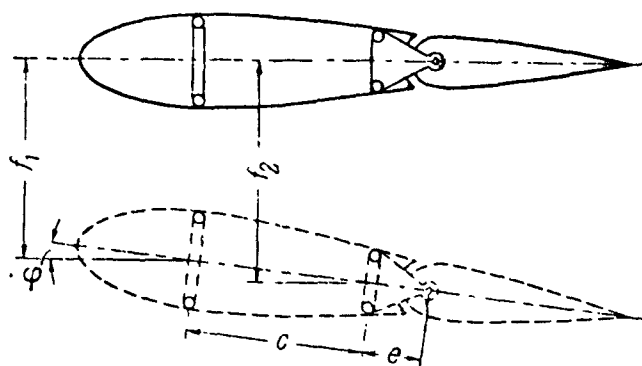
Шарниры крепления руля вблизи фюзеляжа и крепления подкоса считают для лонжеронов руля неподвижными опорами.

В случае, если руль не имеет осевой компенсации (т. е. вынос кронштейнов невелик), учитывают перемещения, происходящие только за счет деформаций изгиба заднего лонжерона стабилизатора и лонжерона руля. В противном случае необходимо учесть перемещение за счет закручивания стабилизатора. Угол закручивания может быть вычислен по формуле:

$$\varphi = \frac{f_1 - f_2}{c},$$

где φ — угол закручивания в радианах,
 f_1 и f_2 — прогибы переднего и заднего лонжеронов стабилизатора,
 c — расстояние между лонжеронами.

Перемещение шарнира по вертикали за счет закручивания будет равно φe , где e — вынос кронштейна — расстояние между осью заднего лонжерона и осью шарнира (фиг. 575).



Фиг. 575

6. Составляют и решают каноническое уравнение, из которого определяют реакцию наружного шарнира.

7. Строят окончательные эпюры моментов (изгибающих и скручивающих) и перерезывающих сил и решают плоскую ферму стабилизатора на изгиб в ее плоскости от усилия в тяге управления, определяемого из уравнений равновесия руля.

В случае, если крепление руля к стабилизатору производится числом шарниров большим, чем три, то ход решения остается тот же, несколько усложняясь за счет повышения степени статической неопределимости.

При наличии упругой или жесткой заделки сечений лонжеронов стабилизатора у фюзеляжа расчет соответственно усложняется, так как повышается степень статической неопределимости. При расчете подобных схем удобно за лишнее неизвестное выбирать (кроме усилий в шарнирах крепления руля к стабилизатору) изгибающие моменты в сечениях лонжеронов стабилизатора у фюзеляжа.

Расчет вертикального оперения

Расчет свободно-несущего вертикального оперения с работающей обшивкой

При расчете свободно-несущего вертикального оперения кессонного типа целиком применяются указания, данные в отношении аналогичной конструкции горизонтального оперения (стр. 534).

Расчет свободно-несущего вертикального оперения с мягкой обшивкой

Расчет свободно-несущего вертикального оперения с мягкой обшивкой производится согласно указаний, приведенных для расчета горизонтального оперения (стр. 536). Отличие заключается в следующем:

1. Стойка киля (задний лонжерон) в данной конструкции будет работать или как балка, заделанная одним концом, или как балка, лежащая на двух опорах и имеющая большой длины нагруженную консоль.

2. При расчете киля определение нагрузок на стойку (задний лонжерон) делается различно, в зависимости от конструкции киля. Так, если киль имеет передний лонжерон, достаточно хорошо заделанный на фюзеляже, то нагрузка на лонжероны распределяется обратно пропорционально их расстояниям от ц. д., и лонжероны рассчитываются независимо друг от друга. При более точном расчете учитываются влияние нервюры.

В случае, если крепление переднего лонжерона (усиленного стрингера) к фюзеляжу не является достаточно жесткой заделкой или осуществлено явным шарниром, то, распределив нагрузки между лонжеронами, следует считать, что передний лонжерон работает как двухопорная балка, причем одной опорой для него явится фюзеляж, а другой или вершина стойки киля или верхняя нервюра, которая в таком случае должна быть осуществлена достаточно мощной и прикреплена к стойке киля достаточно жестко. В последнем случае стойка киля окажется нагруженной в верхнем сечении силой и скручивающим моментом. В случае одностоечного (однолонжеронного) киля вся изгибающая нагрузка и весь скручивающий момент воспринимаются стойкой киля.

Расчет вертикального оперения с мягкой обшивкой и подкосом

Наличие подкосов у стойки киля, опирающихся обычно на задний лонжерон стабилизатора, осуществляемый в таком случае сплошным или заделанным на фюзеляже, повышает степень статической неопределимости.

Для разрешения с. н. удобно за лишнее неизвестное принять усилие в подкосе. При вычислении коэффициентов соответствующих канонических уравнений (их может быть несколько, так как, помимо подкосов, статическую неопределимость могут внести шарниры крепления руля к килю) следует учесть изгиб заднего лонжерона стабилизатора.

В случае, если задний лонжерон стабилизатора в свою очередь также будет поддержан подкосами, крепящимися к нижнему узлу фюзеляжа, то

можно принять, что узел на киле является для стойки киля жесткой опорой. При желании же уточнить расчет следует составить еще одно каноническое уравнение, соответствующее еще одному лишнему неизвестному, за которое удобно будет принять усилие в нижнем подкосе.

Указания к расчету элеронов, щитков, предкрылков, закрылков

При расчете элеронов обычного типа следует учесть все указания сделанные для различных схем конструкции горизонтального хвостового оперения, так как конструкция и работа его вполне аналогичны работе руля. В случае, если элерон крепится к крылу двумя шарнирами, то система статически определима, и при знании внешних нагрузок эпюры $M_{из}$, Q и $M_{кр}$ строятся обычными способами.

В случае, если шарниров больше, чем два, элерон необходимо рассчитать как многоопорную балку, причем в первом приближении опоры могут быть приняты за абсолютно жесткие, но при окончательном расчете необходимо учесть осадку опор (т. е. деформации крыла), считая, что на крыле находится нагрузка, соответствующая случаю нагружения элеронов. Методика и порядок расчета те же, что при расчете системы стабилизатор—руль.

При расчете щитков, предкрылков и закрылков поступают так же.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Ветчинкин В. П. Материалы по расчету самолетов на прочность ЦАГИ, 1921 г.
2. Самолетостроение Т. II. М.—Л., ГНТИ, 1931 г.
3. Расчет самолета на прочность. Конспект лекций В. Т. Байкова МВВА РККА, 1933 г.
4. Расчет самолета на прочность. Расширенный конспект лекций С. Н. Шишкина. М.—Л., 1936 г.
5. Ростовцев Г. Г. Строительная механика самолета, ч. I, II. Л.—М. ОНТИ, 1936 г.
6. Дубровин А. А., Макаров С. Я., Суздальцев Я. Я. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность М.—Л. ОНТИ, 1937 г.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПОДМОТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Расчет на прочность подмоторной рамы производится при одновременном действии следующих нагрузок:

- а) веса моторного агрегата с учетом перегрузок,
- б) тяги винта с учетом необходимого запаса прочности,
- в) реакции крутящего момента двигателя, также с учетом запаса прочности.

Особые требования предъявляются к подмоторной установке в отношении вибраций. Собственные частоты системы, состоящей из мотора и подмоторной установки, не должны совпадать с частотами периодических сил, возникающих в моторе. Собственные частоты подмоторной установки могут быть найдены экспериментально (стр. 622). Частоту периодических сил, вызывающих колебания, в первом приближении можно считать равной числу оборотов вала мотора. Большое значение имеет усталость подмоторной установки. Вопросы усталости подмоторных установок решаются экспериментальным путем (стр. 628).

Расчет установок под звездообразные моторы

Установка для крепления звездообразных моторов воздушного охлаждения представляет собой стержневую пространственную систему. Для упрощения расчета делаем ряд допущений. Предполагают, что: 1) узлы системы являются идеальными шарнирами, 2) опоры подмоторной рамы абсолютно жестки, 3) кольцо является абсолютно жестким телом. Последнее

предположение тем ближе к истине, чем большим числом болтов мотор крепится к подмоторной установке. Расчет подмоторной установки начинается с выяснения внешних нагрузок.

В случае наличия на установке каких-либо агрегатов, кроме мотора, нагрузки от них следует относить к тем узлам установки, к которым агрегаты крепятся. Нагрузки от веса и сил инерции с мот подмоторной установки учитываются обычно совместно с нагрузками от мотора, винта и втулки. Определение общего ц т этой системы производят, пользуясь данными центровки самолета. Вычисления удобно производить с помощью табл. 219.

Т а б л и ц а 219

Наименование	Вес G	Координаты ц т		Статический момент		Примечание
		x_T	z_T	$G x_T$	$G z_T$	
Мотор						
Втулка						
Винт						
Подмоторная установка						
	$\sum G$	—	—	$\sum G x_T$	$\sum G y_T$	

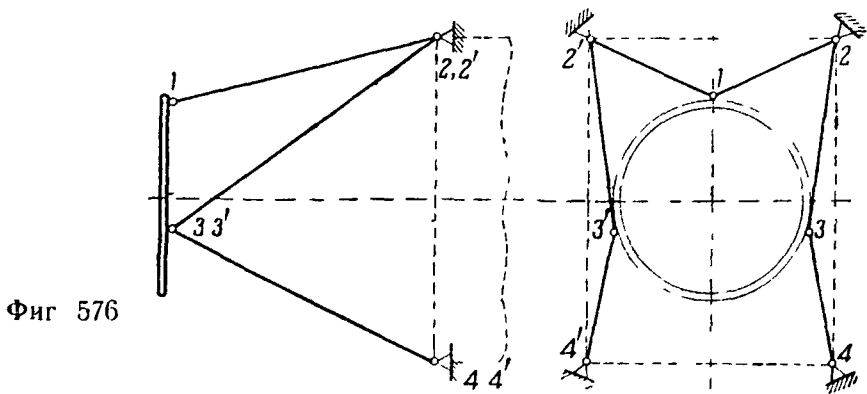
Координаты ц т

$$x_T^0 = \frac{\sum G x_T}{\sum G}, \quad z_T^0 = \frac{\sum G y_T}{\sum G}$$

Приводимые ниже способы расчета сводятся к рассмотрению действия силы, лежащей в плоскости симметрии, силы — в плоскости, перпендикулярной к плоскости симметрии, и момента относительно оси мотора, так как из комбинации этих нагрузок получается любой из случаев нагружения.

Расчет шестистержневой нормальной установки

Схема установки изображена на фиг. 576. Мотор крепится с помощью ряда болтов к кольцу 1—3—3'. Система, представляющая собой шесть



стержней, крепящих гело, статически определима. Решение может быть произведено аналогически или графически, используя и в том и в другом случае симметрию системы.

Аналитическое решение

Для случая нагружения в плоскости, перпендикулярной плоскости симметрии, используются уравнения равновесия:

$$\Sigma Y = 0, \quad \Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_z = 0,$$

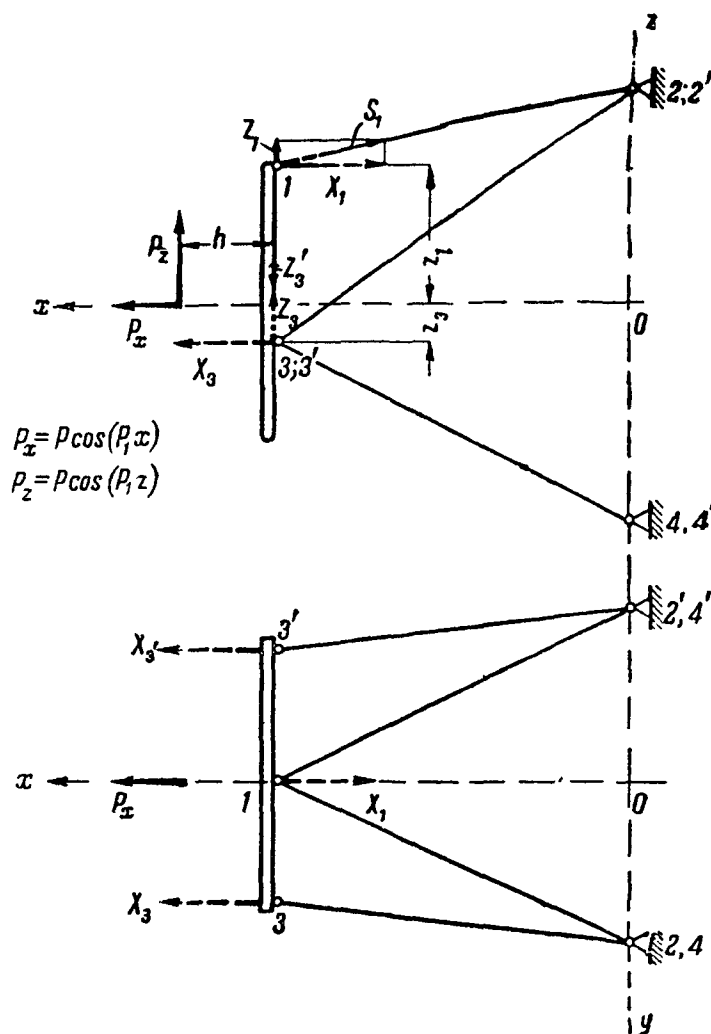
составляющиеся аналогично вышенеписанным, и условия симметрии:

$$S_{1-2} = -S_{1-2'}, \quad S_{3-2} = -S_{3'-2'}, \quad S_{3-4} = -S_{3'-4'}.$$

В вышеприведенных уравнениях ΣX , ΣY и т. д. обозначают соответственно сумму проекций всех сил на оси x, y и т. д.

Графическое решение

Графический способ удобно применять в случае, если стержни 3—2 и 3—4 лежат в вертикальной плоскости (фиг. 578).



Фиг. 578

В случае нагружения в плоскости симметрии поступают следующим образом:

а) Определяют компоненты узловых нагрузок на узлы 1, 3 и 3' по формулам:

$$X_1 = - \frac{P_z h - P_x z_3}{z_1 + z_3},$$

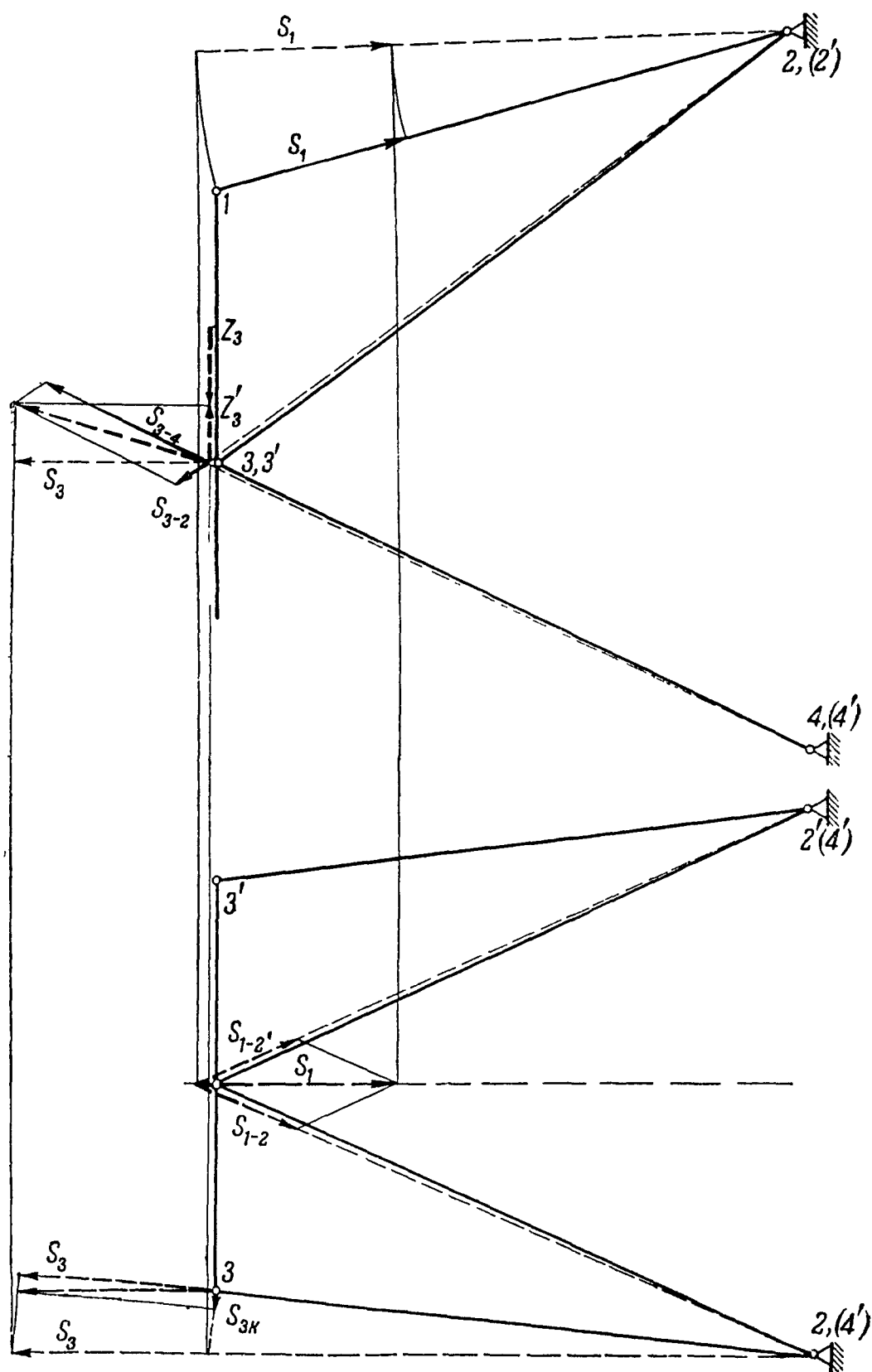
$$X_3 = X_{3'} = \frac{P_z h + P_r z_1}{2(z_1 + z_3)},$$

$$Z_3 = Z_{3'} = \frac{P_z}{\gamma}.$$

б) Графическим построением определяют усилие S_1 в плоскости $1-2-2'$ и вертикальный компонент узловой нагрузки 1-го узла Z_1 , попутно вводя поправку в вертикальные узловые нагрузки узлов 3 и 3' на величину

$$Z_3' = -\frac{Z_1}{2} \quad (\text{фиг 578})$$

в) Плоскость $1-2-2'$ поворотом около оси $2-2'$ совмещают с горизонтальной плоскостью проекций и производят определение усилий $S_{1-2} = S_{1-2'}$ (фиг 579)



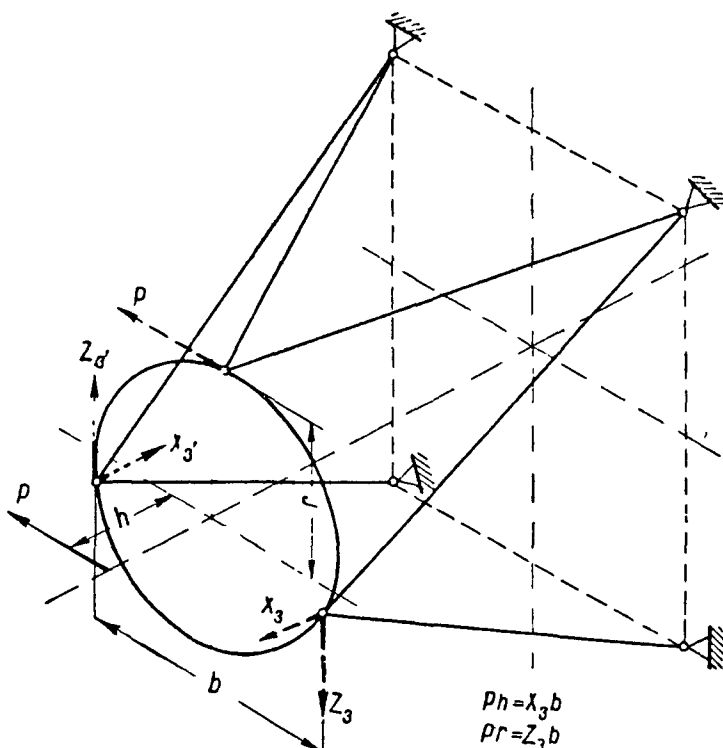
Фиг 579

г) Нагрузку X_3 раскладывают на компоненты: $S_{3к}$, лежащий в плоскости кольца и им воспринимаемый и S_3 , лежащий в плоскости 3—2—4 (фиг. 579).

д) Плоскость 3—2—4 вращением около оси 2—4 совмещают с вертикальной плоскостью проекций и определяют усилия S_{3-2} и S_{3-4} (фиг. 579).

В случае нагружения перпендикулярно плоскости симметрии решение подобно предыдущему. При этом необходимо учесть, что компоненты $S_{3к}$ и $S_{3'к}$ на кольце в данном случае взаимно не уравновесятся, а нагрузят узел 1, вызвав дополнительные давления на узлы 3 и 3' (разгружающие), равные $\pm \frac{S_{3к}(z_1 + z_3)}{b}$.

Решение нужно начинать с боковых панелей (3—2—4). Компоненты узловых нагрузок показаны на фиг. 580.

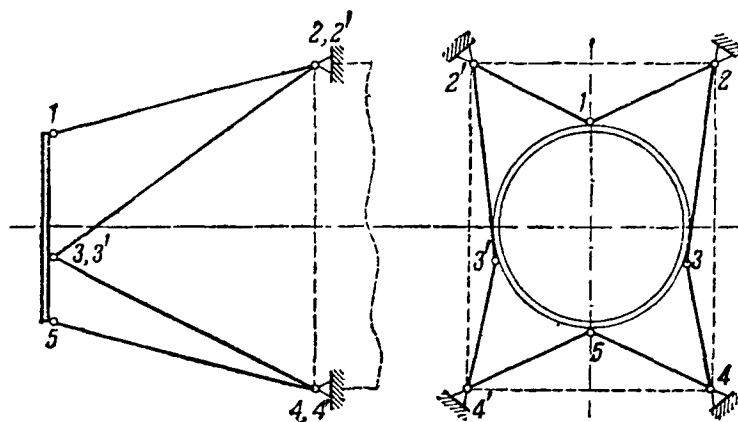


Фиг. 580

В случае скручивания парой сил в вертикальной плоскости, перпендикулярной плоскости симметрии, последняя определяет вертикальные нагрузки на узлы 3 и 3', образующие пару, момент которой равен моменту внешней пары. Решение аналогично вышеизложенному.

Расчет восьмистержневой нормальной установки

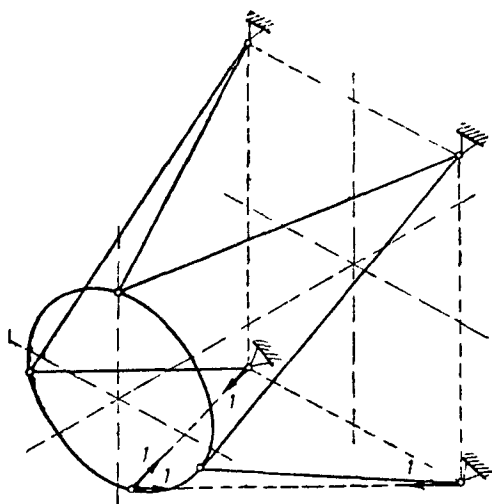
Схема установки изображена на фиг. 581. С учетом симметрии системы и прямой или обратной симметрии нагрузки, система для решения



Фиг. 581

однажды статически неопределима. За лишние принимаются или стержни 1—2 и 1—2' или 5—4 и 5—4'. Все решение проводится для одной половины системы (из симметричных). Определение усилий в основной (с. о.) системе от внешней нагрузки производится, как при решении нормальной шестистержневой установки. Затем в направлении удаленных стержней

прикладываются нагрузки, равные 1 (фиг. 582). В случае расчета на нагрузки, перпендикулярные плоскости симметрии, или на пару сил в той же плоскости, в направлении одного из выброшенных стержней прикладывается нагрузка (+1), в направлении другого (-1). Единичные нагрузки



Фиг. 582

раскладываются на компоненты по координатным осям и решение системы (определение S') на единичную нагрузку производится по способу, изложенному на стр. 462. После определения S^0 и S' подсчитывают $\sum \frac{S^0 S' l}{EF}$ и $\sum \frac{S'^2 l}{EF}$ (суммирование включает и лишние стержни), пользуясь табл. 196, и определяют усилие в лишнем стержне по уравнению:

$$X = - \frac{\sum \frac{S^0 S' l}{EF}}{\sum \frac{S'^2 l}{EF}}$$

где l , F и E — соответственно длина, площадь поперечного сечения стержней и модуль упругости материала стержней.

В случае симметричной нагрузки:

$$S_{5-4} = S_{5-4'} = X.$$

В случае обратно симметричной нагрузки:

$$S_{5-4} = -S_{5-4'} = X.$$

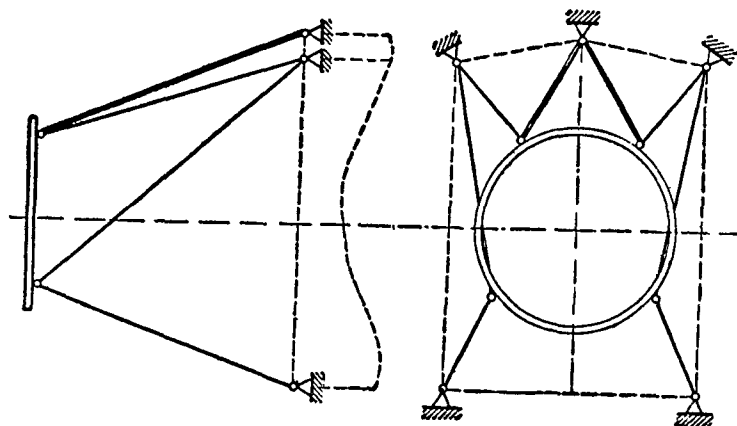
Окончательные усилия в стержнях определяются по формуле:

$$S = S^0 + S'X.$$

Иногда аналогично расчету коробки крыльев вводится 25% поправка к влиянию лишнего стержня в сторону увеличения окончательного усилия (стр. 463).

Расчет восьмистержневой установки с пятью опорными узлами

Схема установки изображена на фиг. 583. Принципиально она ничем не отличается от разобранной на стр. 543 и решается тем же способом.



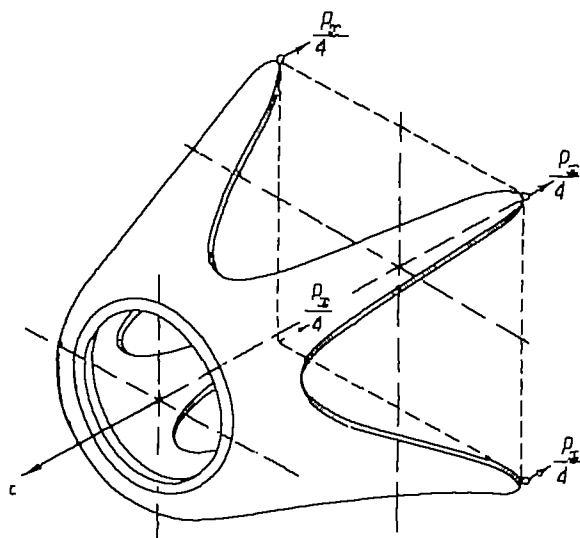
Фиг. 583

За лишние удобно принять стержни, изображенные двойными линиями, при условии, что расположение узлов на кольце таково, что удаление

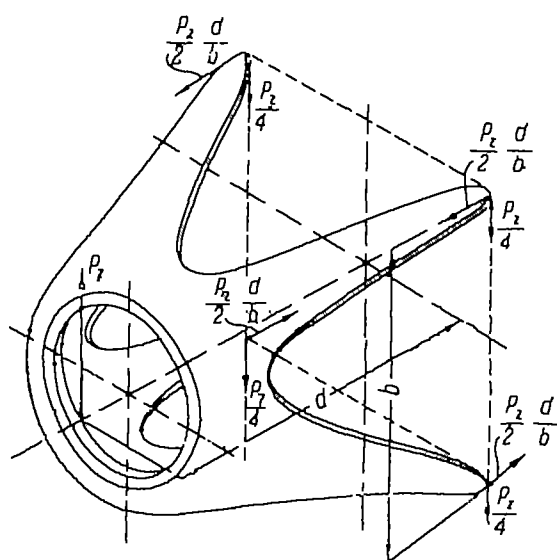
намеченных стержней не превращает систему в механизм. Если имеет место последнее, то расчет системы осложняется (хотя принципиально и не меняется), так как за лишние придется выбрать несимметрично расположенные стержни.

Расчет конической клепаной установки

Расчет начинается с нахождения опорных реакций, которые определяются без учета распорных сил. Определение производится от отдельных компонентов внешней нагрузки (по принципу независимости действия сил) исходя из симметрии системы и прямой или обратной симметрии нагрузки.

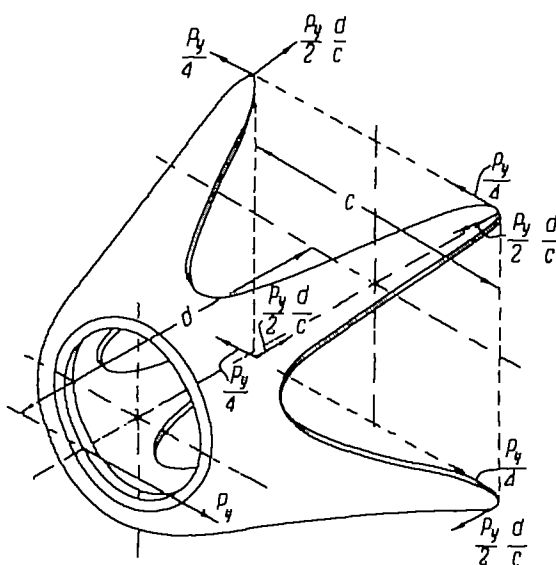


Фиг 584

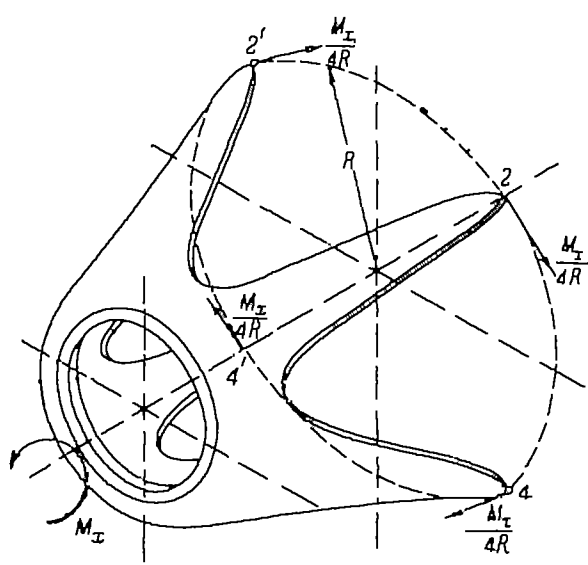


Фиг 585

На фиг 584 показано определение реакции от нагрузки P_x . На фиг 585 — от нагрузки P_z . На фиг 586 — от нагрузки P_y . На фиг 587 — от момента относительно оси x . В последнем случае реакции лежат в плоскости 2—2'—4—4' и касательны к окружности, проходящей через узлы крепления (2, 2', 4, 4').



Фиг 586



Фиг 587

После нахождения реакций производится расчет ног рамы на изгиб, осевые силы и, в общем случае, на кручение. Ввиду переменных размеров нужно просчитать несколько сечений по длине ноги.

Следует так конструировать узлы крепления и назначать профиль сечения ноги, чтобы по возможности избежать кручения. Расчет производится по общим формулам сопротивления материалов. При конструировании каркаса и выборе напряжений в стенках следует иметь в виду необходимость обеспечения их устойчивости. Метод расчета—приближенный. Проверка прочности подобных установок статическими испытаниями необходима.

О расчете кольца

Расчет кольца производится согласно общих правил сопротивления материалов; кольцо рассчитывается как замкнутый многоопорный кривой брус малой кривизны, лежащий на многих опорах и нагруженный силами, не лежащими в его плоскости.

Расчет установок под блоковые моторы

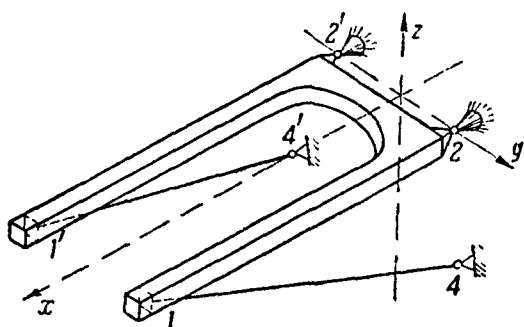
Кроме замечаний, данных на стр. 538, необходимо иметь в виду следующее. При расчете подмоторных установок под блоковые моторы обычно определяют узловые нагрузки и затем решают систему, не учитывая того обстоятельства, что мотор вводит в систему дополнительные стержни в плоскости крепления картера и сам представляет собой твердое тело, накладывающее на деформацию системы условие сохранения и после деформации относительного расположения узлов установки, прилежащих к точкам крепления картера. Это обстоятельство может сказаться, главным образом, в случаях нагружения, перпендикулярного плоскости симметрии системы, так что для компонентов нагрузки в плоскости точек крепления картера наличие мотора следует учитывать.

Решение обычно производится аналитическим способом, так что в начале каждого расчета следует давать таблицу геометрических соотношений.

Расчет простейшей рамно-стержневой установки

Схема установки изображена на фиг. 588. При нагружении системы в плоскости симметрии расчет производится следующим образом:

Определяют узловые нагрузки, согласно фиг. 589. Направление нагрузки условно показано так, чтобы она имела положительные компоненты:



Фиг. 588

$$P_1 = P_{1'} = \frac{P}{2} \cdot \frac{b}{a+b}$$

$$P_2 = P_{2'} = \frac{P}{2} \cdot \frac{a}{a+b},$$

$$Z_2 + Z_{2'} = P_2 \cos \alpha,$$

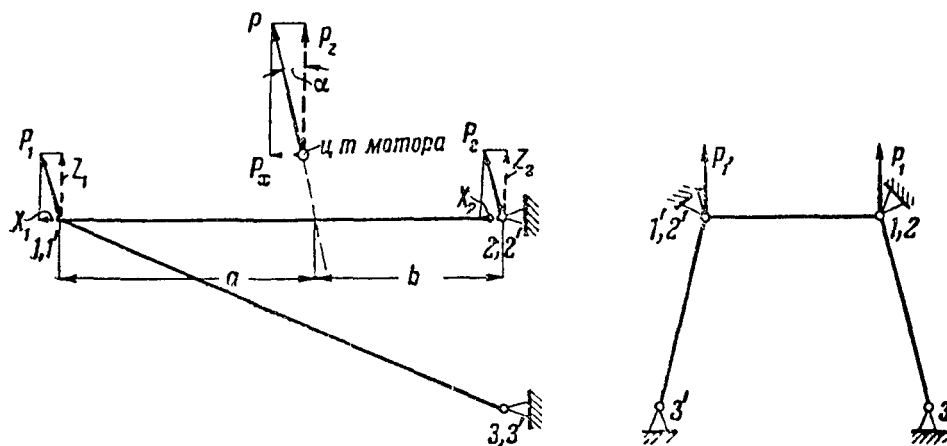
$$Z_1 = Z_{1'} = P_1 \cos \alpha,$$

$$X_1 = X_{1'} = P_1 \sin \alpha,$$

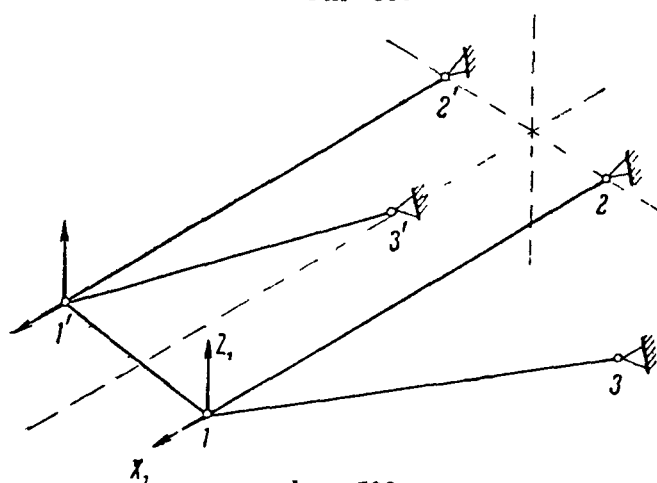
$$X_2 = X_{2'} = P_2 \sin \alpha.$$

Такое распределение нагрузки является условным. При необходимости определить работу стержня 1—2 следует учесть связь его с мотором (т. е. уменьшение длины напряженной части). При наличии нагрузки P , момент от нее представляют в виде пары сил, действующих на стержни 1—2 и 1'—2'; эти силы раздают по узлам.

Выявляют расчетную схему, исходя из рассмотрения работы отдельных ее элементов. Для данного случая расчетная схема изображена на фиг. 590. Стержень $1-1'$ осуществляется картером и, будучи абсолютно



Фиг 589



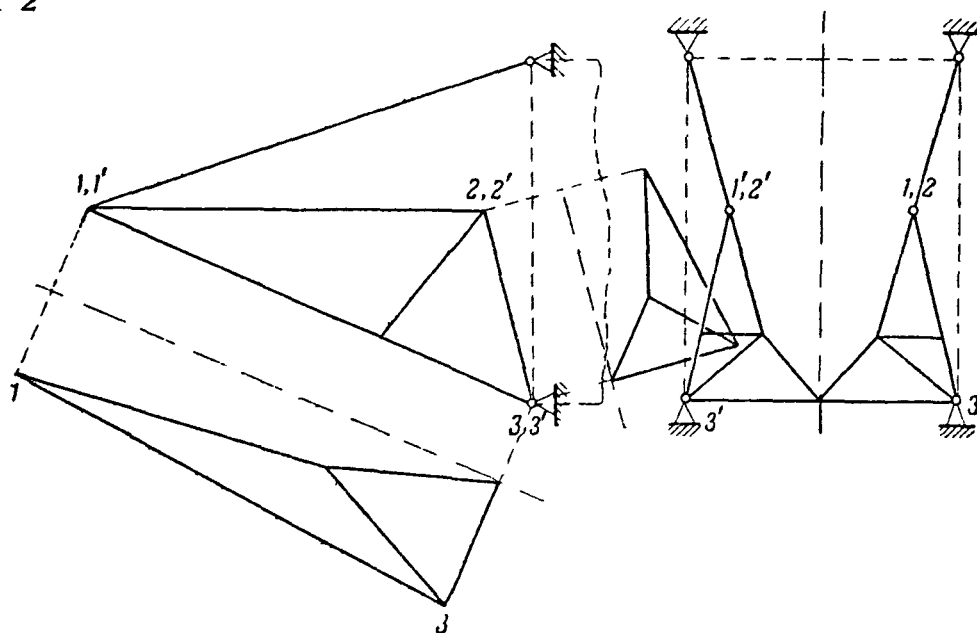
Фиг 590

жестким сравнительно с рамой $1-1'-2-2'$ воспринимает на себя весь компонент Y усилия в подкосе $1-3$.

Определяют усилия в стержнях, что сводится к решению одного пространственного узла 1 .

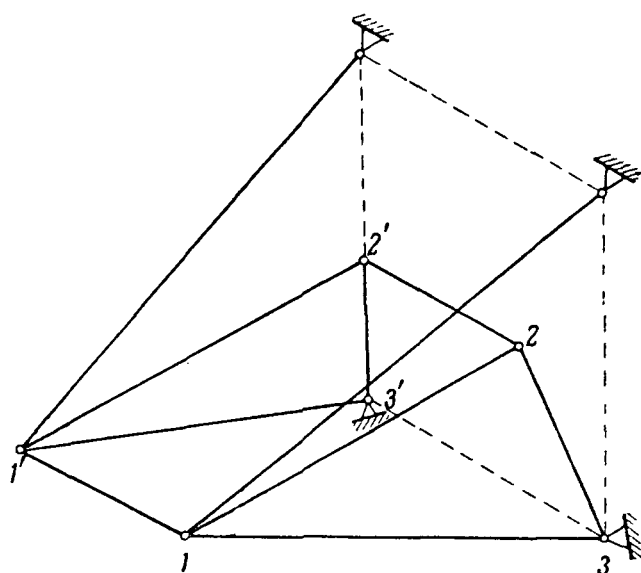
Расчет стержневой установки

Схема установки показана на фиг 591. Мотор крепится в узлах 1 , $1'$, 2 и $2'$.

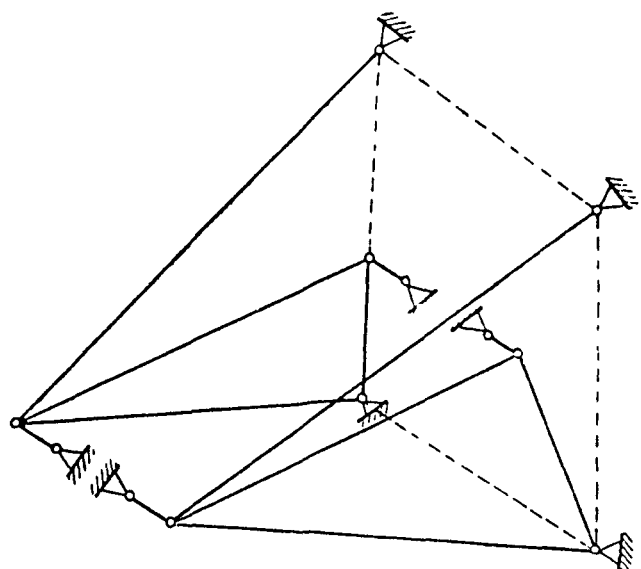


Фиг 591

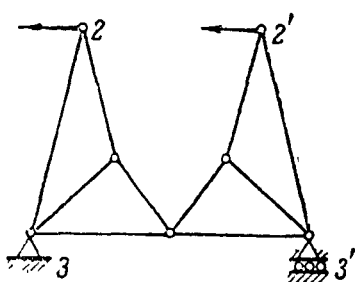
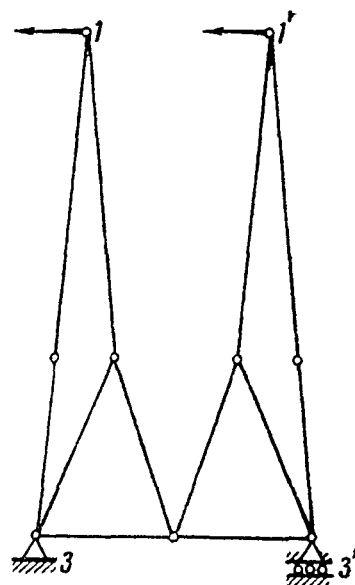
Расчетная схема для случая симметричного нагружения изображена на фиг. 592. Стержни $1-1'$ и $2-2'$ осуществляются картером мотора. Расчет сводится к решению двух пространственных узлов 2 и 1 , которое обычно



Фиг. 592



Фиг. 593

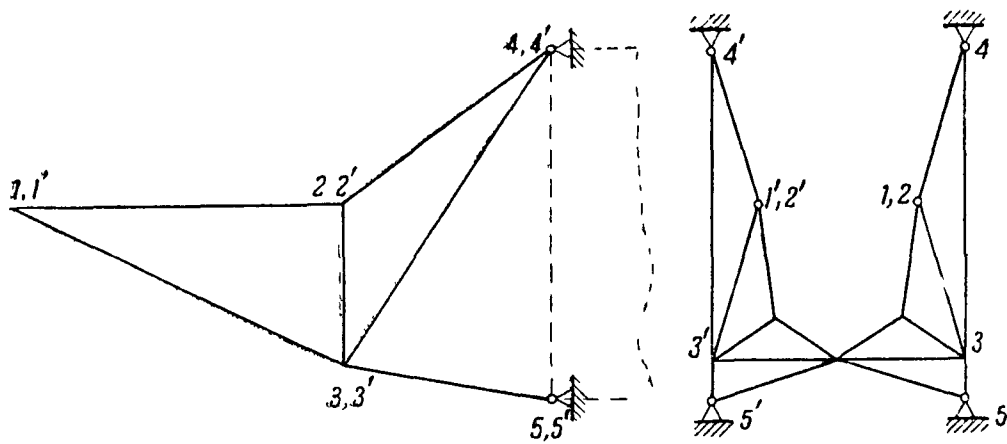


Фиг. 594

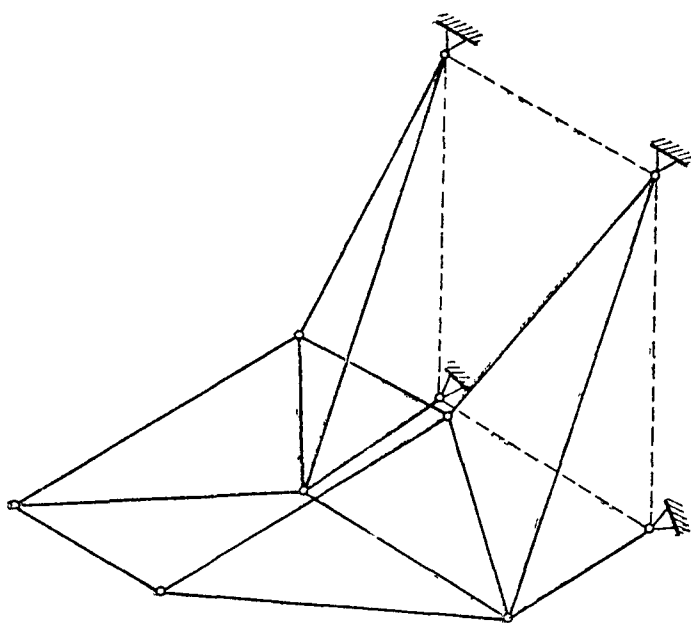
производится аналитическим методом. В случае обратного симметричного нагружения вступают в работу плоские фермы $1-1'-3-3'$ и $2-2'-3-3'$ (фиг. 591). Расчет производится способом вырезания плоских ферм. Расчетная схема для решения пространственных узлов показана на фиг. 593 и расчетные схемы плоских ферм на фиг. 594.

Расчет стержневой установки консольного типа

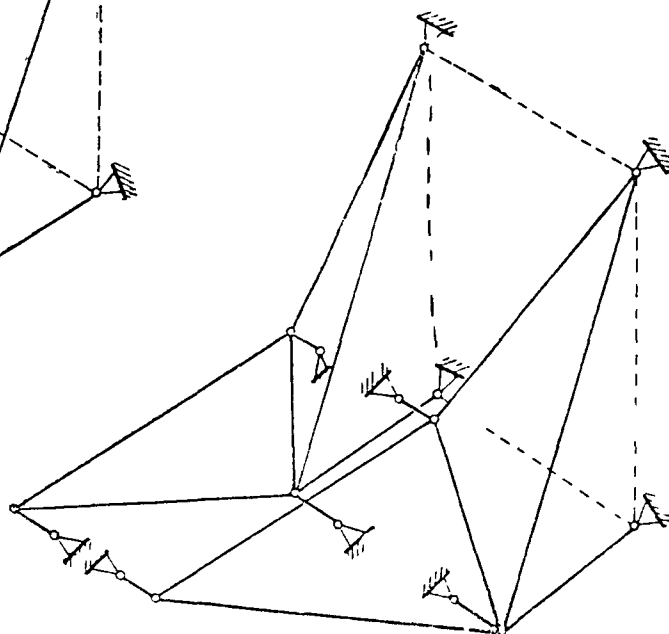
Схема установки показана на фиг. 595. Мотор крепится в узлах $1, 1', 2$ и $2'$. Расчетная схема для случая симметричного нагружения показана на фиг. 596. Расчетные схемы для случая обратного симметричной нагрузки приведены на фиг. 597 и 598. Расчет идет в следующем порядке: решается узел 1 , узел 2 , ферма $1-1'-3-3'$, ферма $2-2'-3-3'$, узел 3 , с учетом всех усилий по элементам к нему подходящим, в том числе и по элементам плоских ферм, и наконец, ферма $3-3'-5-5'$. Решение достаточно производить для одной половины системы, не забывая о существовании другой — обратного симметричной, что особенно важно при решении плоских ферм.



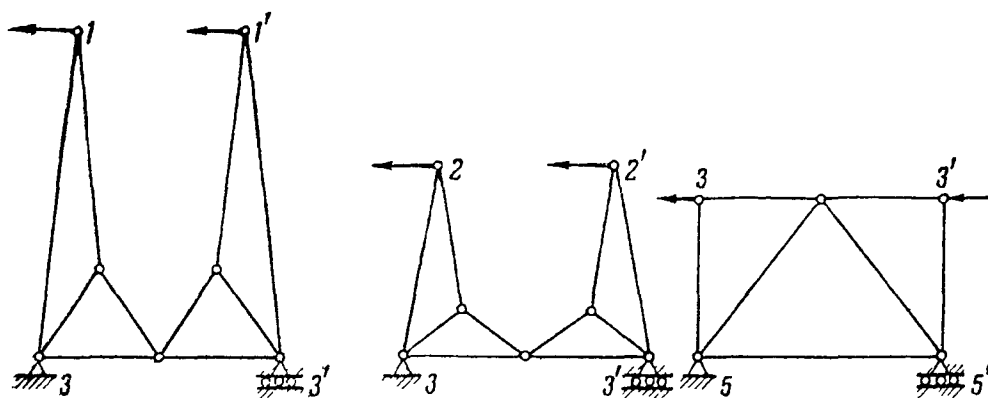
Фиг 595



Фиг 596



Фиг 597

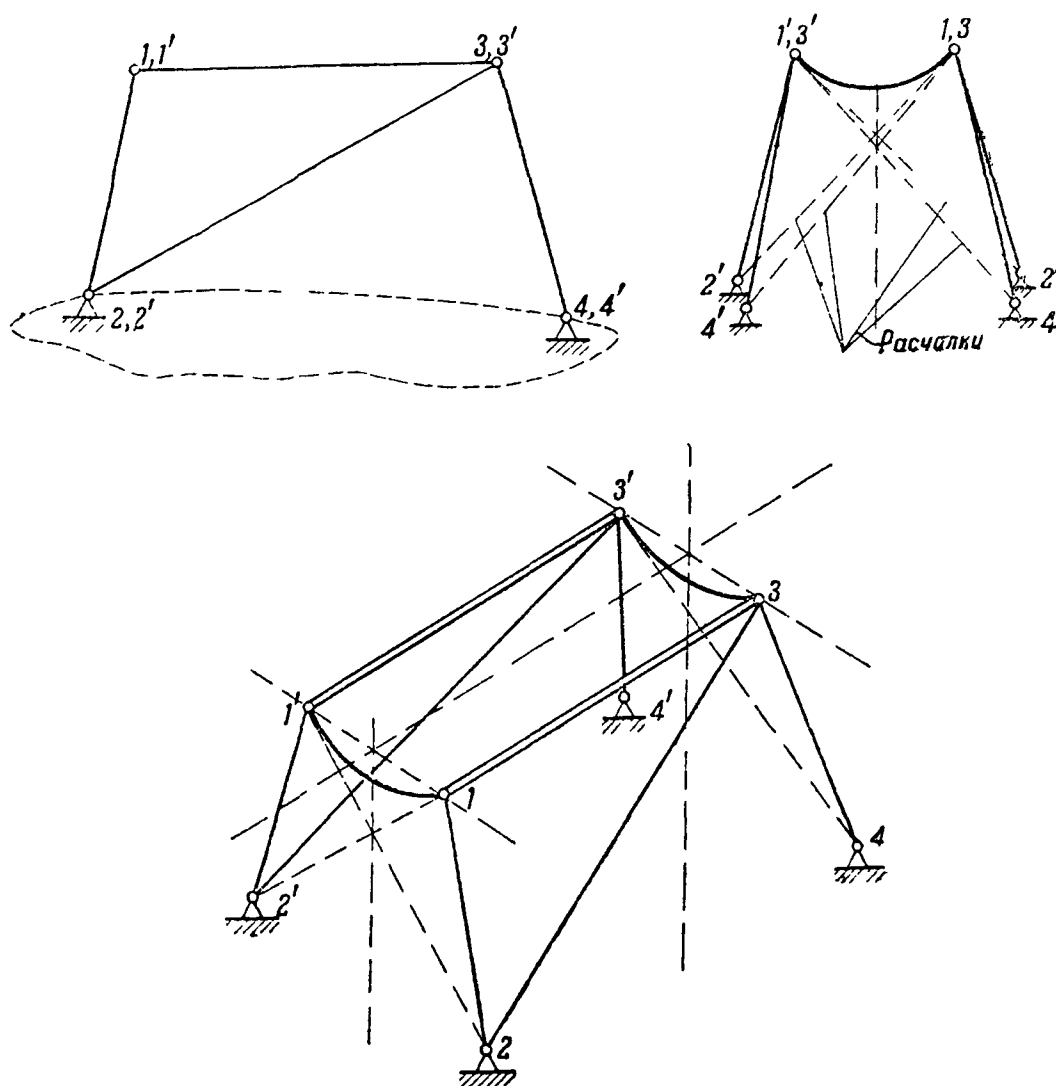


Фиг 598

Расчет стержневой установки морского типа

Схема установки изображена на фиг 599 В случае симметричного нагружения определяют узловые нагрузки и затем решают пространственную ферму как с о систему (расчалки не работают)

В случае нагружения перпендикулярно плоскости симметрии определяют узловые нагрузки и затем решают ферму разложением на плоские



Фиг 599

фермы или вырезыванием узлов, или рассматривают систему как восемь опорных стержней (из двух расчалок одной панели работает только одна) и решают ее как дважды статически неопределимую

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Расчет самолета на прочность Конспект лекций В Т Байкова М В В А РККА 1933
- 2 Еленевский Г С Расчет кольца на многих опорах под действием аксиальных нагрузок Труды ЦАГИ, 1935 № 207
- 3 Расчет самолета на прочность Расширенный конспект лекций С Н Шишкина М МАИ, 1936
- 4 Ростовцев Г Г Строительная механика самолета Ч I, II Л—М ОНТИ, 1936
- 5 Дубровин А А, Макаров С Я, Суздальцев Я Я и др Справочная книга по расчету самолета на прочность М—Л ОНТИ, 1937

РАСЧЕТ ШАССИ

Установление расчетной схемы

Большинство современных шасси являются многократно статически неопределимыми системами, решение которых очень громоздко. На практике часто прибегают к упрощениям и ограничиваются решением однажды или дважды с. н. системы.

Выбор лишних неизвестных производится имея в виду, что большее значение имеет:

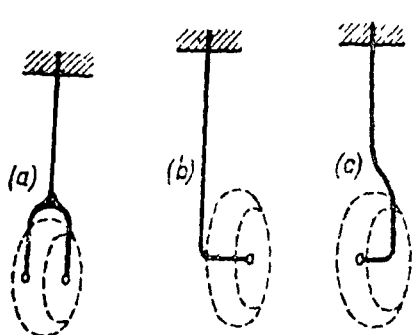
- 1) деформация системы в процессе нагружения,
- 2) наличие люфтов и прочих свободных перемещений.

За абсолютно жесткие опоры принимаются те из них, которые дают заведомо пренебрежимо малые перемещения по сравнению с вводимыми в уравнения деформаций. При наличии амортизаторов в силовой схеме шасси рассматриваются три положения фермы, соответствующих полностью сжатой, сжатой наполовину и не сжатой амортизации.

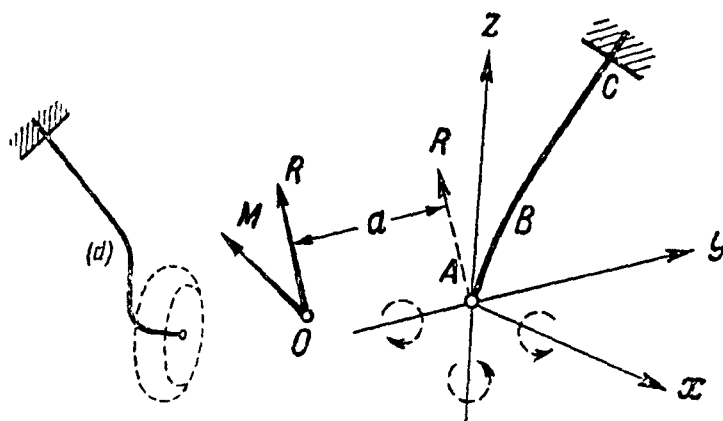
Консольное (одностоечное) шасси

Схемы консольного шасси приведены на фиг. 600.

Общий случай нагружения ноги шасси силой R и моментом M схе-



Фиг. 600



Фиг. 601

матически изображен на фиг. 601. Решение системы производится обычно следующим способом: сила R переносится из точки O в A и разлагается на два направления: по оси ноги AB и по нормали к ней; момент силы R

$$M_0 = R \cdot a$$

геометрически складывается с моментом M . Так как плечи легко определяются по чертежу общего вида шасси, а компоненты по координатным осям также находятся без затруднений, сложение моментов M_0 и M можно производить и путем алгебраического сложения их компонентов по осям. Полученный суммарный вектор момента M_c надо, как и силу, разложить на ось ноги AB и на нормаль к ней.

Решение сильно упрощается, если, как обычно, R и M_c лежат в одной из координатных плоскостей.

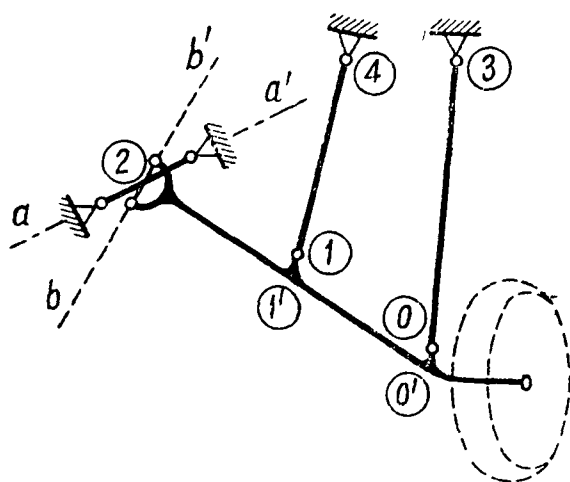
При изменении направления стержня (например, в точке B на фиг. 601) угол α между осью стержня и силой R (или вектором момента) приходится находить заново и производить новое разложение R и M_c .

Если средняя гибкость $\left(\frac{l}{i}\right)$ всей ноги превышает 30—40, то необходимо рассчитывать ногу как сжато-изогнутую балку.

Пирамидальное шасси

Схема шасси этого типа дана на фиг. 602.

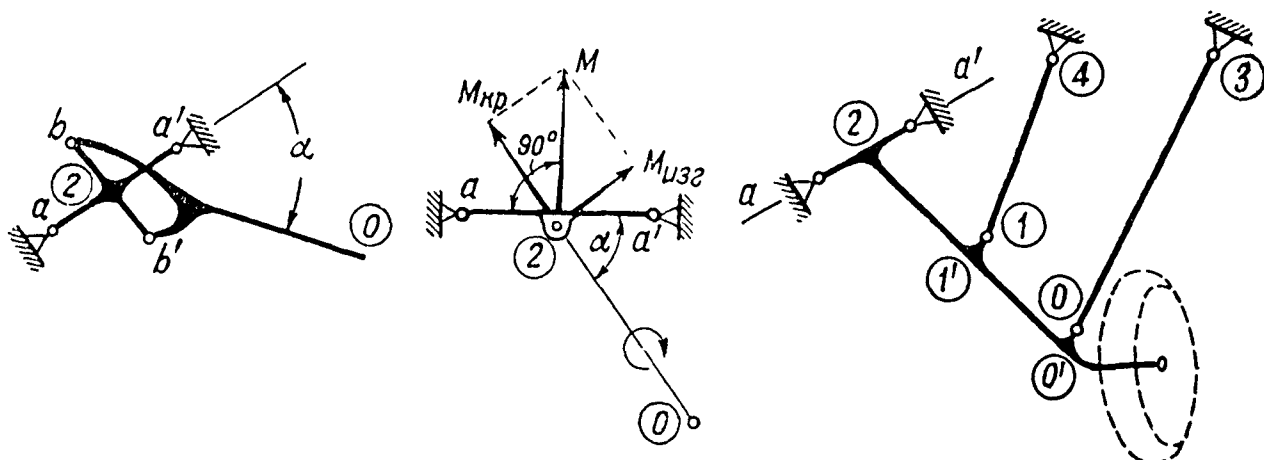
Карданная опора узла 2, кроме реакции, воспринимает только скручивающий момент M , вектор которого всегда перпендикулярен обеим осям aa' и bb' кардана (фиг. 603). Если угол α между стержнем 2—0 и внешней осью aa' кардана не равен 90° , то скручивающий момент M получается от действия на стержень 2—0 двух моментов: скручивающего $M_{кр}$ и изгибающего $M_{из}$. Если $\alpha = 90^\circ$, то $M_{из} = 0$ и $M = M_{кр}$.



Фиг. 602

Система с. о., если в узлах 0, 1, 3 и 4 — шаровые шарниры, так как она имеет шесть неизвестных: три компонента реакции и величина момента в узле 2 и величины реакций в узлах 3 и 4.

Для нахождения истинного осевого усилия, например, в стержне 0—3, составляется уравнение равновесия моментов всех сил относительно оси, проходящей через узел 2 и стержень 1—4 и лежащей в плоскости кардана $aba'b'$ (т. е. оси, лежащей в той же плоскости, что и оси aa' и bb' кардана). Тогда в уравнение будет входить только одно неизве-



Фиг. 603

Фиг. 604

стное — искомое усилие. Аналогично поступают при нахождении усилия в стержне 1—4. Момент, скручивающий кардан узла 2, определяется из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси, проходящей через этот узел и перпендикулярной внешней оси aa' кардана. Затем производится расчет ноги 0—2, нагруженной в точках 0, 1 и 2 найденными силами и моментом, а в точке 0' — внешним моментом и перерезывающей силой. При этом удобнее приводить все силы и моменты к двум группам осевых и нормальных сил и векторов моментов (осевые — кручение, нормальные — изгиб).

В общем случае нога представляет собой балку, нагруженную сжатием, изгибом и кручением.

Если в предыдущей схеме кардан в узле 2 заменить на гребенку, то получается однажды с. н. система, изображенная на фиг. 604.

Неизвестными являются три компонента реакции и два компонента момента в узле 2 и величины реакций в узлах 3 и 4. Вектор момента

в узле 2 лежит в плоскости, перпендикулярной к оси гребенки, так как момент относительно этой оси равен нулю.

В первом приближении можно решить систему по предыдущей схеме. Однако, пренебрежение моментом, возникающим в плоскости гребенки $aa' O'$, может привести к большим погрешностям. Если нет возможности учесть жесткость узла 2, то следует решить систему два раза, положив последовательно один из компонентов момента в узле 2 равным нулю и выбрать из двух решений наибольшие усилия. Хотя это и идет в некоторый запас прочности, но обычно не влечет за собой утяжеления конструкции, так как перекрывается конструктивными запасами, всегда имеющимися в узлах.

Этот способ может дать, однако, преуменьшенные значения полного момента в узле 2, компонент которого по оси ноги 2—1 будет расчетным для ноги и для гребенки. Поэтому необходимо, руководствуясь двумя полученными из двух решений величинами компонентов момента в узле 2, установить порядок наибольшей возможной величины суммарного момента.

При достаточной жесткости опорного узла 2 или, если есть возможность учесть эффект люфтов и возможную девиацию узла 2 в процессе нагрузки, можно вести расчет системы фиг. 604 как с. н.

При наиболее ходовой схеме этого шасси, когда стержни 0—2 и 0—3 сходятся в одном узле (фиг. 605), за лишнее неизвестное принимается один из моментов в узле 1, так как деформация системы происходит, главным образом, за счет кручения и изгиба полуоси. Деформации сжатия и растяжения всех стержней обычно исчезающе малы и во внимание не принимаются. Если за неизвестное принят момент M_z и соответствующий ему единичный момент обозначен через m_z (его вектор нужно разложить на две составляющих: по направлению полуоси и по нормали к ней), то в каноническом уравнении деформаций:

$$m_z \delta_{11} + \delta_{10} = 0,$$

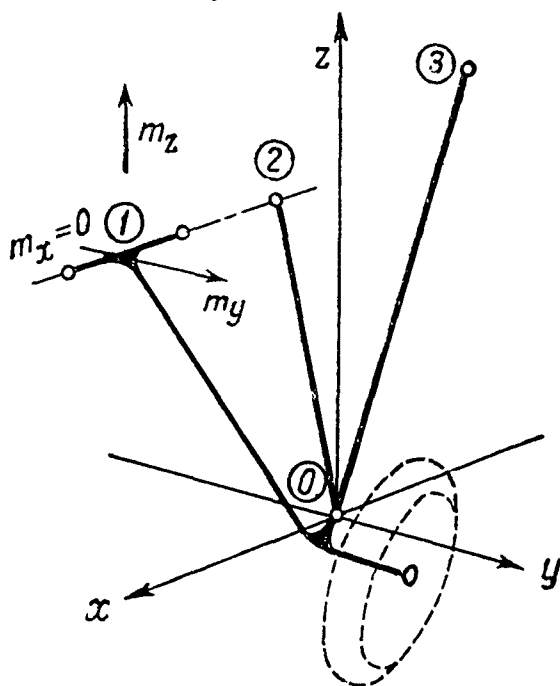
перемещения δ_{11} и δ_{10} будут соответственно равны:

$$\delta_{11} = \frac{1}{E} \int_0^{l_{0-1}} \frac{m_{z1}^2}{I} dl + \int_0^{l_{0-1}} \frac{m_{z2}^2}{C} dl,$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{E} \int_0^{l_{0-1}} \frac{M_1 \cdot m_{z1}}{I} dl + \int_0^{l_{0-1}} \frac{M_2 m_{z2}}{C} dl$$

Здесь M_1 и M_2 — текущие ординаты эпюр изгибающих и скручивающих моментов, полученных при решении с о системы; I и C — осевой момент инерции сечения и жесткость на кручение полуоси, обычно переменные по длине.

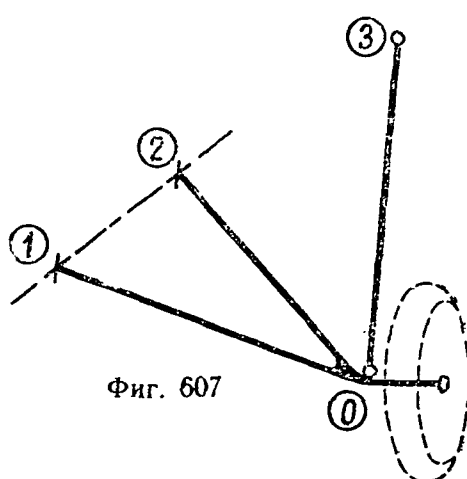
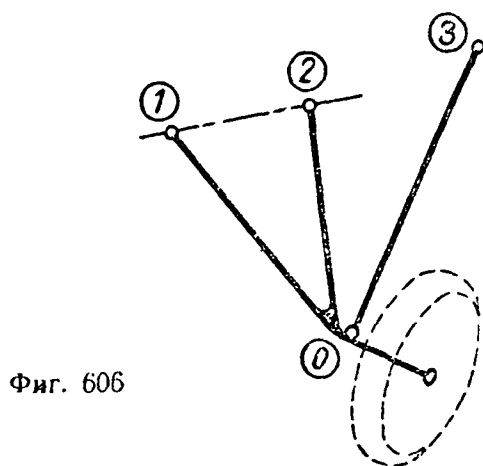
Если кривизной бруса пренебречь нельзя и сечение полуоси меняет по длине форму, то задача усложняется и в таком случае делается несколько приближенных расчетов



Пирамидальное шасси с V-образной полуосью (фиг. 606)

Если в узлах 1, 2 и 3 — шаровые шарниры, то система однажды с. н., так как неизвестных семь (по три компонента реакций в узлах 1 и 2 и величина реакции в узле 3).

Жесткость ног 0—1 и 0—2 на изгиб в их плоскости обычно очень мала по сравнению с жесткостью на сжатие стержня, соединяющего опоры 1 и 2; в таком случае распором по линии 1—2 можно пренебречь, полагая, что в узле 0 стержни 0—1 и 0—2 соединены гребенчатым шарниром, ось которого нормальна к плоскости 1—0—2, и решать такую с. о. систему.



В узле 2 реакция будет тогда лежать в плоскости, нормальной к плоскости 1—0—2. Эта реакция заменяется двумя силами: осевой и перпендикулярной к оси 2—0 (и нормальной к плоскости 1—0—2). Последняя нагружает ногу 2—0 изгибающим моментом, возрастающим по линейному закону к узлу 0.

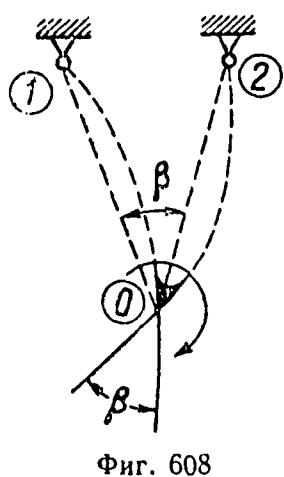
Разновидностью рассмотренного типа шасси является шасси, схема которого приведена на фиг. 607. Она будет трижды с. н. системой (к однажды с. н. системе фиг. 606 добавляются два неизвестных — скручивающие моменты в узлах 1 и 2, так как там поставлены карданные сережки).

Стержень 0—3 воспринимает только осевое усилие, которое находится из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси качения шасси 1—2 (в стержне 0—3 обычно помещается амортизатор). Оставшаяся V-образная трехопорная балка 1—0—2 является трижды с. н. системой.

Дополнительные уравнения деформации получаются из условия одинакового угла поворота стержней 1—0 и 2—0 (фиг. 608) и одинакового угла закручивания этих же стержней. Первое условие приводит к тому, что изгибающие моменты, действующие в плоскости 1—0—2 и в плоскости, нормальной к ней раздуются по стержням 0—1 и 0—2 прямо пропорционально их жесткостям на изгиб и обратно пропорционально их длинам. Второе условие приводит к распределению скручивающего момента прямо пропорционально жесткостям стержней на кручение и обратно пропорционально длинам. Распором при тех же условиях, как и для схемы фиг. 606, можно пренебречь.

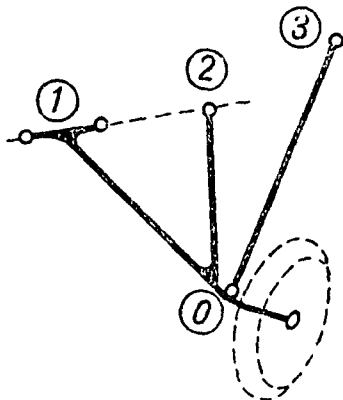
Так как жесткость стержней обычно переменна по длине, то в уравнения деформаций войдут соответствующие интегральные величины; в первом приближении вводятся их средние значения.

При решении узла 0 на осевые силы в свободные члены уравнений проекций, кроме внешней силы, войдут четыре реакции от всех изгибающих компонентов момента.

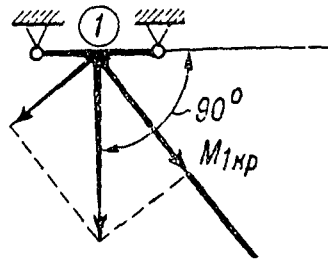


Пирамидальное шасси по схеме фиг. 609 отличается от схемы фиг. 601 лишь заделкой в узле O и является трижды с. н. системой.

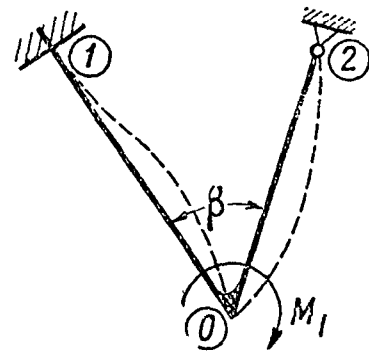
Сначала определяется сила по стержню $O-3$ из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси $1-2$.



Фиг. 609



Фиг. 610



Фиг. 611

Решение V-образной балки удобно начинать с разложения равнодействующего момента M в узле O на плоскость ее и на нормаль к ней и соответственно разделить решение на две части.

Так как в узле 2 шаровой шарнир, то стержень $O-2$ работает только на изгиб, т. е. скручивающий момент $M_{кр} = 0$.

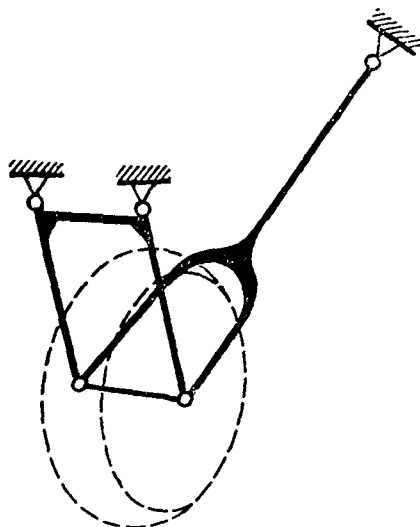
Так как узел 1 имеет гребенку с осью вращения $1-2$, то суммарный вектор—момент в узле 1 — должен быть перпендикулярен оси $1-2$ (фиг. 610).

Кроме условия неизменности угла β , иногда (для сил, лежащих в плоскости $1-O-2$) принимается, что угол поворота концевого сечения равен нулю, так как гребенка узла для них может являться заделкой (фиг. 611).

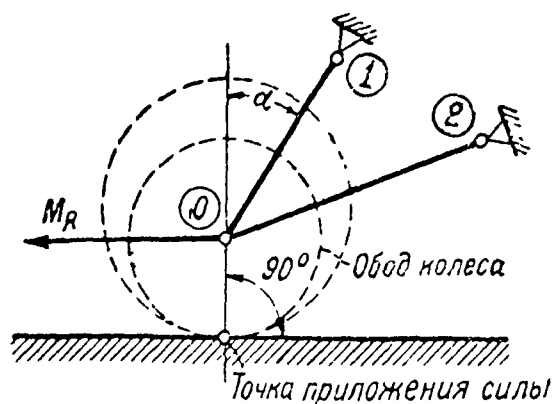
Последнее допущение следует проверить, так как на практике стержень $O-1$ на изгиб в плоскости ног $1-O-2$, как правило, столь жесткий, что необходимо предварительно рассмотреть влияние жесткости самого узла 1. Во многих случаях узел 1 в плоскости балки считается шарниром.

Шасси вильчатого типа

Схема фиг. 612, если она симметрична относительно плоскости вращения колеса, решается как с. о. система. На силы, лежащие в вертикальной плоскости, она решается как плоская, путем простого разложения рав-



Фиг. 612



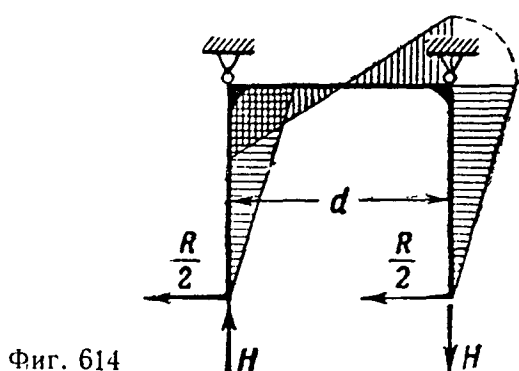
Фиг. 613

нодействующей на два направления. На каждую из передних стоек действует сила, равная половине найденной.

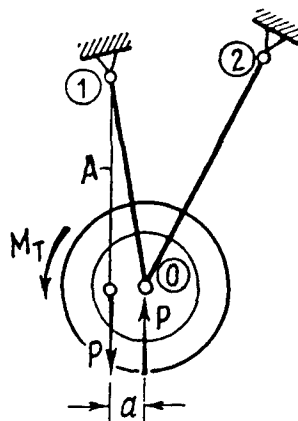
При решении системы на силы нормальные к плоскости ее симметрии (фиг. 613) могут быть два случая:

1. Когда плоскость, проведенная через силу и ось колеса, совпадает с плоскостью рамки передних ног шасси (т. е. когда угол $\alpha = 0$).
2. Когда этого совпадения нет (угол $\alpha \neq 0$).

В первом случае задний подкос—вилка не работает и решение плоской рамки производится по схеме фиг. 614.



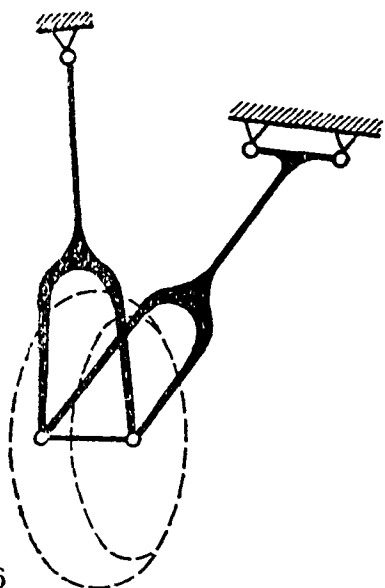
Фиг. 614



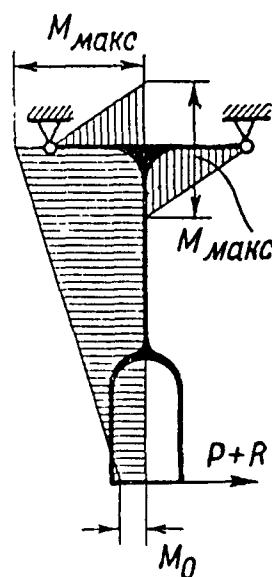
Фиг. 615

Во втором случае, предположив, что жесткость на изгиб пренебрежительно мала, вектор момента разлагают на направления перпендикулярные к стержням.

Если такого допущения сделать нельзя, то система решается как дважды с. н. Нагрузка на стержни рамки $O-1$ от второго компонента, изгибающего заднюю ногу $O-2$, находится путем деления этого момента на длину ноги $O-2$ и должна быть добавлена к силам $\frac{R}{2}$ (фиг. 614).



Фиг. 616



Фиг. 617

На момент торможения система решается в зависимости от способа его восприятия. Например, если момент торможения воспринимается специальной тягой A (фиг. 615), то узел O нагружается силой:

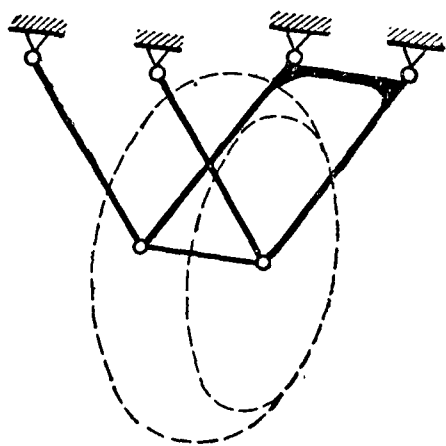
$$P = \frac{M_T}{a}$$

Если тормозной барабан жестко соединен с обеими стойками ($O-1$ и $O-2$), задача решается по схеме фиг. 608.

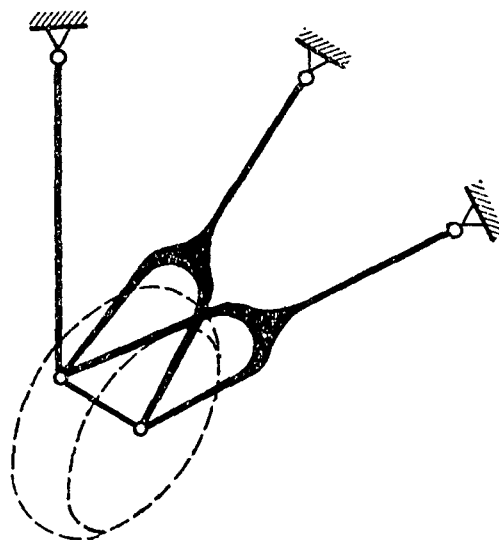
На фиг. 616 изображен другой вариант вильчатого шасси. При этой схеме вместо расчета рамки по фиг. 614 производится расчет гребенки по фиг. 617.

На фиг. 618 изображен третий вариант вильчатого шасси; основным силовым элементом такого шасси является задняя рамка.

При расчете предполагается, что передние стойки (обычно с амортизаторами) на осевые силы в случае боковой нагрузки не работают, а момент и сила воспринимаются задней рамкой.



Фиг. 618



Фиг. 619

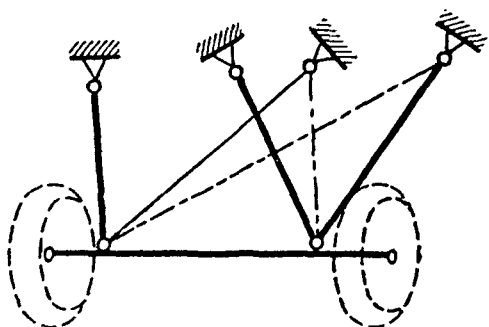
На фиг. 619 изображен вариант вильчатого шасси с подкосом; в первом приближении систему решают как простейший (трехстержневой) пространственный узел. Точность этого приближения оказывается обычно достаточной для сил, действующих в вертикальной плоскости. При боковых нагрузках усилие в боковом раскосе определяется из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси, проходящей через опоры других стержней. Момент от боковой нагрузки воспринимается только вильчатыми стержнями.

Ферменное шасси

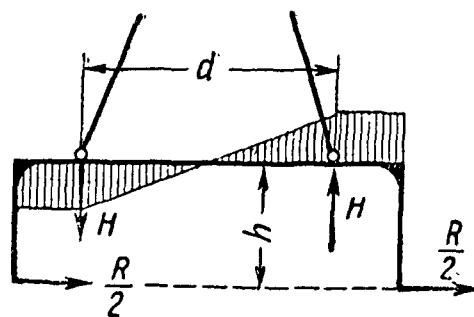
В первом приближении, которое идет в запас надежности, для задних подкосов и оси шасси (фиг. 620) можно считать, что расчалки при симметричной нагрузке колес шасси не работают.

При одностороннем нагружении натянутой расчалкой будет подходящая к узлу, со стороны которого приложена нагрузка; расчет начинают с противоположного узла, в котором сходятся три работающих стержня: передняя нога, задняя нога и ось. Когда усилие в последней найдено, переходят к решению нагруженного узла.

Подобного же порядка можно придерживаться и при расчете этого шасси на боковую нагрузку. На фиг. 621 для этого случая показана схема расчета оси, которая в этом шасси является двухопорной балкой.



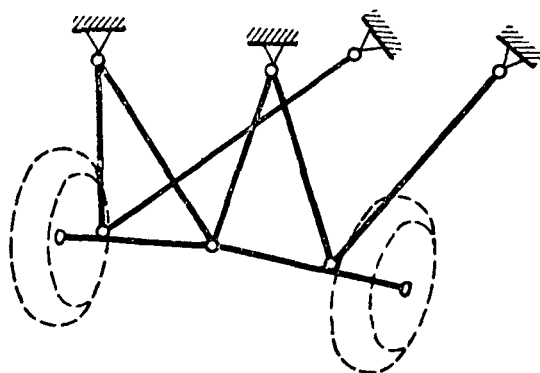
Фиг. 620



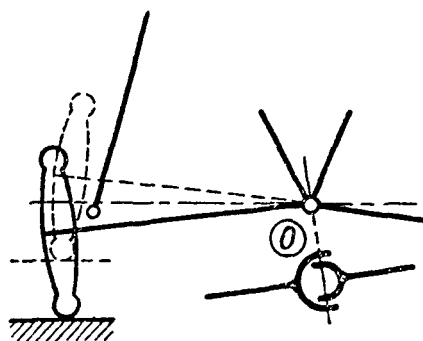
Фиг. 621

Шасси с разрезной осью (фиг. 622)

Центральный узел, относительно которого происходит вращение полуосей шасси, имеет гребенку или двойные ушки так, чтобы на нагрузки, нормальные плоскости ног кабана, система не оказалась механизмом (фиг. 623).



Фиг. 622

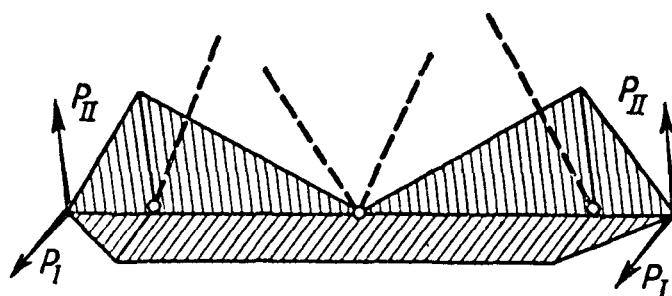


Фиг. 623

Общий вид эпюр моментов, изгибающих обе полуоси шасси, показан на фиг. 624.

Общий ход расчета шасси:

1. По имеющимся данным (предварительная схема, общий вид) устанавливается расчетная схема шасси.
2. Схема вычерчивается в масштабе $1/10$ — $1/20$ или делается эскиз со всеми размерами, необходимыми для расчета.



Фиг. 624

3. Составляется таблица геометрических данных стержней, определяются косинусы углов их наклона к осям координат и другие параметры, входящие в расчет.

4. Выбираются лишние неизвестные и производится решение системы.

Уравнения деформации и определение лишних неизвестных производится как для исходной схемы, так и деформированной (сжатие амортизации).

5. Определяются расчетные усилия для каждого элемента и каждого расчетного случая.

6. Составляется таблица расчетных усилий путем их выборки из всех случаев.

7. Производится расчет на прочность всех элементов шасси и устанавливаются их фактические избытки прочности.

БИБЛИОГРАФИЯ

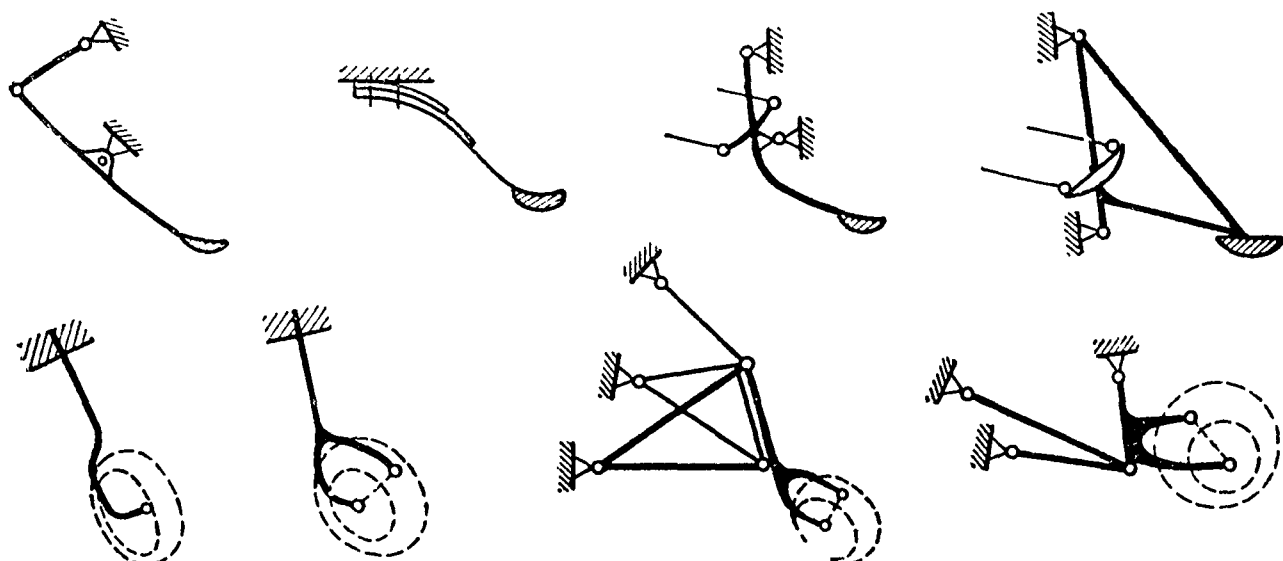
1. Дубровин А. А., Макаров С. Я., Суздальцев Я. Я. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность. М.—Л. ОНТИ. 1937.
2. Ростовцев Г. Г. Строительная механика самолета. Ч. II — Л — М. ОНТИ. 1936.

РАСЧЕТ КОСТЫЛЕЙ

Костыли, подобно шасси, могут быть консольные, пирамидальные и вильчатые (фиг. 625); их расчет весьма сходен с расчетом шасси, изменяется лишь направление и величина нагрузок в расчетных случаях.

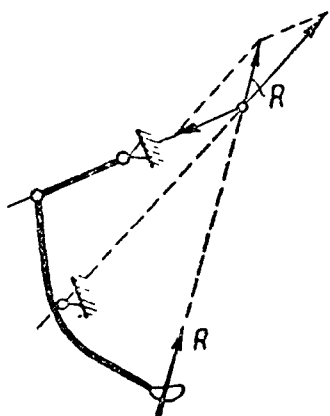
Костыль так же, как и шасси, рассчитывается в рабочем положении, соответствующем приложенной нагрузке.

Костыли в настоящее время очень часто снабжаются колесами. С расчетной точки зрения это означает, что система не может воспринимать сил трения параллельных земле (рассматривается случай отсутствия тормозов).

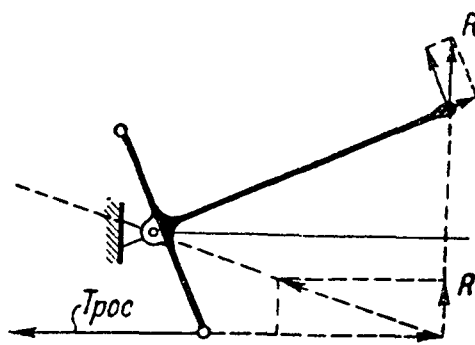


Фиг. 625

Кроме того, необходимо различать костыли, ориентирующиеся полностью и имеющие ограниченное перемещение. В первом случае добавочные скручивающие моменты, возникающие от реакции ограничителя в случае боковой нагрузки, равны нулю, а во втором они могут иметь значительную величину.



Фиг. 626



Фиг. 627

Для костыля может быть принят такой же порядок расчета, как и для шасси.

Костыли, полностью ориентирующиеся, работают только на силы, действующие в их плоскости. В этом случае расчет удобно вести графически, поскольку почти всегда костыль является с. о. системой (фиг. 626). Если боковая нагрузка воспринимается тросами ограничителя, часть конструкции нагружается дополнительно изгибом и кручением. Скручивающий момент и соответствующие реакции легко находятся с помощью разложения сил в плоскости вращения костыля, например, графически, как показано на фиг. 627.

РАСЧЕТ АМОРТИЗАЦИИ

Опыты показали, что при быстром передвижении по земле (разбег и пробег) сила толчков в среднем приблизительно равна толчку при посадке⁽¹⁾.

На основе обследования разных аэродромов и обмера рытвин и кочек, существующих на них, установлена так называемая „стандартная кочка“, в 160 мм.

Амортизирующее устройство должно иметь для безопасности проектирования через „стандартную кочку“ общий ход не менее 160 мм. В зависимости от назначения самолета и размеров пневматиков применяются различные формулы для определения расчетной величины живой силы парашютирования. При расчете для простоты считают, что работает только пневматик шасси и амортизатор; это идет в запас прочности.

Подбор амортизации

Подбор амортизаторов ведется по следующей схеме:

1) определяется энергия, которую должны поглотить амортизирующие элементы;

2) задаются безопасной перегрузкой n_a ; необходимо помнить, что чем меньше перегрузка, тем мягче будет посадка, но тем больше ход амортизатора, что иногда затруднительно устроить; тем не менее следует стремиться сделать перегрузку как можно меньше;

3) построив для выбранного пневматика диаграмму обжатия, определяют усадку пневматика под действием наибольшей безопасной нагрузки, и поглощенную работу (данные пневматика см. на стр. 575—585);

4) вычитая из полной энергии A работу A' , поглощаемую пневматиком, определяют долю энергии A'' , поглощаемую амортизатором, и по формуле:

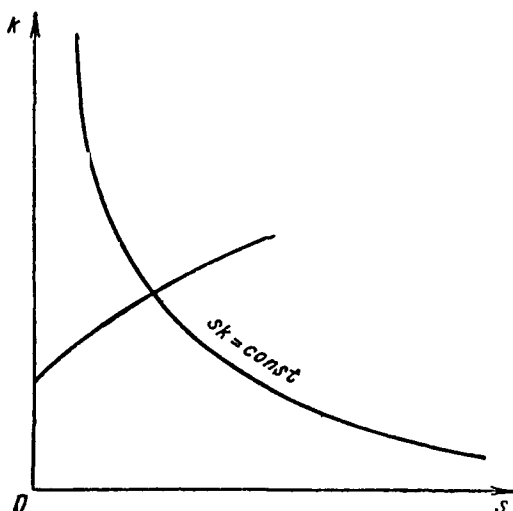
$$s = \frac{A''}{k\eta P_{\max}}$$

определяют ход амортизатора.

Здесь s — ход амортизатора,
 k — отношение усилий на амортизатор и на пневматик,

η — коэффициент полноты диаграммы амортизатора,

$P_{\max}$ — максимальное безопасное усилие на колесо (при полном обжатии пневматика).



Фиг. 628

В современных схемах шасси коэффициент k изменяется незначительно, так что можно считать его постоянным. В том случае, если выбранная схема дает значительное изменение коэффициента k с ходом амортизатора, нужно построить диаграмму изменения этого коэффициента по s (фиг. 628) и брать величину его на пересечении с кривой, построенной по уравнению: $sk = B = \text{const}$, где

$$B = \frac{A''}{\eta P_{\max}}.$$

Величина коэффициента полноты диаграммы представляет собой взятое с диаграммы обжатия амортизатора отношение полезной работы,

поглощаемой амортизатором, к прямоугольнику, описанному около диаграммы работы. При выборе амортизации нужно его брать
 для резиновой амортизации $\eta=0,4$,
 для гидравлической $\eta=0,55-0,85$ (стр. 566)

Резиновая амортизация

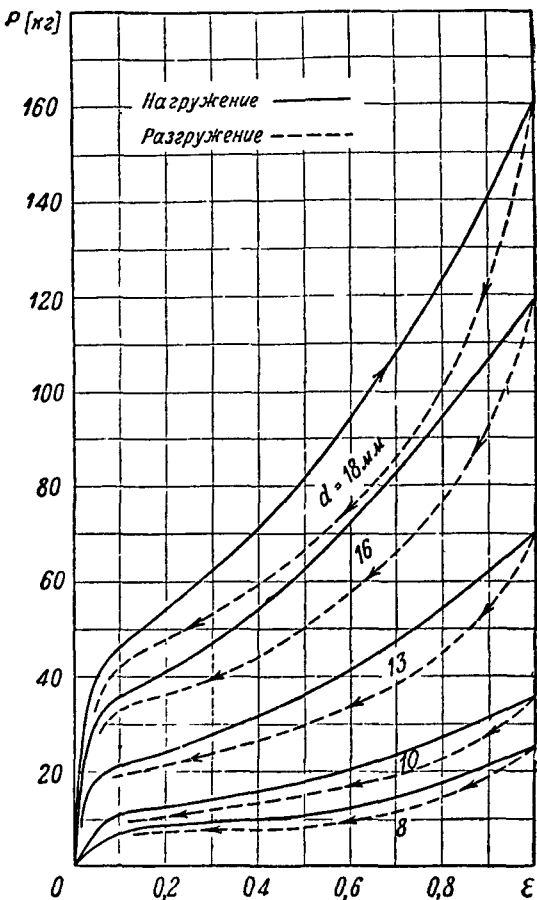
Шнуровая амортизация

Шнуровая амортизация употребляется в виде колец, навитых на соответствующие детали шасси.
 Необходимо ставить ограничители хода, не допуская вытяжки петли шнура более 100% первоначальной длины. Ограничители рекомендуется ставить из мягкой отожженной проволоки, имеющей большое удлинение, чтобы в случае разрушения шнура толчок был амортизирован вытяжкой ограничителя. Наибольшее допустимое напряжение для шнура равно 50—70 кг/см².
 В табл. 220 приведены пределы значений нагрузки при относительном удлинении $\epsilon=100\%$ для шнуров нормальных размеров.

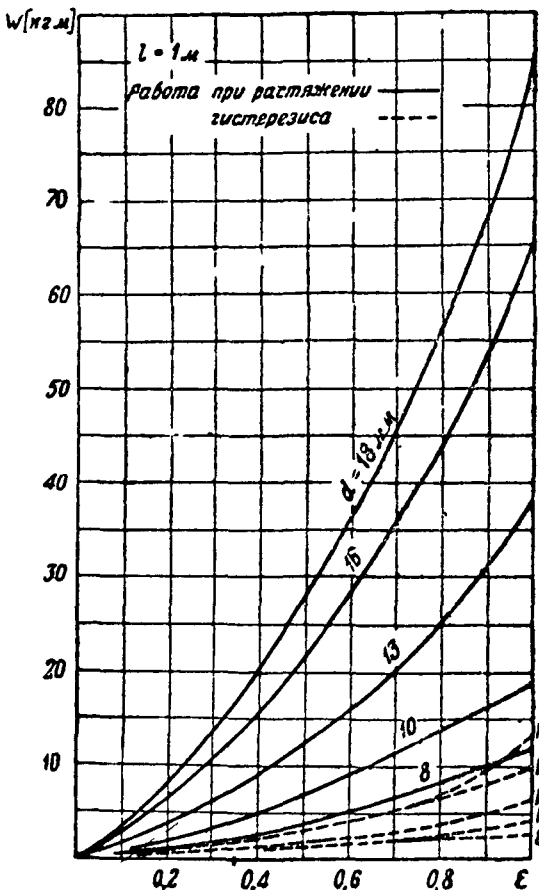
Таблица 220

<i>d</i>	8	10	13	16	18	мм
<i>P</i>	15—25	27—40	55—80	85—120	140—180	кг

На фиг. 629 и 630 приведены диаграммы растяжений шнуров.



Фиг. 629



Фиг. 630

Напряжение на стоянке должно быть в 20—25% от наибольшего По этим данным находится необходимый диаметр шнура и число петель (каждая петля дает два сечения)

При намотке шнура нужно давать предварительную затяжку, близкую к стояночной

Пользуясь диаграммой фиг 630, можно найти длину петель, потребную для поглощения нормированной работы (для каждой партии шнуров должны быть получены подобные контрольные диаграммы)

Пластинчатая амортизация

Расчет сводится к выбору площади пластины и высоты пакета Площадь пластины нужно выбирать так, чтобы напряжение на стоянке не превышало 18 кг/см²

При больших величинах напряжений возможно через сравнительно небольшой промежуток времени появление остаточных деформаций Наибольшее обжатие не должно превышать 40—45% (что соответствует 70—80 кг/см²) во избежание растрескивания резины Резиновые пластины употребляются круглые и обтекаемой формы Первые работают несколько лучше (удельная работа несколько выше), но дают бóльший мидель стойки при равных площадях

Табл 221 и диаграмма фиг 631 дают зависимость напряжений и удельной работы обтекаемых и круглых пластин при обжатии

Т а б л и ц а 221

Форма пластины	Характеристика пластины	усадка %	20	25	35	40	45	50
Круглая	$\frac{D}{d} = 1,8 \sim 2,5$	удельная работа [кг см/см ³]	1,48	2,4	5,5	8,1	11,9	18
	$\frac{D-d}{2c} = 1,5 \sim 1,6$	напряжение [кг/см ²]	15	22	42	65	102	150
Обтекаемая	$\frac{a}{b} = 2 \sim 2,5$	удельная работа [кг см/см ³]	1,05	1,8	4,35	6,4	9,6	14
	$\frac{b}{c} = 3 \sim 4$	напряжение [кг/см ²]	11	18	35	51	75	110
D — внешний диаметр, d — внутренний, a — длина пластины, b — ширина, c — толщина								

С помощью табл 221 и диаграммы фиг 631 можно легко вычислить полную высоту пластин $H = hz$ (H — высота пакета, h — высота одной пластины, z — число пластин)

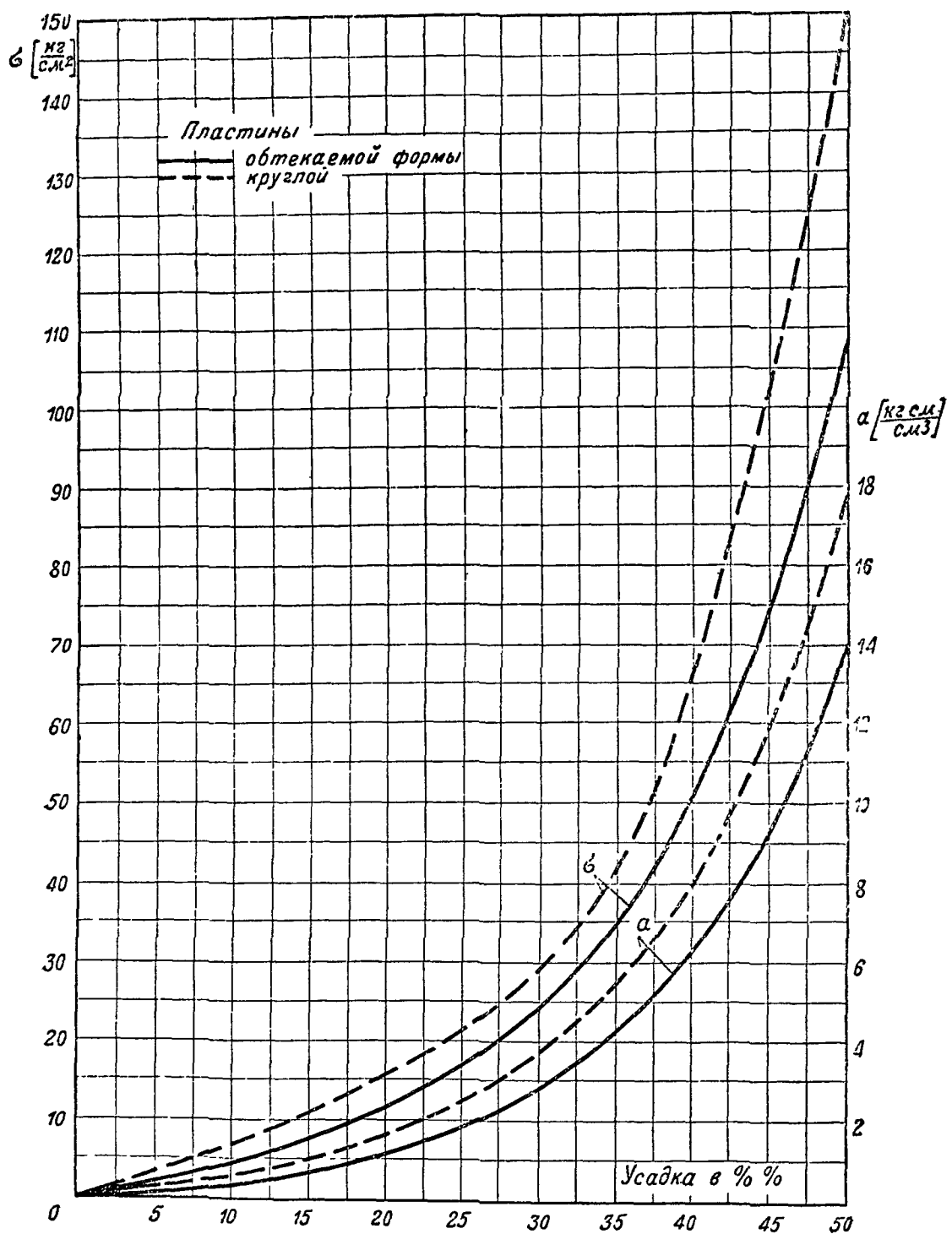
Расчет ведется следующим образом

Разделив усилие в кг на стоянке по амортизатору на напряжение (16—18 кг/см²), получают площадь пластины в см², умножив напряжение на стоянке на выбранную перегрузку, получают наибольшее допускаемое напряжение и по диаграмме фиг 631 процент усадки пластины и работу одного см³ резины $a_{\text{макс}}$, аналогично определяют работу для усилия предварительной затяжки a_0 (предварительная затяжка обычно берется равной усилию на стоянке)

По формуле:

$$H = \frac{A''}{(a_{\text{макс}} - a_0) F}$$

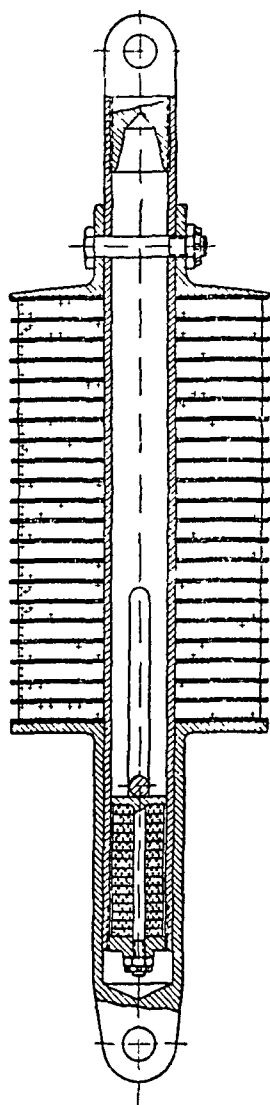
определяют общую высоту пакета амортизатора (в свободном состоянии), а затем и число пластин, полный ход амортизатора и высоту пакета в собранном виде (сжатого усилием предварительной затяжки).



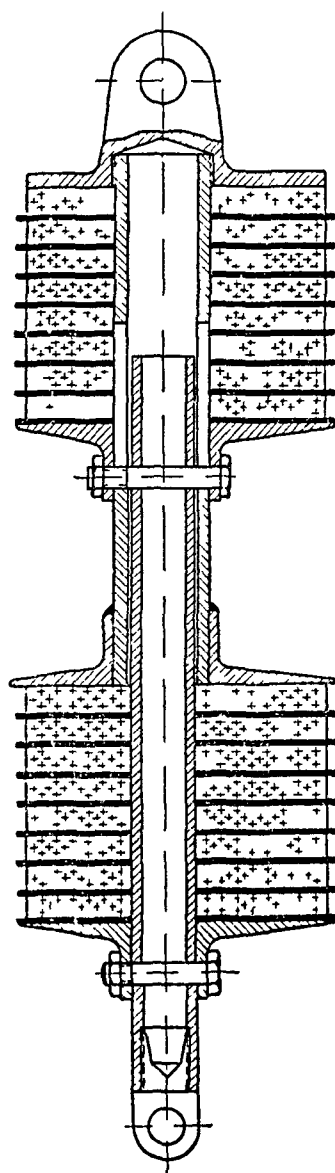
Фиг. 631

Необходимо отметить, что диаграмма фиг. 631 и табл. 221 построены по данным статических испытаний; при динамическом нагружении величины эти несколько увеличиваются в зависимости от скорости деформаций; для скоростей, получающихся при посадке, поправочный коэффициент приблизительно равен 1,2.

На фиг 632 показан нормальный тип стойки с пластинчатой амортизацией, а на фиг 633 — двухпакетный пластинчатый амортизатор



Фиг 632



Фиг 633

Во избежание обратных ударов разрушающей силы от основной (прямой) амортизации при пластинчатой резиновой амортизации необходима постановка обратной амортизации

Окончательная формула для подбора обратной амортизации будет

$$a_{об} = \frac{A''m}{M},$$

где $a_{об}$ — работа, которую должна быть способна поглотить обратная амортизация,

A'' — работа прямой амортизации,

M — масса самолета,

m — масса колеса и деталей шасси, висящих на амортизаторе

Необходимо, несмотря на проделанный расчет, производить статическое обжатие выбранного пакета

Масляная амортизация

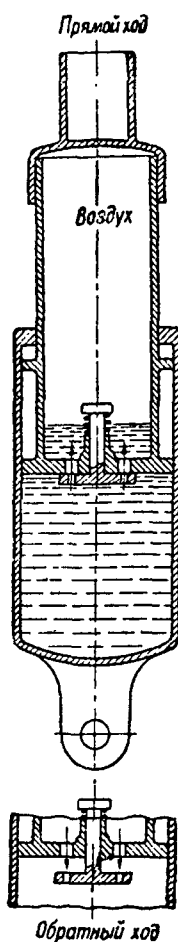
Наибольшее распространение в настоящее время получила гидравлическая амортизация, в которой используется сопротивление жидкости, протекающей через узкое отверстие. Масляная амортизация употребляется обычно в соединении с каким-либо упругим амортизатором, большей частью воздухом; встречаются масляно-резиновые и масляно-пружинные амортизаторы.

Два последних типа амортизаторов употребляются редко из-за большого веса и относительной сложности изготовления.

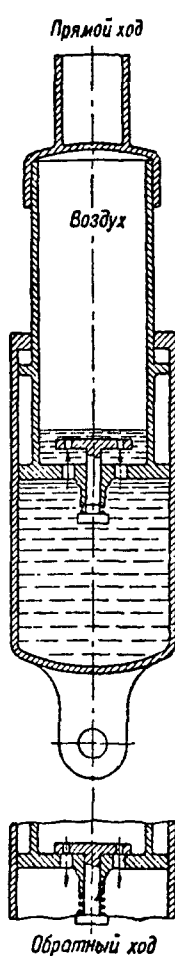
Масляно-воздушные амортизаторы разделяются на два основных типа:

I — с основным торможением на прямом ходу (фиг. 634),

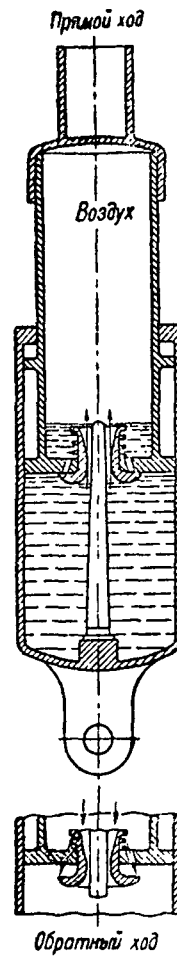
II — с основным торможением на обратном ходу (фиг. 635).



Фиг. 634



Фиг. 635



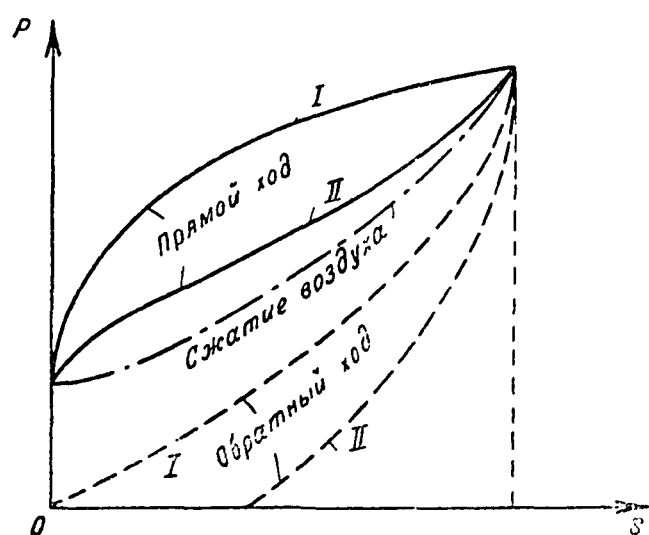
Фиг. 636

В I типе амортизатора обязательно устройство обратного клапана, открывающегося при обратном ходе и значительно увеличивающего площадь протока, благодаря чему время, в которое совершается обратный ход, уменьшается. Это крупное преимущество амортизаторов первого типа.

Амортизаторы с торможением на прямом ходу применяются преимущественно с переменным проходным отверстием (фиг. 636).

В амортизаторе II типа клапан поставлен в обратном направлении и при прямом ходе открывает такое большое отверстие, что явления демпфирования почти нет. Амортизатор работает просто как воздушный буфер.

При обратном ходе клапан закрывается, оставляя весьма малое отверстие, через которое масло перетекает с большим торможением, превращая накопленную потенциальную энергию воздуха в кинематическую энергию частиц масла, протекающих через узкое отверстие и в тепловую. Сравнительные диаграммы работ даны на фиг. 637.



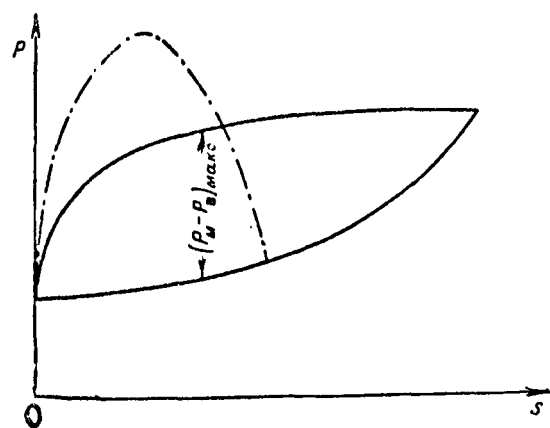
Фиг. 637

Преимущество амортизатора II типа в том, что форма кривой работы при прямом ходе почти не зависит от скорости поршня (что важно для ударов о кочки при пробеге и разбеге, особенно для самолетов малого веса); недостаток, — кроме большого времени при обратном ходе — в меньшем коэффициенте полноты диаграммы.

Для амортизатора I типа коэффициент $\eta = 0,8 \sim 0,85$, второго $\eta = 0,55 \sim 0,7$. Устранить недостаток амортизатора I типа (возможность

сильного повышения перегрузок при ударе с большой скоростью) можно, поставив предохранительные клапаны.

Предохранительный клапан устанавливается на диафрагме. Внутреннее отверстие делается по форме „сжатой струи“. Отверстия для обратного потока делают или в самом клапане или в диафрагме. Пружина делается весьма слабой, способной только удерживать клапан при отсутствии на него обратного давления.



Фиг. 638

При обратном ходе, так как в верхней камере давление выше, клапан откроется, и жидкость будет перетекать через добавочное отверстие. Следует иметь в виду что площадь нужно давать в 60—100% от площади среднего прямого потока. Предохранительные клапаны делают для того, чтобы при резком толчке (удар о кочку, канаву и т. п.) диаграмма работы амортизатора не вырвалась резким пиком. Пружины рассчитываются так, чтобы они удерживали клапан при разности давлений, меньших чем дает $(P_m - P_v)_{\max}$ расчетной диаграммы (фиг.

638) Площадь предохранительных клапанов желательно брать в 3—4 раза большую минимальной площади прямого потока.

Для регулирования потока масла при масляно-воздушном амортизаторе с переменным отверстием употребляется так называемая игла. Она представляет собой круглый стержень с переменным по длине диаметром. Диаметры сечений подбираются так, чтобы разность площадей отверстия клапана и иглы в каждом положении поршня давала нужную площадь потока, полученную из расчета.

Выбор диаметра амортизатора

Диаметр амортизатора следует выбирать исходя из начального давления, которое должно быть в пределах от 20 до 60 ат. При меньших дав-

лениях сильно увеличиваются габариты и несколько увеличивается вес, при большем — могут быть неполадки с уплотнениями. Диаметр амортизатора совершенно не связан с ходом, а зависит от начального усилия.

Выбор хода

В конструкции необходимо предусматривать некоторый запас хода против расчетного. В том случае, если конструкция позволяет, рекомендуется не стесняться величиной хода и делать его порядка 200—300 мм. Это сказывается очень благоприятно на свойствах амортизатора. Необходимый объем воздуха получится из расчета (стр. 567—569) и он определит размеры воздушной камеры. Необходимо, чтобы жидкость перекрывала диафрагму на 30—35 мм, так как в противном случае при небольших случайных утечках диафрагма может обнажиться и амортизатор будет работать в ненормальных условиях.

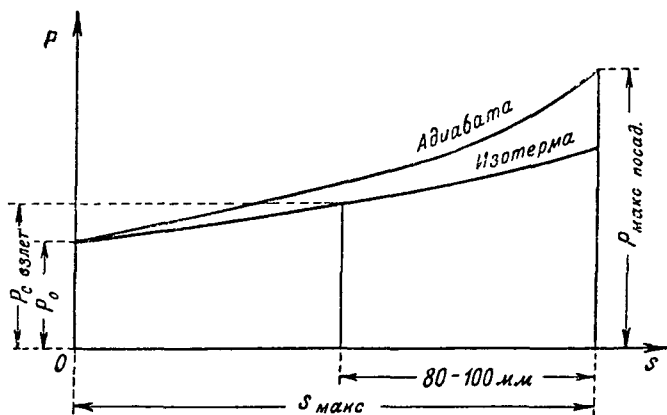
Выбор предварительной затяжки

По аналогии с резиновыми амортизаторами давлением предварительной затяжки называют давление в свободном амортизаторе или отношение его к стояночному давлению. Желательно, чтобы предварительная затяжка была меньше усилия на стоянке и при стоянке амортизатор давал усадку в 20—30 мм, в зависимости от величины полного хода. Это значительно смягчает рулежку самолета.

Зарядка при перегруженном самолете

При сильно перегруженном самолете (рекордные полеты и т. п.) зарядку следует производить несколько отличным образом.

Так как взлет и посадка будут проведены при сильно отличающихся весах, амортизатор, заряженный под один вес, будет работать недостаточно хорошо при другом. Нужно расчет на посадку и определение $P_{\text{макс}}$ вести на посадочный вес, предварительную затяжку выбрать близкой к посадочному весу, а затем произвести следующую проверку: провести горизонталь усилия на стоянке при перегруженном самолете (фиг. 639), построить изотерму сжатия воздуха, найти точку пересечения и проверить, какой запас хода остается; он должен быть не меньше 80—100 мм. Если запас остается меньше, следует или несколько поднять начальное давление или уменьшить объем воздушной камеры, тем самым заставляя кривую сжатия пойти круче и пересечь прямую ближе к началу координат. Необходимо учитывать, что при повышении и понижении внешней температуры изменяется давление воздуха в цилиндре.



Фиг. 639

Расчет масляно-воздушного амортизатора

Расчет гидравлических амортизаторов с постоянным и переменным отверстием несколько отличается друг от друга. В первом случае задаются диаметром отверстия и строят диаграмму работы амортизатора, во втором

задаются кривой работы и подбирают сечения регулирующей иглы. При масляно-воздушном амортизаторе вследствие большой скорости процесса можно считать сжатие воздуха адиабатическим. При масляно-пружинном и масляно-резиновом амортизаторах нужно брать соответствующую кривую обжатия. С момента соприкосновения с землей пневматик начнет сжиматься и появится вертикальная сила P' . Сила вдоль амортизатора (пренебрегая инерцией колеса) будет $P'' = kP'$, где k — некоторый коэффициент (фиг. 640), зависящий от конструктивной схемы шасси. Вертикальная скорость самолета при беге в любой момент равна сумме скоростей деформации пневматика w' и скорости хода поршня w'' , умноженной на k :

$$w = w' + kw''$$

Ход амортизатора является функцией перегрузки. При выбранной максимальной эксплуатационной (безопасной) перегрузке n_a ход можно определить по формуле:

$$A = \frac{s'_c P'_c n_a^2}{2} + \eta k P'_c n_a s,$$

- где A — полная работа,

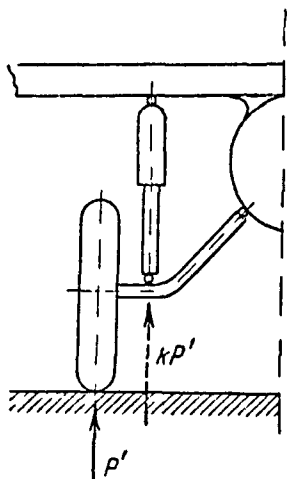
P'_c — усилие на колесо на стоянке,

s'_c — деформация пневматика при усилии P'_c ,

η — коэффициент полноты диаграммы (при амортизаторе с переменным отверстием можно назначить $\eta = 0,8 - 0,85$, при амортизаторе с постоянным отверстием задаются предварительно $\eta = 0,7 - 0,8$ и уточняют в процессе расчета)

s — ход амортизатора.

Необходимый начальный объем воздуха получают по формуле:



Фиг. 640

$$V_0 = \frac{Fsn_a^{\frac{1}{1,4}}}{n_a^{\frac{1}{1,4}} - 1}$$

Здесь V_0 — начальный объем и F — площадь поршня. Получив начальный объем, составляют таблицу и строят всю адиабату. Для построения можно воспользоваться табл. 222, дающей зависимость между объемом и давлением. При вычислении объема воздуха необходимо помнить, что $\frac{P_0''}{F}$ есть давление в свободном амортизаторе и не смешивать его с давлением на стоянке, так как при коэффициенте затяжки не равном 1 они будут разными.

Таблица 222

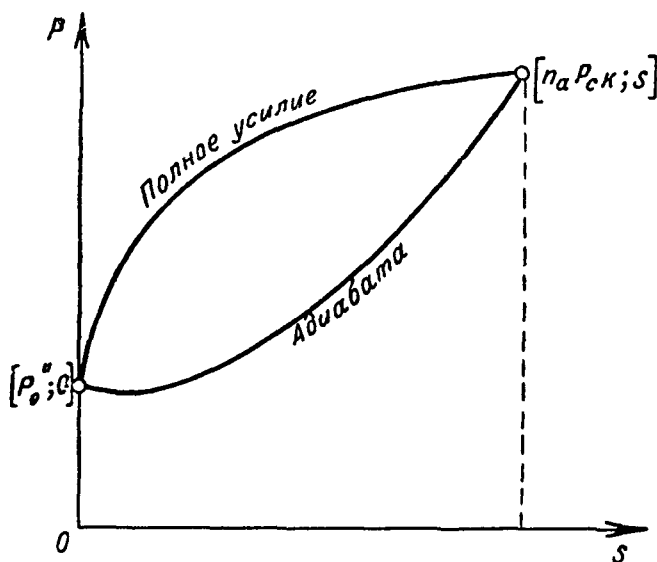
$\frac{P}{P_0''}$	1	1,1	1,3	1,5	1,8	2	2,5	3
$\frac{V_0}{V_P}$	1	1,07	1,206	1,386	1,522	1,641	1,924	2,193
P	P_0''	$P_0 \times 1,1$						
V	V_0	$V_0 1,07$						
s	0	s_1	s_2					
$s_n - s_{n-1}$	0	s_1	$s_2 - s_1$					

Расчет амортизатора с переменным отверстием

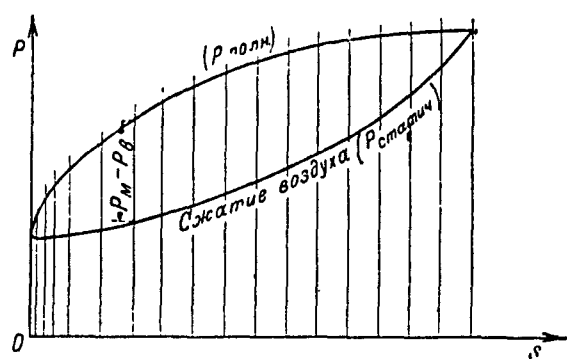
Получив адиабату, строят кривую внешних давлений. Кривая может иметь любую форму (может быть отрезком круга, эллипса, гиперболы, параболы и т. д., может быть нарисована с помощью лекала), но отвечающую следующим условиям (фиг. 641):

- 1) площадь, ограниченная кривой, должна быть в масштабе равной работе амортизатора $A'' = \eta P'_c s n_a k$,
- 2) кривая должна проходить через точки с координатами $(P_0''; 0)$ и $(n_a k P'_c; s)$,
- 3) — в начальной точке должна быть касательной к вертикальной оси,
- 4) кривая не должна иметь резких переломов,
- 5) желательно, чтобы производная $\frac{dP}{ds}$ была положительная на всем протяжении кривой.

Кривую удобно строить на миллиметровой бумаге.



Фиг. 641



Фиг. 642

Разбивают кривую на 10—20 участков (фиг. 642). Вычисляют величины

P_1'' и $P_2'' \dots$, а также величины площадей $\int_{s_{n-1}}^{s_n} P_n'' ds$, дающих работу, со-

вершенную поршнем при переходе от точки $(n-1)$ к точке (n) . Зн я, что отношение усилия по амортизатору к усилию, действующему на пневматике:

$$\frac{P''}{P'} = k,$$

можно вычислить значения $P_1', P_2' \dots$ и отметить на диаграмме сжатия пневматика точки, которые дадут деформации пневматика в соответствующий момент.

Далее составляют таблицу (табл. 223): графа 1 дает номера точек; графа 2 дает ход поршня (с диаграммы); графа 3—усилие по амортизатору; графа 4 и 5—деформации и усилия пневматика. (В том случае, если k величина переменная, следует дать графу значений k при соответственной усадке амортизатора и пользоваться в каждой точке своим значением k).

Графа 6 дает разность усилий полного и статического $P_{\text{полн}} - P_{\text{стат}}$ (или в ином представлении: $P_m - P_v$), взятую с диаграммы (фиг. 642); разделив ее на площадь поршня, получают избыточное давление в масляном резервуаре в кг/м^2 и записывают в графу 7. Скорость струи в самом

Т а б л и ц а 223

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
№ точки	s мм	P'' кг	s' мм	P' кг	$P_{\text{полн}} - P_{\text{стат}}$ $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$	$P_{\text{изб}}$ $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$	V $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	A' кгм	A'' кгм	A''' кгм	A кгм	w $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	$s' + ks$	$\Delta(s' + ks)$	$w_{\text{ср}}$ $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	$w''_{\text{ср}}$ $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	w'' $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	f см ²	d мм	Δt с
1																				
2																				
3																				

узком сечении определяют из формулы, связывающей ее с разностью давлений перед и за входом в отверстие:

$$p_{\text{изб}} = \frac{BV^2}{2g} + CV,$$

где B и C — некоторые постоянные коэффициенты. При существующих скоростях в амортизаторе (50—100 м/с) членом CV можно пренебречь и формула получает вид:

$$V = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{2g p_{\text{изб}}}{\gamma}} \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right].$$

Здесь β — коэффициент истечения, зависящий от формы отверстия, вязкости жидкости и т. д.; с достаточной степенью точности он может быть принят за 1,3 (или $\frac{1}{\beta} = 0,77$),

V — скорость истечения в м/с,
 γ — вес единицы объема кг/м³,
 $p_{\text{изб}}$ — избыточное давление (разность давлений в масляном и воздушном резервуарах в кг/м²).

По этой формуле вычисляется V и заносится в графу 8. В графу 12 заносят значения разности работ

$$A = A_0 - A' - A'' + A'''.$$

Здесь: A_0 — начальная работа, которую необходимо поглотить,

A' — работа, поглощаемая пневматиком,

A'' — работа, поглощаемая амортизатором,

A''' — работа, совершаемая весом самолета при деформации пневматика и амортизатора:

$$A''' = \psi G (s' + ks),$$

где ψ — коэффициент, учитывающий разгрузку крыльями (в среднем он равен 0,25),

$s' + ks$ — величина опускания ц. т. (графа 14).

Значения A' , A'' и A''' заносят в графы 9, 10, 11.

Получив значения A для ряда значений s , вычисляют вертикальную скорость самолета по формуле:

$$w = \sqrt{\frac{2gA}{G}}$$

(графа 13). В графу 15 заносится приращение величины опускания ц. т.:

$$\Delta(s' + ks).$$

В графу 16 заносят средние значения скорости w при переходе от точки n к точке $(n+1)$. Так как участки хода поршня достаточно малые, то можно принять, что средние скорости поршня при переходе от точки n к точке $(n+1)$ будут относиться к средней вертикальной скорости самолета за этот же промежуток времени, как приращение пути поршня $(s_{n+1} - s_n)$ относится к опусканию ц. т. самолета, т. е.:

$$\frac{w''_{\text{ср } n, n+1}}{w_{\text{ср } n, n+1}} = \frac{s_{n+1} - s_n}{(s' + ks)_{n+1} - (s' + ks)_n}$$

Получив значения средних скоростей поршня (графа 17), наносят их на диаграмму w'' по s и, соединяя главной кривой, получают скорости в точках 1; 2; 3; 4;... (фиг. 643) и заносят их в графу 18. Наконец, по формуле:

$$Vf = w'' F$$

(так как жидкость считается несжимаемой) находят необходимую площадь протока (графа 19) и задавшись начальным отверстием, получают площадь и диаметр иглы (графа 20). Отложив их на диаграмме по ходу поршня (диаметры удобно отложить в масштабе 10.1), соединяют получающиеся точки плавной линией (фиг. 643 — пунктир); так как для первой и последней точек получается неопределенность $f = \frac{0}{0}$; $w'' = 0$; $V = 0$, то кривую экстраполируют.

Расчет амортизатора с постоянным отверстием

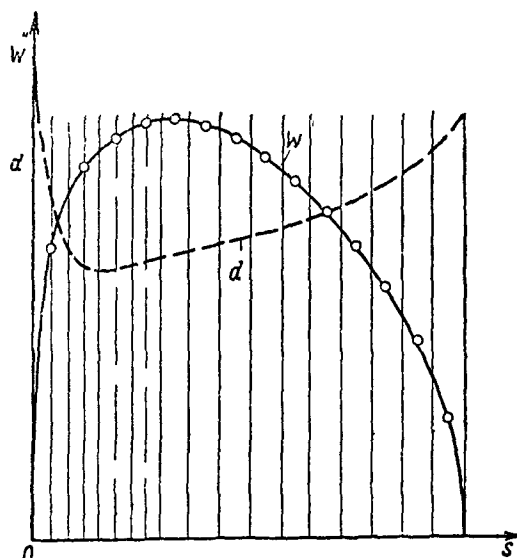
Уравнения для расчета в этом случае следующие (обозначения прежние):

$$A = A_0 - \frac{Ps'}{2} - \int_0^s Pds + \psi G(s' + ks), \quad s' = \int_0^t w' dt,$$

$$s = \int_0^t w'' dt, \quad w = \sqrt{\frac{2gA}{G}}, \quad w = w' + kw'',$$

$$P = as' \text{ (диаграмма сжатия пневматика — прямая), } w'' F = Vf,$$

$$V = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{2gp_{изб}}{\gamma}}.$$

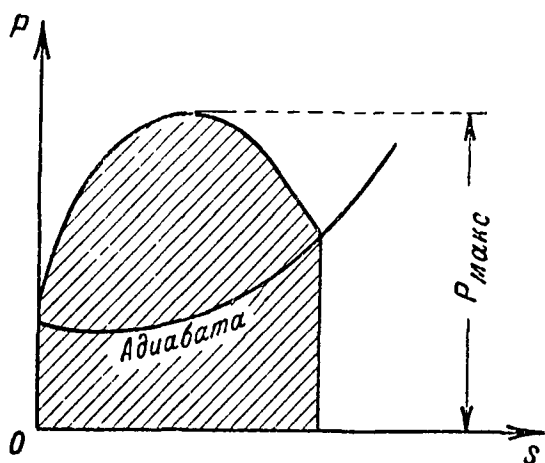


Фиг. 643

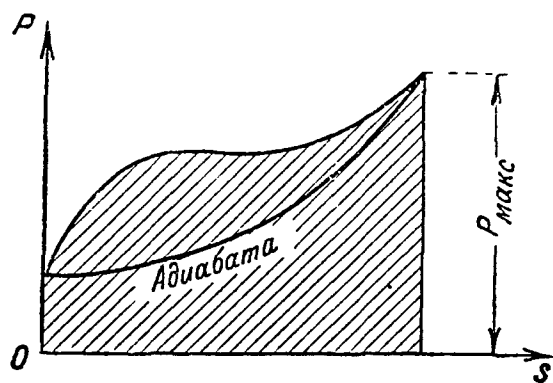
Решение этой системы уравнений весьма сложно, поэтому обычно применяют приближенные методы. Данный здесь метод позволяет с достаточной степенью точности получить искомую зависимость между P и s . Метод состоит в том, что взяв весьма малые конечные приращения времени Δt и подставляя их в уравнения вместо dt , получают значения P и s , которые и наносят на диаграмму. Пусть известна (стр. 570) величина A_0 , построена адиабата и заданы постоянные проходные отверстия f .

Если отверстие не задано, то его можно выбрать на основании следующих соображений: по начальной вертикальной скорости самолета считая, что будет равномерно замедленное движение, находят среднюю скорость поршня по следующей формуле

$$2w''_{\text{ср}} = \frac{w_0 s}{s' + ks}$$

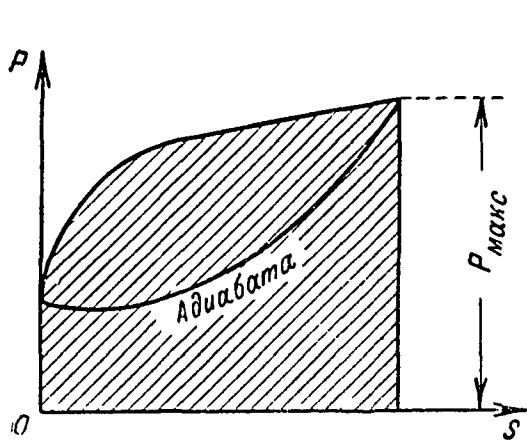


Фиг 644

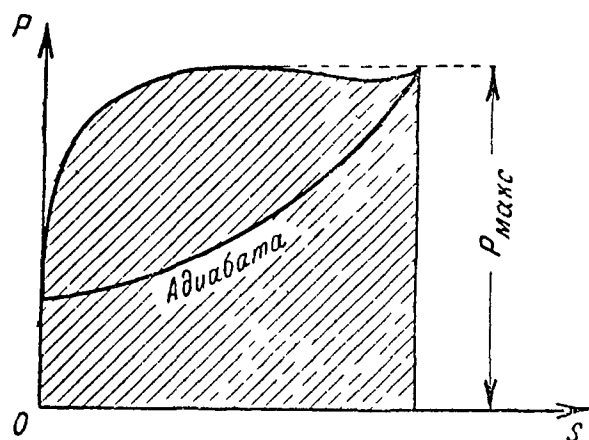


Фиг 645

Затем берут работу, которую должен поглотить амортизатор, вычитают из нее работу воздуха (площадь адиабаты) и получают работу масла. Разделив ее на ход амортизатора, получают среднее динамическое усилие, подставив его в выражение V , получают среднюю скорость струи. Подставляя



Фиг 646



Фиг 647

ее и $w''_{\text{ср}}$ в уравнение $w''F = Vf$, получают площадь, а затем диаметр отверстия и на него производят расчет. Если отверстие слишком мало, форма кривой будет, примерно, такой, как на фиг 644, при слишком большом отверстии как на фиг 645, как в первом, так и во втором случае коэффициент полноты диаграммы будет низок. При правильно выбранном отверстии форма кривой должна быть, как на фиг 646 и 647. Приблизительно площадь отверстия составляет 2—5% от площади поршня. Расчет ведут, составляя таблицу, подобную табл. 223, с добавлением

графы времени t . Кроме того, в отличие от предыдущего расчета в каждой графе записываются два значения: „предварительно вычисленное“ и „окончательное“. При расчете строятся диаграммы s' , s , w' , w по времени t .

Вычисление точек

Точка 1. Берется момент касания земли колесом. Вычисляют $A = A_0 - A' - A'' + A'''$. ($A_1 = A_0$, так как A' , A'' и A''' для этой точки равны 0).

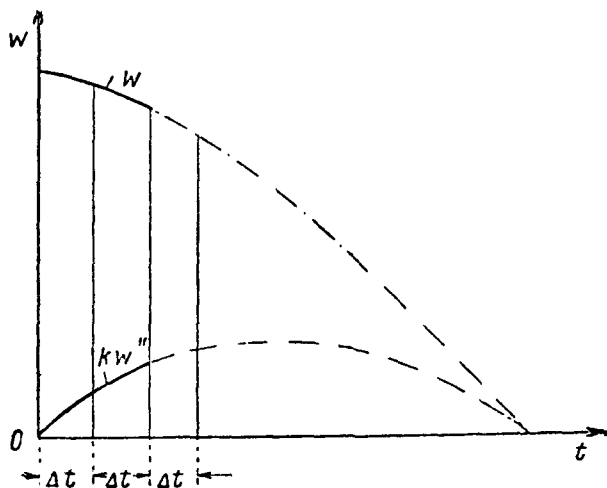
Вертикальная скорость определяется по формуле:

$$w = \sqrt{\frac{2gA}{G}}.$$

Скорость поршня равна 0, так как поршень начинает двигаться только тогда, когда усилие по амортизатору будет больше предварительной затяжки. Отсчет времени удобно начать со второй точки, когда усилие достигает значения предварительной затяжки.

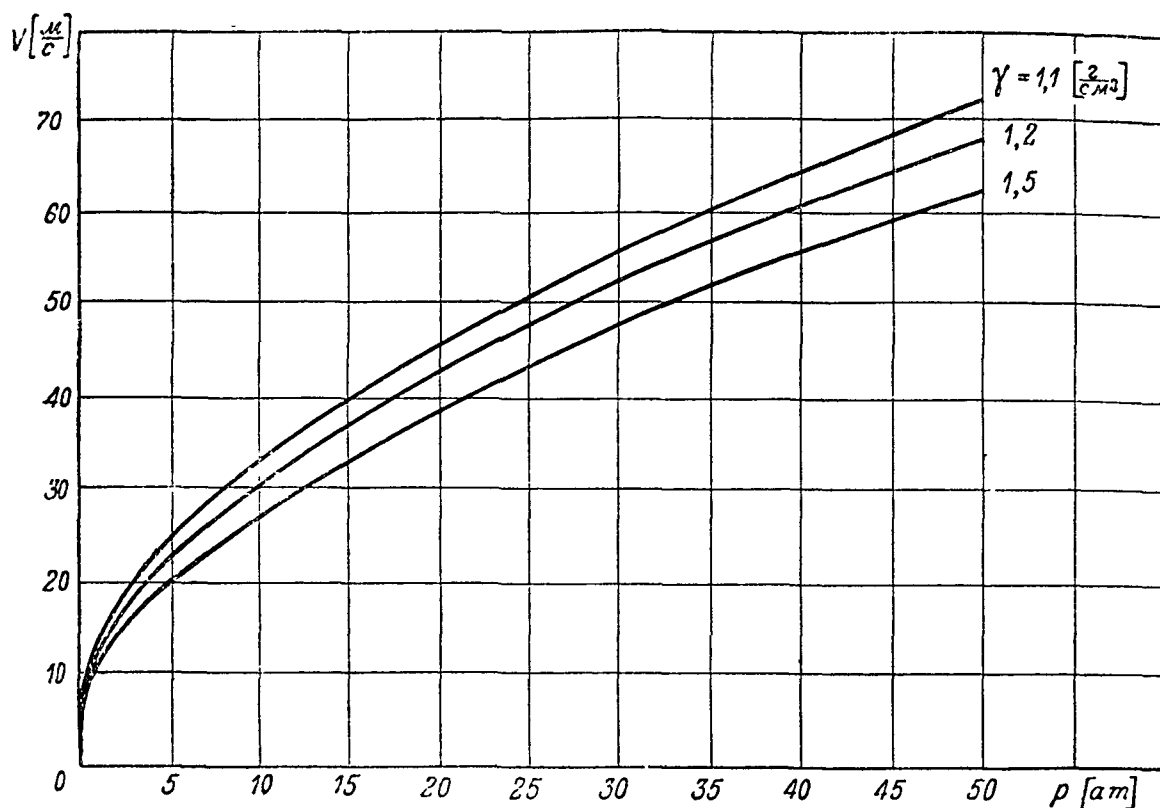
Точка 2. Усилие P равно предварительной затяжке; s_2' берется из диаграммы обжатия колеса. Скорость w вычисляется как и в точке 1; w'' , s , t равны 0. Значения всех этих величин записываются в таблицу.

Точка 3. Времени t дается весьма малое конечное приращение Δt в 0,001—0,002 с и подставляется в выражение s' . Таким образом находится приращение деформации пневматика (для скорости w' берут значение ее в точке 2). Складывая его с деформацией s_2' , получают деформацию s_3' , которая записывается (как предварительно вычисленная величина) в верхней части графы. По полученной деформации находится усилие P_3' и записывается (как предварительная величина) в таблицу. Вычитание из $P_3' \cdot k$ (или что то же P_3'') величины P_0'' и дает динамическое усилие на поршень, деление которого на F дает $p_{изб}$. Подстановка полученного значения $p_{изб}$ в формулу для определения значения скорости струи, дает возможность определить ее, так как все величины, входящие в это выражение, известны. По полученному значению V_3 находится скорость поршня w_3'' к концу времени t_3 . Так как был взят весьма малый промежуток времени, то можно считать, что поршень двигался равномерно ускоренно и из формулы для s найти перемещение поршня s_3 за время Δt . Полученные значения как предварительные записываются в таблицу и наносятся на диаграмму P'' по s . Затем находится работа A_3 к концу времени t_3 (значение $\int_0^s P ds$ определяется по диаграмме P'' по s). Из формулы для w находится вертикальная скорость самолета, которая наносится на диаграмму w по t ; на ту же диаграмму наносится скорость поршня w_3'' , увеличенная в k раз (фиг. 648). Разность $w_3 - w_3'' \cdot k$ есть скорость деформации пневматика в конце промежутка t_3 . Определяется, наконец, среднее значение скорости деформации пневматика за время от 0 до t_3 и находится исправленное значение s_3 и аналогично предыдущему значения других величин. Эти значения заносятся в таблицу и на диаграмму P по s , как окончательные.



Фиг. 648

Точка 4. Дается новое приращение времени Δt в (0,001—0,002 с) и экстраполируя кривую скорости поршня, вычисляют скорость деформации пневматика в конце времени t_4 . Берется средняя скорость $\left(\frac{w_3' + w_4'}{2} \right)$,



Фиг. 649

находится предварительное значение приращения деформации пневматика за время Δt , находится предварительное значение s_4' , P_4'' , скорости струи и т. д. и записывается в таблицу; производится пересчет и полученные значения записываются как окончательные.

Расчет для всех следующих точек ведется аналогично до тех пор, пока не будет исчерпана вся работа. Значения Δt равные 0,001—0,002 с следует брать только для трех—четырех первых точек, а далее можно увеличить их до 0,01 с. Процесс протекает приблизительно 0,15—0,3 с и, следовательно, получится от 15 до 30 точек. Метод является приближенным, основанным на экстраполяции с последовательным приближением. При втором пересчете значения величин уточняются. Полученная после второго пересчета точность обычно достаточна для практических расчетов. Для облегчения расчета следует построить заранее кривые скорости струи по давлению и вертикальной скорости по A . Первая кривая зависит только от удельного веса жидкости. Для жидкостей с удельными весами 1,1 и 1,2 можно пользоваться графиком, представленным на фиг. 649.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Щетников Е. Исследование масляно-пневматической амортизации. Техн. зам ЦАГИ, 1933, № 25.
2. Ветчинкин В. П. Динамика самолета. М.—Л. Госмашметиздат, 1933.
3. Шишмарев М. М. Расчет деталей самолета. М. В. В. А. РККА, 1932.
4. Раковский А. В. и Устинович А. В. Жидкость для масляных амортизаторов. Техника возд. флота, № 2, 1935, стр. 48—55.
5. Агладзе А. Г. Конструирование и расчет масляных амортизаторов шасси самолетов. Техн. зам. ЦАГИ, 1935, № 59.
6. Сутугин Л. И., Эберзин П. И., Майоранов Е. И. и др. Конструкция и проектирование самолетов. Т. I. Конструкция самолетов. Под редакцией Н. Н. Поликарпова и Е. И. Майоранова, М.—Л. Оборонгиз, 1939.

ПНЕВМАТИКИ АВИАЦИОННЫХ КОЛЕС

Для определения грузоподъемности пневматика и поглощаемой пневматиком работы следует пользоваться данными статических испытаний.

Ниже приведены диаграммы статических испытаний пневматиков (фиг. 651—666). По оси абсцисс отложена усадка (f), по оси ординат — нагрузка (P).

На диаграммах координаты максимальной силы обжатия показаны пунктиром.

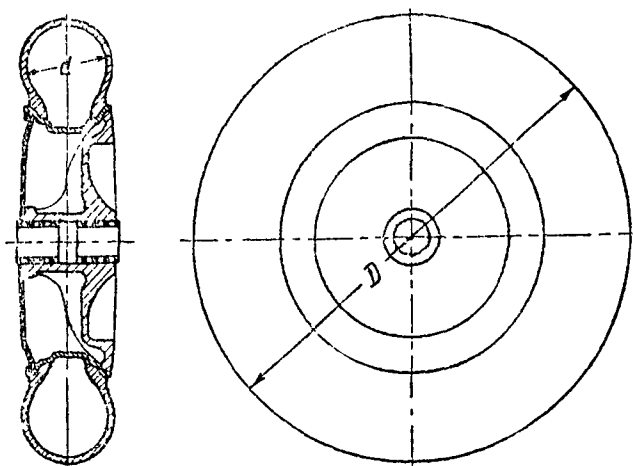
Поглощаемая пневматиком работа при заданной усадке определяется планиметрированием. Основные параметры пневматиков объединены в сводную таблицу (табл. 224).

В таблице даны следующие графы:

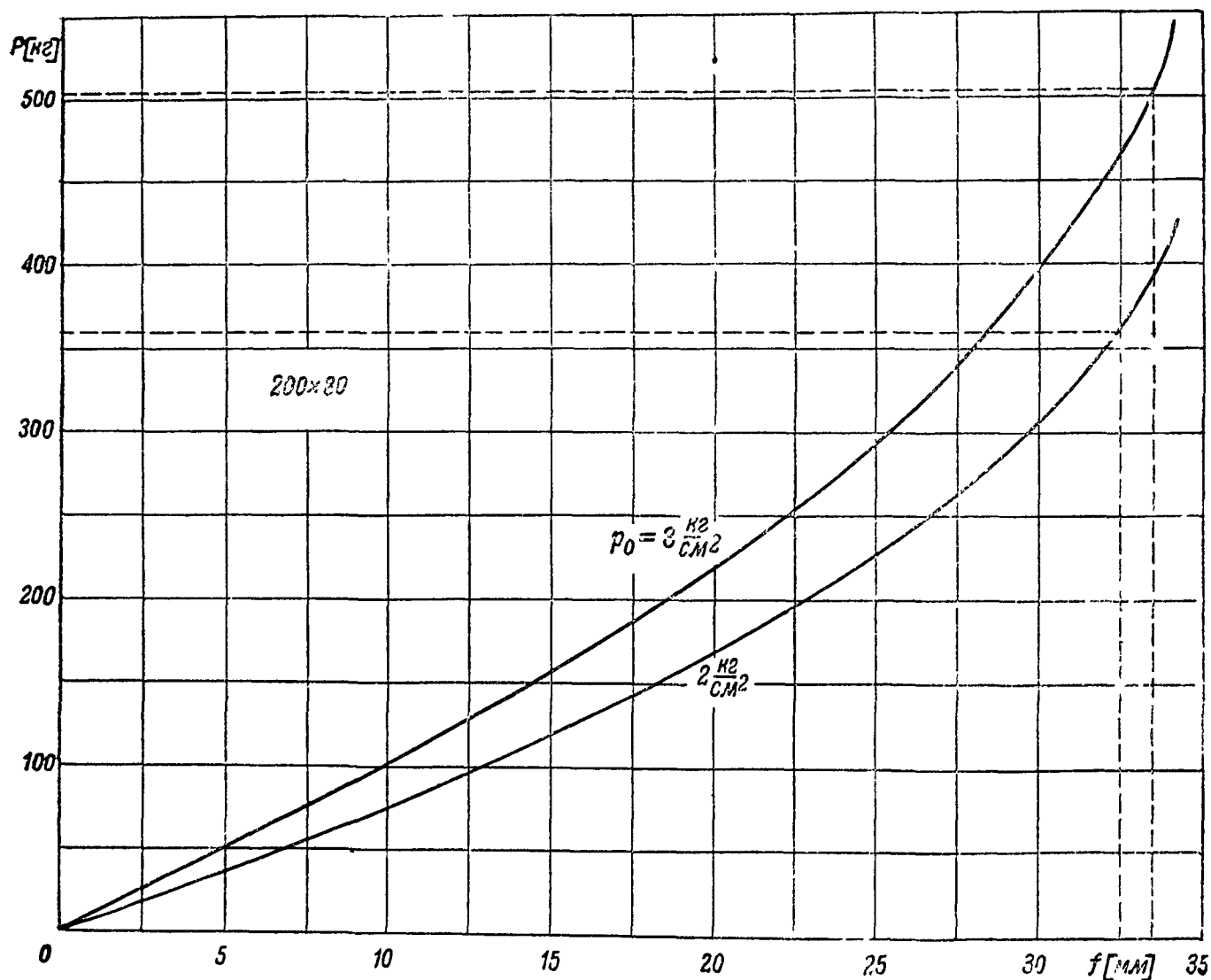
1. Размер пневматика ($D \times d$),

где D — внешний наибольший диаметр пневматика,

d — диаметр сечения пневматика (фиг. 650).



Фиг. 650



Фиг. 651

Таблица 224

Основные данные пневматиков

Размер пневматика	Внутреннее давление в камере, избыточное	Стояночная нагрузка на колесо	Усадка пневматика при P_c	Нагрузка полного обжатия пневматика	Усадка пневматика при $P_{обж}$	Работа пневматика до $P_{обж}$	Диаграммы обжатия
$D \times d$ [мм]	P_0 $\left[\frac{кг}{см^2} \right]$	P_c [кг]	f_c [мм]	$P_{обж}$ [кг]	$f_{обж}$ [мм]	$A_{обж}$ [кг·м]	
200×80	2	70	9,5	360	32,5	4,6	Фиг. 651
	3	105	10	505	33,5	6,6	
300×125	3,5	360	19	1 600	62	42	Фиг. 652
400×150	3	450	28	2 000	94	80	Фиг. 653
	4	700	29	2 600	96	112	
470×210	3	740	39	3 700	130	200	Фиг. 654
	4	1 500	40	5 000	133	276	
500×125	3	400	19	1 650	62	42	Фиг. 655
	4	420	19	2 000	64	54	
600×250	3	1 500	54	5 500	180	418	Фиг. 656
	4	1 400	58	7 500	193	577	
700×100	3	390	18,5	1 500	61,5	42	Фиг. 657
700×150	3	650	30	3 000	101,5	130	Фиг. 658
750×250	3	1 700	50	6 900	166	518	Фиг. 659
	4	2 200	51	7 750	169	613	
760×330	3	1 900	71	9 500	238	990	Фиг. 660
	3,5	2 450	70	10 850	235	1 400	
900×200	3,5	1 400	42	5 800	139	363	Фиг. 661
	4	1 600	42	6 500	141	421	
900×300	4	2 300	48	10 000	162	710	Фиг. 662
	4,5	2 400	51	11 600	170	852	
1 100×250	4	2 500	56	10 500	185	886	Фиг. 663
1 350×300	4	4 000	71	15 000	236	1 620	Фиг. 664
1 600×500	4,5	10 000	101	42 000	338	6 400	Фиг. 665
2 000×450	4,5	10 000	117	40 000	391	7 100	Фиг. 666

2. Внутреннее начальное давление (избыточное) при отсутствии внешней нагрузки на пневматик (p_0).

3. Стояночная нагрузка, которая соответствует 30% полной усадки пневматика (при полном обжатии). Полным обжатием пневматика называется момент соприкосновения внутренних поверхностей пневматика при радиальном сжатии ($P_{обж}$).

Полное обжатие определено по диаграммам как точка заметного изменения течения кривой P по f .

4. Усадка пневматика при стояночной нагрузке (f_c).

Величина усадки пневматика при стояночной нагрузке (f_c) для всех размеров принималась равной 30% от усадки полного обжатия пневматика ($f_{обж}$).

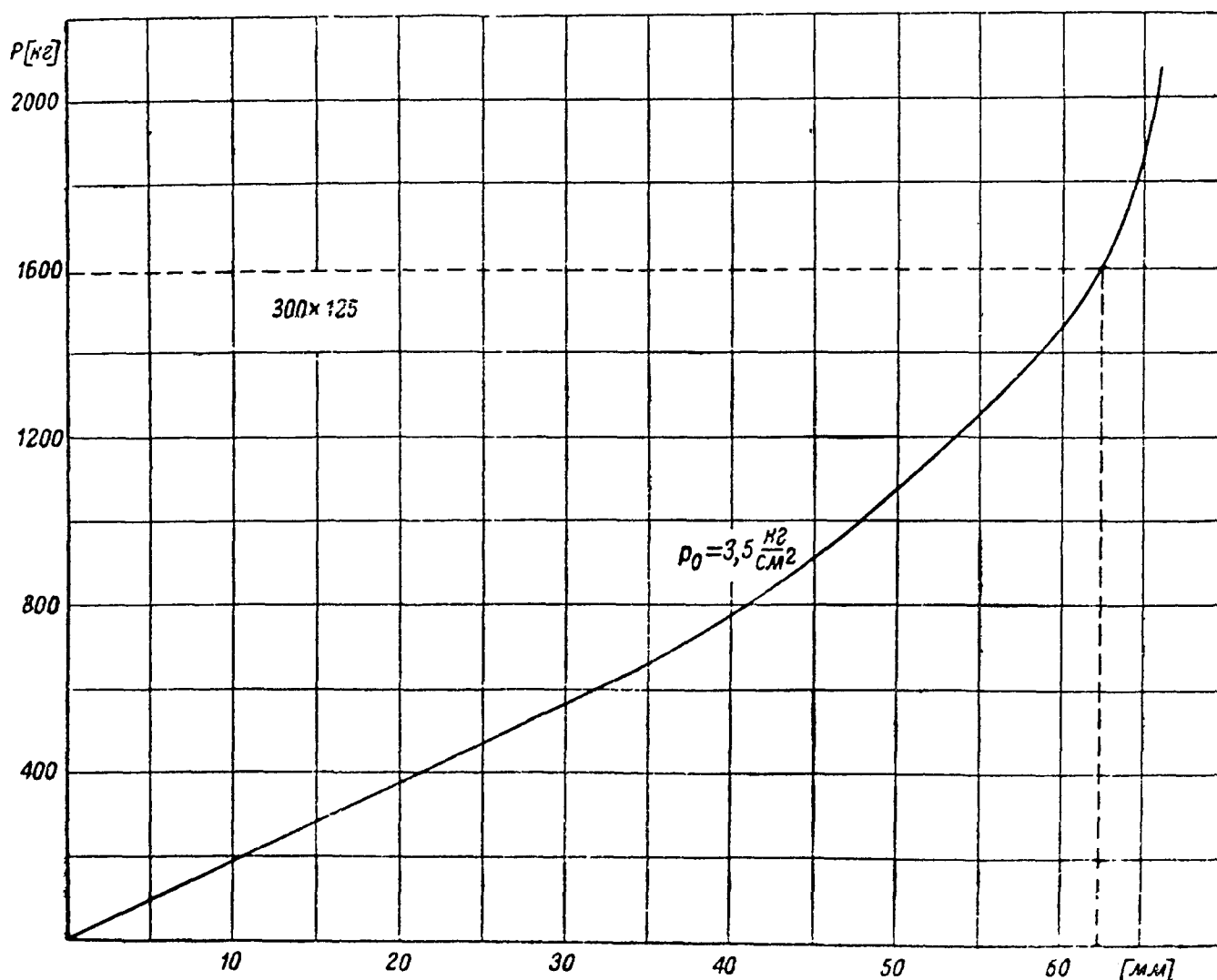
5. Нагрузка при полном обжатии пневматика (см. п. 3).

6. Усадка при полном обжатии ($f_{обж}$) (см. п. 3).

7. Работа пневматика до полного обжатия ($A_{обж}$).

Внутреннее давление в пневматике влияет на величины грузоподъемности и поглощаемой работы пневматиком. В таблице и на диаграммах (в большинстве случаев) приведены данные двух наиболее выгодных внутренних давлений для данных размеров пневматиков.

Для приближенного определения поглощаемой работы и грузоподъемности пневматика при динамическом нагружении можно воспользоваться упрощенными формулами.



Фиг. 652

Для определения грузоподъемности служит следующая формула:

$$P_d = k_1 P_{cl}.$$

Для определения поглощаемой работы служит следующая формула:

$$A_d = k_2 A_{ст}.$$

Поправочные коэффициенты k_1 и k_2 определяются по формулам:

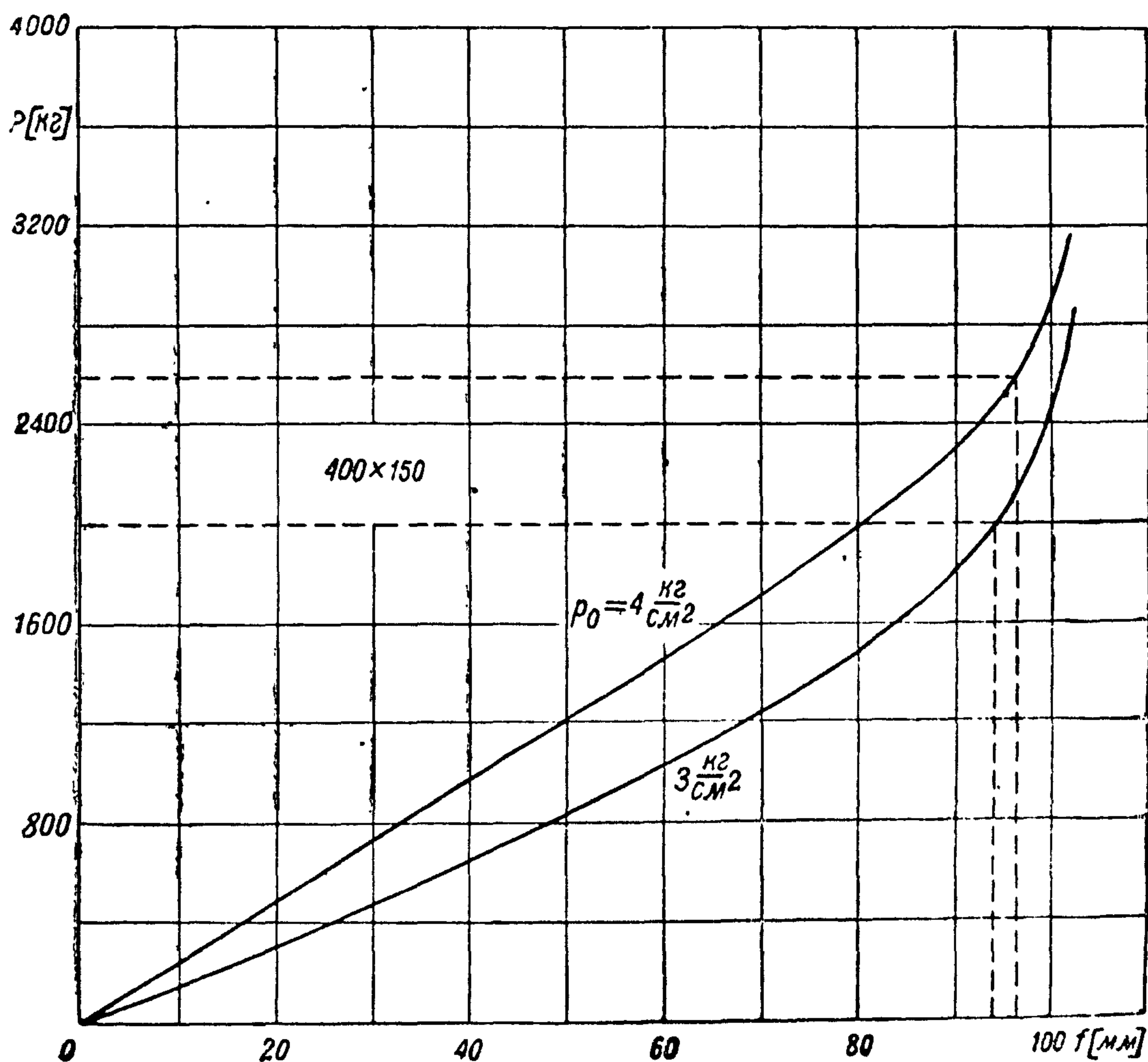
$$k_1 = n^{0,41} + \frac{n^{0,41} - 1}{p_a n - 1},$$

$$k_2 = 2,46 \frac{n^{0,41} - 1}{\ln n} + \frac{2,46 \frac{n^{0,41} - 1}{\ln n} - 1}{p_a \frac{n \ln n}{n - 1} - 1}$$

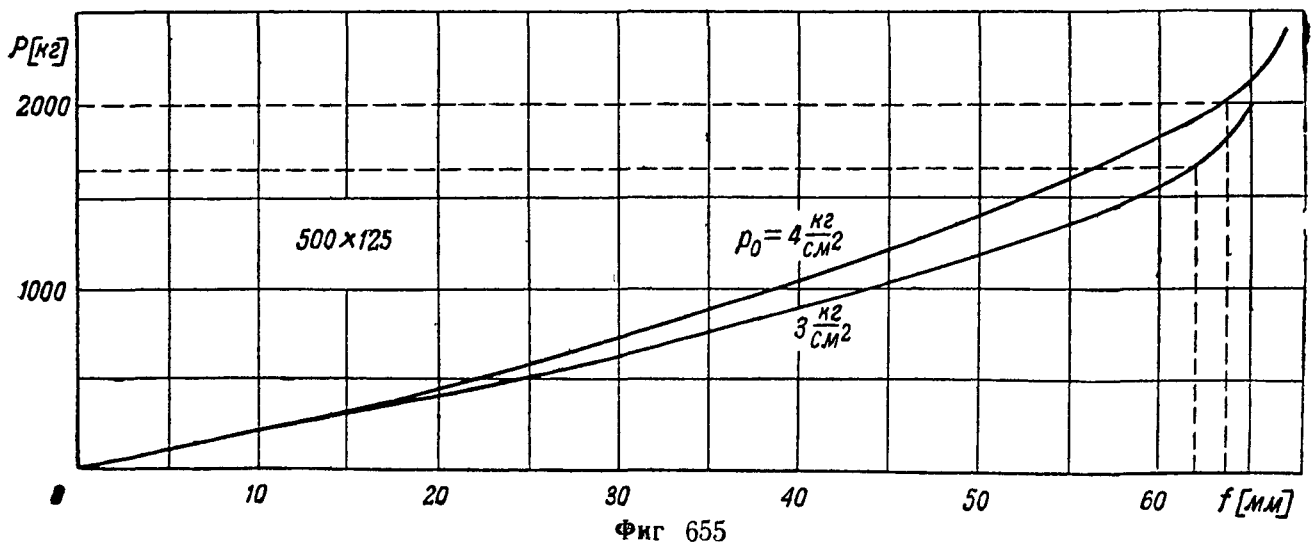
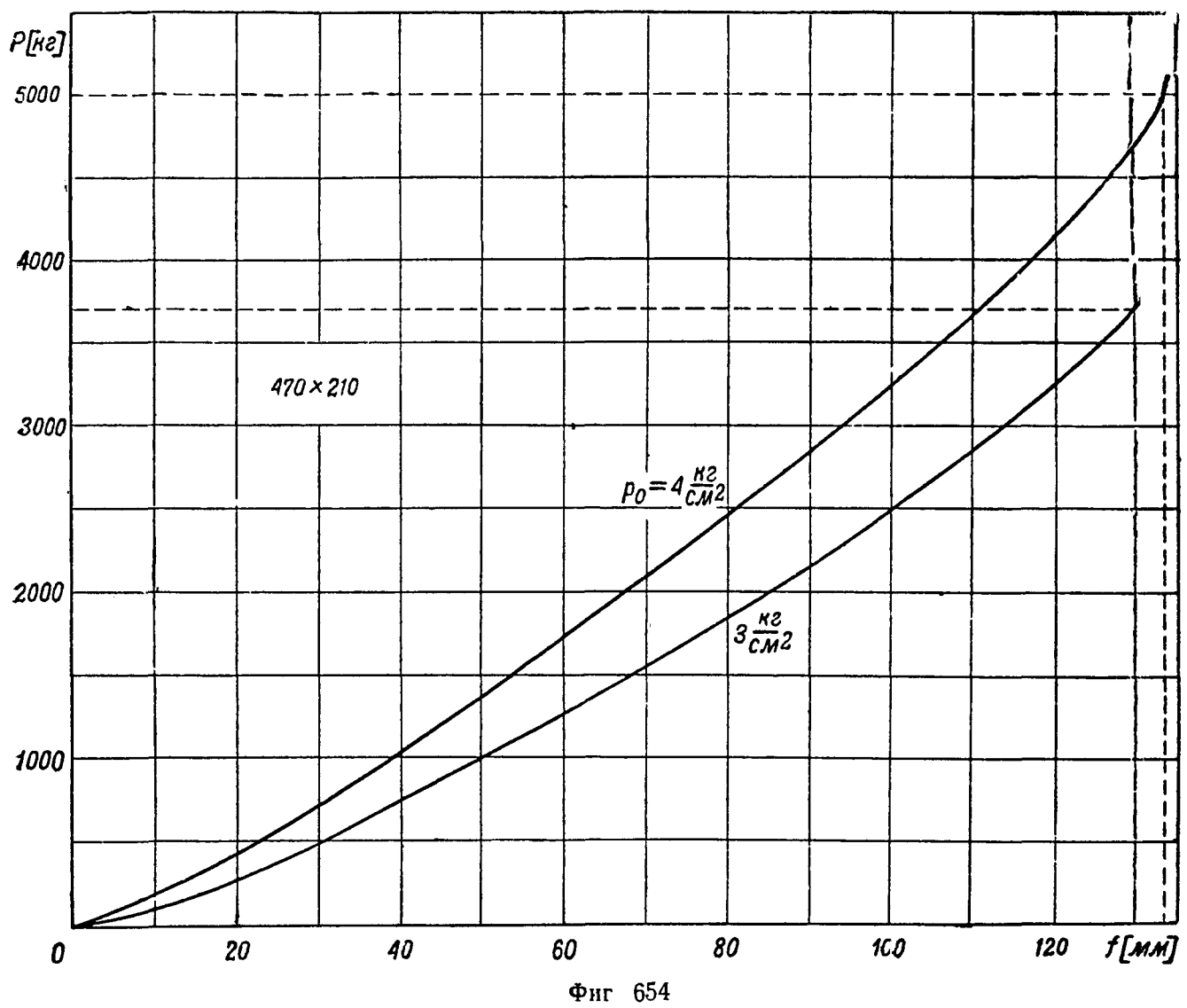
и

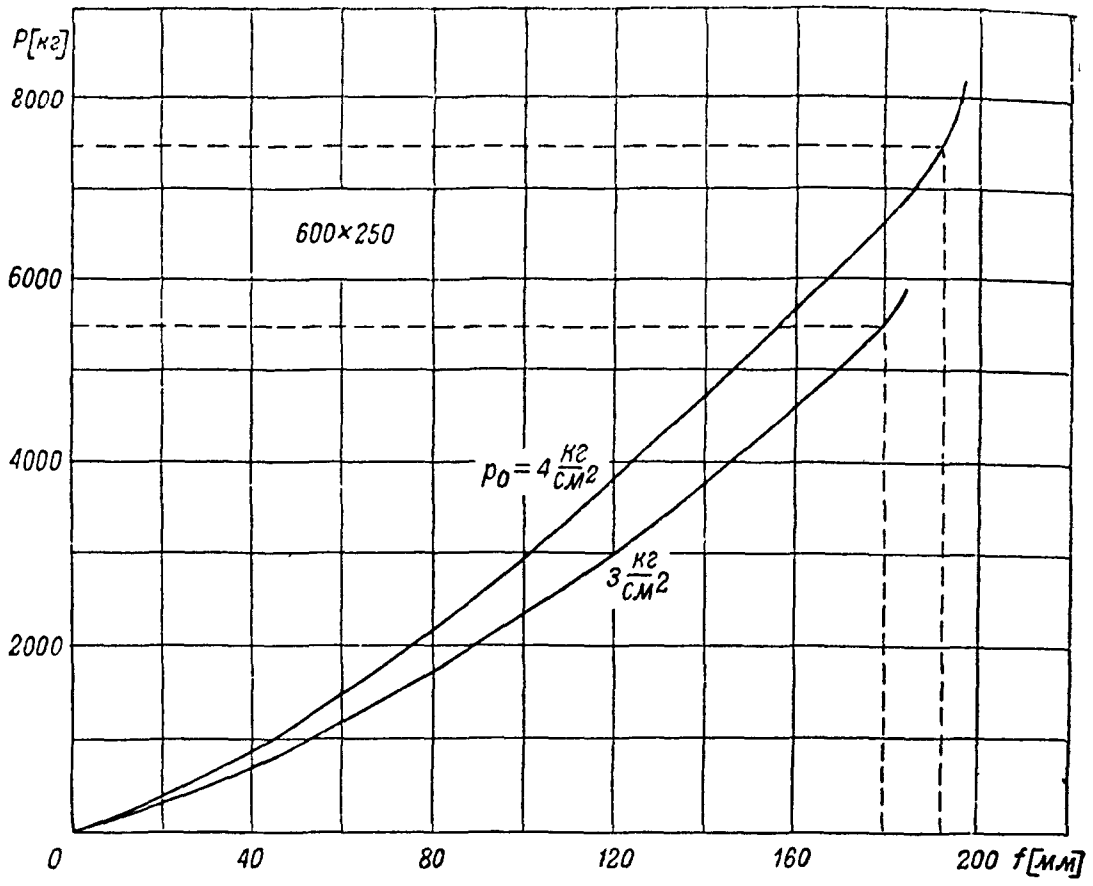
где n — степень сжатия воздуха в камере пневматика, зависящая от усадки пневматика,

p_a — абсолютное начальное давление в камере.

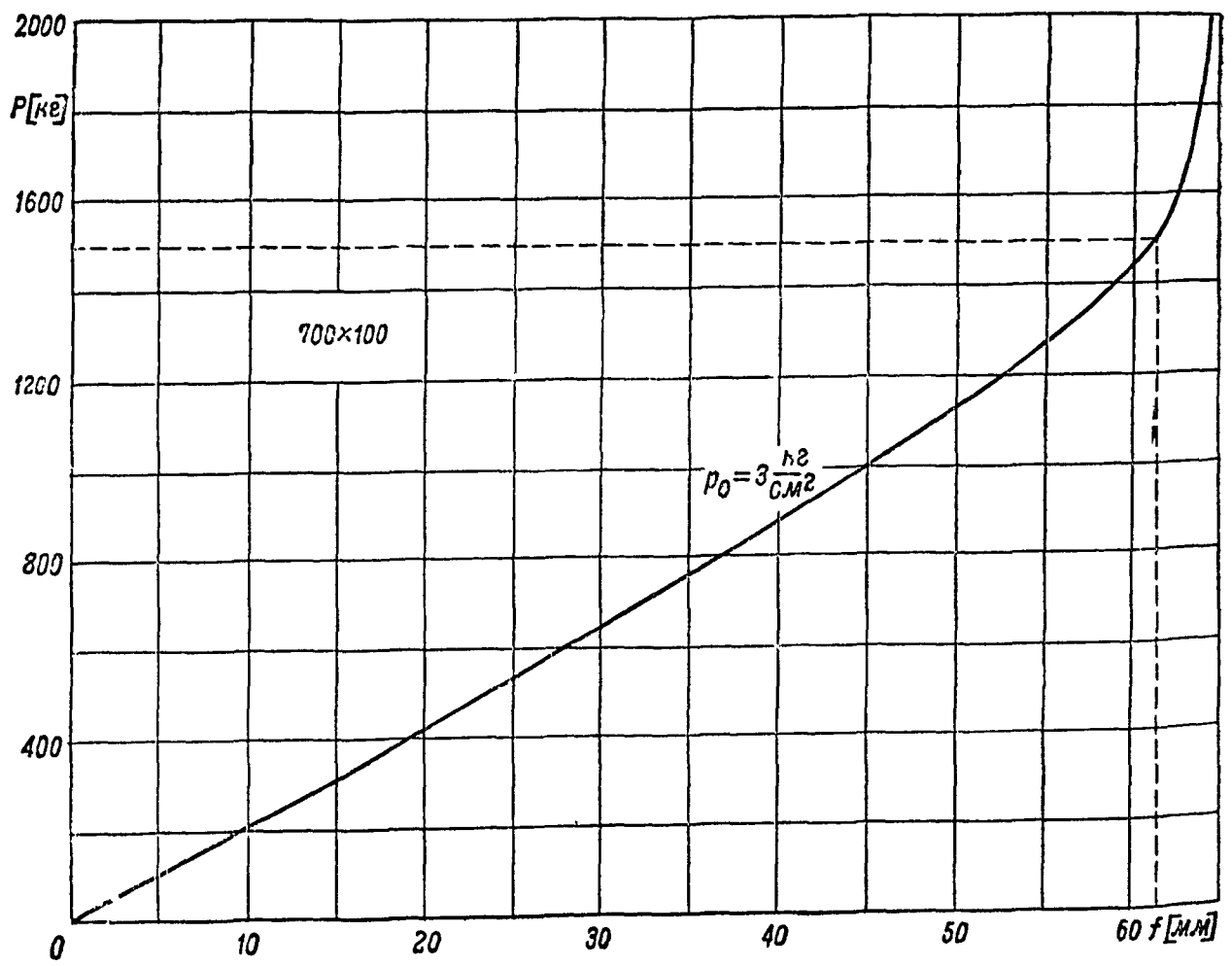


Фиг. 653

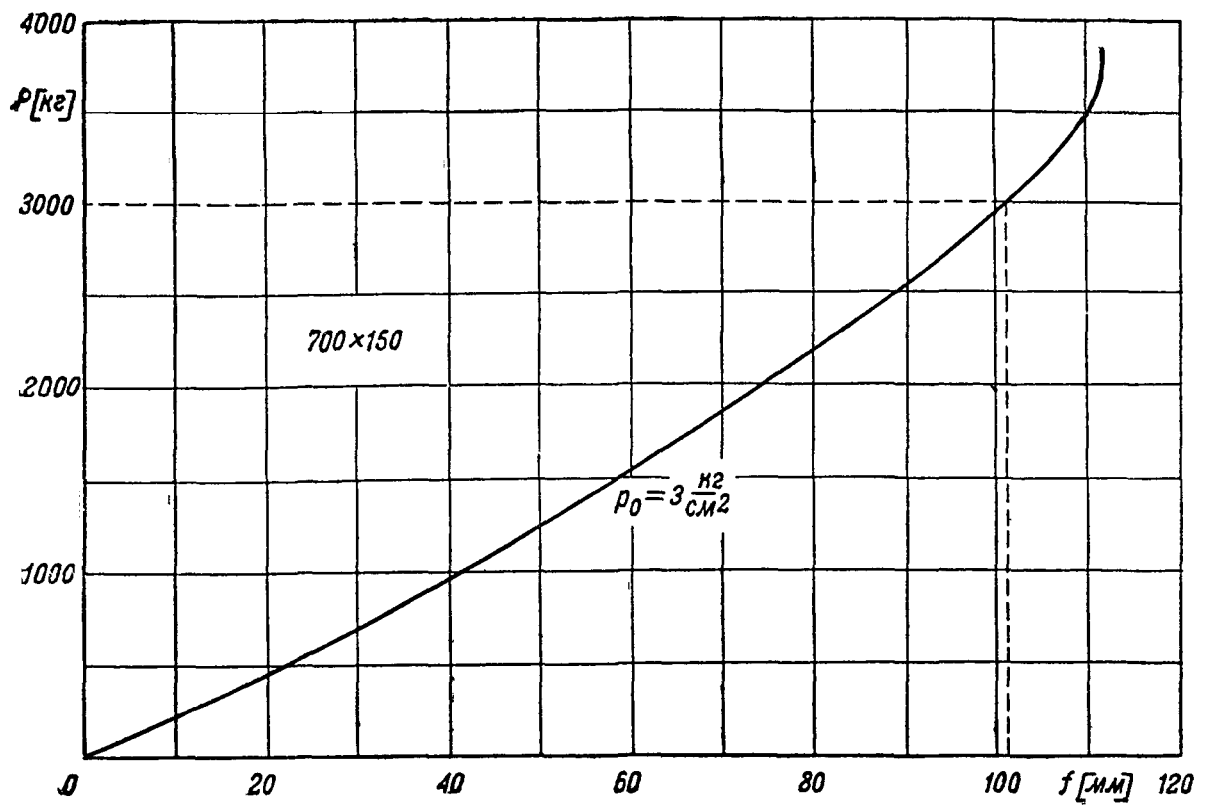




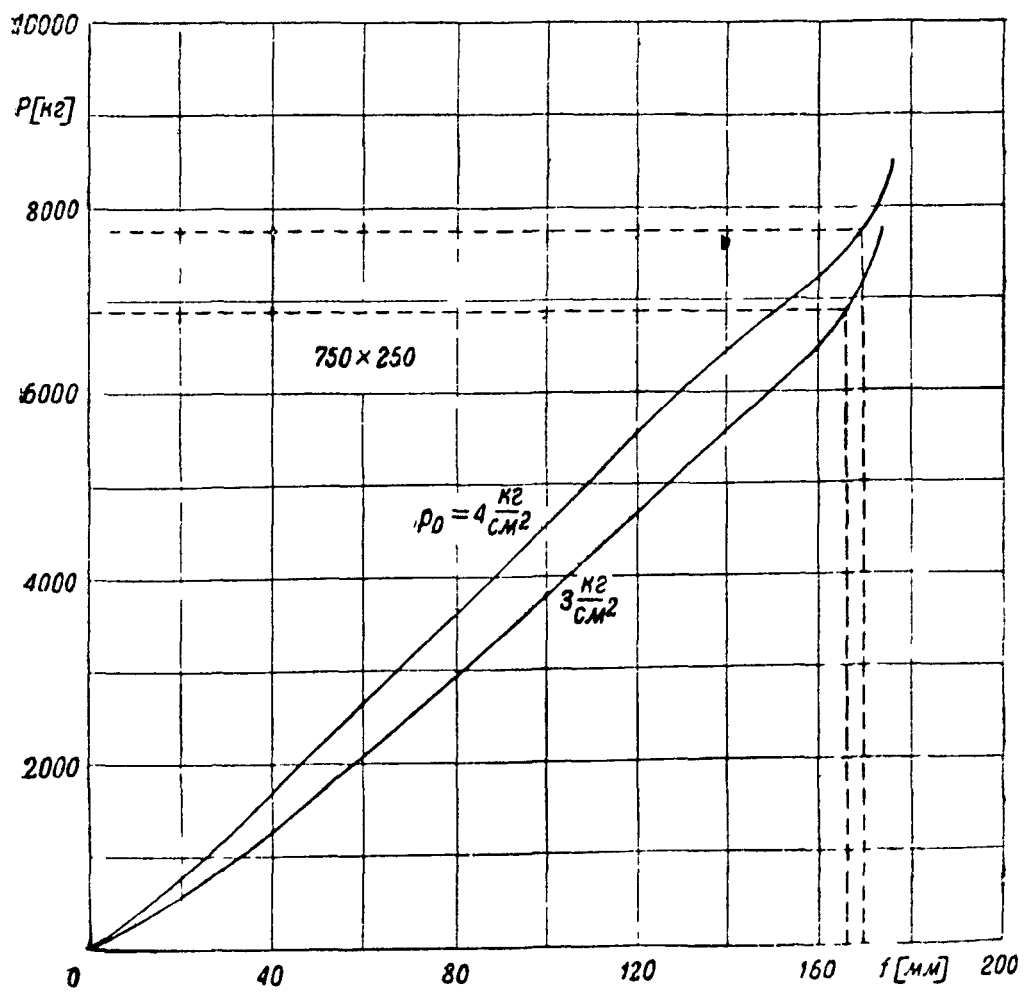
Фиг 656



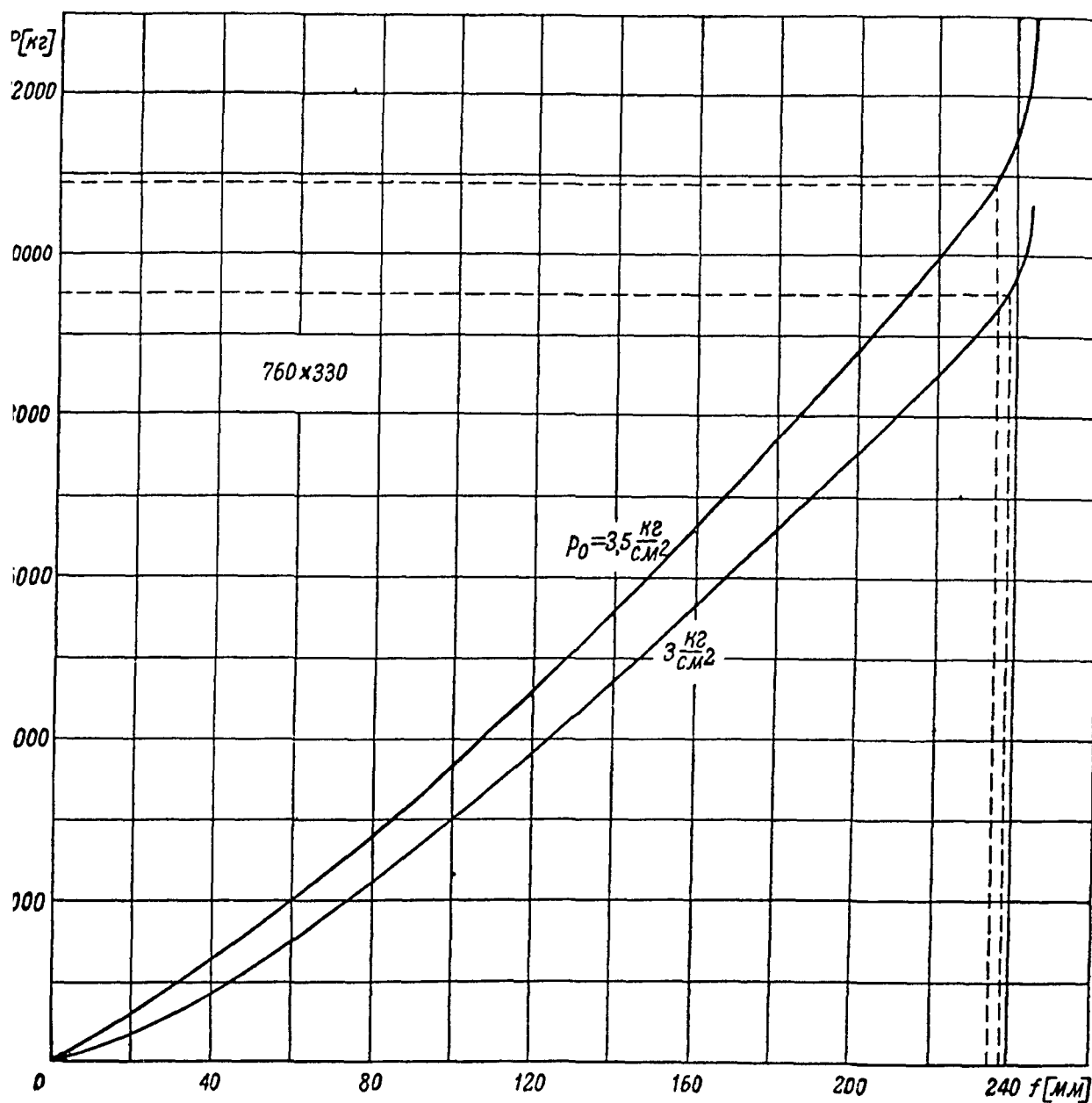
Фиг 657



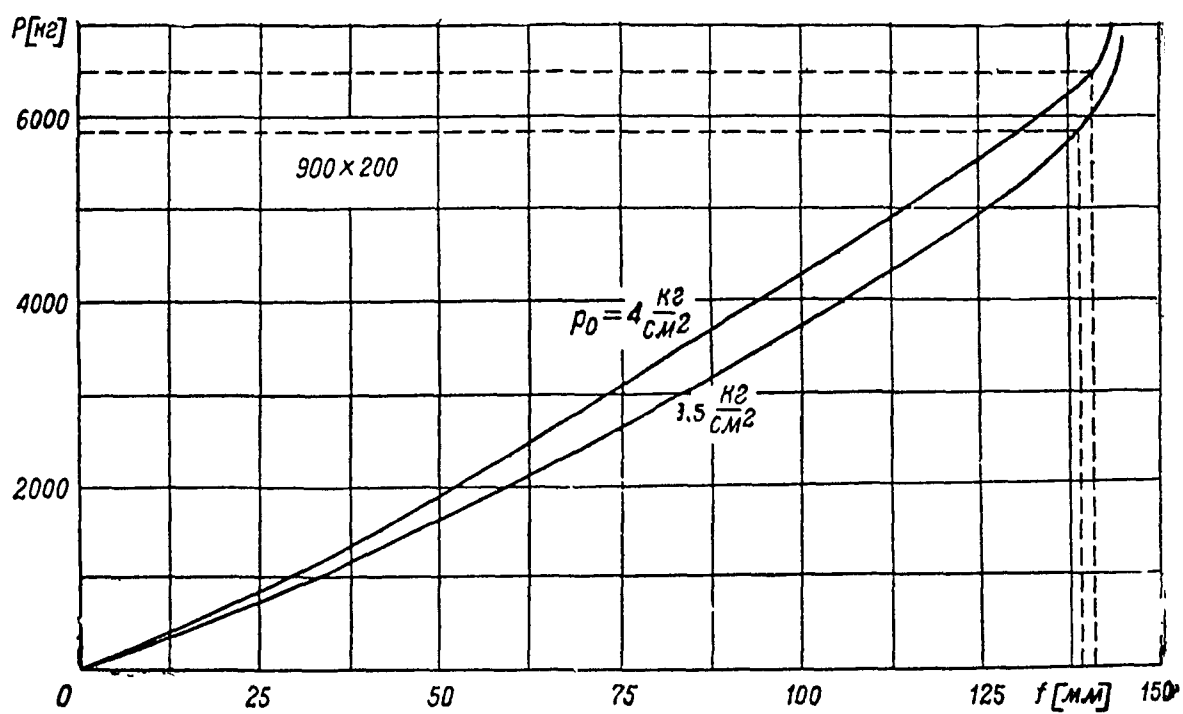
Фиг 658



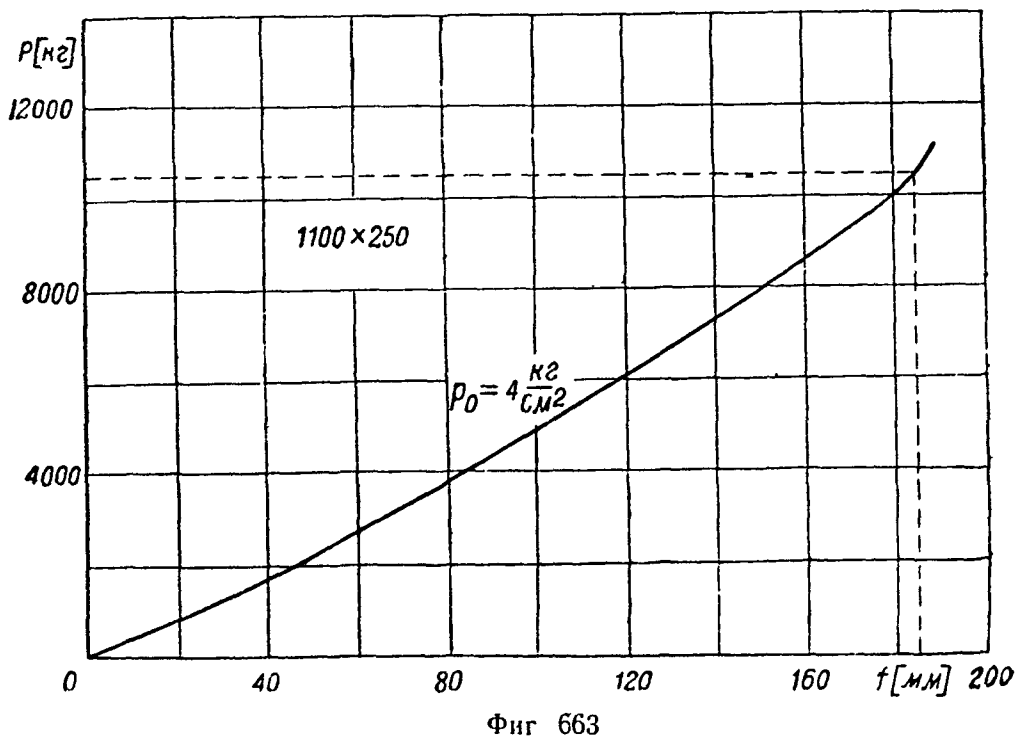
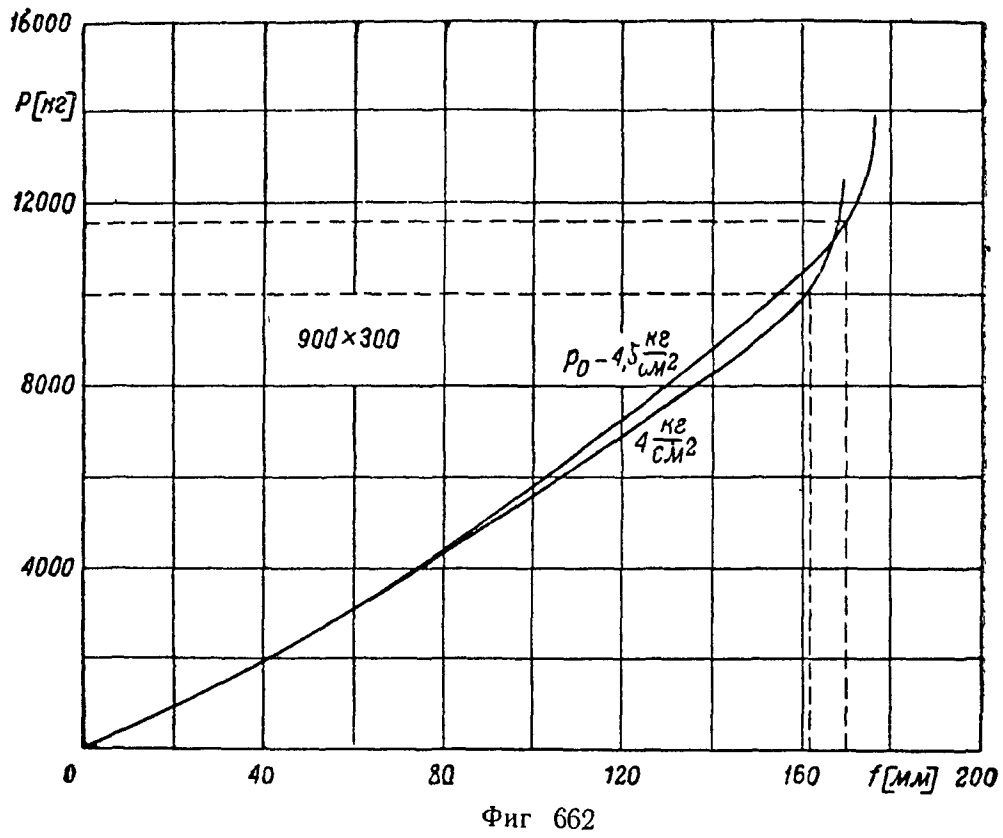
Фиг 659

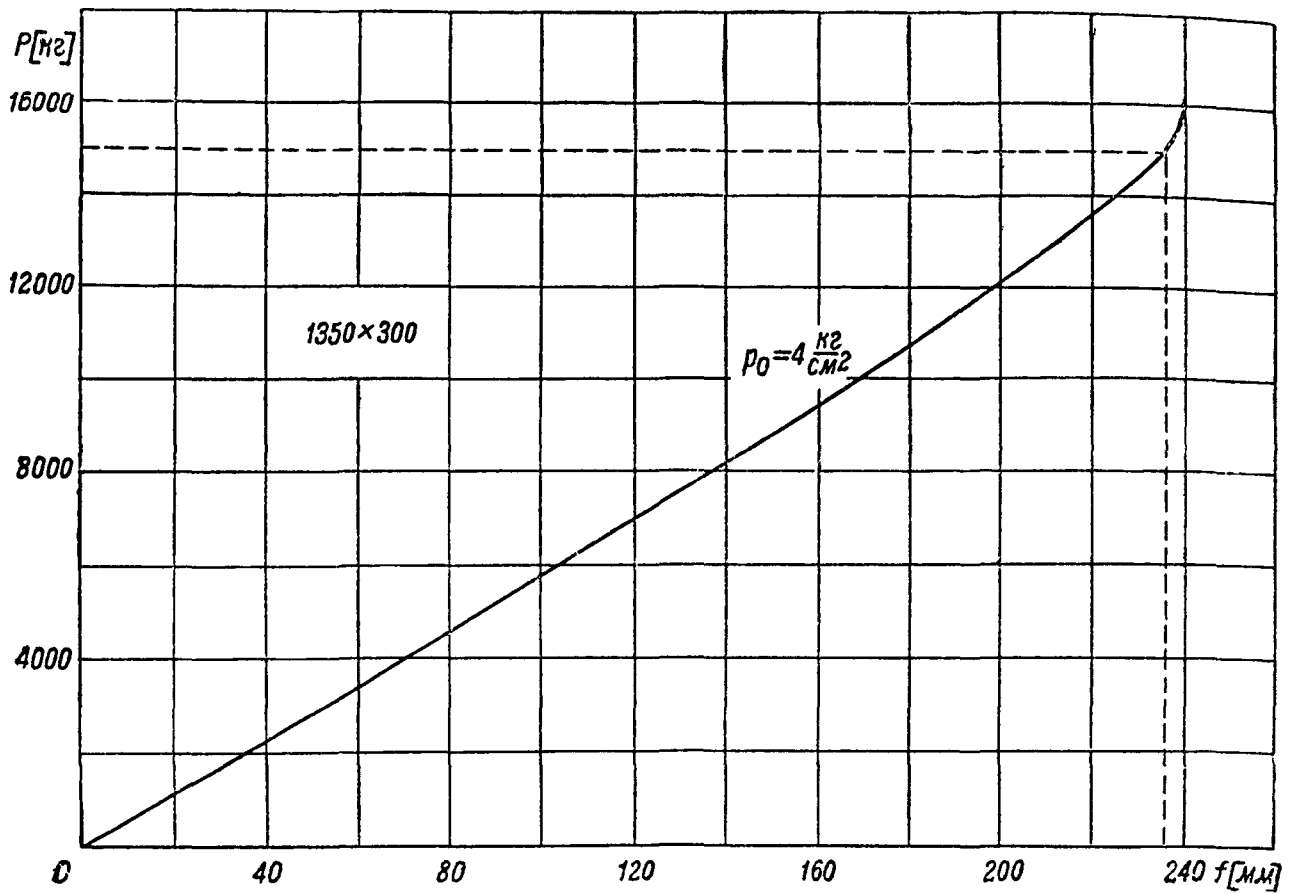


Фиг 660

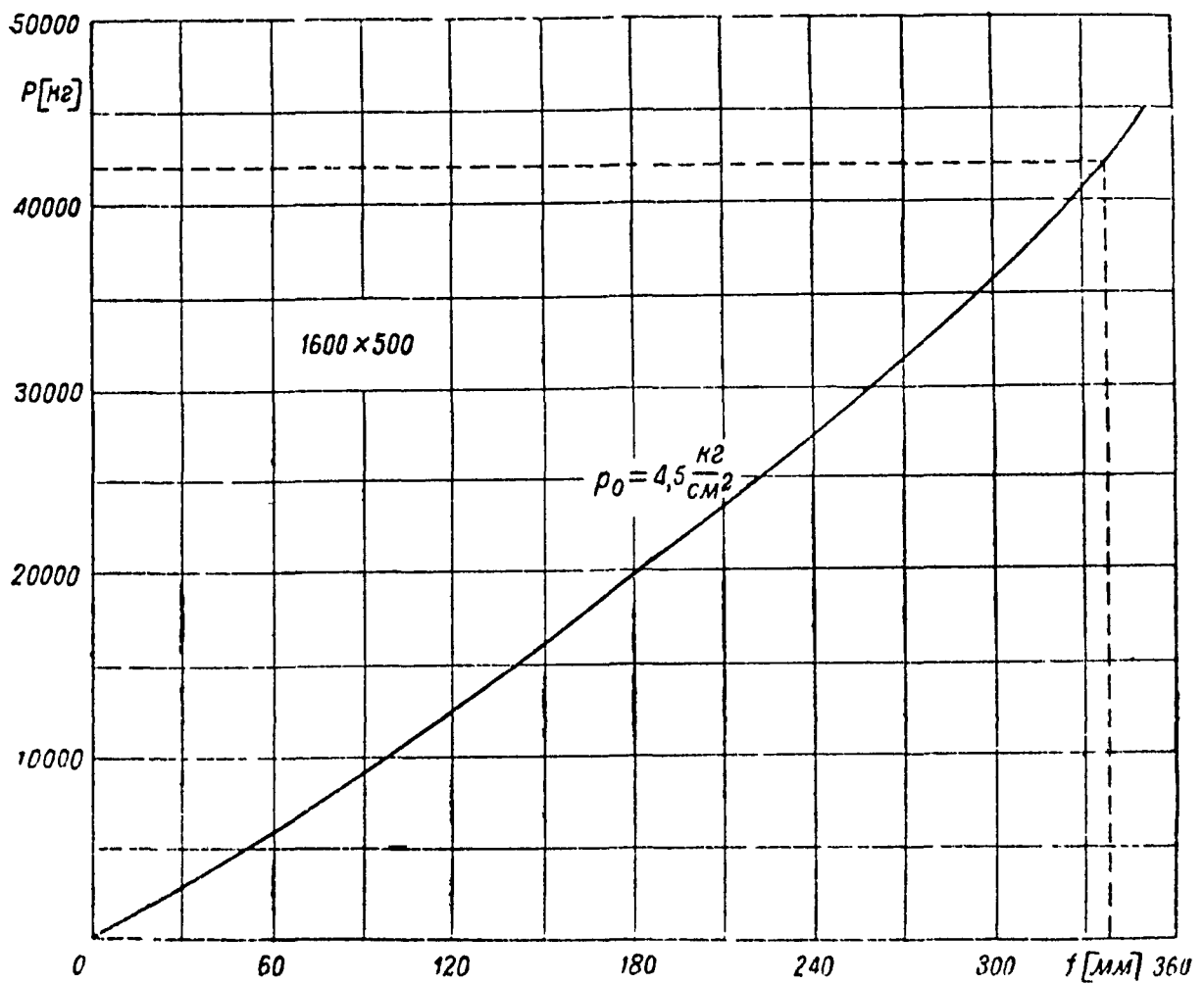


Фиг 661

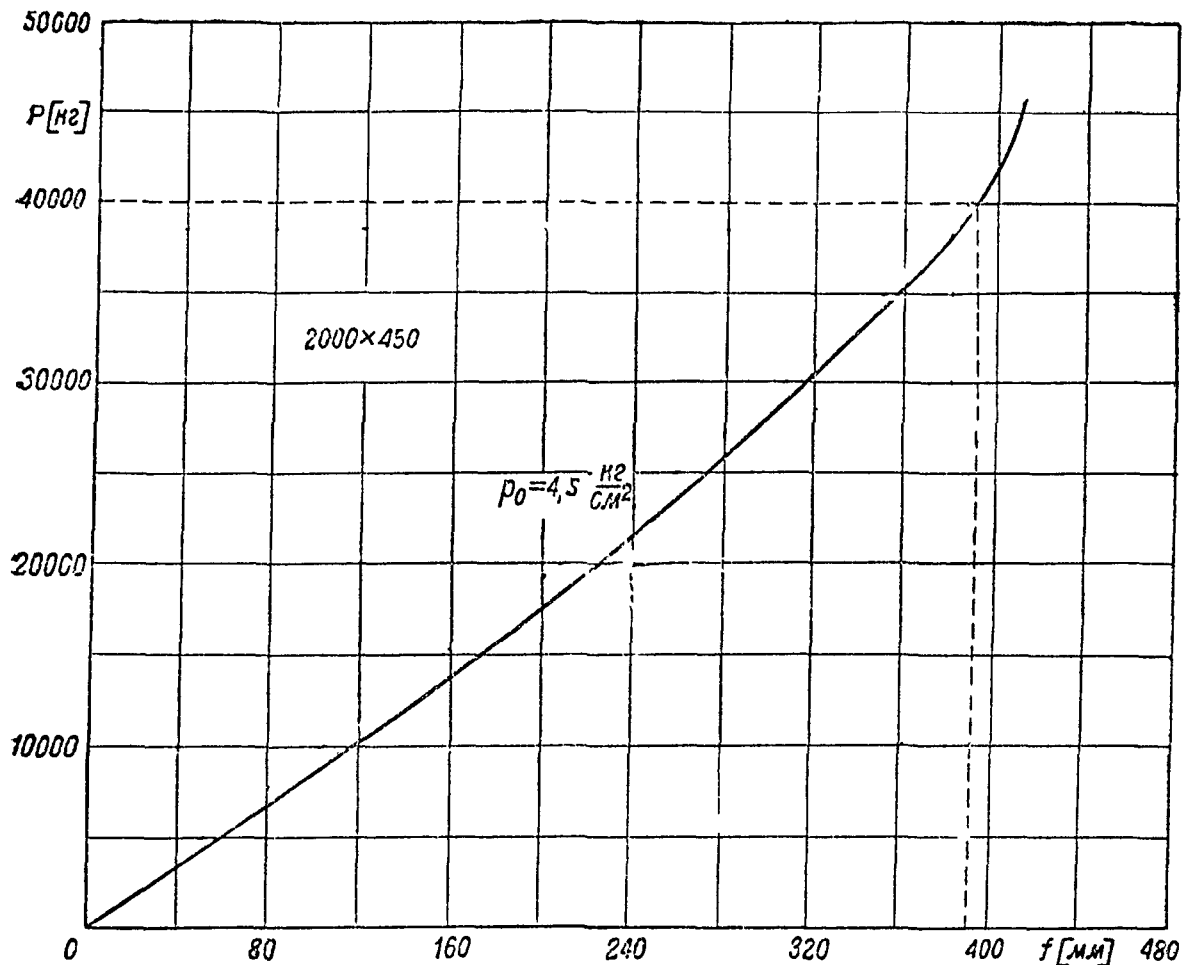




Фиг. 661



Фиг 665



Фиг 666

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Алексеев А. А. Анализ статических испытаний полубаллонных и хвостовых колес Работа пневматиков авиаколес. Техн. зам. ЦАГИ 1938. № 190 лл.
2. Машкевич А. О. Пути развития колес для самолетов Техника возд флота № 3. 1936, стр 77—83.
- 3 Michael F. Zur Frage der Abmessungen von Luftreifen fur Flugzeuglaufrader ZFM 1932, № 13, p. 377—390.
4. Машкевич А. О. Характеристика аэрошин и выбор их рациональных размеров Техника возд. флота № 8, 1937, стр 25—32.

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Вследствие того, что взаимное расположение элементов проводки управления (например, углы между тягами и проч.) в разных положениях ручки или штурвала управления различны, усилия, возникающие в какой-либо тяге при одном и том же исходном усилии, могут значительно изменяться.

Поэтому при расчете на прочность следует произвести подсчет усилий в элементах проводки при нескольких положениях ручки управления.

При сравнительно небольших углах между тягами графический способ определения усилий может оказаться недостаточно точным и в этих случаях предпочтение следует отдать аналитическому способу.

При расчете элементов управления рекомендуется вычерчивание эскизов с обозначением на них действующих сил.

Расчет тяг управления

Тяги рассчитываются как стойки. В случаях, когда тяга имеет одну или несколько промежуточных опор (люнетов), то за расчетную длину принимается наибольшая

Расчет осей и втулок

Расчет этих деталей производится с понижением допустимых напряжений за счет подвижности соединений

Расчет тросов

Трос проводки управления обычно подбирается с запасами прочности против расчетной нагрузки, учитывая перегиб троса на роликах, а также во избежание сильной вытяжки

Жесткость управления

Часто считают, что при заземленных рулях при 35—50% от эксплуатационной нагрузки ход ручки или педалей управления не должен превышать 20% возможного хода, соответствующего максимальному отклонению рулей

Для маневренных самолетов жесткость должна быть большей

Расчет жесткой проводки управления элеронами и рулями на резонанс

Чтобы избежать возможности попадания любой тяги управления в резонансные колебания, частота ее собственных колебаний изгиба должна быть выше удвоенного максимального числа оборотов мотора процентов на 10. Рекомендуется качалки конструировать так, чтобы жесткость их на сжатие и изгиб вбок была бы весьма значительна. Тогда частота ν_p собственных изгибных колебаний тяги рассчитывается с учетом только продольной силы P , действующей по тяге от аэродинамической нагрузки на рули или элероны, по формуле

$$\nu_p = \nu \sqrt{1 \pm \frac{P}{P_{кр}}} \left[\text{кол/мин} \right],$$

где ν — частота собственных изгибных колебаний тяги с шарнирно закрепленными концами, на жестких относительно поперечных перемещений опорах, без продольной силы. Значение ν определяется по формуле

$$\nu = \frac{30\pi}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \left[\text{кол/мин} \right],$$

где l — длина тяги,

EI — жесткость тяги,

m — масса тяги на единицу длины,

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

Продольная сила уменьшает частоту, если она сжимает тягу и увеличивает, если растягивает В формуле для определения ν_p под корнем берется знак (+), если сила P растягивает и знак (—), если сжимает тягу

При расчете частоты продольную силу P можно определять исходя из усилия на рукоятку управления рулем высоты, равного 24 и 13 кг—при управлении элеронами, давление на педаль ножного управления можно принимать равным 25 кг

В табл 225 приведены значения частот собственных колебаний в минуту дуралевых и стальных труб с шарнирным креплением концов, жестким относительно поперечных перемещений, при отсутствии продольной силы Этой таблицей можно пользоваться при расчетах первого приближения, так как при учете сжимающей продольной силы для обычных отношений $\frac{P}{P_{кр}}$ частота собственных колебаний получается незначительно меньшей (на 4—7%).

Т а б л и ц а 225

Диаметр трубы [мм]	Длина трубы [см]															
	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
14 × 12	8520	5920	4340	3330	2630	2130	1760	1480	1260	1090	945	832	737	657	590	533
16 × 14	9840	6830	5020	3840	3040	2460	2030	1710	1460	1255	1090	961	851	759	681	615
18 × 16	10900	7570	5550	4260	3360	2720	2250	1890	1610	1390	1210	1060	942	841	754	682
20 × 17	12100	8430	6190	4740	3750	3035	2510	2110	1795	1550	1350	1185	1050	936	841	758
20 × 18	12400	8640	6340	4860	3840	3110	2570	2160	1840	1590	1380	1215	1080	960	862	779
22 × 18	13100	9110	6690	5120	4050	3280	2710	2280	1940	1670	1460	1280	1135	1010	908	819
22 × 20	13800	9555	7015	5380	4250	3440	2840	2390	2035	1755	1530	1340	1190	1060	953	861
23 × 20	14100	9790	7190	5510	4350	3525	2910	2450	2085	1800	1570	1380	1220	1090	976	881
24 × 21	14600	10200	7460	5710	4510	3660	3020	2540	2160	1865	1625	1430	1265	1130	1010	914
24 × 22	14900	10400	7610	5830	4610	3730	3080	2590	2210	1900	1655	1460	1290	1150	1030	934
25 × 22	15400	10700	7840	6010	4750	3840	3180	2670	2275	1960	1705	1500	1330	1190	1065	963
25 × 23	15700	10900	7995	6130	4840	3920	3240	2725	2320	2000	1740	1530	1360	1210	1090	982
26 × 23	16000	11100	8170	6260	4945	4005	3310	2780	2370	2040	1780	1565	1390	1240	1110	1000
26 × 24	16400	11400	8340	6390	5050	4090	3380	2840	2420	2090	1810	1600	1415	1260	1130	1020
27 × 24	16700	11600	8520	6520	5150	4175	3450	2900	2470	2130	1855	1630	1440	1290	1160	1040
27 × 25	17000	11800	8670	6640	5250	4250	3510	2950	2515	2170	1885	1660	1470	1310	1180	1060
28 × 25	17300	12000	8850	6770	5350	4335	3580	3010	2565	2210	1930	1690	1500	1340	1200	1080

Таблица 225 (продолжение)

Диаметр трубы [мм]	Длина трубы [см]															
	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
28 × 26	17600	12300	8995	6890	5450	4410	3645	3065	2610	2250	1960	1720	1530	1360	1220	1100
29 × 25	17700	12300	9020	6910	5460	4420	3650	3070	2615	2255	1960	1730	1530	1360	1220	1105
29 × 27	18300	12700	9320	7140	5645	4570	3780	3180	2710	2330	2030	1785	1580	1410	1270	1140
30 × 26	18400	12700	9370	7170	5670	4590	3790	3190	2720	2340	2040	1790	1590	1420	1270	1150
30 × 28	19000	13200	9690	7420	5870	4750	3925	3300	2810	2420	2110	1855	1640	1470	1320	1190
31 × 28	19300	13400	9850	7535	5960	4825	3990	3350	2855	2460	2140	1885	1670	1490	1340	1210
32 × 29	20000	13900	10200	7805	6170	4995	4130	3470	2960	2550	2220	1950	1730	1540	1380	1250
32 × 30	20200	14100	10300	7910	6250	5060	4180	3520	2995	2580	2245	1980	1750	1560	1400	1270
34 × 32	21500	14900	11000	8410	6640	5380	4450	3740	3180	2745	2390	2100	1860	1660	1490	1345
35 × 31	21600	15000	11000	8455	6680	5410	4470	3760	3200	2760	2400	2110	1870	1670	1500	1350
35 × 32	21900	15200	11200	8560	6760	5470	4525	3805	3240	2790	2430	2140	1890	1690	1520	1370
35 × 33	22200	15400	11300	8690	6865	5560	4595	3860	3290	2840	2470	2170	1920	1720	1540	1390
36 × 34	22900	15900	11700	8940	7060	5720	4730	3970	3385	2920	2540	2235	1980	1765	1585	1430
37 × 35	23600	16400	12000	9210	7275	5890	4870	4090	3485	3005	2610	2300	2040	1820	1630	1475
38 × 35	24000	16600	12200	9340	7380	5975	4940	4150	3540	3050	2660	2330	2070	1840	1655	1490
38 × 36	24200	16800	12300	9460	7470	6050	5000	4205	3580	3090	2680	2360	2090	1870	1680	1515
39 × 35	24200	16800	12400	9460	7475	6055	5000	4205	3580	3090	2690	2365	2095	1870	1680	1520
40 × 36	24900	17300	12700	9720	7680	6220	5140	4320	3680	3170	2760	2430	2150	1920	1720	1560
40 × 37	25200	17500	12800	9840	7770	6300	5200	4370	3725	3210	2800	2460	2178	1940	1740	1570
40 × 38	25500	17700	13000	9960	7870	6370	5265	4430	3770	3250	2825	2490	2200	1970	1765	1595
41 × 38	25800	17900	13200	10100	7970	6460	5335	4480	3820	3290	2870	2520	2230	1990	1790	1610
42 × 39	26500	18400	13500	10300	8170	6620	5470	4590	3915	3375	2940	2585	2290	2040	1830	1650
42 × 40	26800	18600	13700	10500	8280	6700	5540	4660	3965	3420	2970	2620	2320	2070	1860	1680
43 × 40	27100	18800	13800	10600	8380	6790	5610	4710	4015	3460	3020	2650	2350	2090	1880	1700
44 × 40	27500	19100	14000	10700	8490	6880	5690	4780	4070	3510	3060	2690	2380	2120	1910	1720
45 × 42	28500	19800	14500	11100	8800	7120	5890	4950	4220	3635	3160	2780	2465	2200	1970	1780
47 × 45	30000	20900	15300	11700	9280	7510	6210	5220	4445	3830	3330	2930	2600	2320	2080	1880
48 × 45	30500	21200	15500	11900	9420	7620	6300	5300	4510	3890	3380	2980	2640	2350	2110	1910
48 × 46	30700	21300	15700	12000	9490	7680	6350	5340	4545	3920	3410	3000	2660	2370	2130	1920
50 × 47	31700	22000	16100	12400	9780	7910	6540	5500	4680	4040	3510	3090	2730	2440	2190	1980
50 × 48	32100	22300	16400	12500	9905	8020	6630	5570	4750	4090	3560	3130	2775	2475	2220	2010

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ЛАБОРАТОРИЯХ И В ПОЛЕТЕ

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ЛАБОРАТОРИИ СТАТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Статическому испытанию могут подвергаться как отдельные элементы конструкции с простейшими схемами нагружения, так и целые агрегаты вплоть до собранного самолета.

Основным содержанием задач, предъявляемых к разрешению в лабораториях статических испытаний, является:

- а) определение крепости конструкции, т. е. максимальной нагрузки, с одновременным получением характеристик по пределу пропорциональности, остаточным деформациям, работе и т. д.
- б) определение жесткости;
- в) определение картины распределения усилий как по отдельным элементам конструкции, так и в сечениях элементов;
- г) заключение по вопросу о соответствии экспериментальных данных теоретическим расчетам;
- д) оценка рациональности конструкции.

Оборудование специальной лаборатории

Габариты помещения лаборатории определяются возможным числом и характером одновременно действующих установок по статическим испытаниям.

Колонны, прогоны и подъемные краны

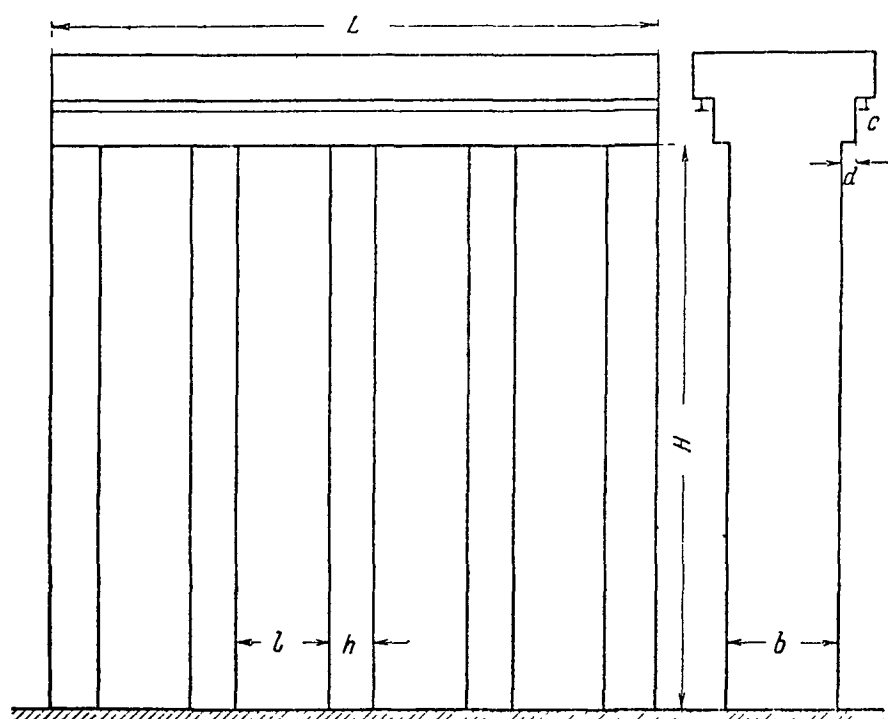
Для крепления конструкций при испытаниях лаборатория должна иметь специальное оборудование в виде арок, колонн и прогонов.

Колонны и арки обычно выполняются железобетонными. Нормальный тип арки дан на фиг. 667.

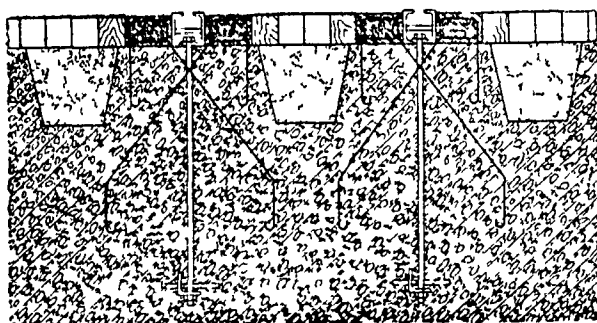
Каждая колонна арки рассчитывается на максимальную нагрузку от отдельных элементов целого агрегата (например, на опорные реакции одного из лонжеронов крыла). Вся арка должна обеспечивать восприятие полного изгибающего и скручивающего момента и перерезывающей силы от испытываемой конструкции при разрушающей нагрузке последней; упругие деформации самой арки должны быть при этом достаточно малы, чтобы не влиять на распределение усилий в испытываемой конструкции. Размеры H и L определяются габаритами детали и применяемым методом нагружения, h и b — расчетом на крепость и жесткость, l — удобством монтажных работ (нормально, в пределах 800~1 000 мм); выступ c предназначается для крепления на нем тали (или кошки) при монтаже конструкции и выступ d — для восприятия (с помощью распора) перерезывающей силы, в случае направления ее снизу вверх (сила, действующая вниз, воспринимается фундаментом).

Число колонн в арке нормально колеблется от 3 до 5; число арок в лаборатории определяется производственной программой и габаритами одновременно действующих установок.

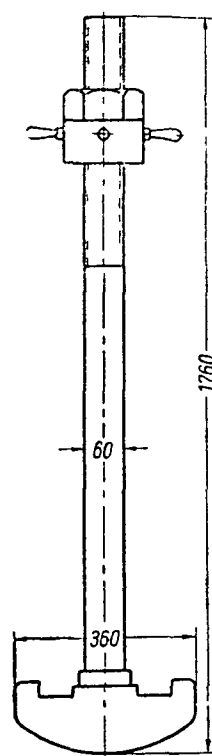
Весь пол лаборатории армируется специальными прогонами (фиг 668), предназначенными, в основном, для восприятия вертикальных усилий, возникающих в конструкции при испытаниях на полу, а также для крепления силовозбудителей и приспособлений



Фиг 667



Фиг. 668



Фиг 669

Прогоны располагаются вдоль лаборатории на расстоянии 1 м друг от друга. Каждый прогон рассчитывается на приложенную к нему в любой точке отрывающую силу в 5 ~ 10 т или нескольких таких сил на расстоянии 1 м друг от друга.

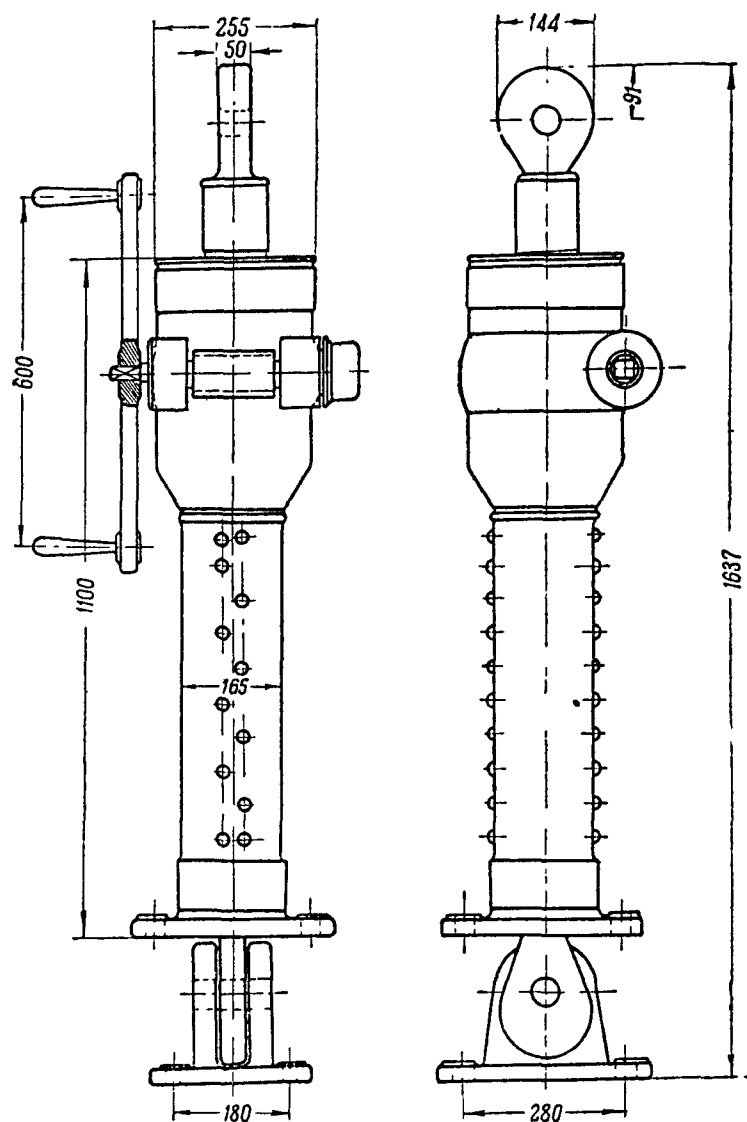
Лаборатория имеет мостовые электрические краны, служащие как для перемещения деталей и подъема их при монтаже конструкции, так и для крепления на них силовозбудителей при испытаниях. Число кранов определяется программой лаборатории. Кран оборудуется тельферами. Скорость передвижения моста — порядка 15 м/мин, тельфера — 15 м/мин и скорость подъема — 6 м/мин. Для удобства крепления к крану монтажных балок (обычно из швеллерного железа) употребляются специальные якоря. Один из возможных вариантов якоря дан на фиг 669.

Оборудование

Основными элементами оборудования лаборатории являются домкраты, употребляемые как силовозбудители и как подъемные и предохранительные средства при испытаниях конструкций.

В качестве силовозбудителя домкрат должен удовлетворять следующим основным требованиям:

- 1) плавность нагружения при скорости подъема за один оборот ручки от 1 до 2 мм;
- 2) грузоподъемность до 25 т;
- 3) ход не меньше 750 мм;
- 4) обслуживание ручное, одним человеком, с возможностью перехода на механический привод;
- 5) возможность работы на сжатие и растяжение;
- 6) удобство крепления к прогонам пола в вертикальном и горизонтальном положениях;
- 7) вес не свыше 100 кг;
- 8) удобство передачи с домкрата на испытываемую конструкцию сжимающих и растягивающих усилий.

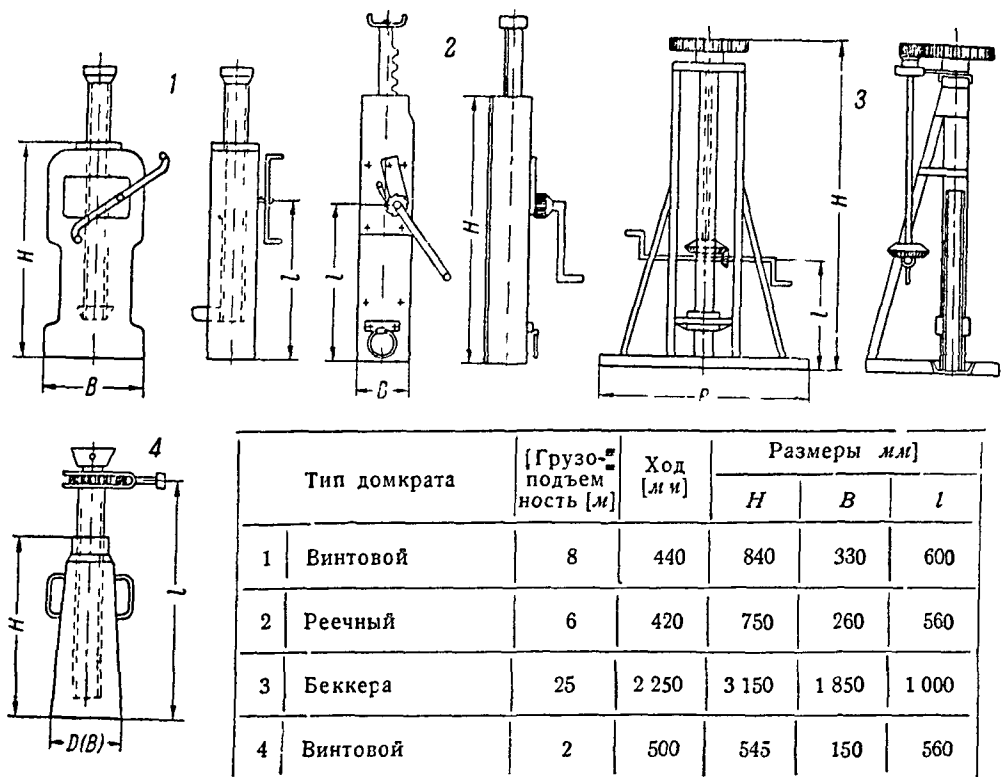


Фиг. 670

Главнейшим из вышеуказанных требований удовлетворяет домкрат, на 25 т, изображенный на фиг. 670.

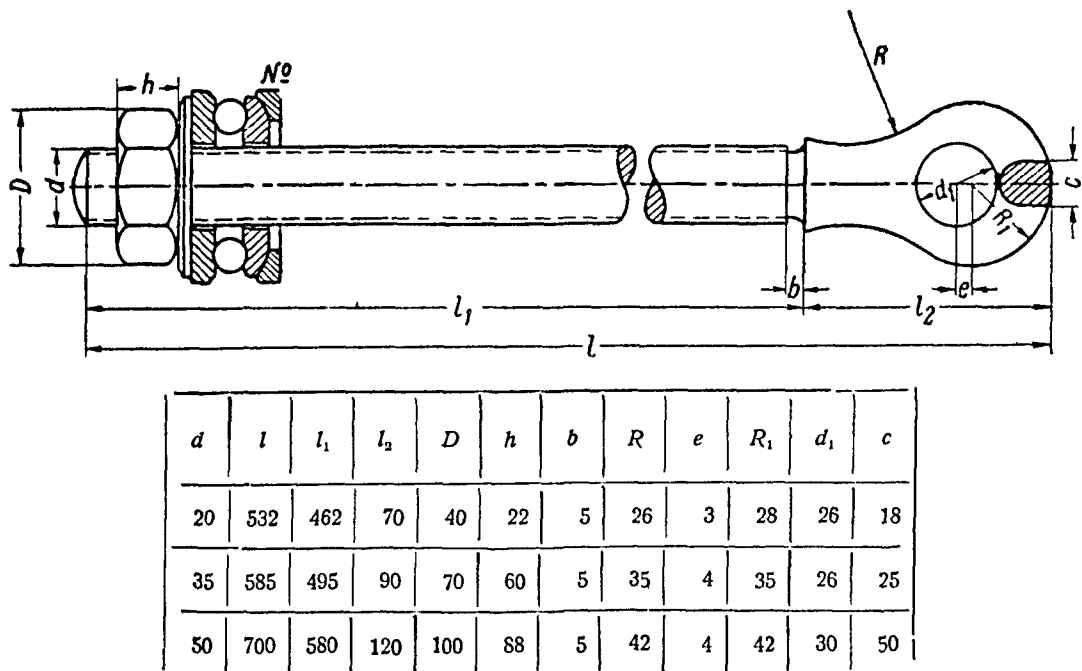
Существующие домкраты заводского изготовления в весьма незначительной степени удовлетворяют некоторым из указанных требований и могут употребляться лишь временно, в силу необходимости.

Основные типы домкратов заводского изготовления и их характеристики даны на фиг 671



Фиг 671

В простейших случаях нагрузка конструкции осуществляется при помощи грузового винта (фиг 672)

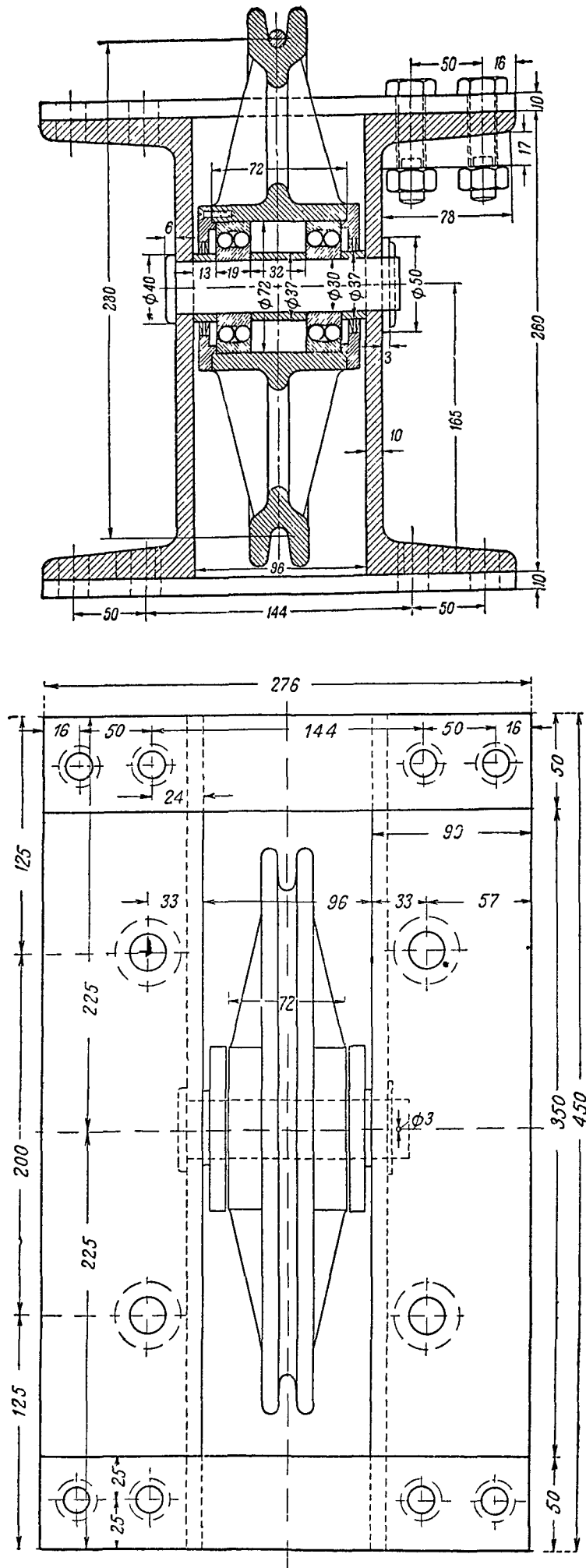


Фиг 672

В ряде случаев при передаче усилий с домкрата на конструкцию употребляется передаточное звено в виде блока, один из типов которого дан на фиг 673. Блок устанавливается на пакетах, которые крепятся к прогонам пола. Усилие передается через трос.

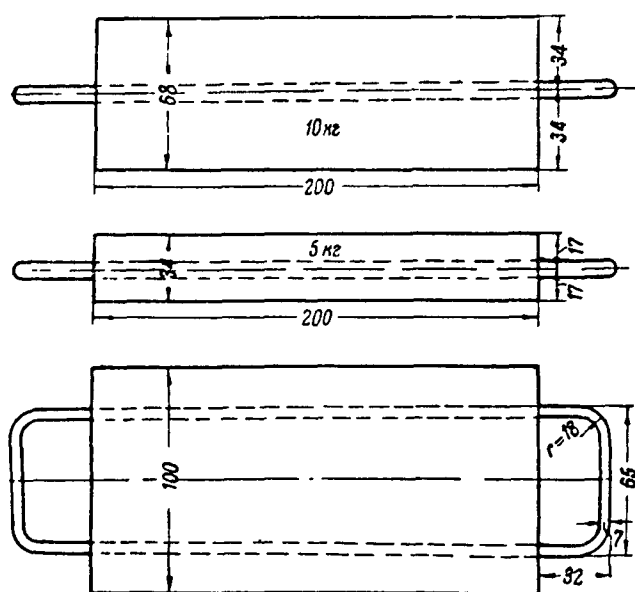
В качестве груза употребляются металлические чушки (фиг 674), мешки с дробью (фиг 675), гравием, металлическими отходами и пр., тротарированные по весу с точностью до 1 %.

Для соединения концов троса употребляются зажимы типа, показанного на фиг 676.



Фиг. 673

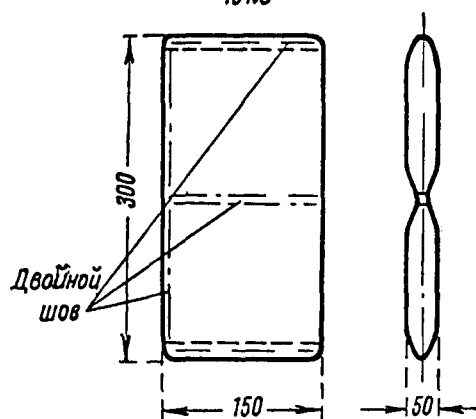
Испытание колес на разворачивание обода и пневматиков на взрыв производится при помощи гидравлических насосов с напором до 30 ат и малой подачи. Подача воды и регулировка давления в пневматике производятся через специальный прибор (фиг. 677).



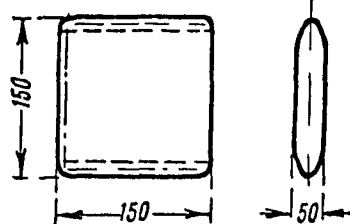
Фиг. 674

Мешки для дроби

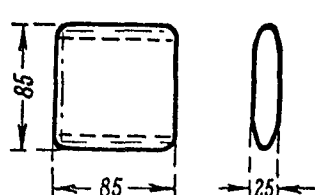
10 кг



5 кг

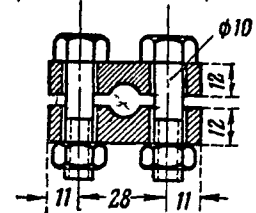
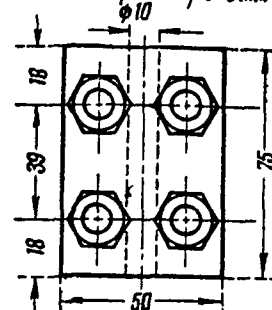


1 кг

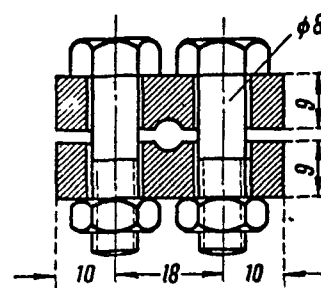
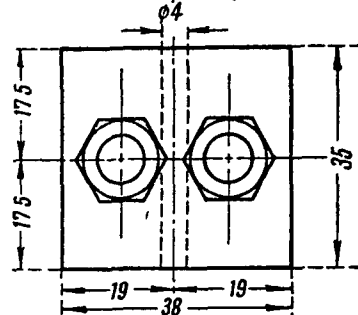


Фиг. 675

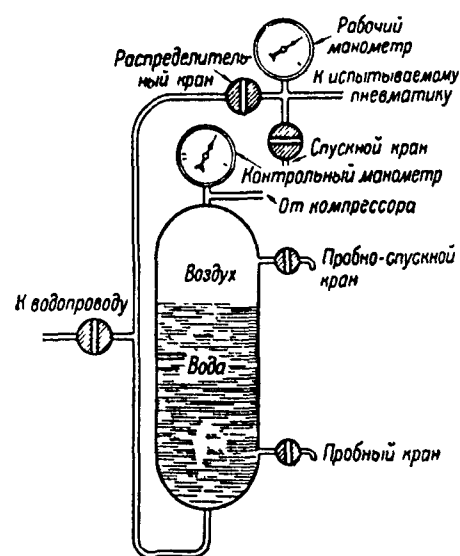
Зажим для троса $\phi 6-8$ мм



Зажим для троса $\phi 3-4$ мм

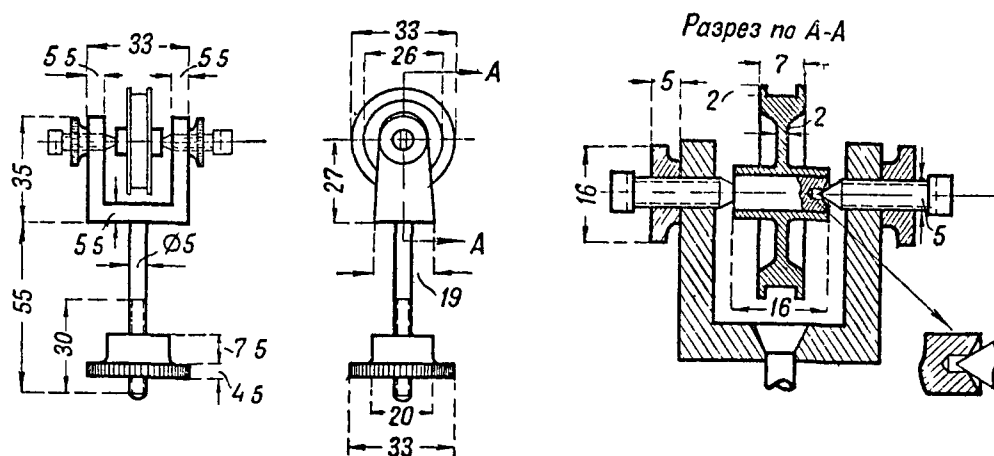


Фиг. 676



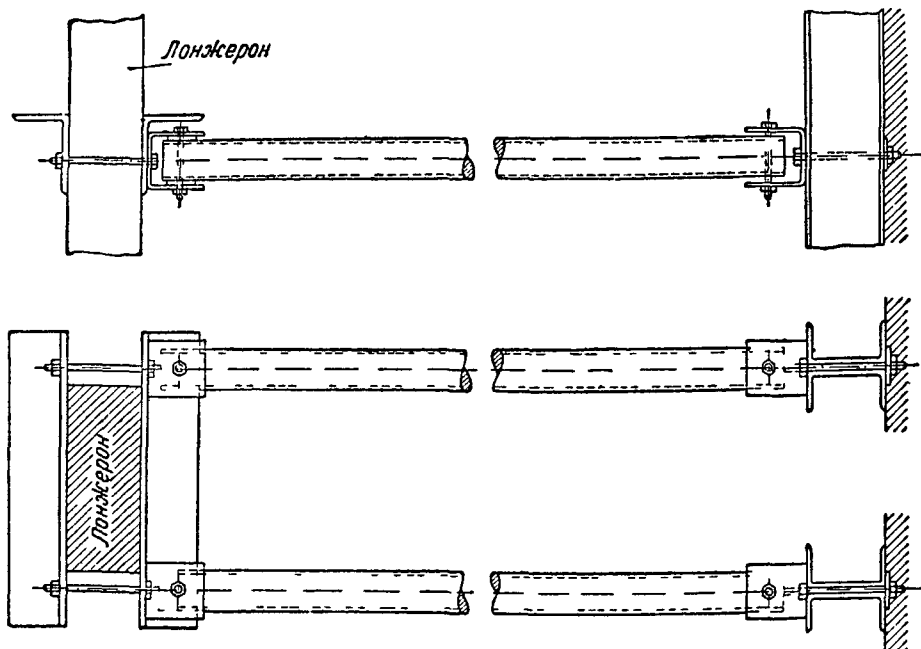
Фиг. 677

При замерах деформаций конструкции с помощью циферблатных измерителей, соединяемых с конструкцией гибкими связями (струны), употребляется направляющий ролик, один из типов которых дан на фиг 678



Фиг 678

При испытаниях целого ряда конструкций необходимо применять специальные приспособления для предохранения конструкции от потери устойчивости в заданной плоскости (например, в плоскости крыла при испытании изолированного лонжерона), причем конструкция приспособле-

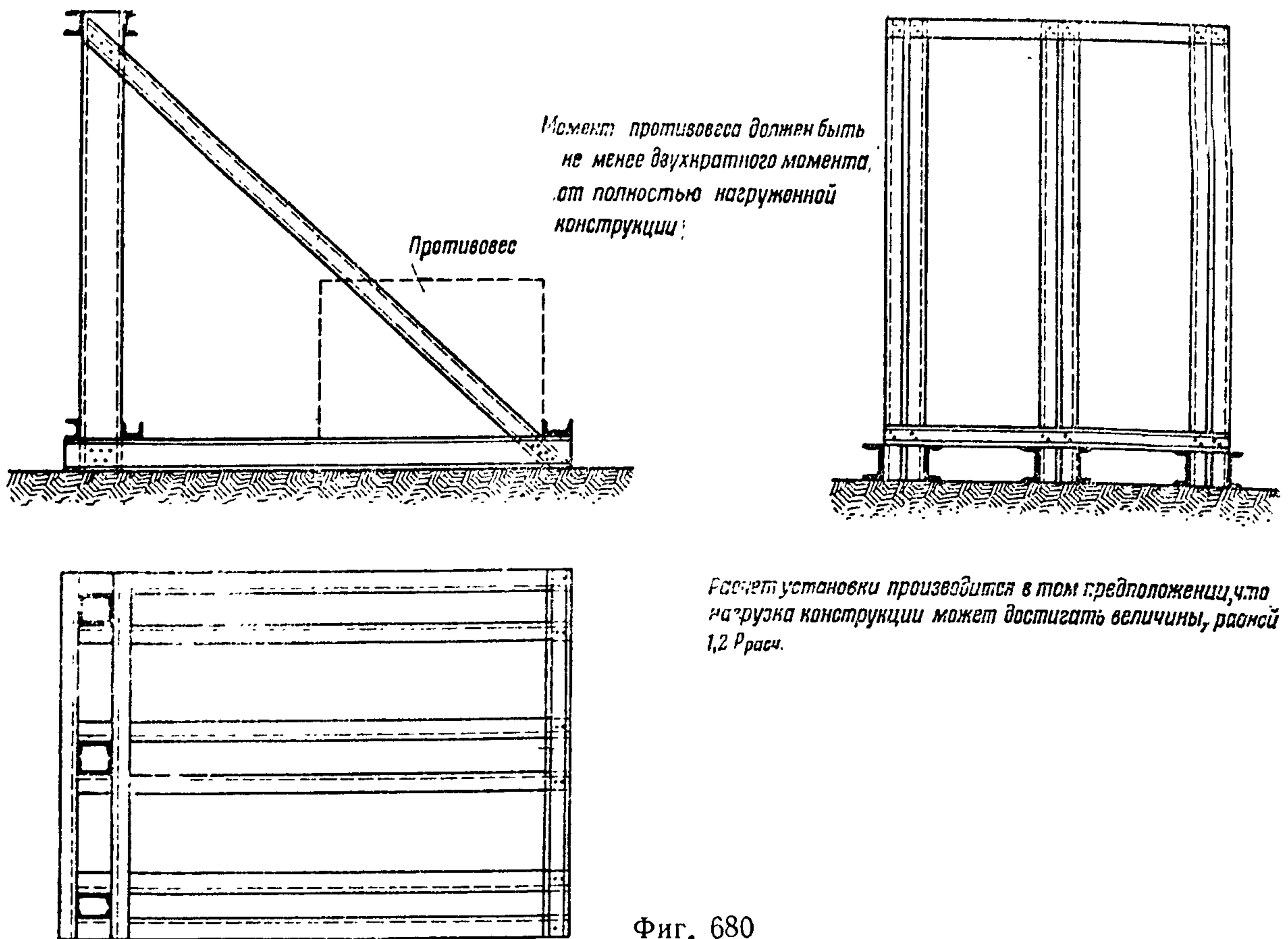


Фиг 679

ний должна быть такою, чтобы она не влияла на изгиб испытываемой детали. На фиг 679 показана одна из таких систем рычажных направляющих. Длину направляющих рекомендуется брать равной 25% от длины конструкции, но не меньше 2 м

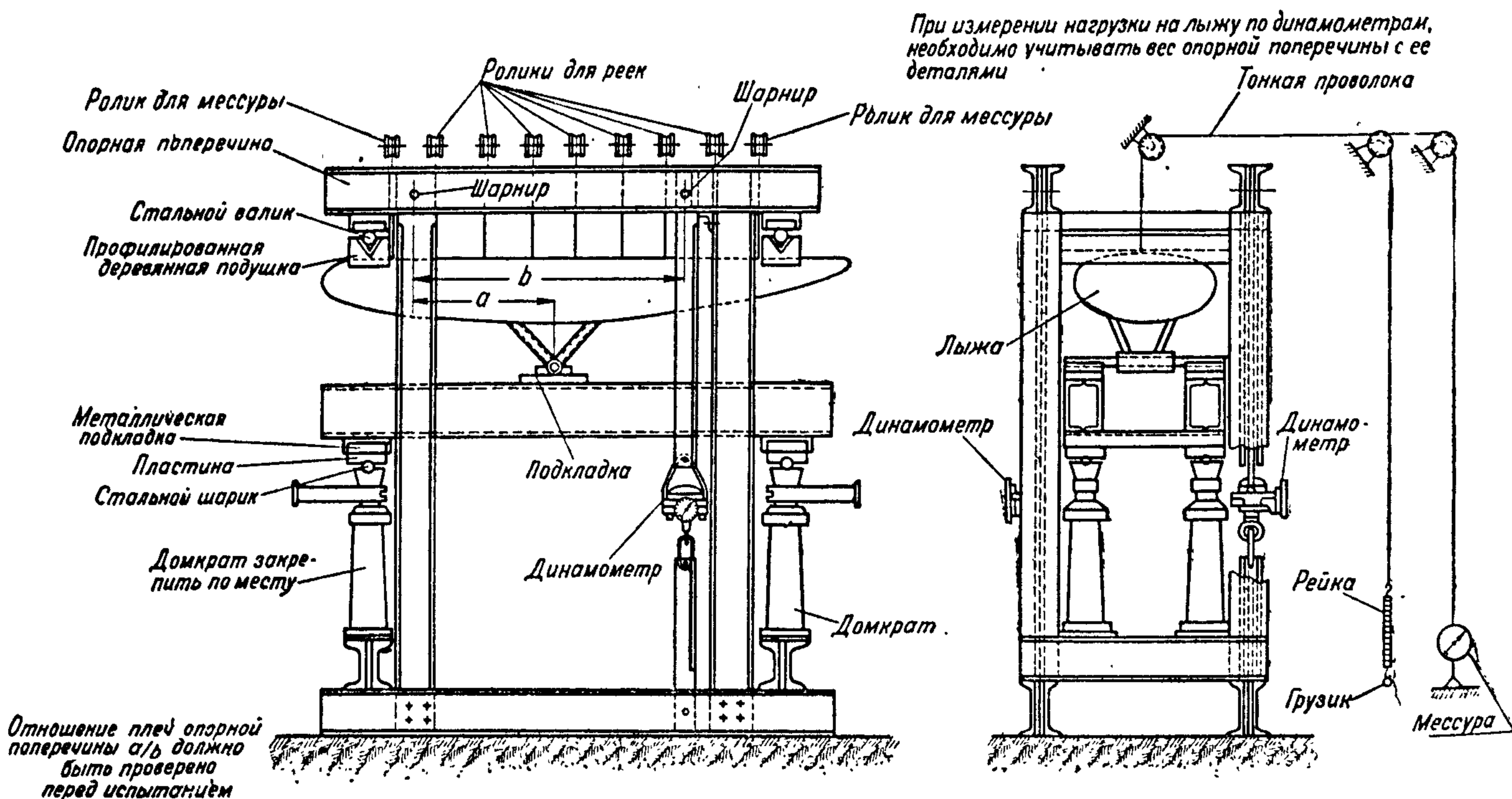
Временные сооружения

Основное капитальное оборудование лаборатории — железобетонная арка — может быть заменена железной (фиг 680) или деревянной установкой. Требования крепости и жесткости в основном остаются те же, что и для железобетонной колонны.



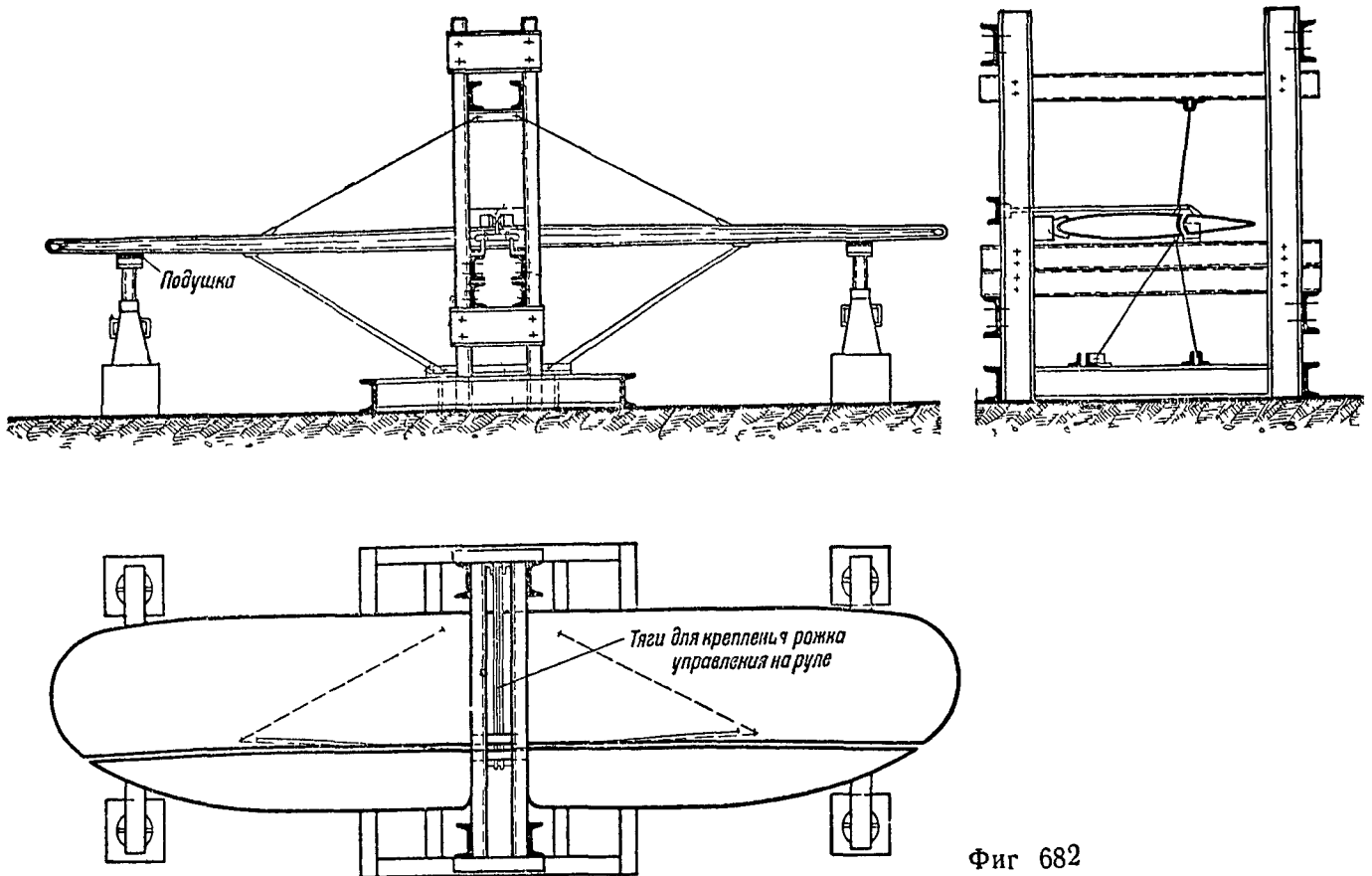
Фиг. 680

На фиг. 681 дана схема замкнутой системы; такие системы не требуют специально оборудованных помещений, и применение их ограничивается только внешними размерами и весом самой системы (по сравнению с размерами помещения и предельной нагрузкой на пол).



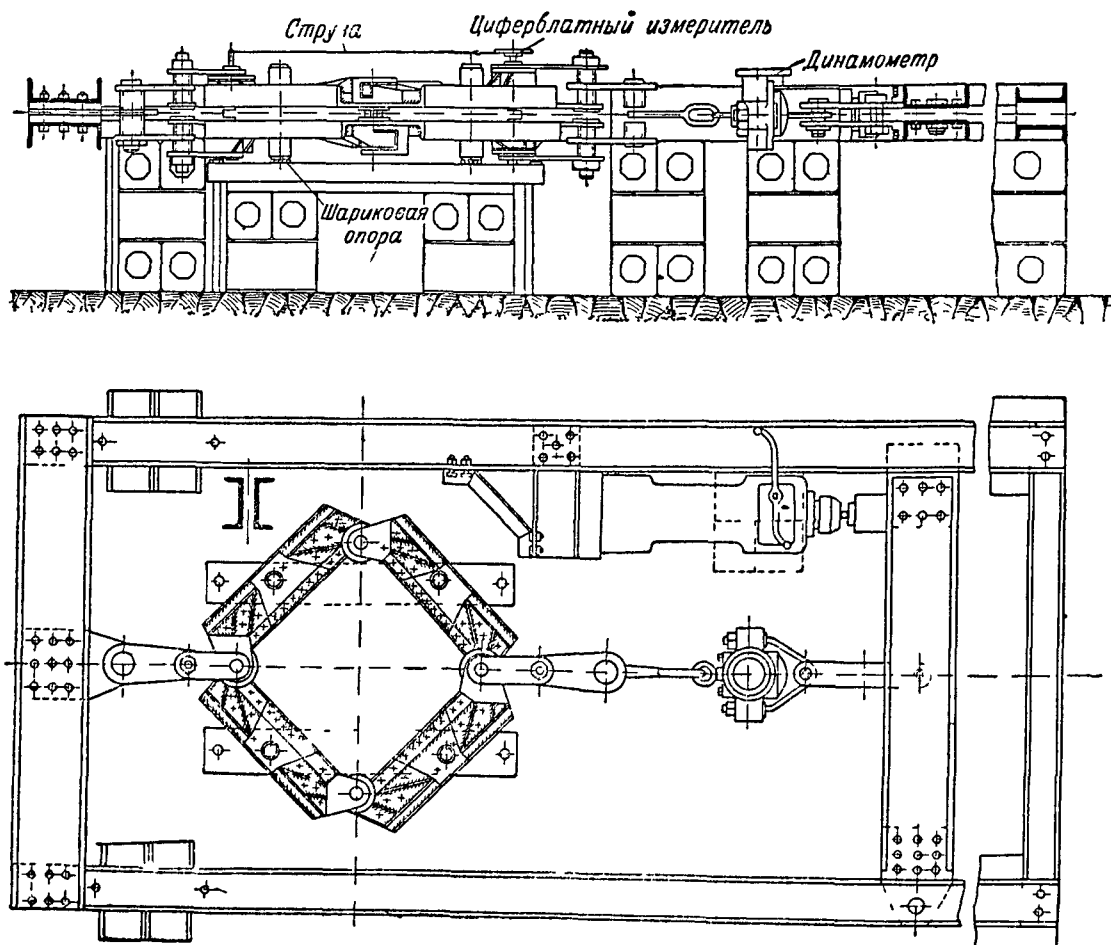
Фиг. 681

Для испытания хвостового оперения практически приходится прибегать к сооружению специального станка, обычно, из швеллерного железа. Типовая схема станка для расчалочного горизонтального оперения дана на фиг. 682.



Фиг 682

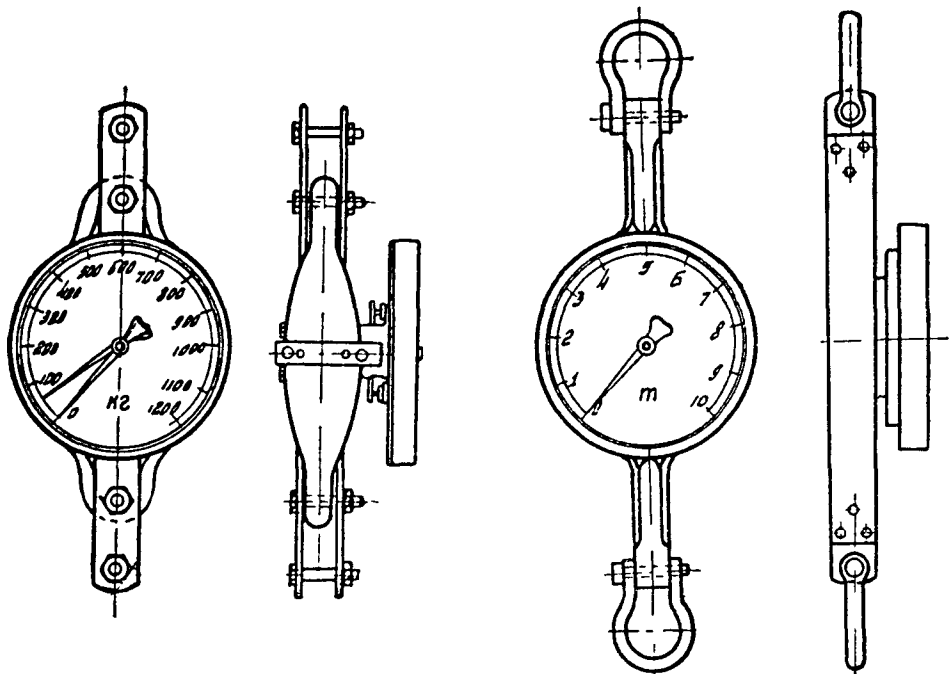
Другим примером временного сооружения служит установка для испытания листов и панелей обшивки на перекашивание с помощью специальной шарнирной рамы (фиг 683)



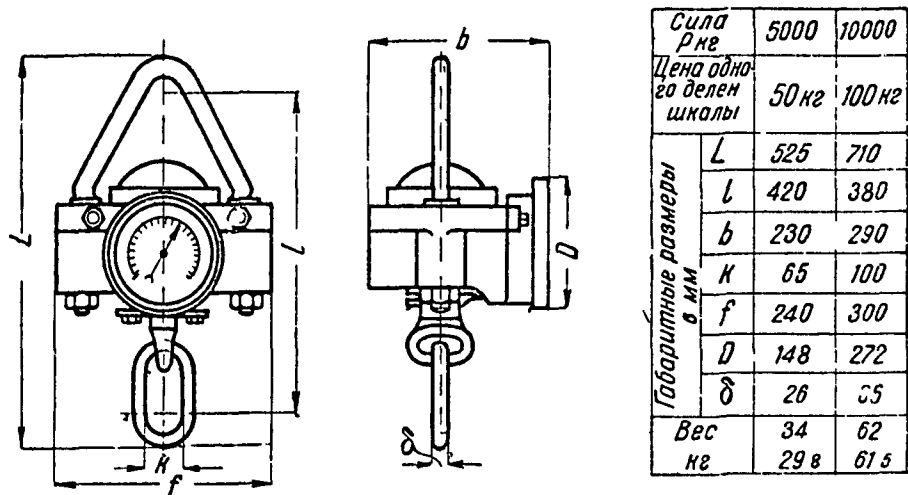
Фиг 683

Приборы

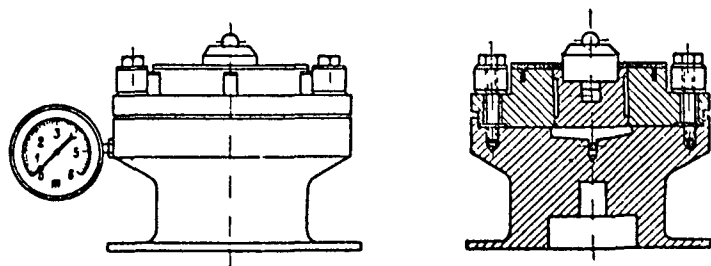
Для замеров усилий, передаваемых при испытании на конструкцию, служат преимущественно динамометры. По конструкции и назначению динамометры подразделяются на пружинные и гидравлические, для работы на растяжение и сжатие (мессдозы). На фиг 684—686 даны эскизы наибо-



Фиг 684



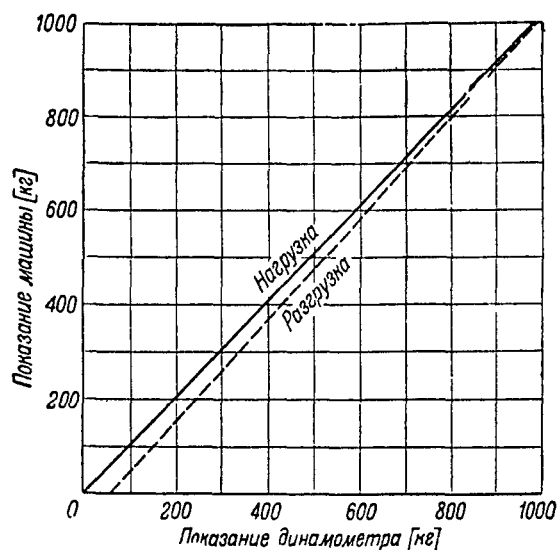
Фиг 685



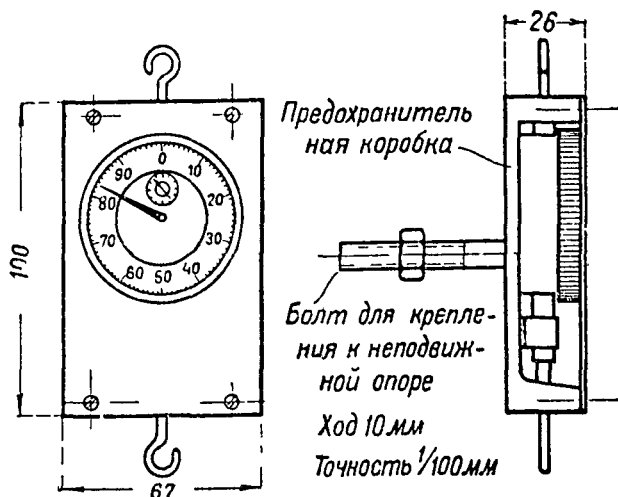
Фиг 686

лее употребительных динамометров. Нормальный набор динамометров — от 25 до 20 000 кг. Динамометры периодически тарируются, при составлении загрузочных таблиц для испытания необходимо пользоваться тарировочными диаграммами.

Тарировка производится на прямой (нагрузка) и обратный (разгрузка) ход. Характер тарировочной диаграммы дан на фиг 687. Для замеров малых перемещений употребляются циферблатные измерители (мессуры) с ходом в 10, 50 и 100 мм и точностью отсчета в 0,01,

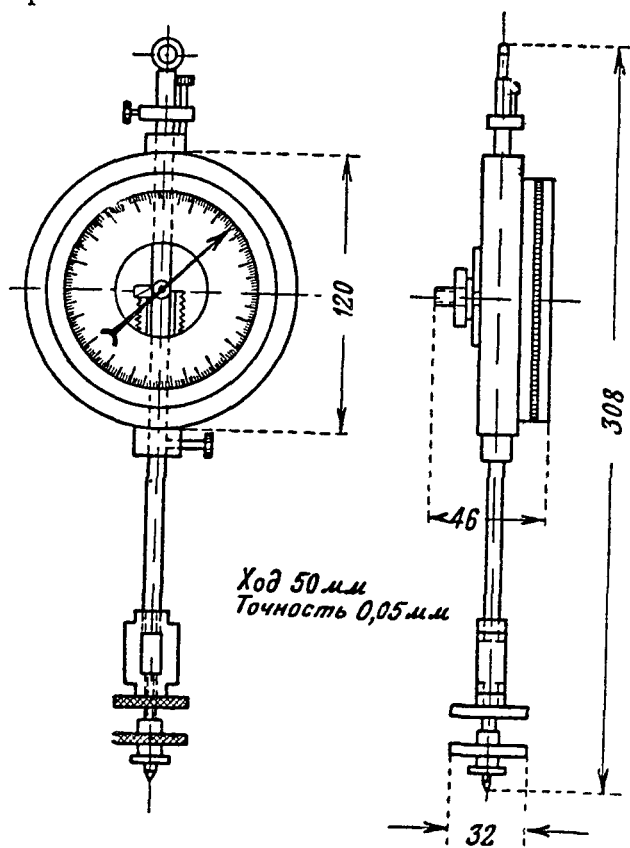


Фиг 687



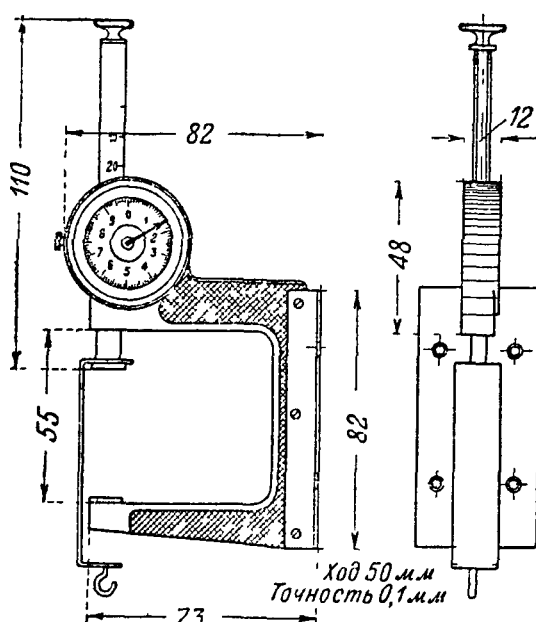
Фиг 688

0,05 и 0,1 мм. Наиболее распространенные типы измерителей даны на фиг 688—690



Фиг 689

Замер прогибов конструкции обычно производится нивелировкой по специальным круглым рейкам, подвешиваемым к отдельным



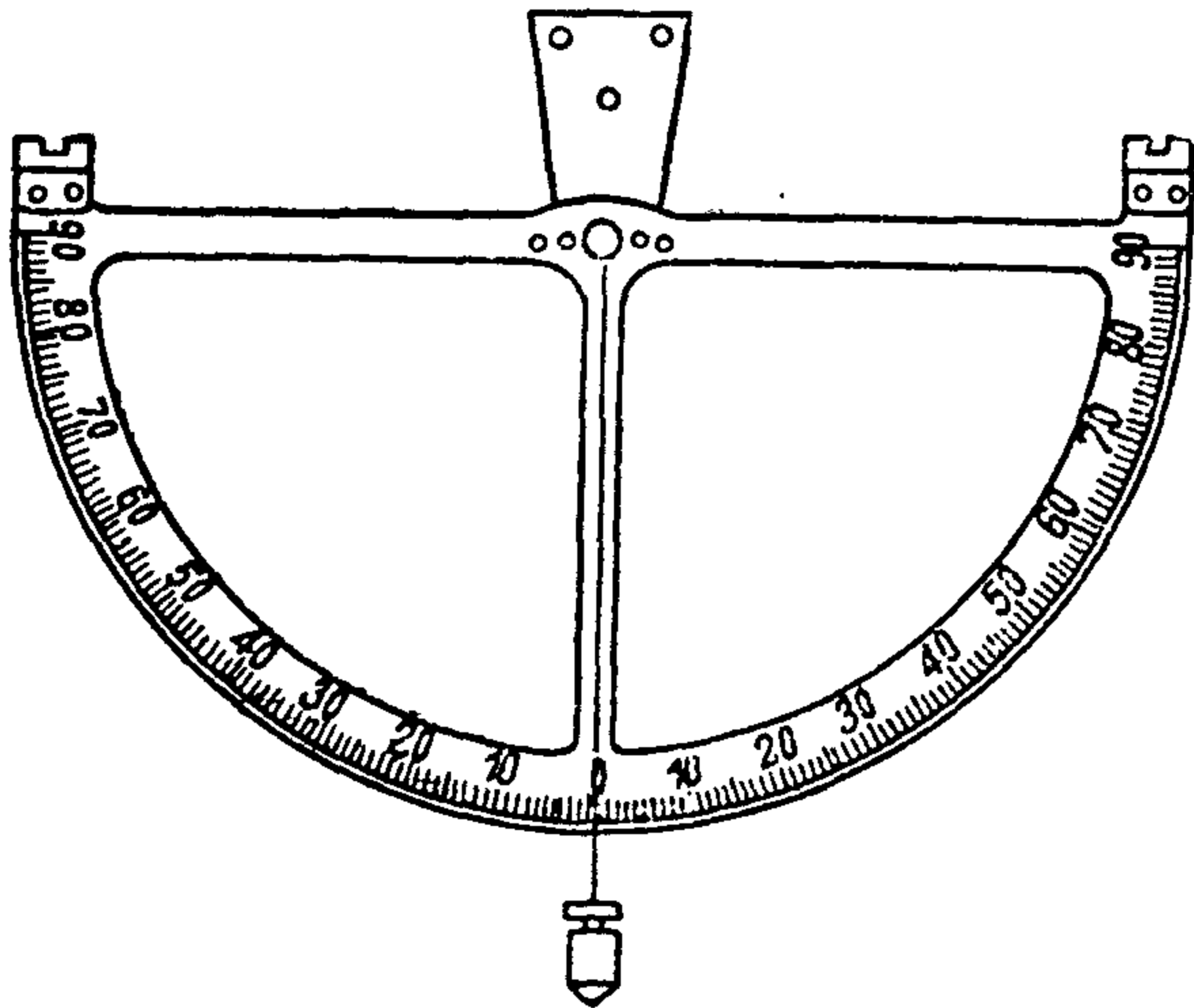
Фиг 690

точкам конструкции, рейки оклеиваются бумагой, имеющей миллиметровую шкалу.

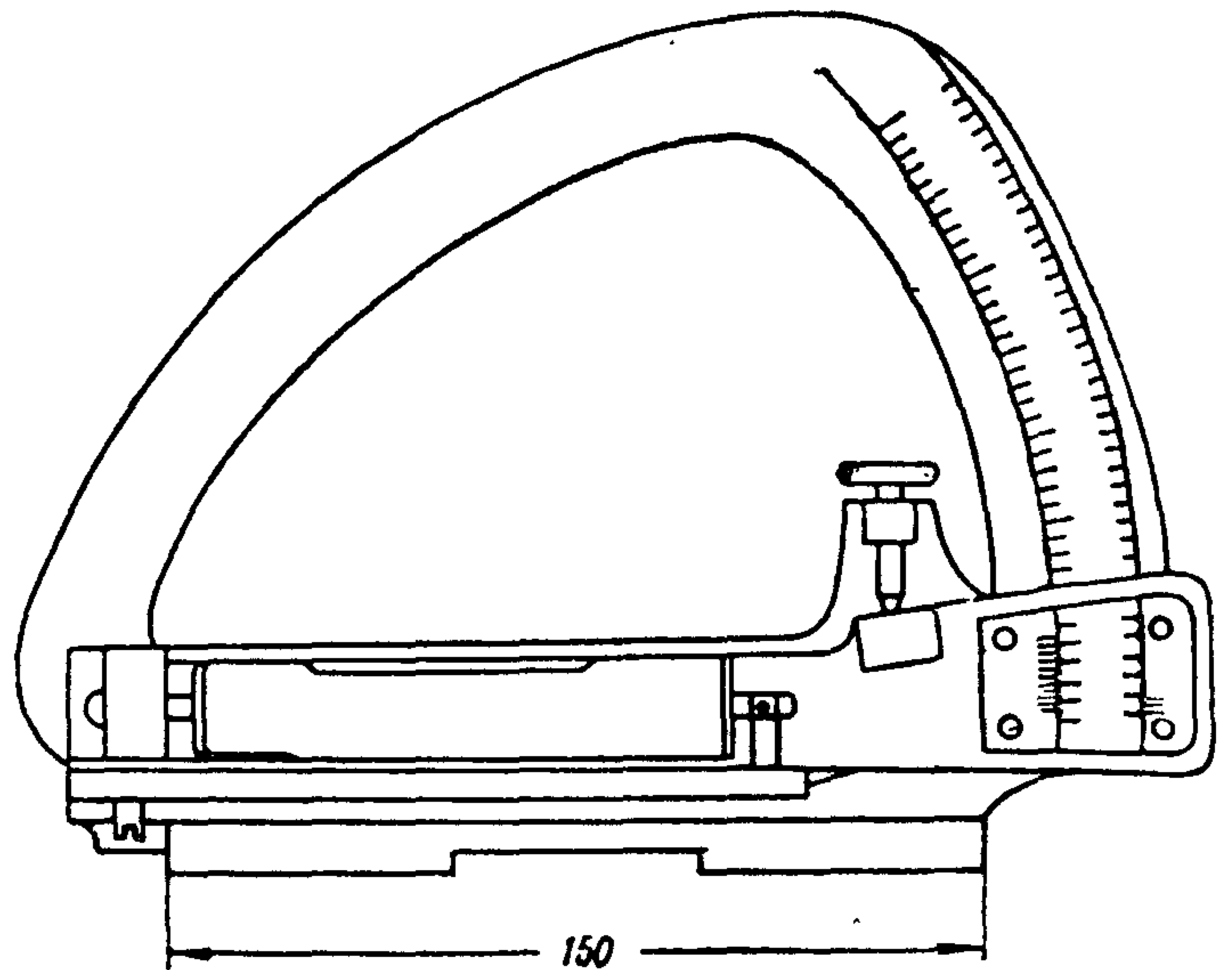
Для контроля за положением нивелира на неподвижном основании устанавливается контрольная рейка

Непосредственный замер углов поворота производится с помощью угломеров (фиг. 691 и 692).

Замер деформаций для определения напряжений в элементах конструкции производится с помощью тензометров. Закрепление тензометров на конструкции производится при помощи специальных струбцинок и

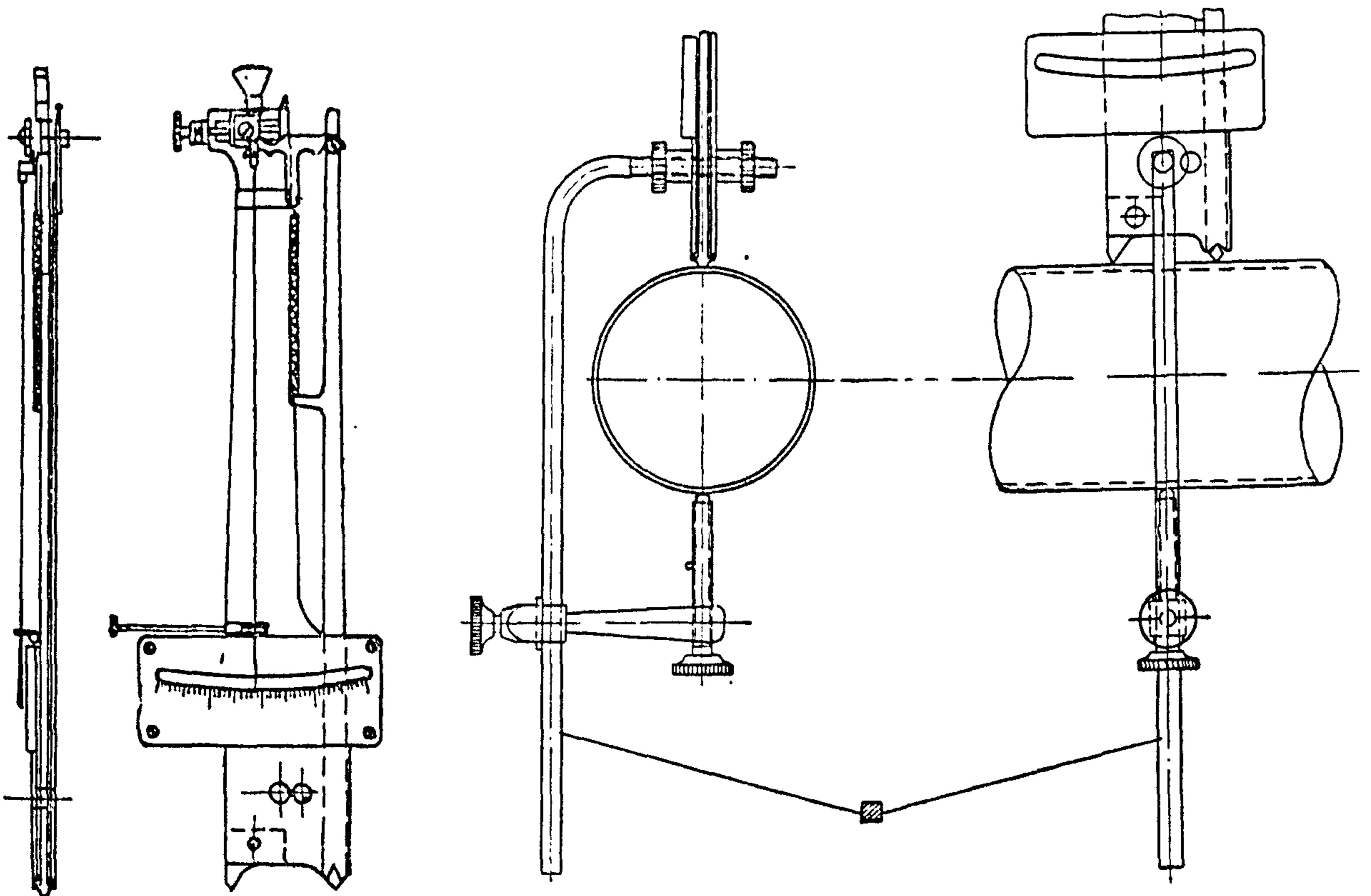


Фиг. 691



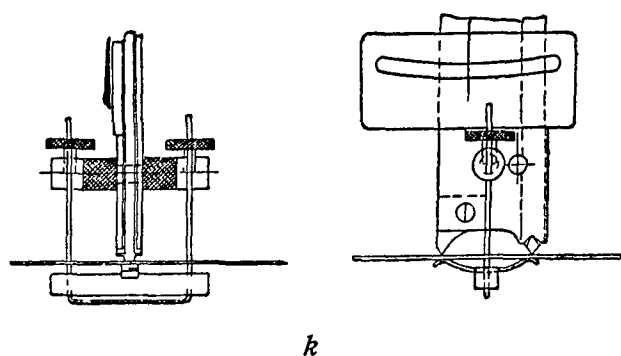
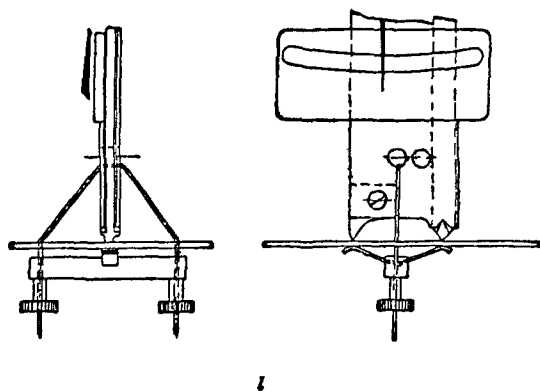
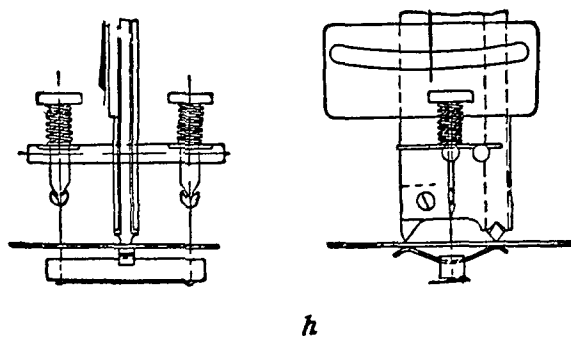
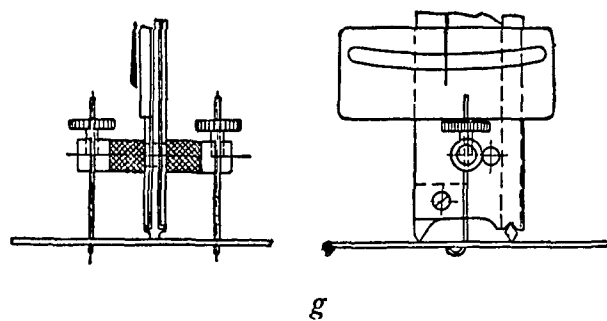
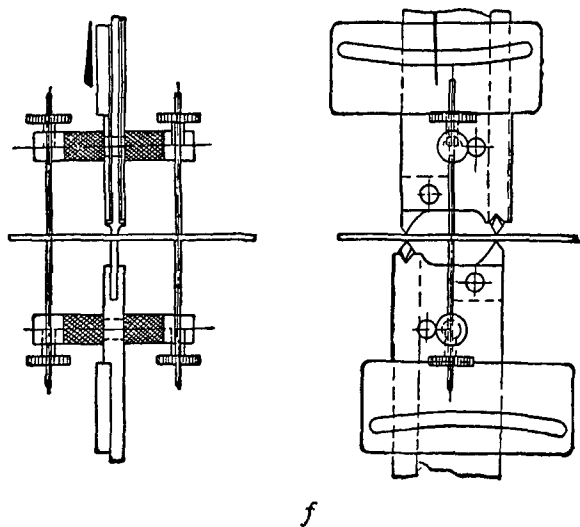
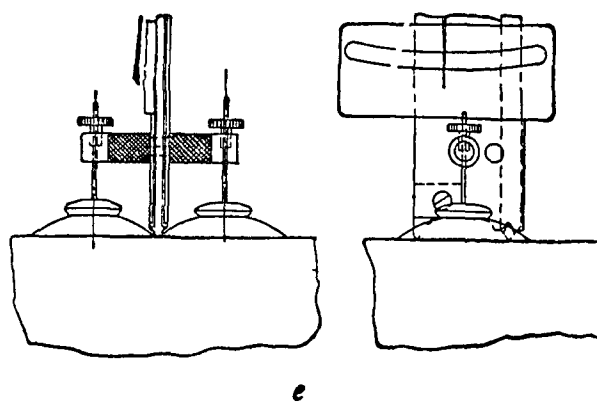
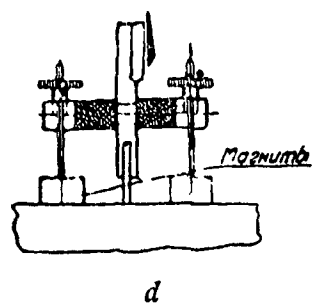
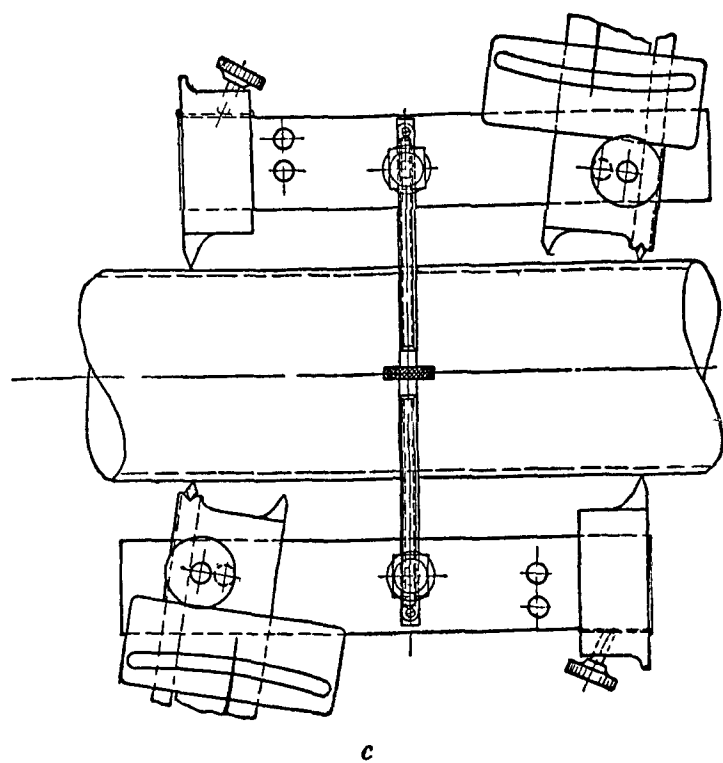
Фиг. 692

приспособлений. Эскиз тензометра и примеры закрепления его на элементах конструкции даны на фиг. 693.



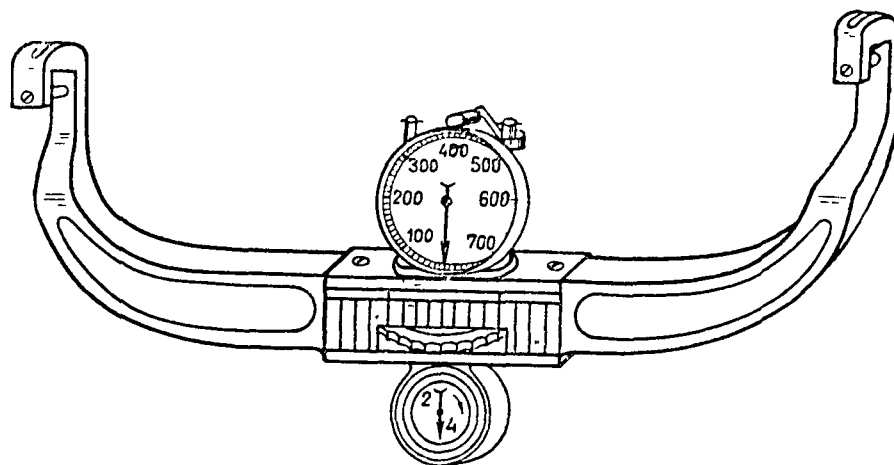
Фиг. 693

(*a*—тензометр, *b*—схема установки тензометра с помощью струбцинки на трубе, *c*—схема установки тензометров на трубе на удлиненной базе с помощью двойной струбцинки, *d*—схема установки тензометра на стальной детали с помощью магнитов, *e*—схема установки тензометра на присосках, *f*—схема установки тензометров на листе, *g*—схема установки тензометра на листе с помощью крючков, *h*—схема установки тензометра на листе с помощью пружинящей струбцинки, *i*, *k*—схемы установки тензометров на листах с помощью опорных струбцинок)



Фиг 693

Замер натяжения в лентах, расчалках, а также регулировка при сборке (например, расчалочного оперения, бипланной коробки крыльев)



Фиг. 694

может производиться с помощью специального тензометра (с тарированными пружинами). Эскиз такого тензометра дан на фиг. 694.

Методика испытаний

Условия правильного испытания

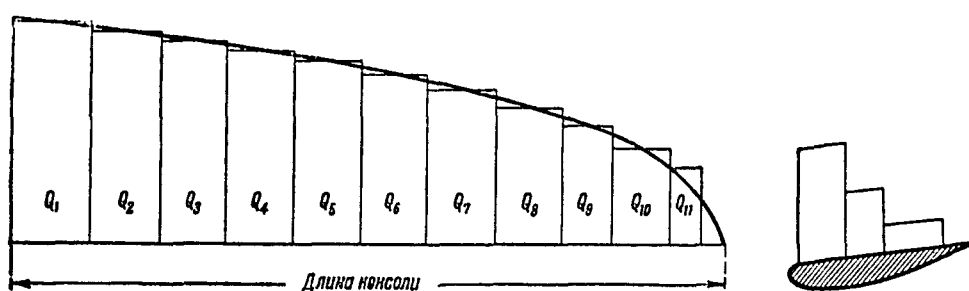
Каждому статическому испытанию должен предшествовать тщательный выбор и анализ силовой схемы в соответствии с действительными условиями работы детали на самолете или с заданными условиями нагружения.

С этой точки зрения надежность эксперимента обуславливается в основном правильным выбором:

- 1) количества и упругости опор, на которых конструкция должна быть закреплена;
- 2) точек приложений нагрузок и направлений создаваемых усилий с учетом деформаций конструкции;
- 3) последовательности приложения нагрузок в различных узлах и плоскостях;
- 4) характера нагружения (нагрузки сосредоточенные, распределенные, комбинированные);
- 5) искусственных связей, заменяющих действительные.

Нагружение

В целом ряде случаев приходится прибегать к так называемым производным схемам нагружения, из которых главнейшей является замена нагрузки, распределенной по любому закону, нагрузками ступенчатыми (фиг. 695) и сосредоточенными. Замена распределенной нагрузки ступен-



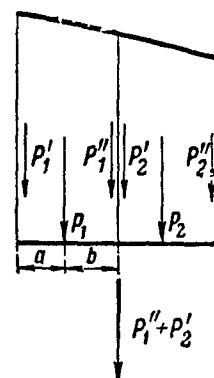
Фиг. 695

чатой производится путем разбивки эпюры на ряд отсеков с таким расчетом, чтобы были сохранены как величина нагрузки на данный отсек, так и положение центра давления. При выборе числа отсеков следует исходить из принятых пределов допускаемых погрешностей и удобств нагружения конструкции балластными грузами. Для существующих типов конструкций крыльев достаточно ограничиться 10—12 отсеками по размаху и тремя по хорде, за исключением специальных участков, где, например, анализируется работа обшивки с подкреплениями и где точность должна быть сильно повышена.

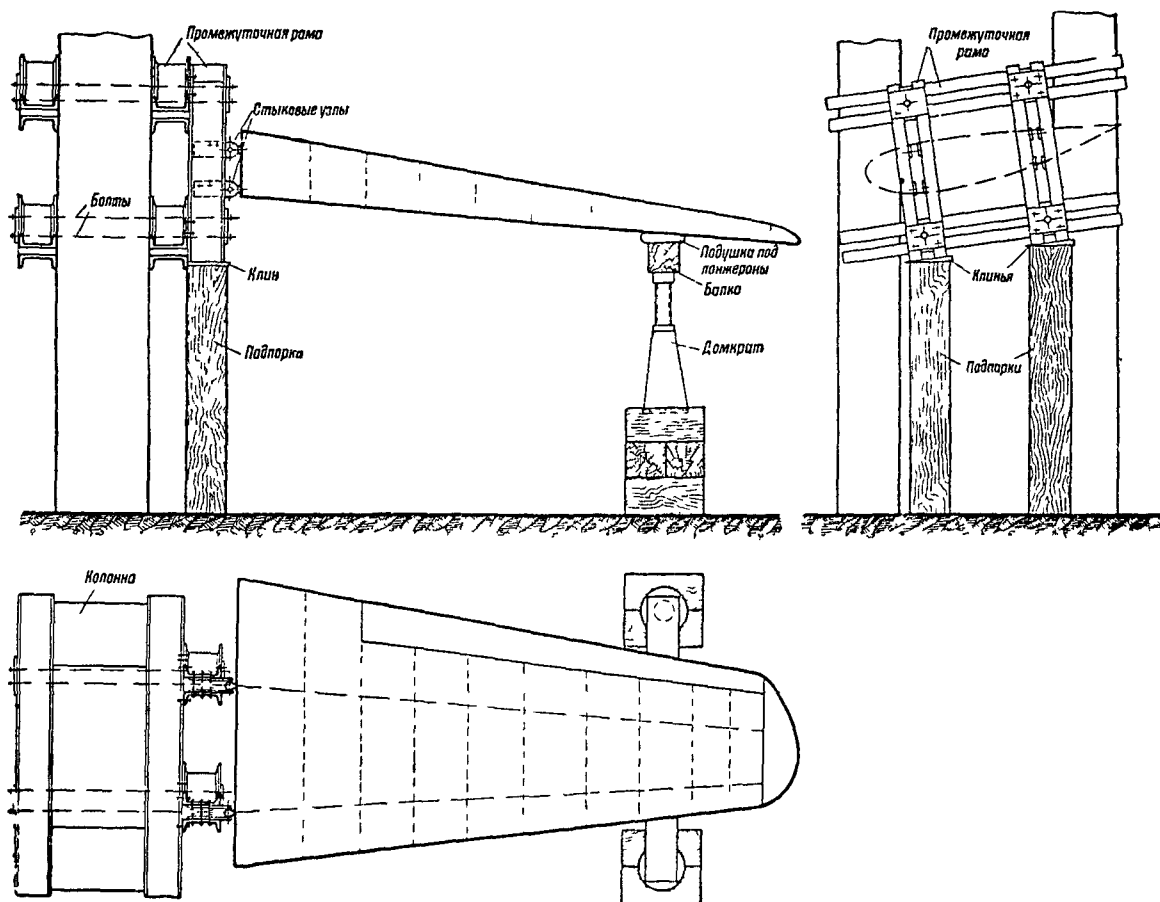
Для перехода к сосредоточенным нагрузкам заданная эпюра разбивается на ряд отсеков. Для упрощения подсчетов криволинейная эпюра спрямляется по отсекам при условии сохранения величины и положения равнодействующей, которая и заменяется двумя составляющими силами, приложенными по границам отсека. Схема перехода от распределенной нагрузки к сосредоточенной дана на фиг. 696.

Нагружение конструкции при статических испытаниях производится по системе балластного, механического (домкратами), гидравлического или комбинированного нагружения.

При балластной системе нагружения каждый отсек предварительно подпертой домкратами конструкции нагружается заранее определенным количеством грузов, в виде мешков с дробью, металлических чушек и пр., после чего производится плавная отдача домкратов до полного их освобождения. После замера деформации конструкция подпирается домкратами, и производится укладка второй партии грузов. При каждом нагружении величина нагрузки не должна превышать 0,1 расчетной, а при суммарной величине, близкой к величине теоретической разрушающей нагрузки, — 0,05 расчетной. Схема установки при нагружении балластными грузами дана на фиг. 697.

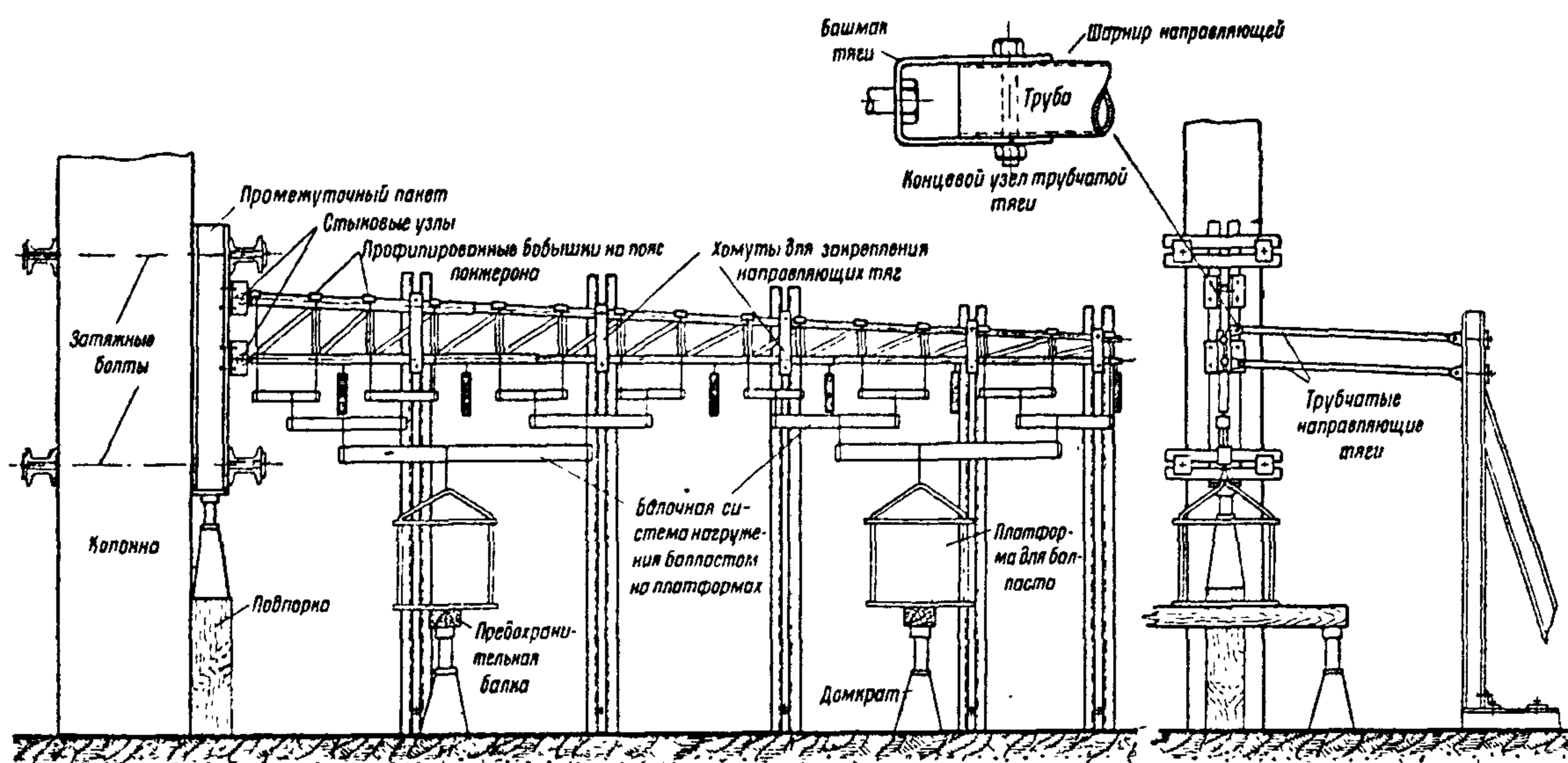


Фиг. 696



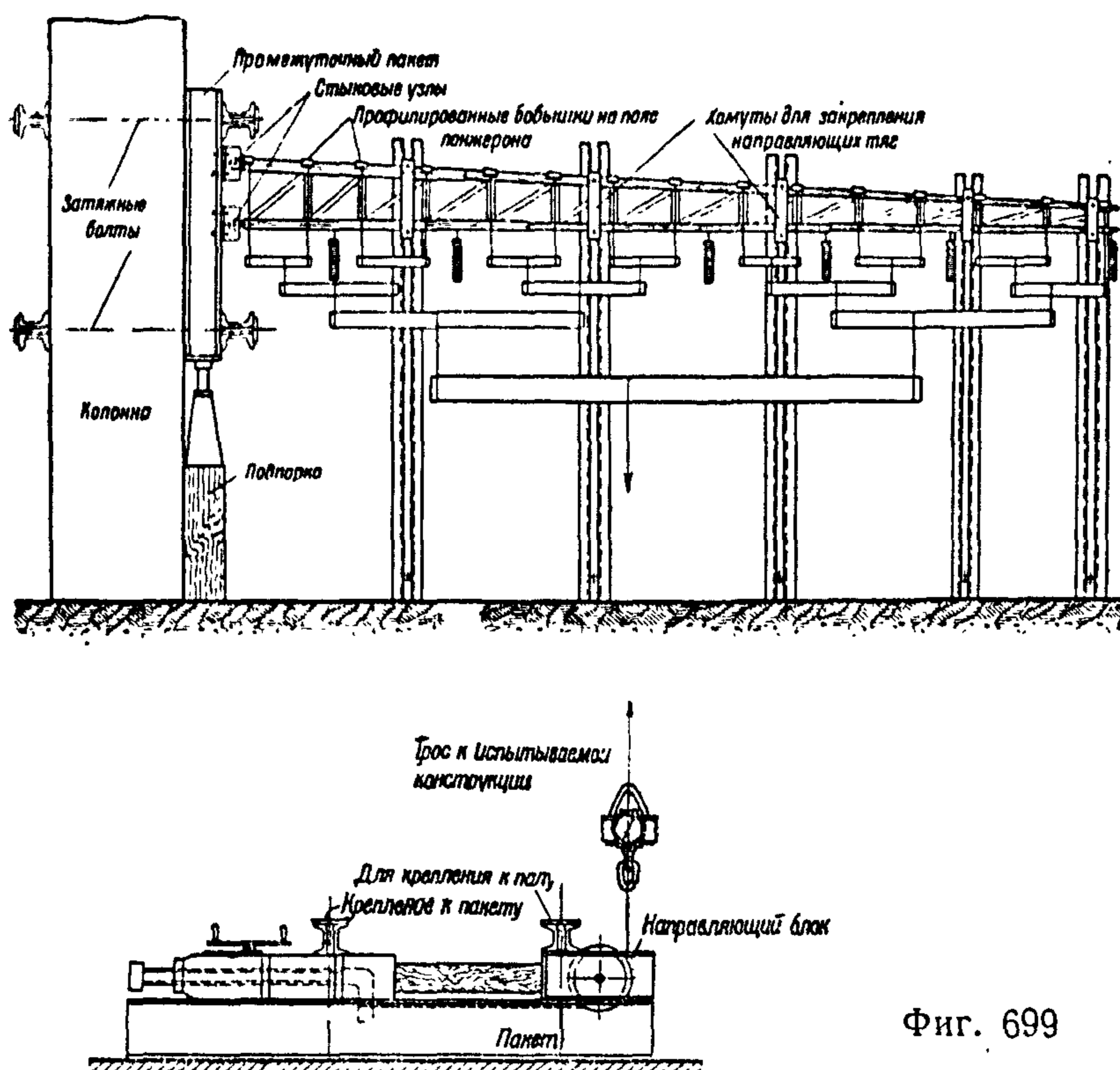
Фиг. 697

Нагружение может быть произведено путем нагрузки платформ, связанных с конструкцией рычажными системами; подвески этих систем обычно тросовые или пластинчатые; число рычажных систем должно быть наименьшим. Схема рычажной системы при употреблении балласта дана на фиг. 698.



Фиг. 698

Основной системой механического нагружения является механизм, позволяющий плавно изменять нагрузку. В настоящее время нагружение с помощью домкратов является одним из наиболее удобных и распространен-

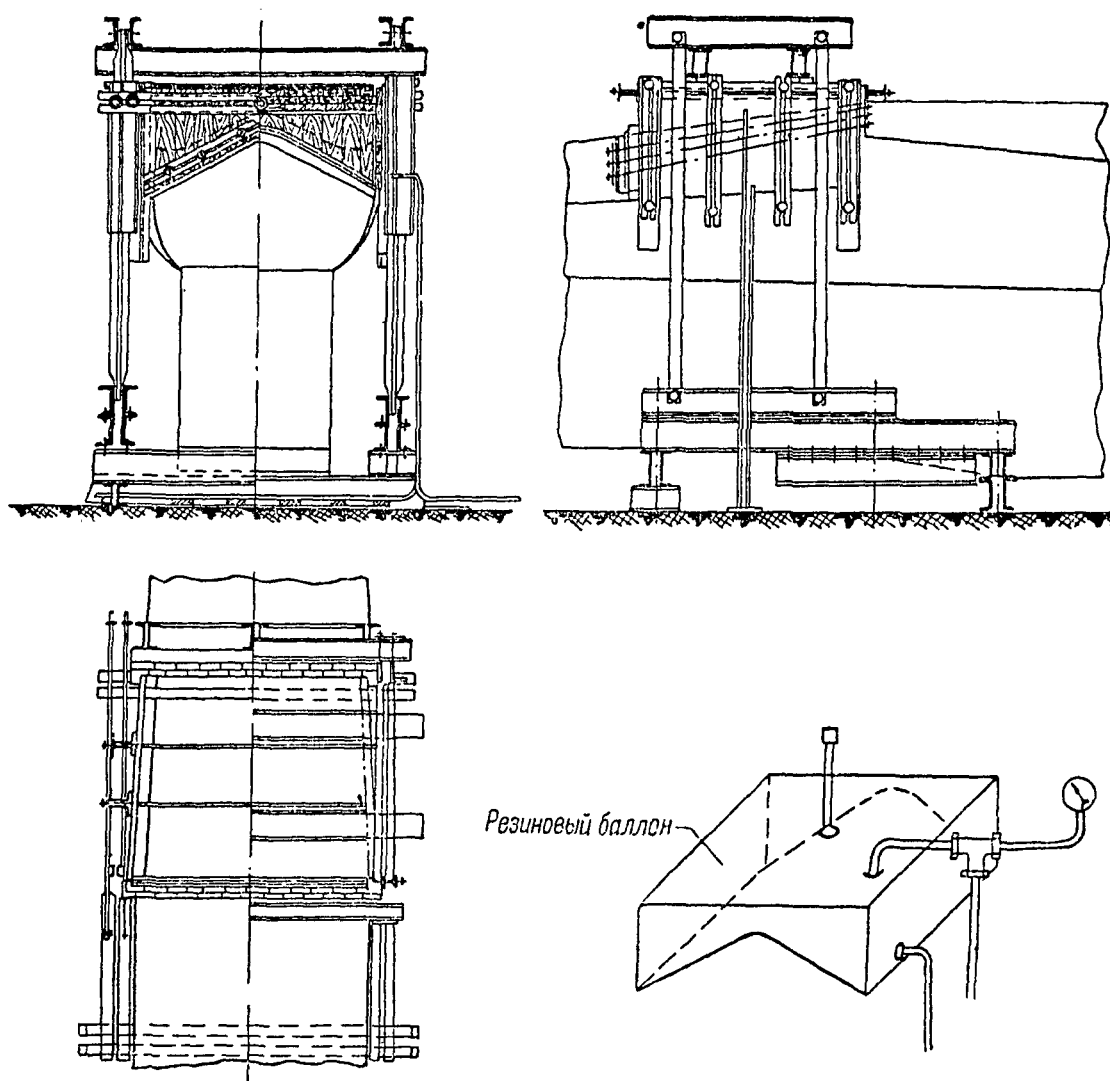


Фиг. 699

ных методов. Усилие, создаваемое домкратом, через тросовую тягу, направляющий блок и регистрирующий динамометр передается опять через трос (или другую связь) на конструкцию (фиг. 699). Эта схема наиболее полно обеспечивает непрерывность и плавность нагружения.

Гидравлическая система нагружения показана на схеме гидравлического испытания реданного отсека лодки (фиг. 700). Ящик своей открытой стороной накладывается на испытываемую деталь и закрепляется связями

в опорных точках. Предварительно в ящик закладывается специально изготовленный соответствующей формы резиновый баллон, имеющий входной и выходной отводы для воды. Напор, развиваемый городским водопроводом, вполне достаточен для испытания крупнейших конструкций лодок.



Фиг. 700

Комбинированная система нагружения употребляется в редких случаях, например, для специальных конструкций крыльев, когда требуется одновременное нагружение обеих поверхностей крыла: верхняя (по нормальному полету) поверхность крыла загружается рычажной системой через домкраты, а нижняя — балластом. Для обеих систем должен быть выдержан указанный выше порядок нагружения.

Установка

Материалом для испытательных установок и приспособлений служит профильное железо, дерево и высокосортные стали (последние обычно для крепления стыковых узлов). Коэффициент безопасности по отношению к расчетной нагрузке конструкции для железа должен быть около 4 и для дерева — около 6.

Для законченной установки должны быть налицо чертежи, схемы, журналы и таблицы, относящиеся к закреплению конструкции на опорных точках, способам нагружения конструкции, размещению приборов для замеров деформаций изгиба, кручения и т. д.

Схема замеров деформаций составляется для обследования всех наиболее характерных точек конструкции и ее элементов.

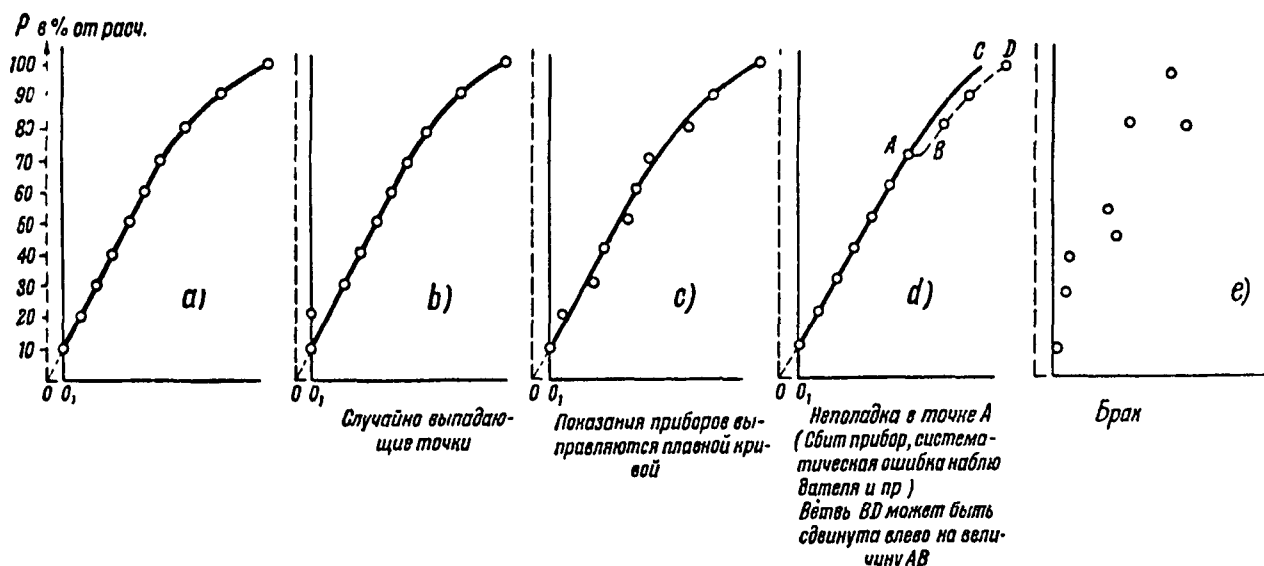
Ограждения, подпорки и прочие предохранительные устройства должны обеспечивать полную безопасность работ для персонала.

Испытание

Перед испытанием конструкция подвергается обтяжке. После обтяжки и снятия показаний приборов нагрузка возобновляется, замер необходимых деформаций обычно ведется до 67% расчетной нагрузки; затем производится разгрузка конструкции и замер остаточных деформаций. Испытание сопровождается подробной записью в журнале наблюдений всех явлений, замеченных при эксперименте (трески, шумы, удары, волнообразование и т. д.). При доведении конструкции до разрушения основным является отыскание слабейшего элемента. Установка во время эксперимента (в наиболее важные моменты), общая картина разрушения, а также детали разрушения фотографируются. После разрушения должны быть вырезаны и испытаны образцы материала конструкции для заключения о прочности испытанной детали. Повторные испытания отремонтированных конструкций, перешедших при первом испытании за предел пропорциональности, недопустимы.

Обработка результатов испытания

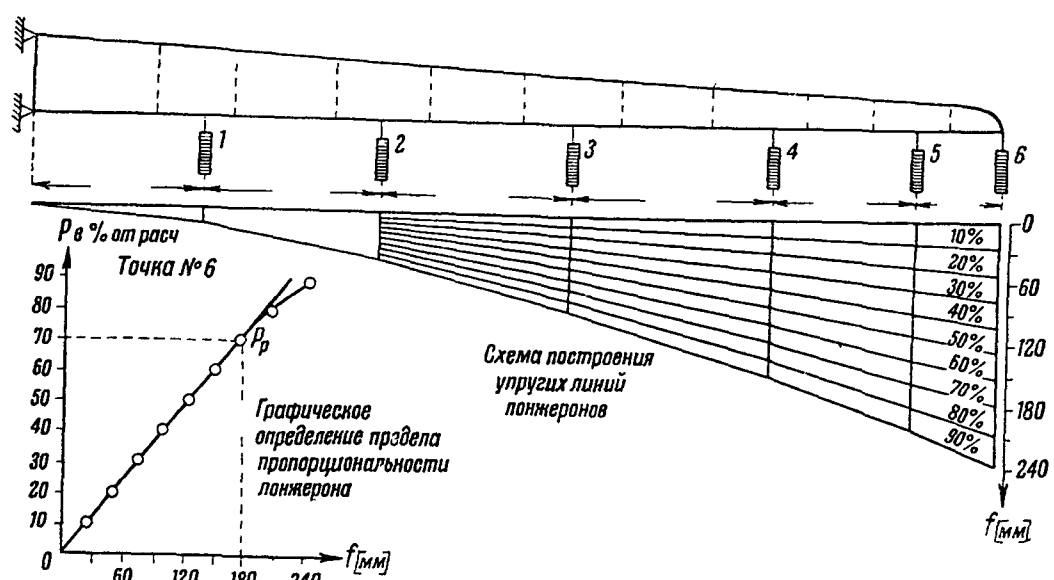
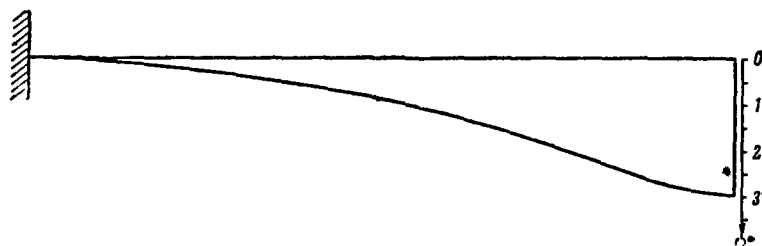
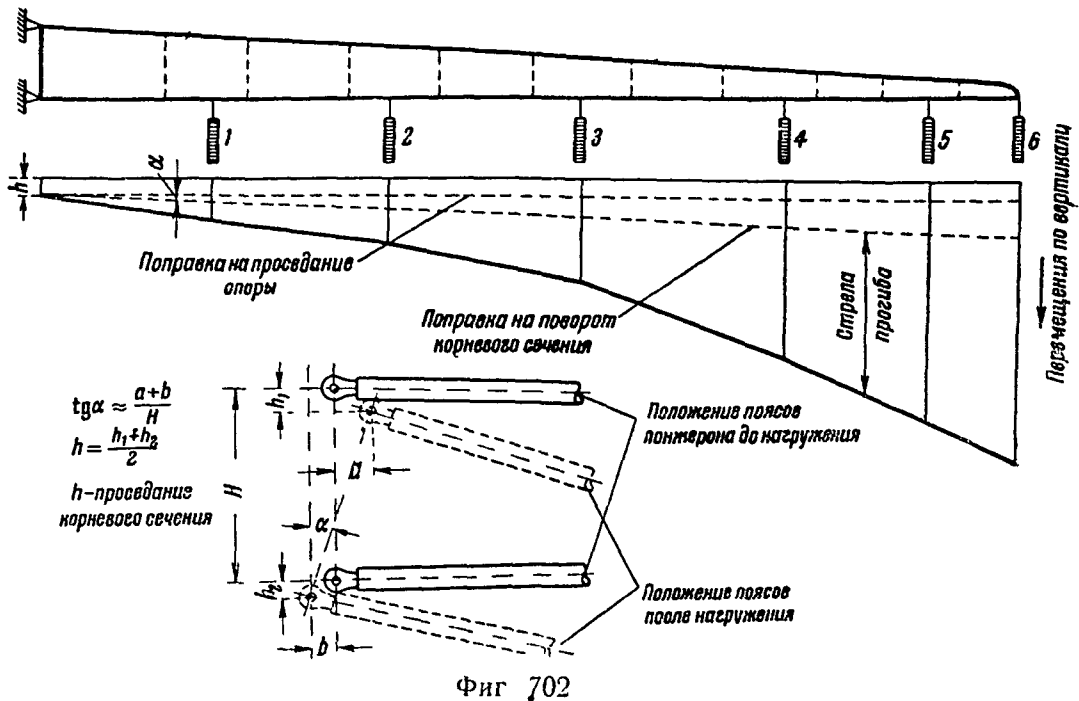
Для всех приборов (тензометров, мессур, реек) строятся диаграммы показаний по нагрузкам; по этим диаграммам корректируются отсчеты приборов; диаграммы являются исходным материалом для дальнейшей обработки. Типовые примеры диаграмм даны на фиг. 701. На приведенных диаграммах показан переход от условного нуля к нулю диаграммы.



Фиг. 701

При построении упругих линий и диаграмм углов закручивания должны быть произведены поправки на перемещения стыковых (опорных) узлов; для обычных консольных конструкций вертикальные смещения узлов вычитаются из перемещений всех точек для данной загрузки, а по горизонтальным смещениям узлов определяется угол поворота корневой части, величина которого и определяет вторую поправку. Метод внесения поправок в упругие линии лонжерона дан на фиг. 702. Углы закручивания определяются или как частное от деления разности вертикальных перемещений двух точек одного и того же сечения на их расстояние друг от друга, или с помощью угломеров. Нормальный вид диаграммы углов закручивания по размаху для свободнонесущего крыла дан на фиг. 703.

По диаграммам перемещений крайних точек (для консольных конструкций) определяется предел пропорциональности конструкции, как



нагрузка, при которой перемещения начинают отходить от линейного закона зависимости от нагрузки (фиг 704)

Подсчет напряжений по показаниям тензометров производится по формуле

$$\sigma = \frac{aE}{kb},$$

где a — показание тензомера в делениях по шкале,
 E — модуль упругости материала,
 k — передаточное число тензомера,
 b — база тензомера (расстояние между ножками тензомера).

Для случаев сжатия или растяжения усилие по стержню получается перемножением полученного напряжения на площадь сечения стержня.

При наличии сложных нагрузок напряжение от осевых сил для трубы определяется как алгебраическая полусумма напряжений, определенных по показаниям тензомеров в диаметрально противоположных точках сечения, и напряжения от изгибающих моментов ($\pm$) — как полуразность тех же напряжений.

С помощью постановки достаточного числа тензомеров в одном сечении может быть определена плоскость изгиба. Проверка полученных результатов осуществляется методом уравнивания отдельных узлов и сечений конструкции.

Заключение по конструкции

В результате статических испытаний дается заключение о прочности конструкции и о расчете ее на прочность, а именно:

1) анализ результатов испытания, путем сравнения их с данными расчета, объяснение расхождений и получение новых выводов, корректирующих расчет или создающих предпосылки для разработки нового;

2) рекомендации по существу конструкции в части крепости, жесткости, веса и т. д.;

3) сравнительная оценка конструкции с другими по условным обобщенным показателям, разрабатываемым на основании статистического материала.

Методика экспериментального исследования деревянных конструкций

Для определения напряжений в отдельных точках испытываемых деревянных конструкций употребляются тензомеры тех же типов, что и для металла.

Расположение экспериментальных точек на испытываемом объекте должно отвечать следующим требованиям:

1. Независимо от числа участков, число точек в каждом участке должно быть достаточно велико, чтобы получить надежные результаты.

2. Расположение точек должно допускать, по возможности, постановку тензомеров с двух сторон.

На элементах конструкции, в которых имеется явно выраженное одноосное поле напряжений (стрингеры, пояса лонжеронов и пр.) тензомеры ставятся вдоль оси элемента.

На всех же остальных элементах конструкции (обшивка, стенки лонжеронов и пр.) тензомеры ставятся по трем различным направлениям: вдоль оси конструкции, поперек и под углом в 45° к ней. На фиг. 705 стрелками показано направление тензомеров на элементе конструкции.

Подсчет напряжений в стрингерах, поясах и т. п. элементах конструкции производится по формуле:

$$\sigma = E_1 \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2},$$

где ε_1 — относительное удлинение с одной стороны стрингера,

ε_2 — относительное удлинение с другой стороны,

E_1 — модуль упругости древесины вдоль волокон.

Для определения напряжений в обшивке в случае расположения волокон рубашки вдоль оси конструкции (фиг 706) можно пользоваться формулами (стр 239—240)

$$\sigma_{x_0} = E_1 \frac{\varepsilon_{x_0 \text{ ср}} + \varepsilon_{y_0 \text{ ср}} \mu_{12}}{1 - \mu_{12} \mu_{21}},$$

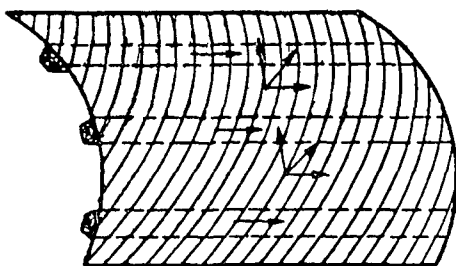
$$\sigma_{y_0} = E_2 \frac{\varepsilon_{y_0 \text{ ср}} + \varepsilon_{x_0 \text{ ср}} \mu_{21}}{1 - \mu_{12} \mu_{21}},$$

$$\tau_{x_0 y_0} = G_{12} (-\varepsilon_{x_0 \text{ ср}} - \varepsilon_{y_0 \text{ ср}} + 2\varepsilon_{x \text{ ср}}),$$

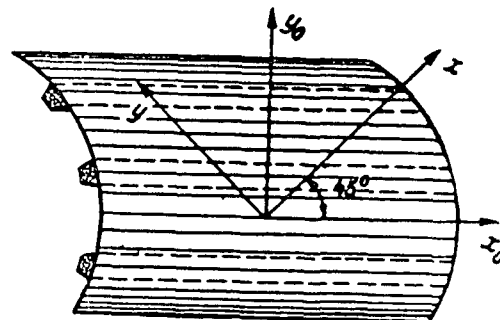
если замер деформации под углом в 45° сделан по оси x , и

$$\tau_{x_0 y_0} = G_{12} (-2\varepsilon_{y \text{ ср}} + \varepsilon_{x_0 \text{ ср}} + \varepsilon_{y_0 \text{ ср}}),$$

если замер деформации под углом в 45° сделан по оси y . В последних формулах через $\varepsilon_{\text{ср}}$ обозначено среднее из двух значений соответствующих деформаций, полученных на одной и другой сторонах обшивки



Фиг 705



Фиг 706

В случае расположения волокон рубашки под углом в 45° к оси конструкции, напряжения можно вычислять по формулам

$$\sigma_x = \beta_{11} \varepsilon_{x \text{ ср}} + \beta_{12} \varepsilon_{y \text{ ср}} + \beta_{16} (\varepsilon_{x \text{ ср}} + \varepsilon_{y \text{ ср}} - 2\varepsilon_{x_0 \text{ ср}}),$$

$$\sigma_y = \beta_{12} \varepsilon_{x \text{ ср}} + \beta_{11} \varepsilon_{y \text{ ср}} + \beta_{16} (\varepsilon_{x \text{ ср}} + \varepsilon_{y \text{ ср}} - 2\varepsilon_{y_0 \text{ ср}}),$$

$$\tau_{xy} = \beta_{16} \varepsilon_{x \text{ ср}} + \beta_{16} \varepsilon_{y \text{ ср}} + \beta_{66} (\varepsilon_{x \text{ ср}} + \varepsilon_{y \text{ ср}} - 2\varepsilon_{x_0 \text{ ср}}),$$

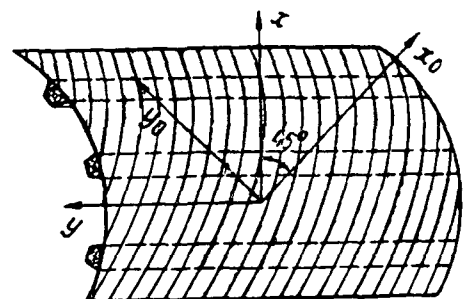
если замер деформации под углом в 45° сделан по направлению оси x_0 (фиг 707)

Если же третий замер деформации сделан по направлению оси y_0 , то напряжения следует подсчитывать по формулам

$$\sigma_x = \beta_{11} \varepsilon_{x \text{ ср}} + \beta_{12} \varepsilon_{y \text{ ср}} - \beta_{16} (\varepsilon_{x \text{ ср}} + \varepsilon_{y \text{ ср}} - 2\varepsilon_{y_0 \text{ ср}}),$$

$$\sigma_y = \beta_{12} \varepsilon_{x \text{ ср}} + \beta_{11} \varepsilon_{y \text{ ср}} - \beta_{16} (\varepsilon_{x \text{ ср}} + \varepsilon_{y \text{ ср}} - 2\varepsilon_{x_0 \text{ ср}}),$$

$$\tau_{xy} = \beta_{16} \varepsilon_{x \text{ ср}} + \beta_{16} \varepsilon_{y \text{ ср}} - \beta_{66} (\varepsilon_{x \text{ ср}} + \varepsilon_{y \text{ ср}} - 2\varepsilon_{y_0 \text{ ср}})$$



Фиг 707

В формулах обозначено

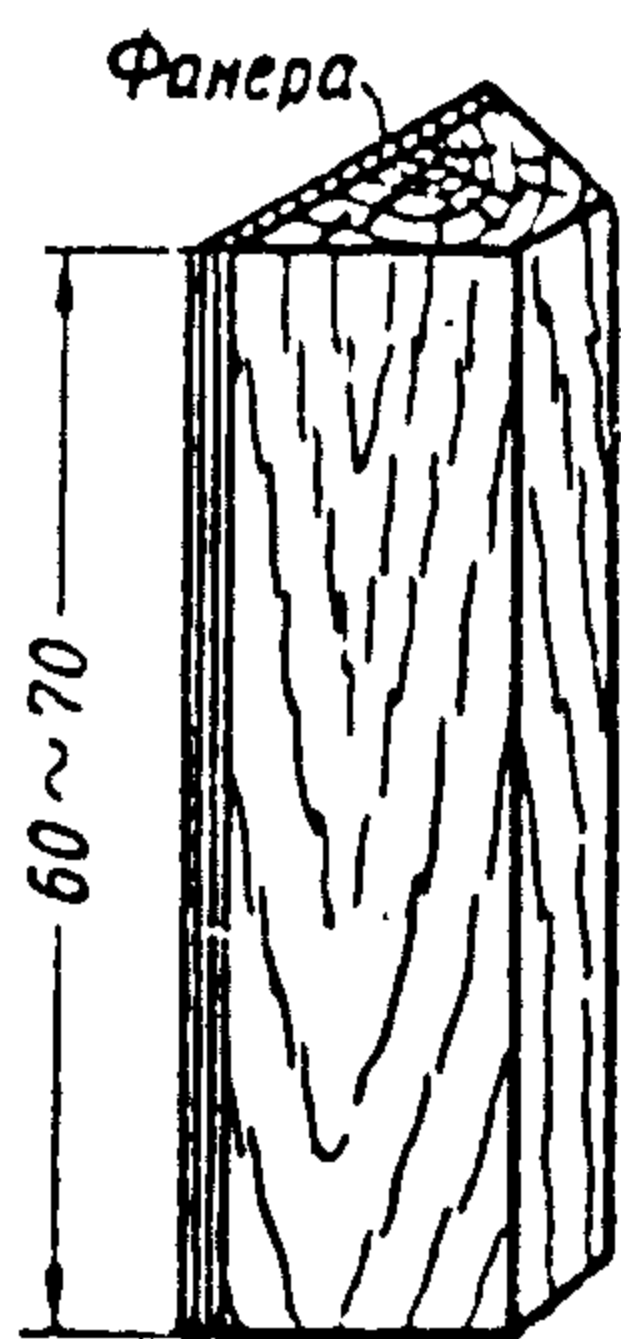
$$\beta_{11} = \frac{E_{45}}{1 + \mu_{45}} \frac{1 - 4E_{45}G_{45} \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right)^2}{1 - \mu_{45} - 8E_{45}G_{45} \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}\beta_{12} &= -\frac{E_{45}}{1 + \mu_{45}} \cdot \frac{\mu_{45} - 4E_{45}G_{45}\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right)^2}{1 - \mu_{45} - 8E_{45}G_{45}\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right)^2}, \\ \beta_{16} &= \frac{4\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right)G_{45}E_{45}}{1 - \mu_{45} - 8\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right)^2 G_{45}E_{45}}, \\ \beta_{66} &= \frac{(1 - \mu_{45})G_{45}}{1 - \mu_{45} - 8\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right)^2 G_{45}E_{45}},\end{aligned}$$

Значения модулей следует определять каждый раз для каждой конструкции, так как величины модулей как для древесины, так и для фанеры сильно колеблются и брать стандартные гарантированные значения модулей для определения экспериментальных величин напряжений нельзя.

Определение модулей упругости для стрингеров и поясов

Из стрингеров вырезаются образцы длиной 60—70 мм (фиг. 708) вместе с прилегающей к стрингеру фанерой. Образец испытывается на сжатие с доведением напряжений $\sigma_{сж}$ до 300 кг/см². Предварительная обтяжка дается на 10% больше. Тензометры ставятся вдоль образца с двух сторон: один на фанере, другой на древесине. Модуль упругости подсчитывается по формуле:



Фиг. 708

$$E_1 = \frac{2\sigma}{\epsilon_1 + \epsilon_2},$$

где σ — среднее напряжение в стрингере,
 ϵ_1 и ϵ_2 — относительные удлинения на одной и другой сторонах образца.

Определение модулей упругости обшивки

Из обшивки вырезаются три образца: один с направлением волокон рубашки вдоль образца, другой — поперек и третий — под углом в 45° к оси образца (фиг. 709). На каждый из образцов ставятся тензометры по двум направлениям: вдоль и поперек образца. По каждому из направлений тензометры ставятся с двух сторон, и относительные удлинения берутся средние.

Модули упругости, модули сдвига и коэффициенты Пуассона подсчитываются по формулам:

$$\begin{aligned}E_1 &= \frac{\sigma_I}{\epsilon_{I\text{ в}}}, & \mu_{45} &= -\frac{\epsilon_{III\text{ п}}}{\epsilon_{III\text{ в}}} \\ \mu_{21} &= -\frac{\epsilon_{I\text{ п}}}{\epsilon_{I\text{ в}}}, & G_{12} &= \frac{\sigma_{III}}{2(\epsilon_{III\text{ в}} - \epsilon_{III\text{ п}})}, \\ E_2 &= \frac{\sigma_{II}}{\epsilon_{II\text{ в}}}, & G_{45} &= \frac{1}{\frac{1}{E_2}(1 + \mu_{12}) + \frac{1}{E_1}(1 + \mu_{21})} \\ E_{45} &= \frac{\sigma_{III}}{\epsilon_{III\text{ в}}}, & \mu_{12} &= -\frac{\epsilon_{II\text{ п}}}{\epsilon_{II\text{ в}}}, \\ \mu_{12} &= -\frac{\epsilon_{II\text{ п}}}{\epsilon_{II\text{ в}}},\end{aligned}$$

где $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ — напряжения, при которых производятся замеры деформаций в первом, втором и третьем образцах,
 $\epsilon_{Iв}, \epsilon_{IIв}, \epsilon_{IIIв}$ — относительные удлинения вдоль первого, второго и третьего образцов,
 $\epsilon_{Iп}, \epsilon_{IIп}, \epsilon_{IIIп}$ — то же поперек образца

Экспериментальные значения коэффициентов Пуассона следует уравнивать по формуле

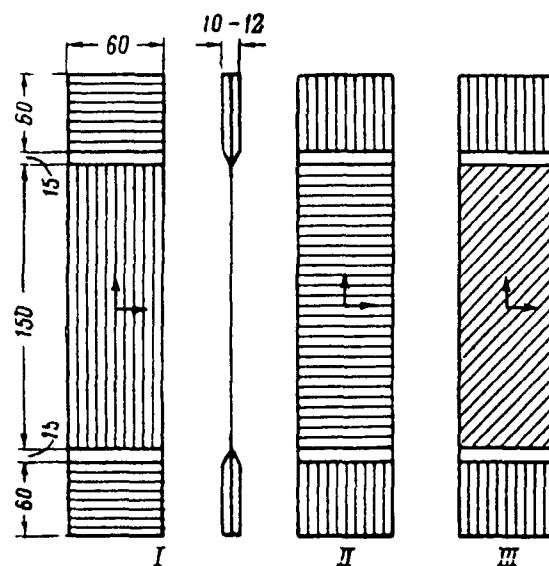
$$\frac{\mu_{12}}{E_2} = \frac{\mu_{21}}{E_1}$$

При эксперименте ориентировочно можно задаваться следующими величинами

$$\sigma_I = 500 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \sigma_{II} = 250 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

$$\sigma_{III} = 125 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

Перед испытанием делается обтяжка на 10% большая



Фиг 709

Определение жесткости изгиба экспериментальным путем

Для определения жесткости изгиба в пределах пропорциональности в данном сечении можно использовать замеры местных деформаций (удлинений). Предварительно по этим деформациям определяются напряжения наиболее жестких элементов сечения (поясов лонжеронов, сильных стрингеров и т. д.)

Жесткость изгиба определяется по формуле

$$EI = \frac{Mh}{\sigma_v + \sigma_n} E,$$

где h — высота сечения (например, лонжерона),

σ_n — напряжение в нижнем элементе,

σ_v — напряжение в верхнем элементе,

M — изгибающий момент в данном сечении

Если сечение близко к симметричному, то $\sigma_v = \sigma_n = \sigma$ и жесткость определяется по формуле

$$EI = \frac{Mh}{2\sigma} E$$

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Голованов И. П. Методы измерения напряжений при статических испытаниях конструкции самолетов Труды ЦАГИ, 1938, № 378
- 2 Упадышев Б. Л. Методика загрузки авиационных конструкций при статических испытаниях Труды ЦАГИ, 1938, № 387
- 3 Субботин М. В. Опорные приспособления при статических испытаниях Труды ЦАГИ, 1938, № 388

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ЛАБОРАТОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

В задачи динамических лабораторий входят:

1. Изучение прочности конструкций при вибрации.
2. Изучение способов борьбы с вибрациями.
3. Определение частот собственных колебаний.
4. Изучение прочности конструкций при ударе.
5. Контрольные испытания конструкций с анализом результатов и с обработкой их с целью накопления статистического материала.

Оборудование

При испытаниях части конструкции самолета прикрепляются к стендам. Стенды служат как для подвешивания подвергаемых испытаниям конструкций на амортизаторах, так и для жесткого крепления. Для подвешивания конструкции применяются также силовой потолок и мостовые краны, а для жестких креплений — силовые колонны („арки“) и армированный железными балками силовой пол (стр. 591—592). Силовые колонны и прогоны пола рассчитываются одновременно на статические и вибрационные нагрузки. При расчете на вибрационные нагрузки силовых колонн должны быть учтены частоты собственных колебаний испытываемых конструкций.

Испытания на усталость элементов конструкции (заклепочные соединения, сварка, узлы и т. д.) проводятся или на специальных стационарных машинах, или на временных установках, прикрепляемых к прогонам силового пола. Существующие машины стационарного типа не могут удовлетворить всему разнообразию типов испытаний на вибрацию. Поэтому такие испытания на временных установках имеют преимущественное значение.

Возбудителями колебаний служат эксцентриковые и кривошипные механизмы; установки, в зависимости от принципа действия их бывают: электромагнитные, гидравлические, резонансные и т. д.

Метод резонанса пользуется наибольшим распространением при испытаниях авиационных конструкций. Возбудителем колебаний при методе резонанса служит вибратор, представляющий собой вращающийся блок с эксцентрично укрепленным грузом. Вибратор обычно жестко соединяется с конструкцией, а вращение его осуществляется электромотором постоянного тока, через гибкий вал. Наиболее удобно включение электромотора по схеме Леонарда (фиг. 710; на этой фигуре обозначено: M_1 — мотор трехфазного тока, G — генератор постоянного тока, M_2 — мотор постоянного тока, B — возбудитель мотора и генератора постоянного тока, Φ_1 — обмотка возбуждения генератора, Φ_2 — обмотка возбуждения мотора).

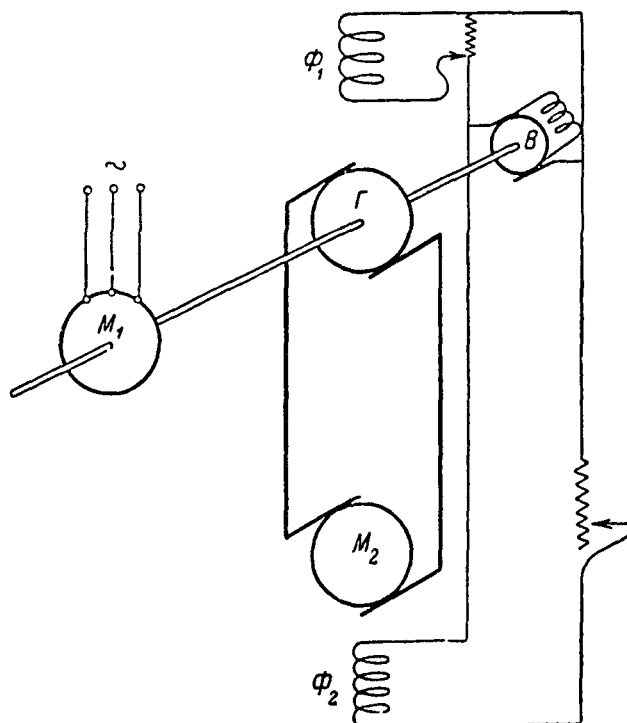
Вибраторы употребляются одноблочные, двухблочные и трехблочные (схемы их показаны на фиг. 711).

Каждый блок обычно представляет собой шестерню, на которую эксцентрично посажен груз (на схеме груз условно показан штриховкой). При вращении шестерен в каждом блоке развиваются центробежные силы, комбинация которых дает требуемую нагрузку.

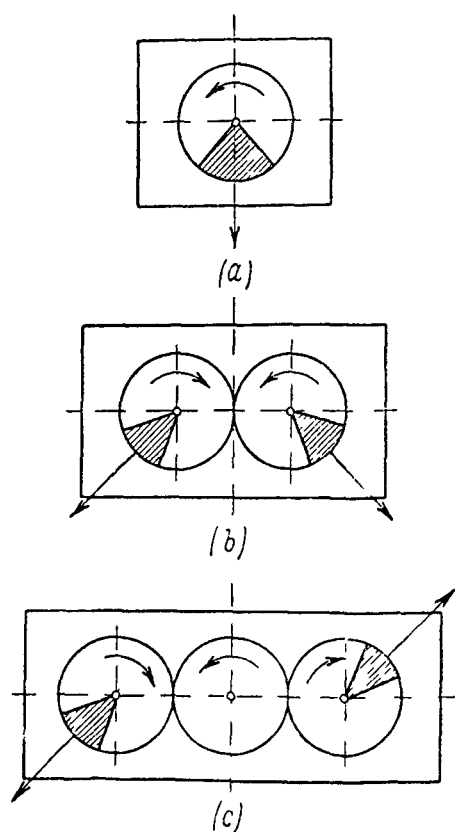
На фиг. 712 и 713 в качестве примера приводятся схемы временных установок для испытаний на усталость. На фиг. 712 представлена схема испытания образца AB переменным изгибом. Вибратор укреплен непосредственно на образце. На фиг. 713 представлена схема испытания образца AB переменным растяжением.

Для создания дополнительных статических нагрузок на амортизаторах (резиновых или пружинных) подвешиваются грузы Q . Амортизаторы подбираются так, чтобы грузы оставались неподвижными при колебаниях образцов.

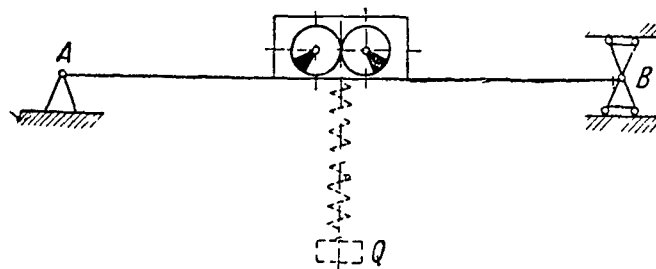
Для создания высоких частот, порядка до 25 000 колебаний в минуту, применяются пневматические вибраторы



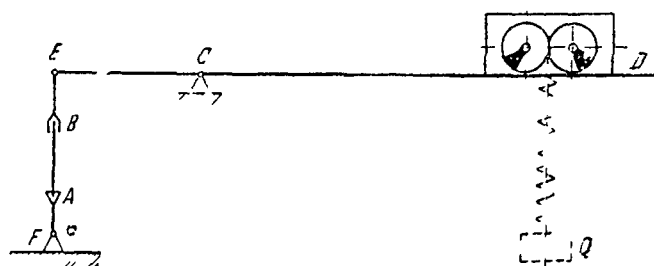
Фиг 710



Фиг 711

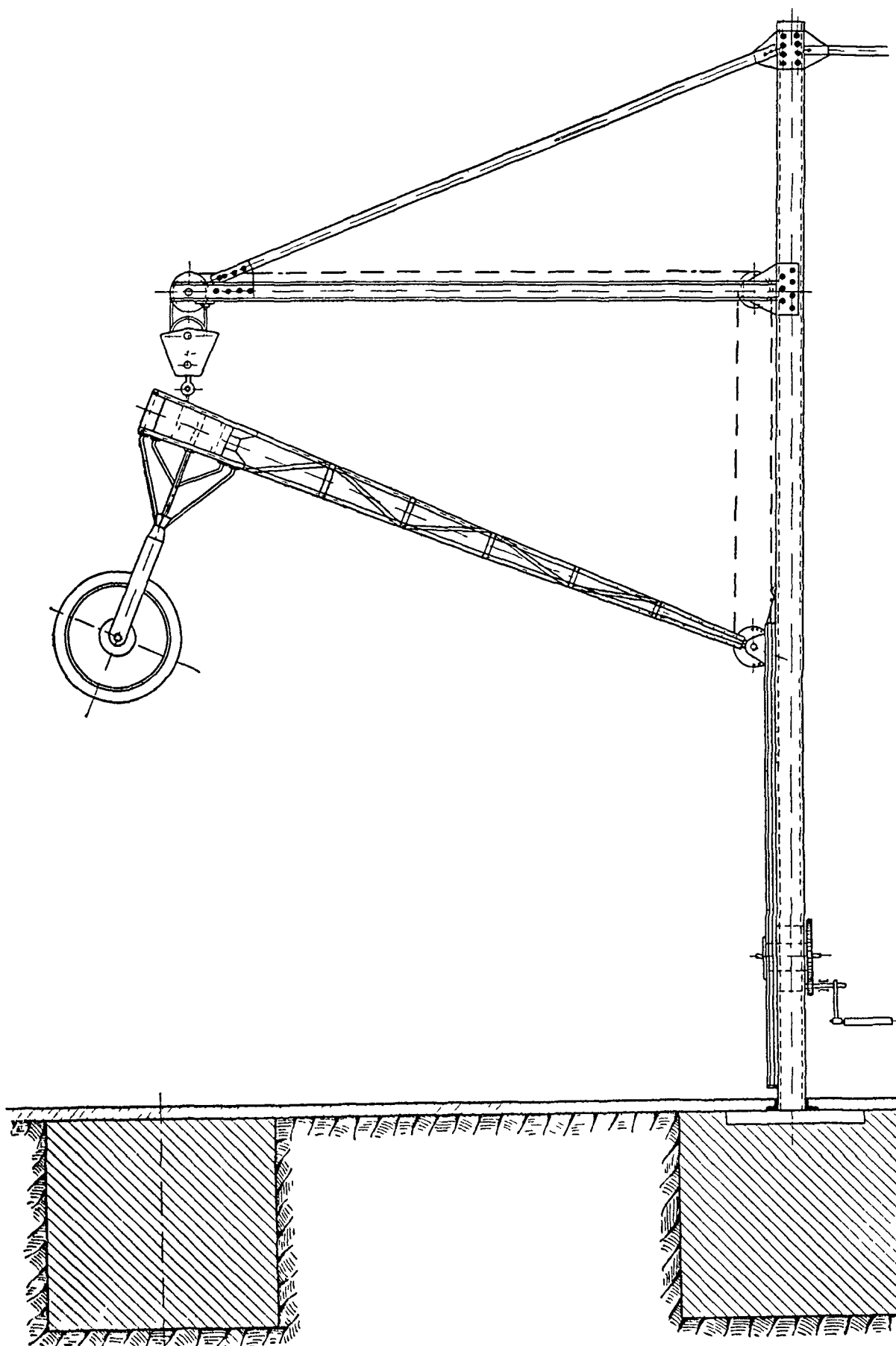


Фиг 712

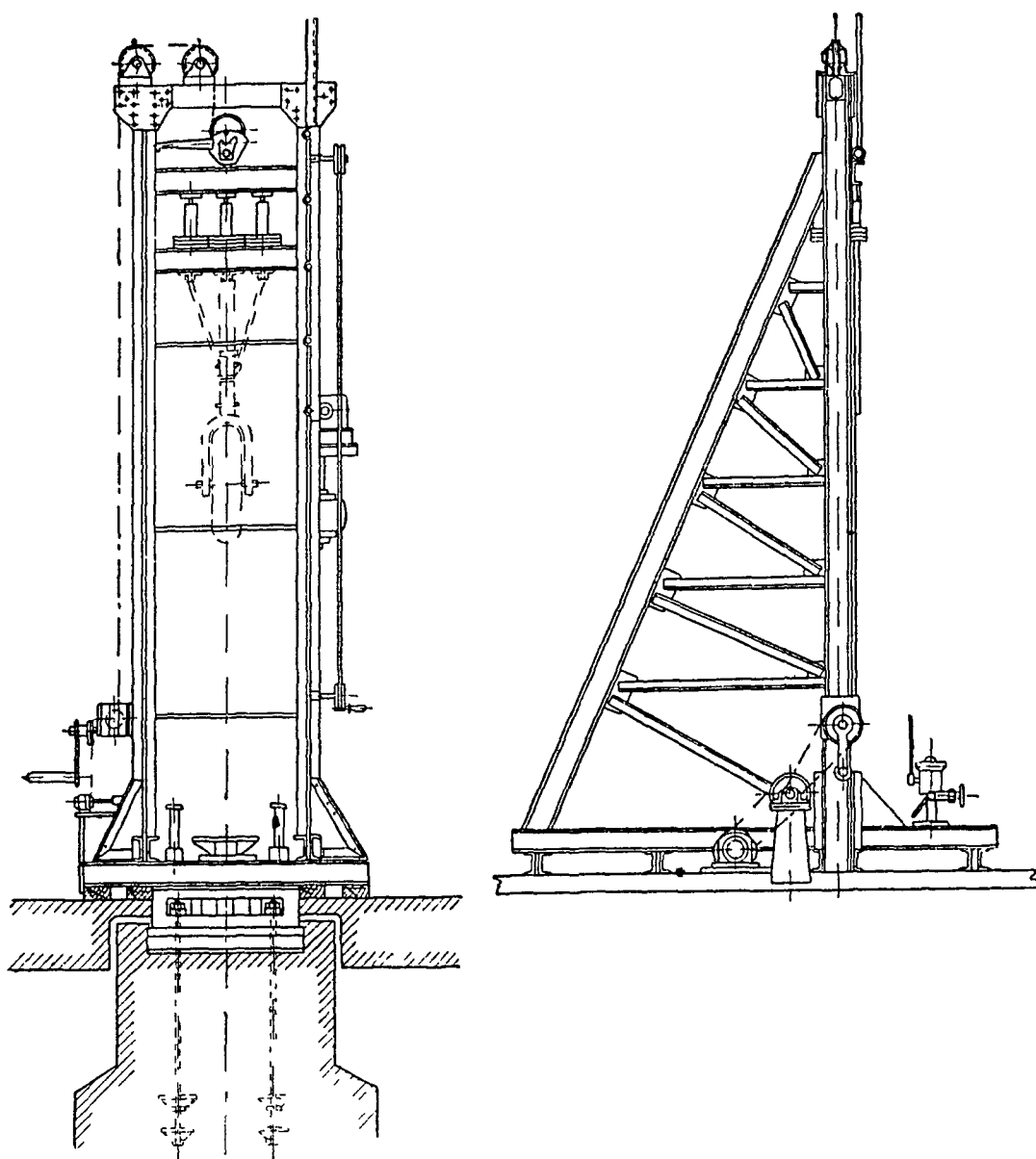


Фиг 713

Для производства ударных испытаний применяются копры (фиг 714 — хвостовой копер, фиг 715 — вертикальный копер)
Остальное оборудование аналогично оборудованию лаборатории статических испытаний (стр 591)



Фиг 714



Фиг 715

Приборы

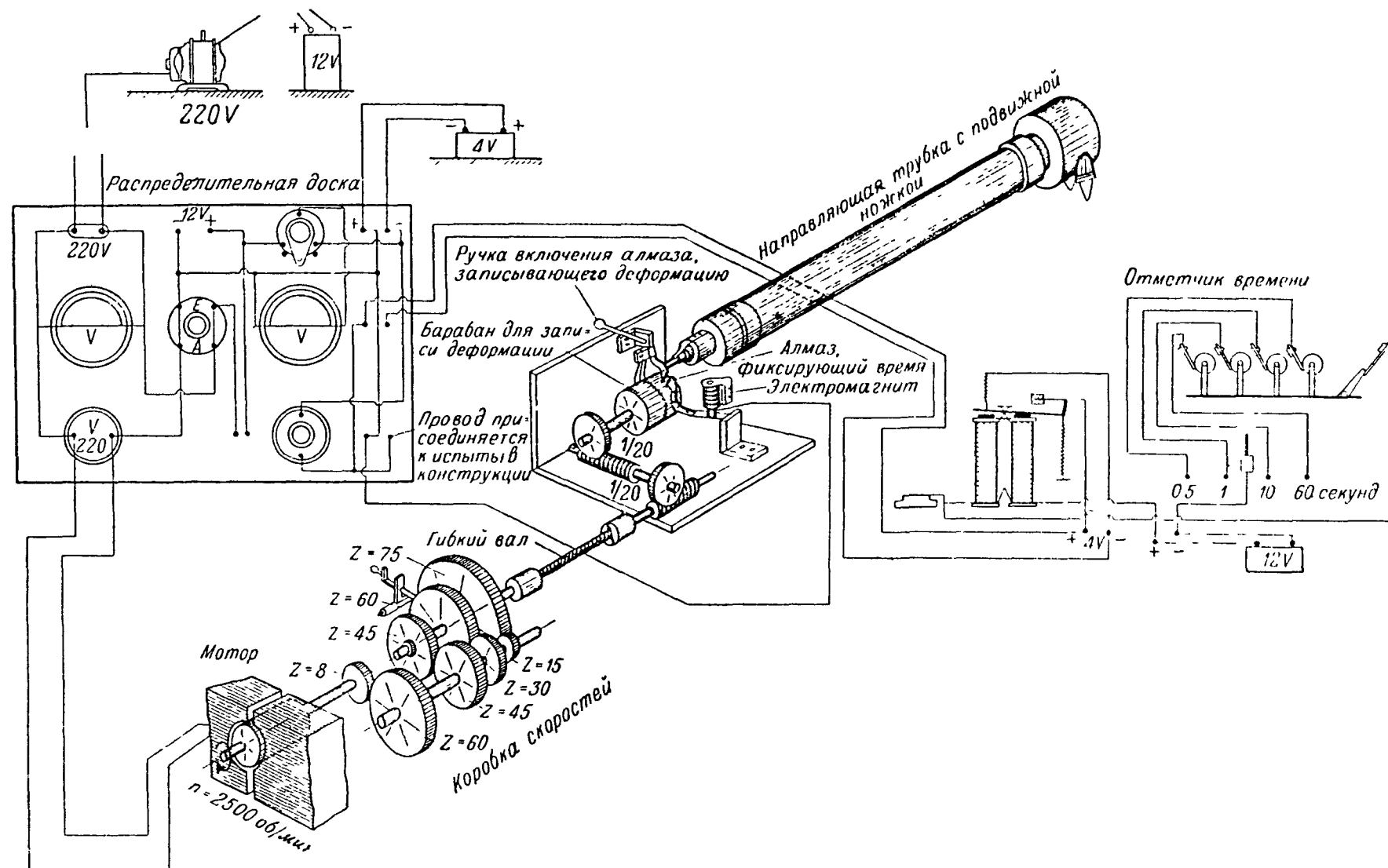
Кроме приборов, обычных для статических испытаний конструкций, лаборатории динамических испытаний должны располагать приборами для регистрации быстро протекающих процессов. К таким приборам относятся гензографы, вибрографы, осциллографы, акселерографы, хронографы, приборы для стробоскопических наблюдений и т. д.

Тензографы

Тензограф типа DVL вычерчивает алмазом на стеклянном цилиндре в натуральную величину деформации того элемента конструкции, на котором он установлен (фиг 716). Стеклянный цилиндр вращается от электромотора. Одновременно с алмазом, вычерчивающим удлинения, другой алмаз делает на стекле отметки в виде точек, через равные промежутки времени. Расшифровка записи производится путем измерения ее под специально оборудованным микроскопом. Точность ее не превышает 0,001 мм.

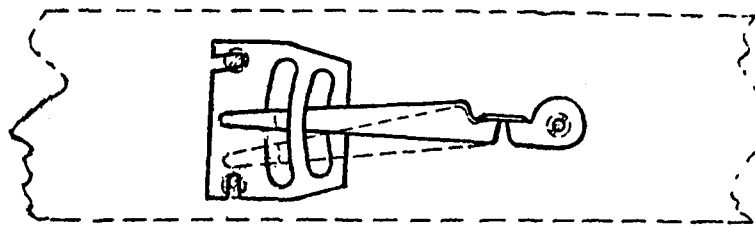
Приборы имеются с базами 200, 100 и 50 мм. Приборы с базой 50 мм снабжены механизмом с передаточным числом 10 к алмазу, записывающему удлинения. Пределы применения такого прибора уже, так как при некоторых частотах передаточный механизм начинает плохо работать.

618



Фиг. 716

Тензограф типа Форест тоже вычерчивает линейную величину деформаций в натуральную величину. Он состоит из двух частей — из стрелки, с нанесенной на ее конце алмазной пылью и полированной металлической пластинки (фиг. 717). Обе эти части закрепляются на том элементе конструкции, деформации которого измеряются. Перемещение стрелки по пластинке в направлении, перпендикулярном к записываемой деформации, происходит за счет упругости стрелки, так как она ставится с предварительным изгибом.



Фиг. 717

При вибрировании конструкции стрелка начинает выпрямляться и алмазная пыль чертит на полированной поверхности пластинки ряд кривых. Под микроскопом расшифровывается та кривая, которая наиболее ясно вычерчена. Отсутствие отметки времени и затруднения, которые встречаются при осуществлении произвольного пуска и остановки стрелки, ограничивают область применения этого прибора.

Вибрографы

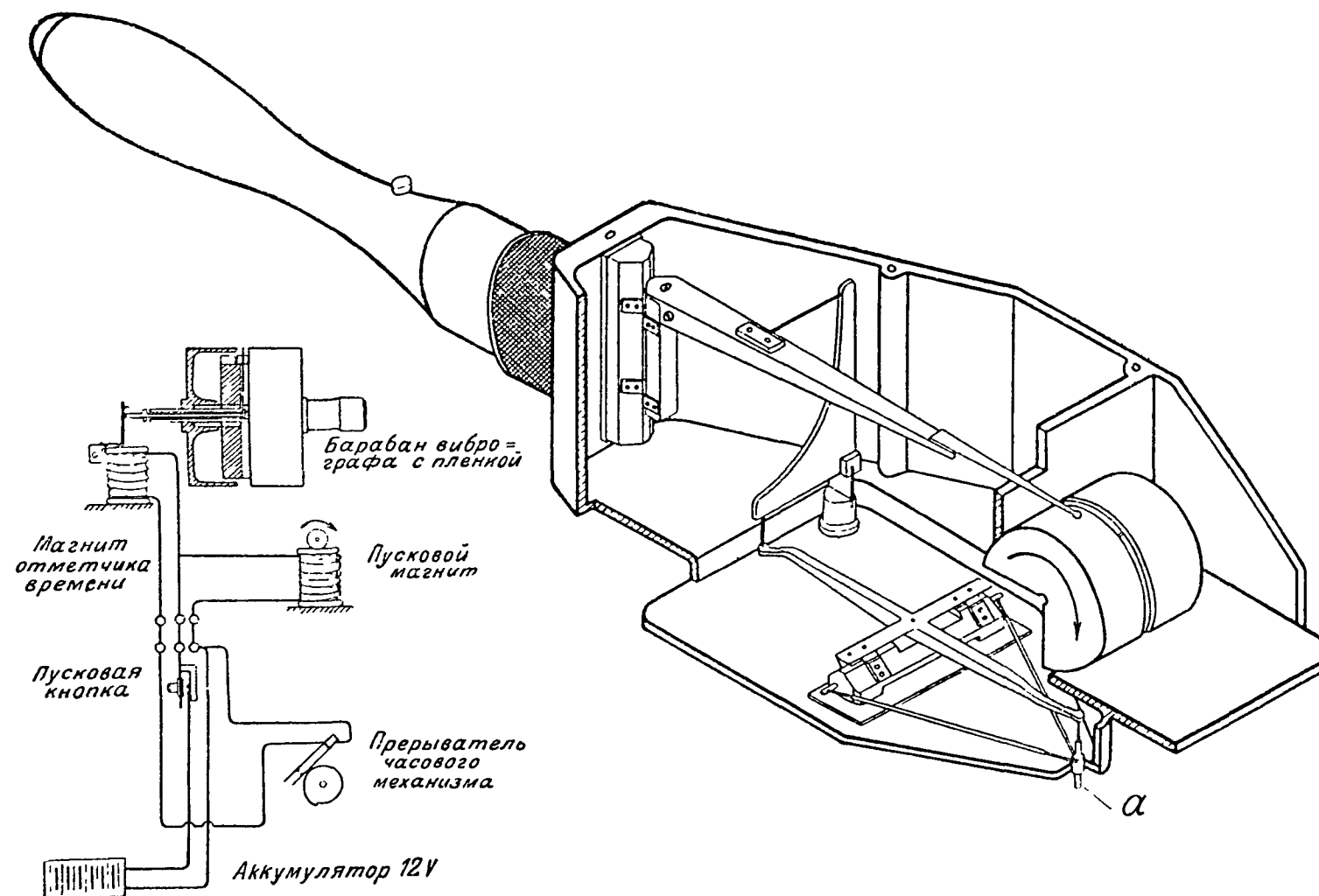
Вибрографы служат для определения частот и амплитуд колебаний. Основной частью этих приборов служит маятник большой массы, подвешенный к корпусу прибора. Подвешивание маятника осуществляется таким образом, чтобы частота собственных колебаний его была значительно меньше диапазона частот испытываемых конструкций. В этом случае маятник практически остается неподвижным, а регистрация колебаний производится записью перемещения корпуса прибора относительно маятника.

Большим распространением в настоящее время пользуется виброграф Гейгера. Для полетных исследований вследствие своей громоздкости он мало пригоден, но в лабораторных условиях он дает удовлетворительные результаты. Запись колебаний производится на бумажной ленте с 3-, 6-, 12- и 24-кратным увеличением. Отметчик времени записывает 3 000 колебаний в минуту. Добавочный грузик, надеваемый на якорь отметчика времени, понижает запись отметок времени до 1 500 колебаний в минуту. Регистрирующая часть вибрографа с дополнительным рычажным приспособлением может служить прогибомером. Рычажное приспособление позволяет изменять масштаб для тех случаев, когда амплитуды колебаний имеют большие размеры.

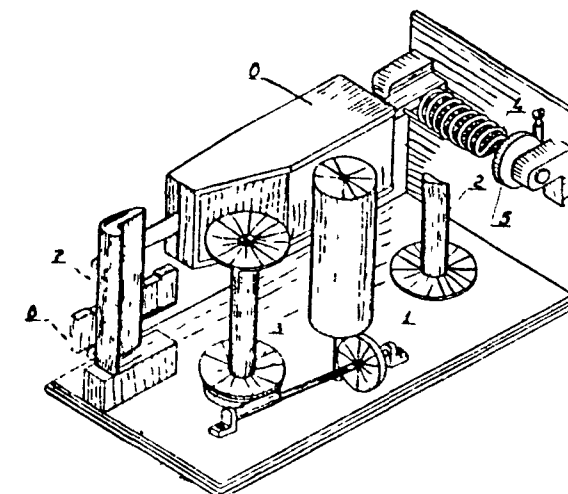
Виброграф Кэмбридж (фиг. 718), находящий применение как в полетных, так и в лабораторных исследованиях, записывает колебания на движущейся целлулоидной пленке. При записи колебаний прибор находится в руке экспериментатора и упирается выступающим штифтом *a* на исследуемую деталь. Отметки времени даются или от камертона, или от контактных часов. Точность записи прибора зависит от того, насколько прочно он удерживается рукой. Колебания до 1 000 в минуту записываются прибором менее точно, чем свыше 1 000. Расшифровка записей на пленках производится под микроскопом.

Дистанционный виброграф ЦАГИ В-4 (фиг. 719) служит для записи колебаний деталей конструкции как в полетных, так и лабораторных условиях.

620



Фиг. 718



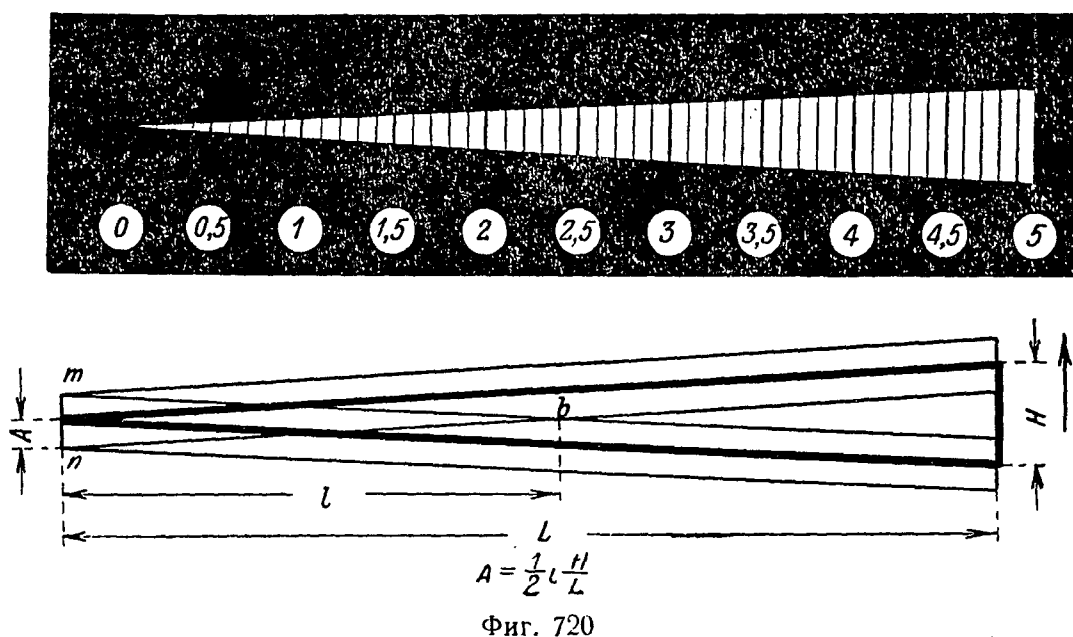
1. Мотор
2. Смотывающий ролик
3. Наматывающий ролик
4. Пружина
5. Регулятор пружины
6. Груз
7. Столик
8. Электромагнит для отметки времени

Фиг 719

Для регистрации колебаний прибор жестко прикрепляется к испытываемой конструкции. Управление прибором производится на расстоянии; это является большим преимуществом прибора перед другими вибрографами. Запись производится царапанием на движущейся восковой бумаге. Прибор имеет небольшой вес (~ 450 г) и позволяет производить записи колебаний в большом диапазоне частот ($400 \sim 10\,000$ кол/мин) и амплитуд ($0,03 \sim 3$ мм). Частота собственных колебаний прибора 200 кол/мин.

Амплитудомеры

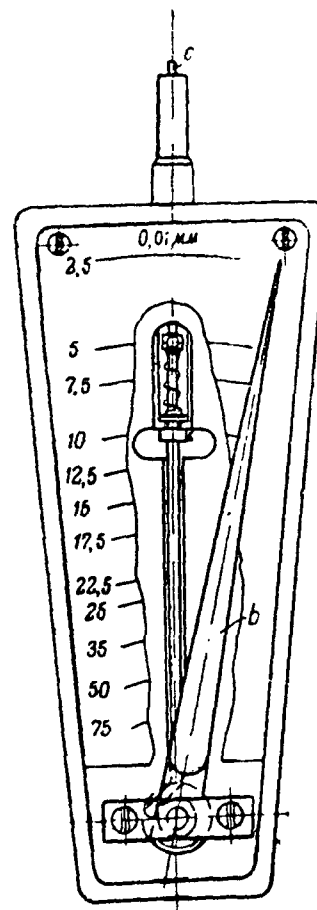
Амплитудомеры применяются для замера таких амплитуд колебаний конструкций, которые не изменяются по величине или изменяются мед-



ленно во время наблюдения. Простейший амплитудомер изображен на фиг. 720. Он может быть изготовлен из бумаги. При вибрировании клина в плоскости чертежа в направлении, указанном стрелками, черное поле клина будет заходить на место белого. Если частота вибрации превышает 500 в мин, то наблюдателю будет казаться на белом фоне сероватый треугольник mnp . Высота треугольника l в некотором масштабе даст величину амплитуды колебания клина ($A = \frac{H}{2L} l$).

На клин наносятся деления так, что сразу можно читать значение амплитуды.

На подобном же принципе основан стрелочный амплитудомер, изображенный на фиг. 721. Этот прибор заключен в массивную коробку, которую держат в руке. Вибрирующей детали касаются стерженьком c . Благодаря инерции коробка практически остается неподвижной в руке; с испытываемой деталью вибрирует только стерженек c и связанная с ним стрелочка b . Стрелочка окрашена в светлый цвет. При вибрации стрелочки получается ясно видимый темный треугольник на фоне шкалы прибора. По высоте треугольника можно определить величину измеряемой амплитуды.



Определение частоты собственных колебаний

Метод непосредственной регистрации колебаний

С помощью вибрографа записываются затухающие колебания конструкции, выведенной резким толчком из состояния равновесия. Частота колебаний определяется из расшифровки записи прибора; частота, определенная этим методом, будет частотой первого тона (низшей из возможных частот). Этот метод неприменим для конструкций с большим трением, ввиду быстрого затухания их колебаний.

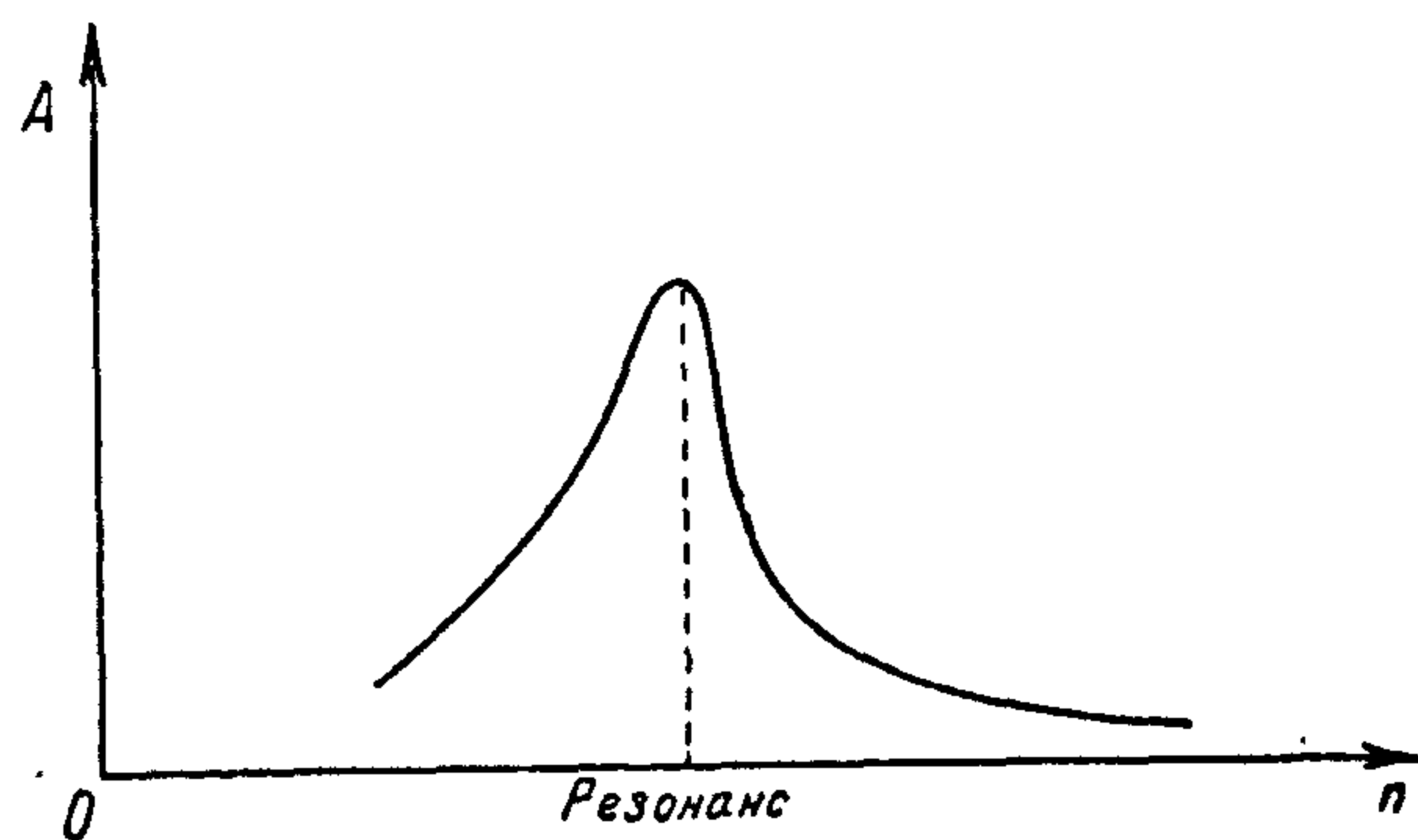
Метод резонанса

Колебания конструкции вызываются вибратором, приводимым в движение мотором постоянного тока, число оборотов которого регулируется реостатами. Испытание начинается с малых чисел оборотов мотора, а затем число оборотов повышается. Частота собственных колебаний будет равна частоте пульсирующей силы вибратора в момент резонанса. Резонанс обнаруживается по следующим признакам: 1) амплитуда колебаний конструкции значительно возрастает, 2) при медленном и равномерном выводе реостатов число оборотов мотора почти не возрастает, 3) при продолжающемся выводе реостатов наступает момент, когда конструкция выйдет из резонанса, что будет замечено по значительному и резкому увеличению числа оборотов мотора и уменьшению амплитуд колебания конструкции.

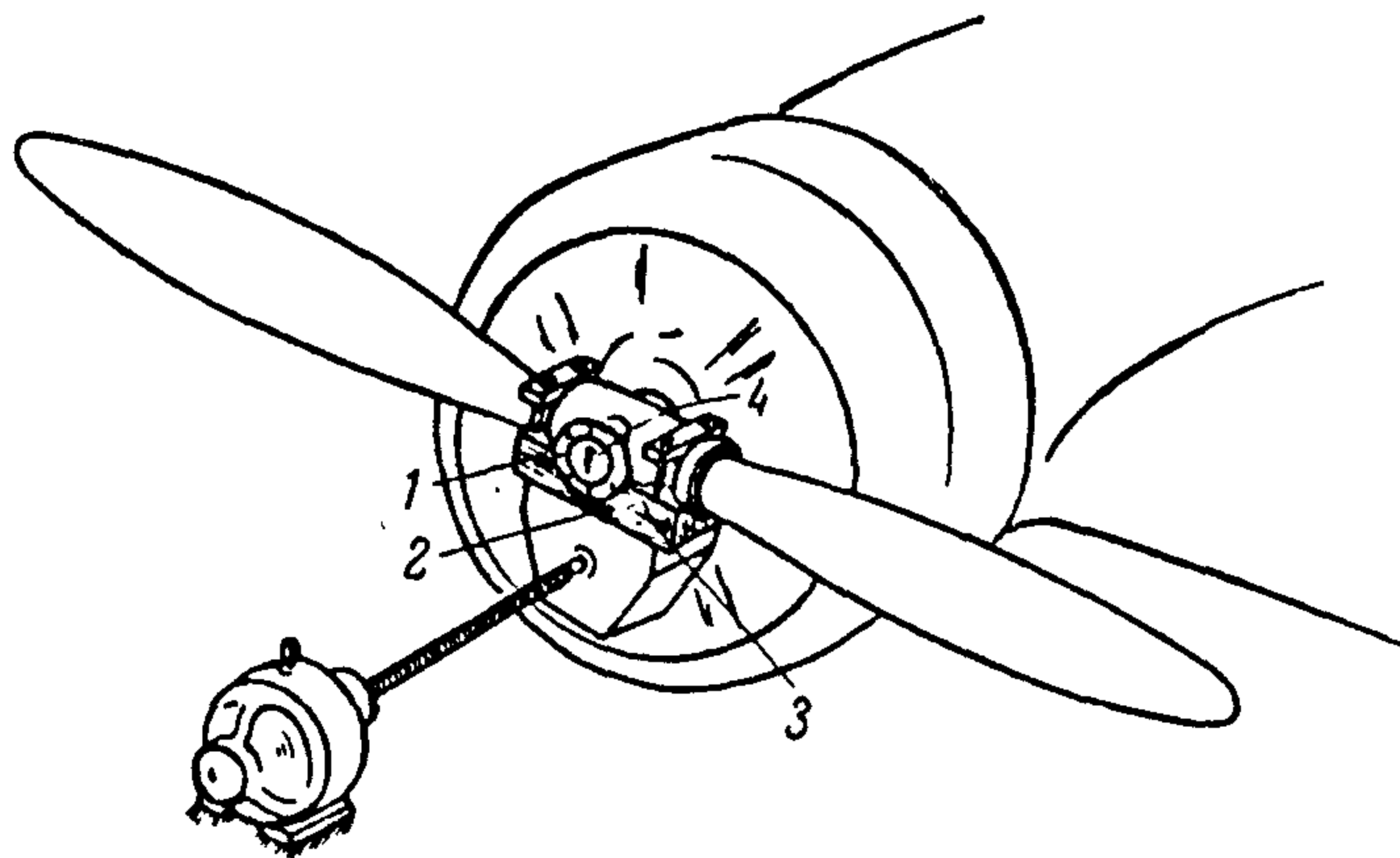
На фиг. 722 дан примерный график изменения амплитуд колебаний в зависимости от числа оборотов вибратора.

После первого найденного резонанса может быть таким же образом найдены и последующие резонансы, соответствующие второму, третьему и т. д. тонам собственных колебаний конструкции.

На фиг. 723 изображена установка вибратора при определении частот собственных колебаний подмоторной рамы на самолете. Вибратор одноблочный; плоскость вращения блока лежит в плоскости вращения винта. Для замера амплитуд могут употребляться мерные клинья. Не изменяя установки вибратора, при соответствующем подборе эксцентрично расположенного груза, на нем могут быть получены нижеуказанные частоты собственных колебаний подмоторной рамы первых и последующих тонов: 1) по вертикали (мерные клинья 1, 2 и 3 дают одинаковые показания). 2) по горизонтали (мерные клинья 1, 2 и 3 дают показания близкие к нулю, а клин 4 дает определенное показание), 3) кручения (клинья 1 и 3 дают одинаковые показания, а показания клина 2 близки к нулю).



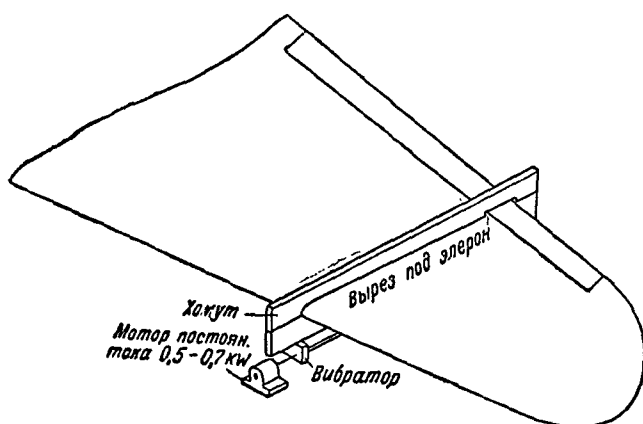
Фиг. 722



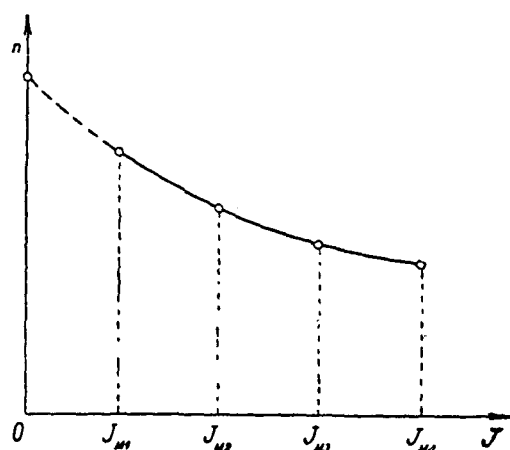
Фиг. 723

Определение частот собственных колебаний кручения крыла

Крыло жестко прикрепляется к колоннам. Для определения колебаний кручения вибраторы, прикрепленные к хомуту (фиг. 724), соединяются между собою жестким валом так, что в то время, когда инерционная сила одного вибратора направлена вверх, у другого — вниз. Таким образом, на крыло действует переменная пара сил. Регулируя число оборотов мотора, определяют резонанс колебаний кручения крыла.



Фиг. 724



Фиг. 725

Чтобы исключить влияние хомута с вибраторами, испытание повторяется несколько раз (не менее четырех раз) при различных значениях момента инерции хомута. Изменение момента инерции достигается путем постановки на хомут дополнительных грузов (свинцовые шайбы). На фиг. 725 приведена диаграмма изменения числа оборотов вибраторов при резонансах в зависимости от различных значений момента инерций хомута. Экстраполяция кривой оборотов до нулевого значения момента инерции дает частоту колебаний, приближающуюся к истинному значению собственных колебаний кручения крыла. Для определения истинного значения частот необходимо провести дополнительную обработку (стр. 624—625).

Моменты инерции хомутов проще всего определяются методом качания снятого с крыла хомута и подвешенного к неподвижной опоре. Формула определения момента инерции хомута относительно оси, проходящей через центр тяжести, имеет следующий вид:

$$J = Ql \left(\frac{T^2}{4\pi^2} - \frac{l}{g} \right) \text{ [кг см}^2\text{]},$$

где T — период одного качания хомута [с],

Q — вес хомута с установленными на нем вибраторами и дополнительными грузами [кг],

l — расстояние от оси качания (точки подвеса) до общего ц. т. хомута с грузами на нем [см].

С помощью определенного таким образом момента инерции J находится момент инерции J_m относительно другой оси хомута, совпадающей с осью жесткости крыла.

Подобным же образом могут быть определены частоты колебаний изгиба крыла и горизонтального и вертикального оперений собранного самолета. При этих испытаниях самолет подпирается под фюзеляж (или под лонжероны центроплана, возможно ближе к фюзеляжу) так, что колеса и костыль не касаются земли.

Необходимость в дополнительной обработке результатов испытания для определения истинных значений частот собственных колебаний кручения вызывается тем, что экстраполяция по моментам инерции дополнительных масс дает удовлетворительный результат только в тех случаях, когда отношение минимального момента инерции хомута к моменту инерции испытываемого объекта (относительно оси жесткости) не превышает $0,3 \sim 0,5$ и когда хомут при этом находился от заделки испытываемой консоли на расстоянии $0,4 \sim 0,5$ длины ее.

При эксперименте с оперением поправка достигает весьма значительной величины, так как в этом случае $\frac{J_M}{J}$ обычно больше, чем у крыла.

Истинное значение частоты собственных колебаний конструкции может быть представлено в виде:

$$\nu = \frac{1}{D_0} \frac{n_1 D_1 + n_2 D_2 + \dots + n_i D_i}{i},$$

где $n_1, n_2, \dots, n_i$ суть частоты колебаний кручения конструкции при различных значениях момента инерции хомута.

В приближенном расчете значения D_i можно брать по графику фиг. 726, дающему зависимость частоты колебаний кручения крыла (или оперения) постоянного сечения ($J_m = \text{const}$ по размаху) от отношения момента инерции J_M сосредоточенной массы к моменту инерции испытываемой конструкции, а коэффициент D_0 в этом случае будет $D_0 = 1,57$.

Определение коэффициента $\frac{1}{D_0}$

$$\frac{1}{D_0} = \sqrt{(1 + \omega)(2 - \beta + \omega)}.$$

Значения β и ω определяются из зависимостей:

$$GI_{кр} = GI_{кр0} \left(1 - \frac{y}{l}\right)^\beta,$$

$$J_m = J_{m0} \left(1 - \frac{y}{l}\right)^\omega,$$

откуда

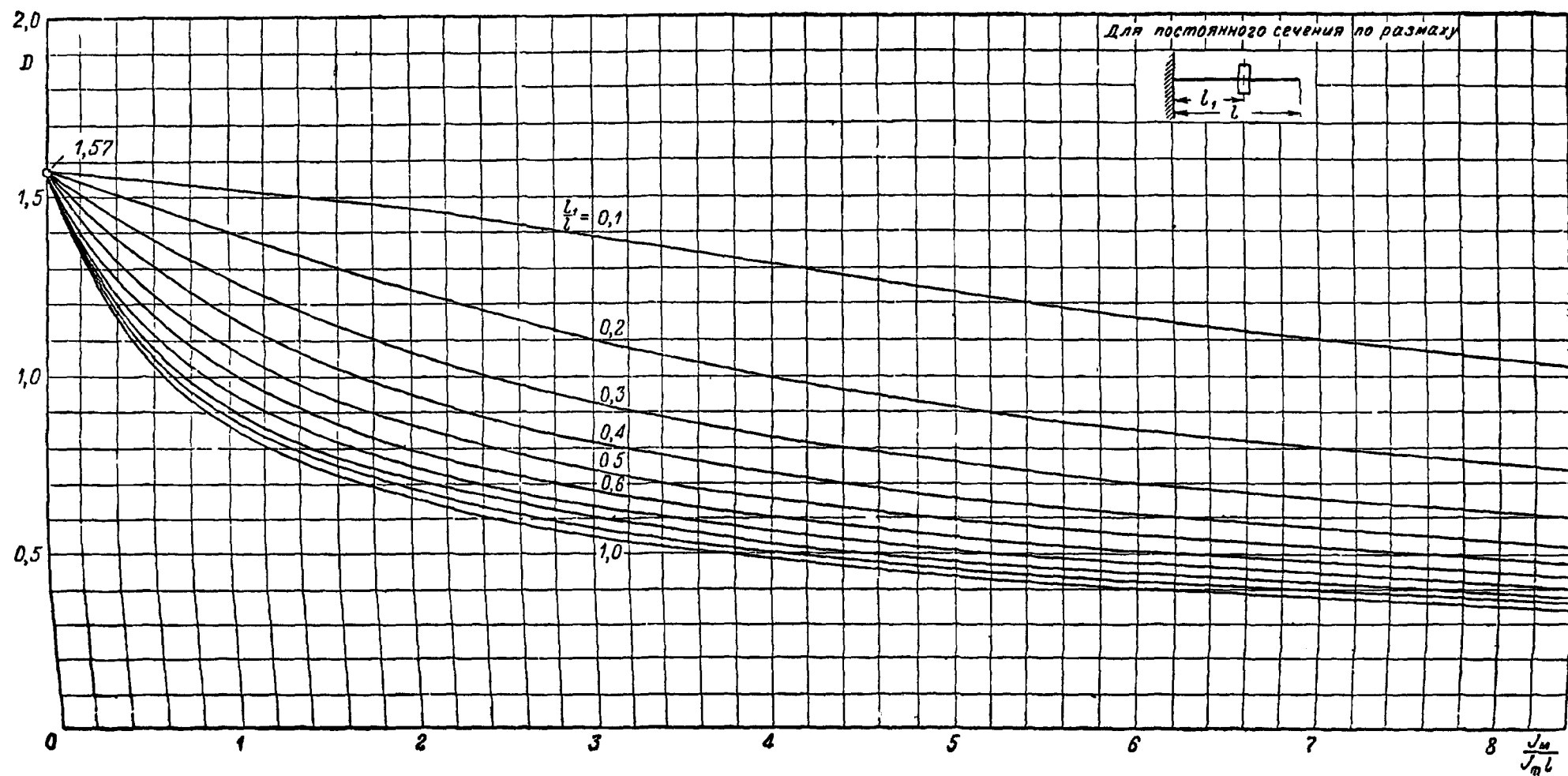
$$\beta = \frac{\lg \frac{GI_{кр}}{GI_{кр0}}}{\lg \left(1 - \frac{y}{l}\right)}, \quad \omega = \frac{\lg \frac{J_m}{J_{m0}}}{\lg \left(1 - \frac{y}{l}\right)},$$

где $GI_{кр0}$ и J_{m0} — жесткость и момент инерции корневого сечения испытываемой консоли,

y — расстояние от корневого до рассматриваемого сечений.

Если значения $GI_{кр}$ и J_m даны в виде графиков или таблиц, то необходимо определить β и ω по приведенным формулам для нескольких значений $\frac{y}{l}$ и в выражение для $\frac{1}{D_0}$ подставить средние значения β и ω .

Формулами для $GI_{кр}$ и J_m , приведенными здесь, можно пользоваться, когда значения этих величин на конце консоли малы по сравнению с их значениями у корня.



Фиг 726

Определение коэффициентов D_i

$$D_i = \sqrt{h \frac{J_{M_i}}{J_{m0} l} + \frac{1}{(1 + \omega)(2 - \beta + \omega)}};$$

Здесь значения ω и β определяются так же, как и при нахождении коэффициента $\frac{1}{D_0}$,

J_{M_i} — i -е значение момента инерции сосредоточенной массы (хомута) относительно оси жесткости испытываемой консоли,

J_{m0} — момент инерции корневого сечения консоли,

l — длина консоли,

$$h = \frac{1 - \left(1 - \frac{l_1}{l}\right)^{1-\beta}}{1 - \beta},$$

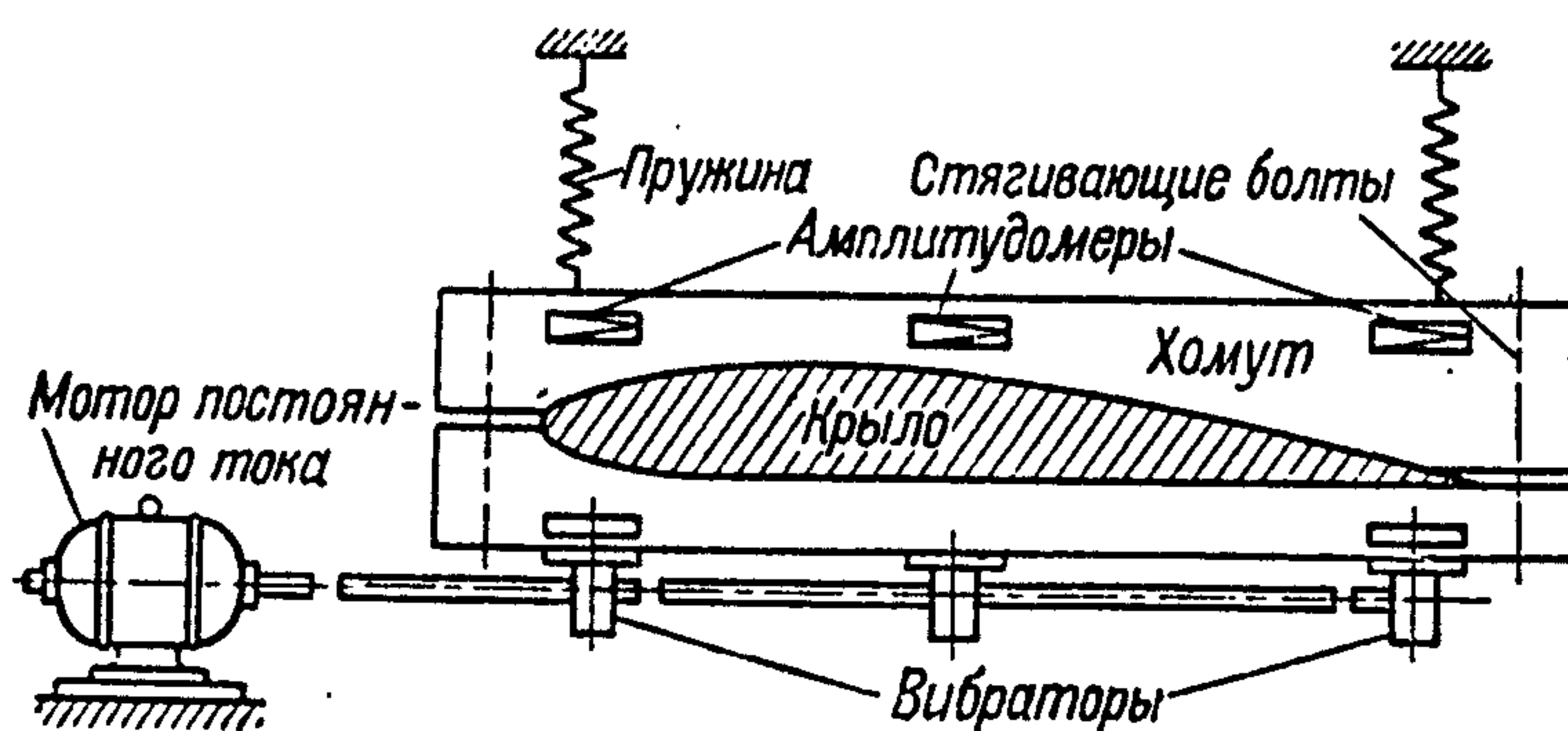
l_1 — расстояние от корневого сечения до места установки хомута.

Определение частот собственных колебаний целых самолетов, винтов, хвостовых оперений и пр. в подвешенном состоянии

Метод испытаний резонансный; конструкции подвешиваются на амортизаторах.

Для определения собственных частот небольших крыльев и оперений можно воспользоваться методом компенсирующей жесткости.

На фиг. 727 приведена схема испытания по этому методу.



Фиг. 727

Вследствие влияния масс хомута, охватывающего крыло, и вибраторов, первая собственная частота крутильных колебаний системы (крыло + хомут с вибраторами) ниже первой собственной частоты крутильных колебаний того же крыла, но свободного от хомута и вибраторов.

Пружинами повышается собственная частота системы. Подбором пружин можно повысить собственную частоту системы как раз настолько, насколько массы хомута и вибраторов ее снизят; в этом случае число оборотов мотора при резонансе будет равняться собственной частоте крыла, свободного от хомута и вибраторов.

Жесткость пружин не может быть указана заранее и должна быть подобрана экспериментально при помощи следующего процесса.

1. Испытание ведут без пружин. Включают мотор и вызывают крутильные колебания. Меняя реостатом число оборотов, определяют низшую собственную частоту крутильных колебаний системы (крыло + хомут с вибраторами) и положение оси жесткости в месте крепления хомута.

При отыскании частоты и положения оси жесткости удобно пользоваться бумажными амплитудомерами (мерными клиньями). Амплитудомеры (4—6 шт.) наклеиваются вдоль хомута. При выводе реостата теневые клинья всех амплитудомеров растут — максимум длины соответствует резонансу. Замечая два амплитудомера с минимальной амплитудой и линейно интерполируя, получают точку с нулевой амплитудой — центр жесткости (кручения).

Найденная таким образом частота является исходной для дальнейшего испытания.

2. Поддерживающие пружины присоединяют к хомуту и освобождают крыло так, чтобы хомут с вибраторами и пружинами представлял собою самостоятельную упругую систему. Частота собственных колебаний этой системы определяется резонансным методом.

Меняя жесткость пружин, добиваются того, чтобы частота колебаний системы (хомут с вибраторами + пружины) равнялась частоте, найденной на первом этапе; при этом следят за тем, чтобы колебания происходили вокруг найденной оси жесткости (геометрического места центров жесткости).

3. Хомут с вибраторами, поддерживаемый подобранными пружинами, надевается на крыло.

Частоту новой системы находят таким же образом, каким отыскивалась исходная частота. Измеренная частота является первым приближением к исходной частоте крыла, свободного от влияния хомута и вибраторов.

4. Хомут с вибраторами, не связанный с крылом и поддерживаемый пружинами, настраивается не на исходную частоту, а на частоту первого приближения. Изменяя жесткость пружин, добиваются того, чтобы при колебаниях системы (хомут с вибраторами + пружины) точки, соответствующие воображаемой оси жесткости крыла, не имели линейных перемещений.

5. Хомут снова надевается на крыло. Пружины имеют вновь подобранную на четвертом этапе эксперимента жесткость; определяется частота, которая и является вторым приближением к частоте крыла, свободного от влияния хомута и вибраторов.

Тем же путем находят третье, четвертое и любое приближение.

Новые приближения находятся лишь до тех пор, пока разность между частотами двух приближений превышает ошибку прибора, измеряющего число оборотов мотора, вращающего вибраторы.

Процесс сходится при любом соотношении между моментом инерции крыла относительно оси жесткости и моментом инерции хомута, взятым относительно той же оси. Сходимость тем быстрее, чем момент инерции хомута с вибраторами меньше момента инерции крыла, чем ближе хомут расположен к корню крыла и чем меньше разница между исходной частотой и истинной частотой крыла.

Принимать за исходную величину частоту крыла с хомутом с вибраторами, но без пружин не обязательно. Часто, на основании статистических данных частота испытываемой конструкции приблизительно известна. Настраивая систему (хомут с вибраторами + пружины) сразу на ожидаемую частоту и продолжая процесс обычным порядком, можно быстрее получить хорошее приближение.

Если испытываемая конструкция сильно отличается от других исследованных ранее и поэтому нет возможности приблизительно взять ее частоту, то можно применить другой прием, ускоряющий сходимость процесса. За исходную частоту принимают первую частоту свободных колебаний конструкции с хомутом и вибраторами, но без пружин. Однако, настройку системы (хомут с вибраторами + пружины) производят не на частоту предыдущего приближения, а на большую частоту. При отыскании же последующих приближений нужно точно следовать вышеописанному основному процессу.

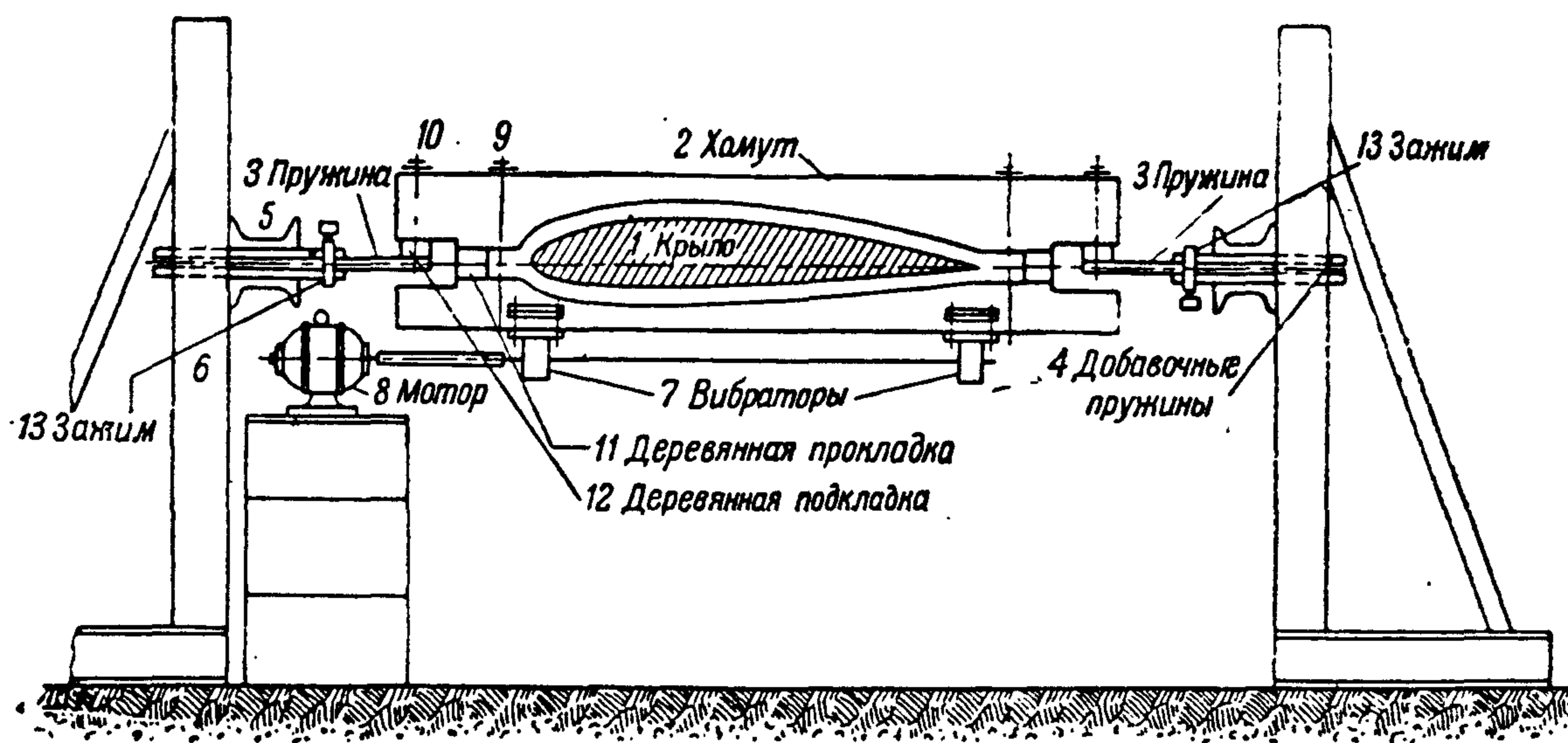
Практическим критерием точности любого из полученных приближений может служить разность между собственной частотой системы: конструкция + хомут с вибраторами + пружины и собственной частотой системы: хомут с вибраторами + пружины.

При рационально проведенном эксперименте число приближений, необходимых для достижения практической точности, не превышает трех.

При помощи того же процесса можно получать частоты собственных колебаний изгиба.

Применение указанного метода целесообразно при испытании малых крыльев, оперений, а также всякого рода моделей.

На фиг. 728 показана схема установки.



Фиг. 728

Крыло 1 закреплено на колоннах лаборатории или примыкает к центроплану самолета. Вблизи свободного конца крыло охвачено хомутом 2. Хомут 2 поддерживается двумя плоскими пружинами 3; пружины представляют собой стальные пластины сечением 60×12 мм. Каждая из пружин 3 охватывается парой пластин 4, зажатых в свою очередь между швеллерами 5; выдвигая добавочные пружины 4, можно менять жесткость всей системы. Швеллеры 5 поддерживаются стойками 6. На хомуте 2 крепятся два двублочных вибратора направленного действия 7. Вибраторы приводятся во вращение мотором постоянного тока 8. При создании крутильных колебаний вибраторы должны отличаться по фазе на 180° , при создании изгибных колебаний должны совпадать.

Болты 9 служат для раздвигания верхней и нижней половин хомута, деревянные прокладки 11 — для расклинивания раздвинутых частей. Болты 10 и деревянные подкладки 12 предназначены для приподнимания хомута и образования зазора между хомутом и крылом. Зажим 13 служит для стягивания концов пружин и уничтожения возможного зазора между ними.

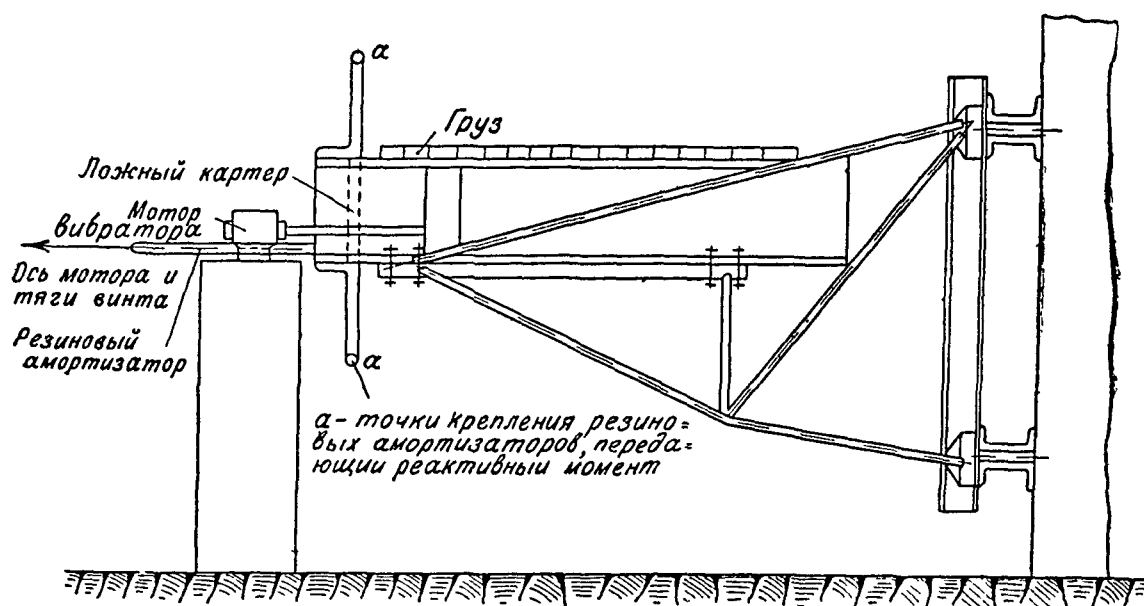
Определение предела усталости

Предел усталости элементов конструкций (сварные, болтовые и заклепочные соединения, узлы и пр.) находится по существующим методам, применяющимся для испытаний материалов. Испытания проводятся или на специальных машинах, или на временных установках.

Испытания на усталость конструкций

На фиг. 729 дана схема установки подмоторной рамы для динамического испытания ее. Соблюдаются условия, приближающие испытание к действительной работе подмоторной рамы на самолете. Вид колебаний

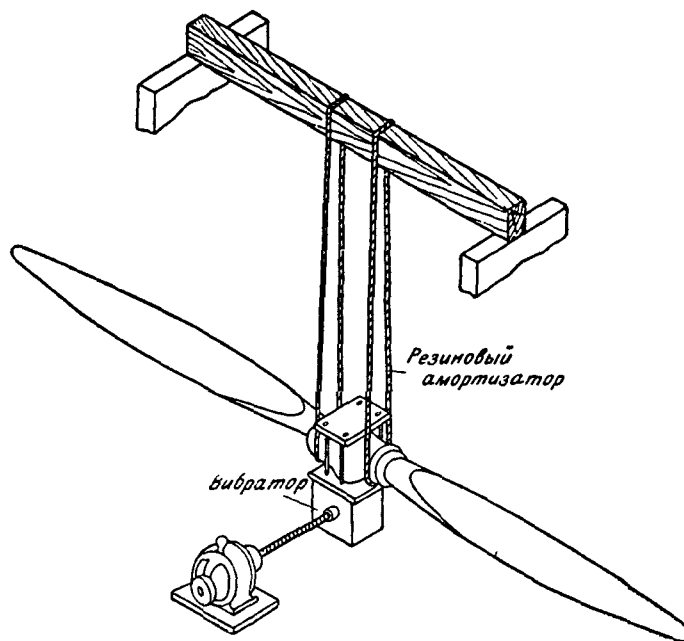
и максимальные амплитуды их должны быть получены из замеров, произведенных на такой же раме, установленной на самолете при работе мотора на всех режимах



Фиг 729

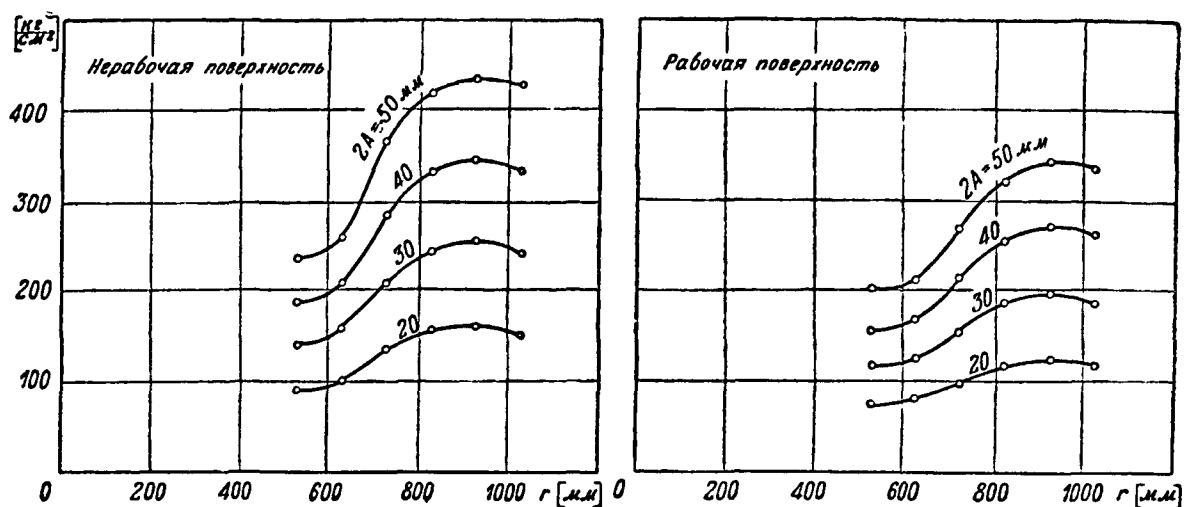
Так как осуществить в лаборатории полностью картину поведения рамы на самолете трудно, то такое испытание надо рассматривать как условное. Испытание отвечает на вопрос, обладает ли данная подмоторная рама большей или меньшей прочностью по сравнению с ранее испытанными рамами той же конструкции.

На фиг 730 дана схема испытаний винтов на усталость при вибрации. Винты подвешиваются на резиновых амортизаторах и испытываются при резонансных колебаниях первого тона. Вибратор закрепляется на втулке винта и приводится в действие от мотора постоянного тока. Предварительно определяются максимальные нормальные напряжения в лопастях винта в зависимости от амплитуд колебаний концов лопастей. Записи тензографами производятся одновременно по обеим поверхностям каждой лопасти при различных амплитудах ее конца 5, 10, 15, 20 мм и т.д. (фиг 731).



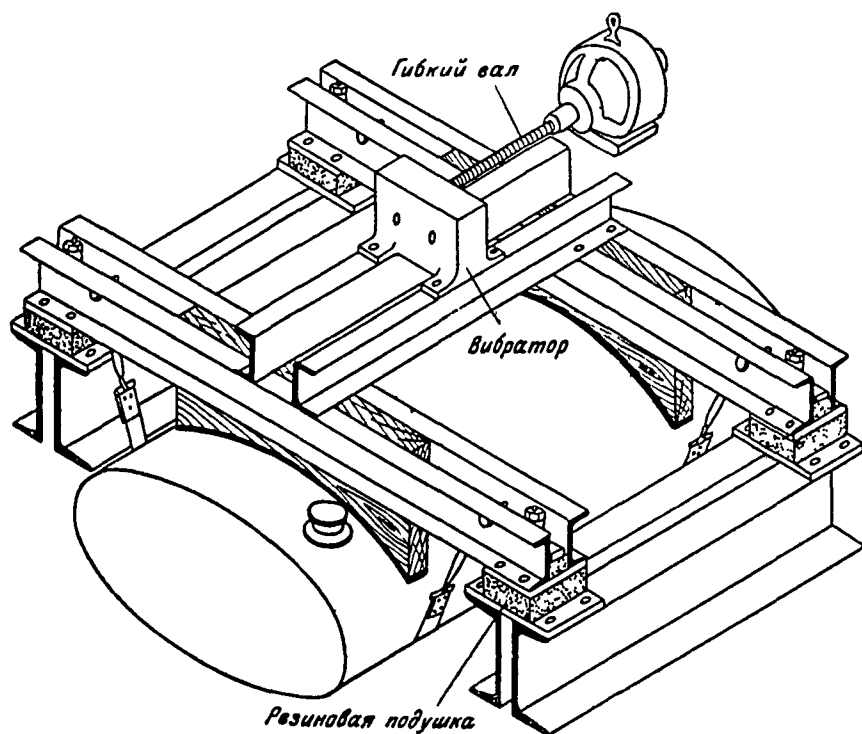
Фиг 730

Экстраполяцией определяются амплитуды, соответствующие заданным для испытания на усталость напряжениям. Испытание на усталость дуралевых винтов начинается при максимальном напряжении $\sigma = 900 \text{ кг/см}^2$ (для стальных $\sigma = 2000 \text{ кг/см}^2$), а затем напряжение повышается ступенями через 150, 100 и 50 кг/см^2 до разрушения. Повышение напряжений регулируется увеличением амплитуд колебаний концов лопастей. На каждой ступени винт выдерживается $5 \cdot 10^6$ колебаний. При этих испытаниях винт считается удовлетворительным, если разрушение винта произойдет при максимальном нормальном напряжении не ниже 1200 кг/см^2 .



Фиг. 731

На фиг. 732 дана схема станка для испытания на вибрацию бензиновых баков. Вибрационный режим станка устанавливается по замерам ви-



Фиг. 732

раций узлов точек крепления бака на самолете в полете на разных режимах работы моторов.

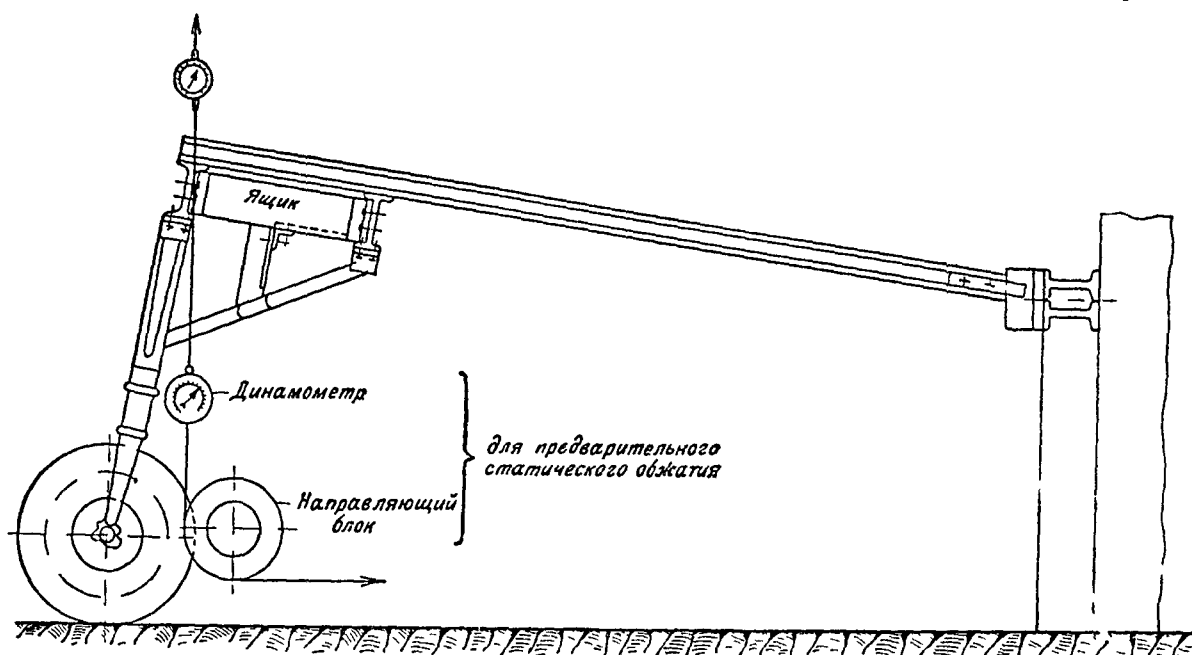
Для испытания бак монтируется на специальной установке с соблюдением его крепления на самолете и заполняется жидкостью (вода, керосин) на 0,8 максимальной его емкости. Частоты и амплитуды колебаний узлов крепления устанавливаются в соответствии с наиболее тяжелым для бака полетным режимом.

Испытание конструкций на удар

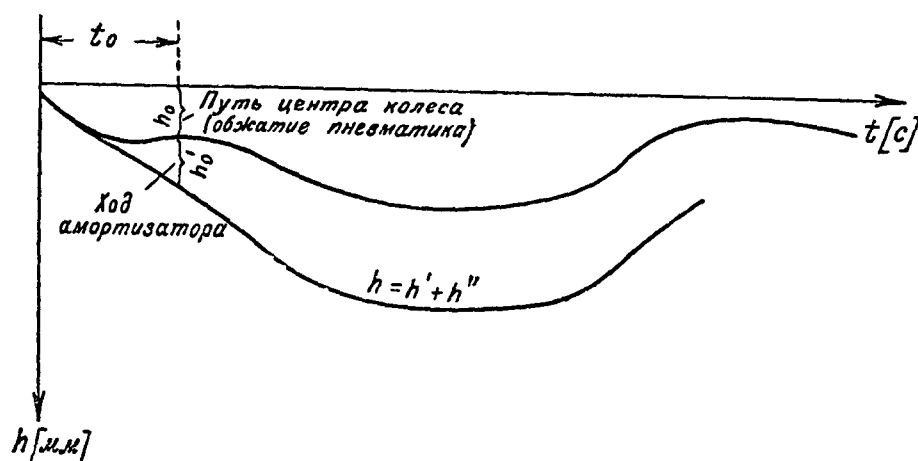
На фиг. 733 изображена схема установки для испытаний шасси. Установка работает по принципу маятникового копра. Для замера величин обжатия пневматика колеса и амортизационного устройства в соответствующих местах укрепляются светящиеся точки (лампочки, закрытые колпачками с отверстием), движение которых фотографируется фотоаппаратом или другим фотомеханическим прибором (оптограф и др.) со специальным приспособлением для перемещения пластинки или пленки в перпендикулярном направлении к движению точек.

Для получения отметок времени может быть использована установка, состоящая из вращающегося диска с прорезами, за которым находится электролампа. При равномерном вращении диска свет от лампы будет давать отметки с определенной частотой.

Полученные на пластинке диаграммы перестраиваются в виде одной суммарной диаграммы (фиг 734). При помощи этой диаграммы и диаграммы



Фиг 733



Фиг 734

статического обжатия пневматика колеса может быть получена диаграмма осевых усилий амортизатора в зависимости от его хода или от времени при двух допущениях

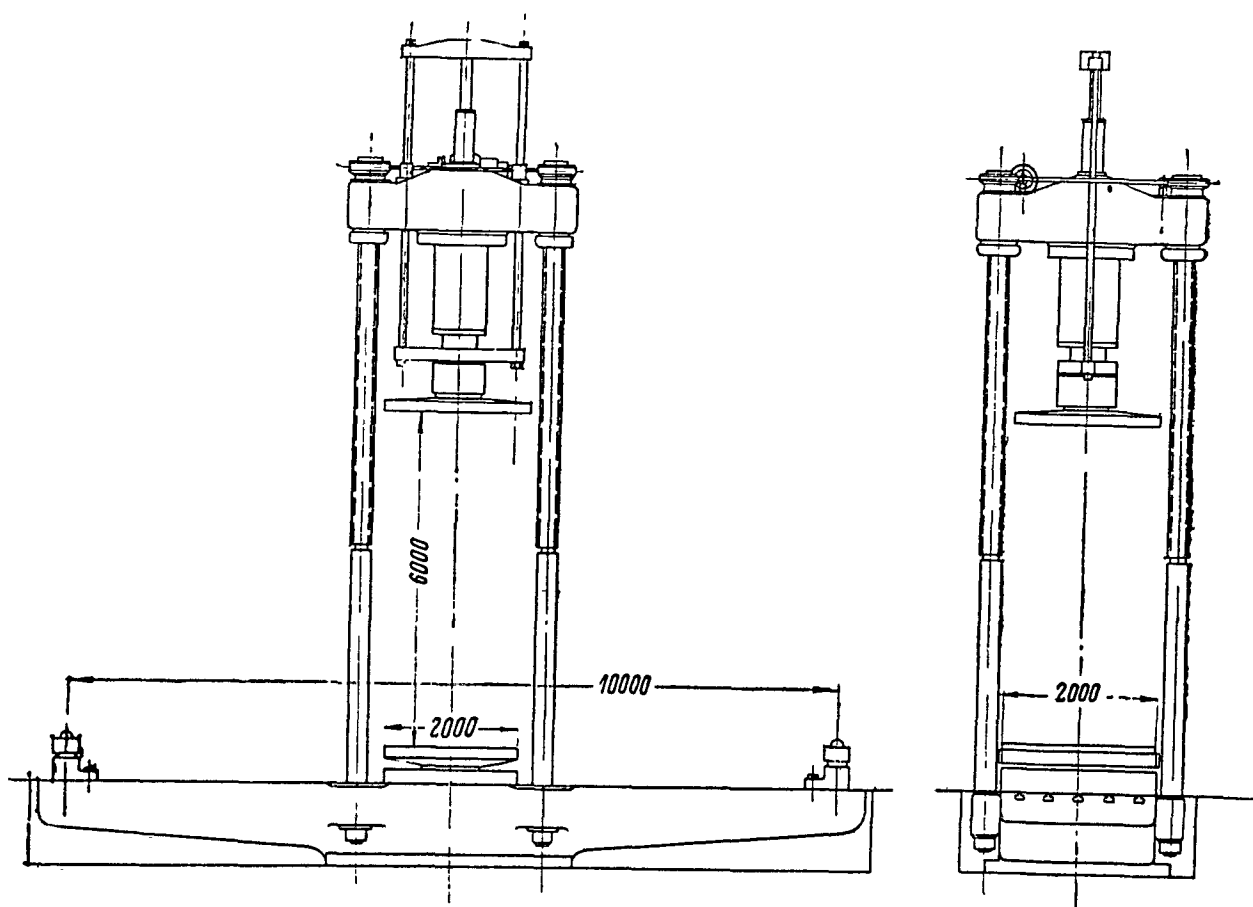
- 1) равным статическим и динамическим деформациям соответствуют равные усилия,
- 2) в любой момент времени удара нагрузка на колесо равна нагрузке на амортизатор

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Серенсен С В Вибрографы и виброметры в применении к измерению колебаний сооружений Вестник инженеров и техников № 12, 1932, стр 520—523
- 2 Папкович П Ф Техника измерения деформации судовых корпусов ОГИЗ Гострансиздат, 1931
- 3 Ананьев И В К экспериментальному определению частот собственных колебаний авиационных конструкций Техн зам ЦАГИ 1938, № 175
- 4 Тимошенко С П Теория колебаний в инженерном деле М — Л ГИИТ, 1932, Л — М ГИИТ, 1934
- 5 Geiger I Mechanische Schwingungen und ihre Messung B Springer, 1937
- 6 Steuding H Messung mechanischer Schwingungen B VDI, 1928
- 7 Lehr E Schwingungstechnik B Springer, v I, 1930, v II, 1934
- 8 Spath W Theorie und Praxis der Schwingungsprüfmaschinen Verlag J Springer 1934

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В МЕХАНИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Испытания авиационных деталей на машинах обеспечиваются двумя группами машин. Первая группа — тяжелые машины, которые дают возможность при испытании создавать нагрузку порядка 300—500 *т* (на кручение — порядка 6500 *кгм*) и проводить испытания больших по габаритам конструкций (ширина до 2 *м*, длина до 10 *м*, высота до 6 *м*). В качестве примера на фиг. 735 показан эскиз подобной машины.



Фиг. 735

Вторая группа — легкие машины для испытания средних и мелких по габаритам (ширина до 0,5 *м*, длина до 3 *м*, высота до 3 *м*) и нагрузкам (до 200 *т*) конструкций, для испытания простейших элементов конструкции (заклепочных, болтовых, сварных соединений, стоек, профилей и т. п.), для испытания образцов, изготовленных из материала испытанной или аварийной конструкции (контроль материала). Часть таких машин представляет собой обычное оборудование механических лабораторий для испытания материалов, вплоть до мелких машин. (на нагрузки от 100 *кг* и ниже, до 1 *кг*, для испытания мелких образцов). Другая часть машин носит специальный характер; она дает возможность испытания деталей и конструкций, требующих небольшой нагрузки, но больших рабочих габаритов машины.

Испытание целых конструкций на машинах возможно только в том случае, если они не требуют сложных комбинаций нагрузок и могут быть испытаны в замкнутой силовой схеме машины. Приложение к конструкции внешних для машины сил не допускается. В табл. 225 приведены основные характеристики испытательных машин.

Приборное оборудование механической лаборатории подразделяется: на приборы для замера деформаций, приборы для кон-

троля машин (прецизионные динамометры) и приборы контрольно-измерительные.

Приборы для замера деформаций: тензометры типа Хуггенбергера (стр. 602), зеркальный Мартенса, Кэмбриджа, торзиометры типа Рия, Ольсена, Амслера для замера углов кручения, лимбы Баушингера и др.

Приборы для контроля машин — прецизионные динамометры, пружинные с предельной нагрузкой от 1 000 до 5 000 кг, ртутные — от 10 000 до 500 000 кг.

Контрольно-измерительный инструмент для проверки перед испытанием размеров деталей и элементов конструкций: штангенциркули, кронциркули, глубиномеры, масштабные линейки, угломеры, уровни и т. п.

В задачи механической лаборатории для испытания авиационных конструкций и деталей входит:

- производство испытаний деталей и конструкций строящихся самолетов;
- производство испытаний конструкций и образцов для научно-исследовательских работ;

- определение механических свойств материала конструкций;

- усовершенствование методики испытания авиационных конструкций и деталей.

Все испытания, как правило, должны сопровождаться анализом полученных результатов испытания и обобщением данных ряда подобных испытаний.

Наиболее часто встречающиеся объекты работы:

Испытания на растяжение

Испытываются панели, узлы, втулки воздушных винтов, различные соединения (сварные, заклепочные, болтовые, пистонные), тяги, косынки, ушки, различные накладки, нормальные образцы и т. п. (фиг. 736). Проверяются динамометры, употребляемые при испытаниях в других лабораториях.

Испытания на сжатие

Испытываются трубы, узлы, различные соединения, отсеки лонжеронов, стойки, колеса, шасси, профили, цилиндры, шпангоуты и т. п. Проверяются динамометры — мессдозы.

Примеры установок конструкций на испытательных машинах даны на фиг. 737—740.

Испытания на изгиб

Испытываются оси, лыжи, отсеки лонжеронов, фермы, воздушные винты, тележки шасси, трубы и т. п. Примеры установок конструкций для испытания на машинах даны на фиг. 741—743.

Испытания на кручение

Испытываются оси, лопасти воздушных винтов, трубы, коленчатые валы, цилиндры (полые тонкостенные конструкции), отсеки фюзеляжей (фиг. 744) и т. п.

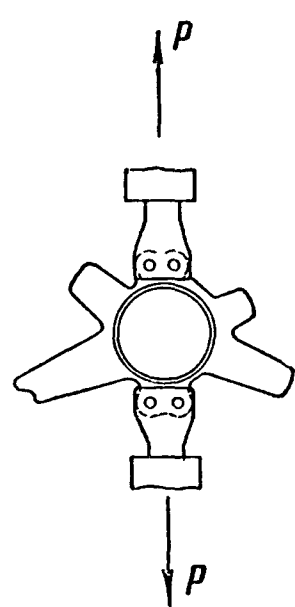
Испытания на различные виды нагрузок

На фиг. 745 показана в качестве примера схема испытания кабана лыжи на боковую нагрузку.

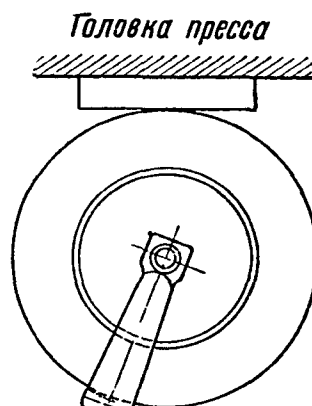
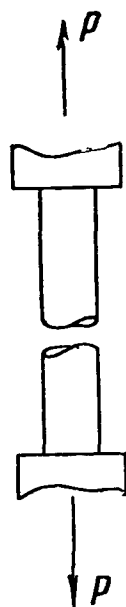
Испытания материала на твердость, на усталость, ударная проба и т. д. в механической лаборатории испытаний авиационных конструкций проводятся преимущественно на образцах, взятых из испытанных конструкций как контрольные.

Программа проверки механических свойств материала конструкции и места вырезов образцов устанавливаются обычно в зависимости от предварительного заключения о результатах испытания конструкции.

634



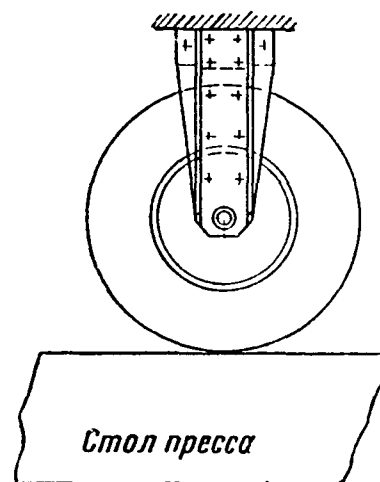
Фиг 736



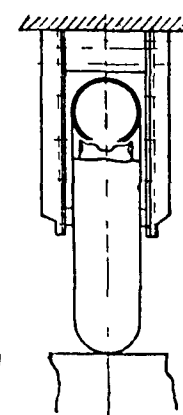
Стол пресса

Фиг 739

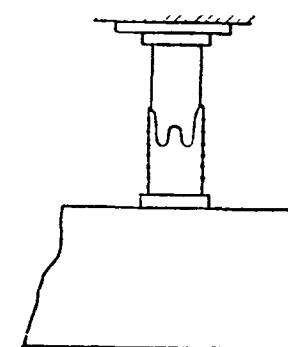
Головка пресса



Фиг 737



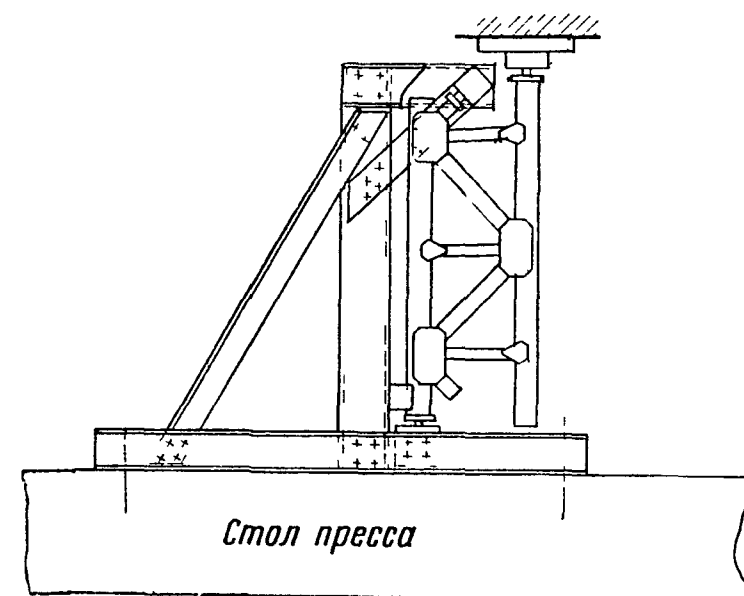
Головка пресса



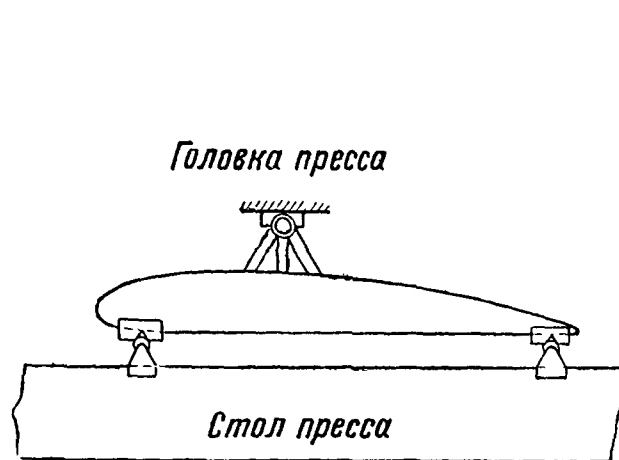
Стол пресса

Фиг 738

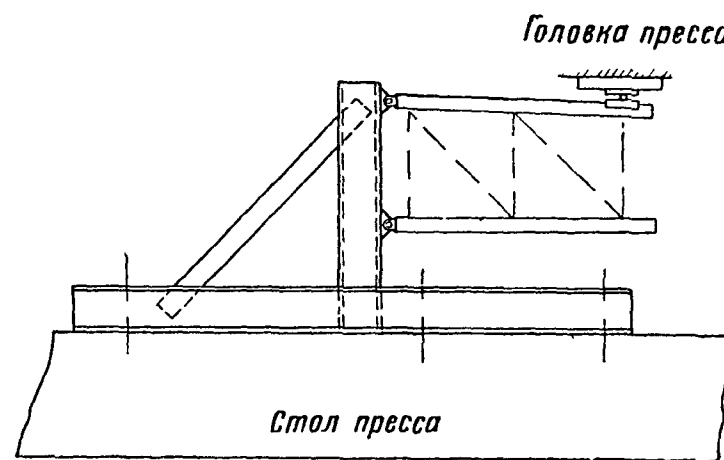
Головка пресса



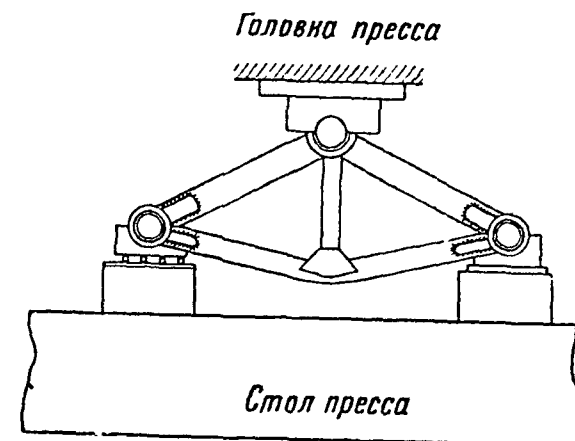
Фиг 740



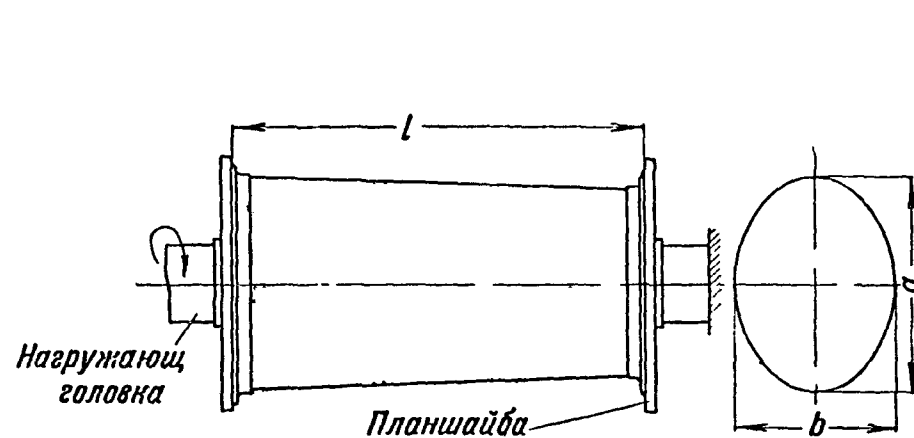
Фиг 741



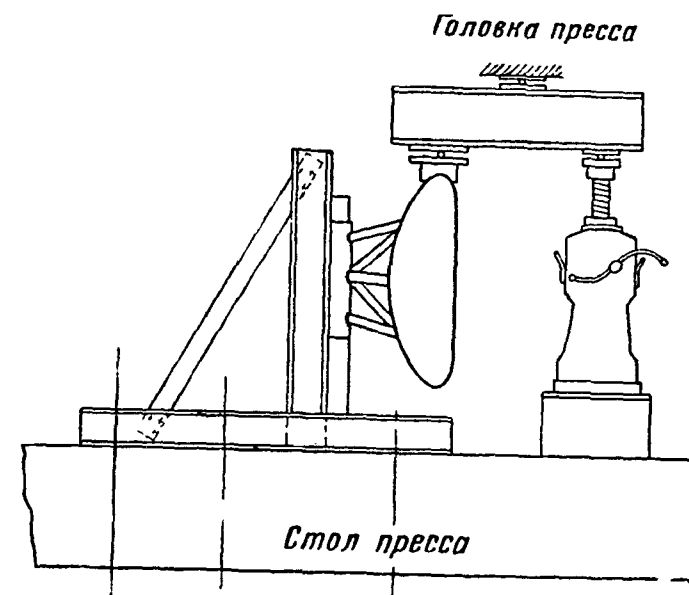
Фиг 742



Фиг 743



Фиг 744



Фиг 745

Таблица 225

Основные характеристики испытательных машин механической лаборатории

№ п/п.	Наименование машин	Максимальная нагрузка [т]	Тип машины	Рабочие габариты машины			Просвет между колоннами или вылет [мм]	Захваты		Шкалы (величина нагрузки) [т]	Диаграммный прибор	Силовизм-ритель	Привод	Рабочий ход [мм]
				при сжатии от — до [мм]	при растяжении от — до [мм]	при изгибе от — до [мм]		для плоских образцов, ширина [мм]	для круглых образцов [мм]					
1	Машина для испытания на растяжение и сжатие пружин (высокая модель)	0,3	Амслер	0—800	25—870	—	200	55	5	0,3—0,2— —0,1—0,03	есть	маятниковый	ручной	—
2	Машина для испытания на сжатие, растяжение и изгиб	2	Амслер	0—900	0—980	200—1 500	50	80	12	2,0—1,0— —0,5—0,2	"	"	ручной и механический	—
3	Машина для испытания на сжатие, растяжение и изгиб	5	ВОТИ	0—820	0—900	200—1 100	55	85	18	5,0—2,5— —1,0—0,5	"	"	"	—
4	Машина для испытания на сжатие, растяжение и изгиб (высокая)	5	Амслер	0—1 680	0—1 750	200—1 100	55	110	18	5,0—2,5— —1,0—0,5	"	"	"	—
5	Машина для испытания на сжатие, растяжение и изгиб	10	Амслер	0—175	0—500	1 100	240	50	24	10,0—5,0— —2,0—1,0	"	"	гидравлический	200
6	Машина для испытания колес	10	Амслер	0—1 350	0—1 000	1 500	590	50	24	10,0—5,0— —2,0—1,0	"	"	"	200
7	Машина для испытания на растяжение	10	Мор-Федергаф	—	0—750	—	400	60	25	10,0—5,0—2,0	"	"	"	500
8	Машина для испытания конструкций на растяжение и сжатие	15	Мор-Федергаф	0—2 000	0—2 000	—	1 500	60	30	15,0—7,5—3,0	"	"	"	300
9	Машина на растяжение, сжатие и изгиб	30	Амслер	0—3 010	0—1 300	2 910	205	0—50	0—26	30,0—20,0— —10,0—3,0	"	"	"	200
10	Машина на растяжение	50	Мор-Федергаф	—	50—560	—	630	0—60	30	50,0—5,0	"	рычажный	механический и ручной	400

11	Машина на растяжение, сжатие и изгиб	150	Риль	0—2 700	0—2 000	6 000	460	0—100	80	100—150	есть	рычаж- ный	механиче- ский	—
12	Машина на растяжение, сжатие и изгиб	180	Эвери	6 000	75—6 000	7 000	1 900	0—120	80	180	"	"	гидравли- ческий	1 000
13	Пресс (сжатие, изгиб)	200	Амслер	0—2 160	—	3 120	440	—	—	200—100— —50—20—10	"	маятни- ковый	"	210
14	Пресс (сжатие, изгиб)	500	Ман	0—4 000	—	9 500	2 000	—	—	500—250— —100	"	"	"	500
15	Пресс (сжатие, изгиб)	1 000	Ман	4 580	—	4 600	1 830	—	—	1 000—500— —200	"	"	"	—
16	Машина на растяжение	500	Ман	—	500—4 000	—	1 000	100— —200	30— —200	500—250— —100	"	"	"	500
17	Машина Шоппера для ис- пытания нитей	0,01	Шоппер	—	50—300	—	—	0—15	2	10—2 кг	нет	"	ручной	—
18	Машина Шоппера для ис- пытания проволоки	0,05	Шоппер	—	50—300	—	—	0—15	4	50—10 кг	"	"	"	—
19	Машина Шоппера для ис- пытания тканей, прово- локи	0,1	Шоппер	—	50—300	—	—	0—15	5	100—20 кг	"	"	"	250
20	Машина Шоппера для ис- пытания тканей, резины, проволоки, листового ма- териала	0,5	Шоппер	—	50—600	—	—	25	6	500—100	есть	"	механиче- ский и ручной	—
21	Горизонтальная машина на растяжение	200	Амслер	12 000	9 000	—	—	140	90	200—100— —50—20	"	"	гидравли- ческий	станина наклонена к полу под углом 45°
22	Горизонтальная машина на растяжение	200	Мор-Федерграф	10 000	9 000	—	—	120	100	200—100— —40	"	"	"	—
23	Машина на кручение	6 кгм	ВОТИ	При кручении	0—350	—	—	0—20	0—5	0,6—1,0; 2,0— —4,0; 6,0 кгм	"	"	ручной	—
24	Машина на кручение	600 кгм	Амслер	При кручении	0—3 000	482	—	0—80	20— —100	600—300— —200 кгм 150—100—50 кгм	"	"	механиче- ский и ручной	—
25	Машина на кручение	2 250 кгм	Ольсен	При кручении	0—5 000	—	—	—	10—50	2 250 кгм	нет	рычаж- ный	механиче- ский	—
26	Машина на кручение	6 250 кгм	Ольсен	При кручении	0—6 000	—	—	—	40— —100	6 250 кгм	"	"	"	—

При проведении испытания всякой детали или конструкции обязательно должны соблюдаться следующие правила:

Правила установки конструкции на машине

Должен быть произведен тщательный осмотр конструкции и записаны имеющиеся дефекты; должны быть промерены основные размеры и подготовлены места для постановки приборов.

Должны быть проверены приспособления, устанавливаемые на машине, до закрепления на них испытываемой конструкции.

Нагрузка должна быть приложена центрально; вне силового контура машины никаких внешних нагрузок прикладывать нельзя.

Приборы, замеряющие деформации, должны быть тщательно поставлены как непосредственно на конструкции, так и вне ее, и перед началом испытания проверены.

Должны быть установлены ограждения, предохраняющие части машины от повреждений в момент разрушения конструкции, и приняты меры, устраняющие возможность несчастных случаев с экспериментаторами.

Перед началом испытания должен быть проверен нуль силоизмерителя машины (чем будет уничтожено влияние веса конструкции и веса установочных приспособлений на показания машины).

Шкала динамометра испытательной машины должна быть взята несколько больше (на 25—30%) ожидаемой разрушающей нагрузки.

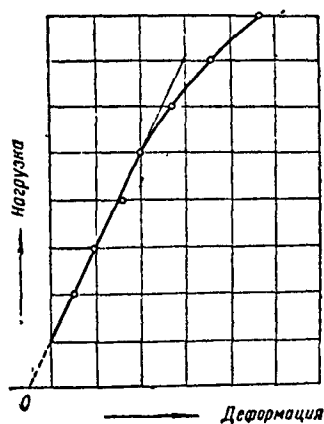
Правила проведения эксперимента

Первый отсчет по приборам следует брать при небольшой нагрузке (равной 5—10% от расчетной). Принимая эту небольшую нагрузку за условный нуль, исключают погрешности за счет установочных люфтов в приборах, за счет обмятия под опорами и т. д.

Во время испытания необходимо постоянно следить за поведением испытываемой детали и все замеченные изменения заносить в журнал.

Нагрузка должна повышаться плавно.

Перед каждым отсчетом по приборам для ряда конструкций рекомендуется давать выдержку от 0,5 до 3 мин.



Фиг. 746

Во время испытания или по окончании его строятся диаграммы перемещений для каждой исследуемой точки. С помощью этих диаграмм корректируются отсчеты по приборам и они являются исходными данными для дальнейшей обработки. Переход от условного нуля к нулю диаграммы производится графически, путем продолжения прямолинейной части диаграммы до пересечения с осью абсцисс (фиг. 746).

По диаграммам перемещений опор вносятся поправки в величины перемещений точек элемента конструкции и строится окончательная диаграмма перемещений точек, которая используется для анализа конструкции.

При анализе испытанной авиаконструкции или детали следует выяснять законность расчетных предположений и дать весовые и другие сравнительные характеристики подобных деталей.

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ САМОЛЕТА В ПОЛЕТЕ И ПРИ ПОСАДКЕ

Задачу эксперимента по изучению прочности самолета в полете и при посадке составляют:

1) определение величины и распределения внешней нагрузки, действующей на самолет в разных случаях полета и посадки, и продолжительности ее действия;

2) определение деформаций частей и деталей конструкции самолета в действительных условиях.

Результаты полетных исследований прочности, являясь материалом, позволяющим решать целый ряд вопросов непосредственно (например, для работ по нормам прочности самолетов), определяют также и правильную постановку исследований прочности конструкций в лабораториях.

Приборы

При изучении прочности самолета в полете для определения режима полета обычно применяются следующие приборы: 1) указатель скорости, 2) барограф, 3) указатель угла атаки самолета (флюгер Константена), 4) указатель угловых скоростей самолета (3-компонентный жирограф), 5) указатель положения рулей, 6) перегрузочные приборы, 7) прибор, измеряющий давление на ручку управления.

Для получения характеристик прочности самолета служат приборы:

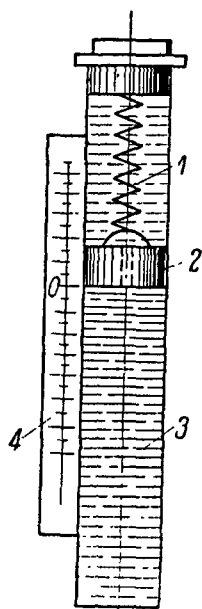
1) для замера и записи общих деформаций конструкции (оптограф), 2) для замера и записи деформаций в элементах конструкции (тензографы), 3) для получения вибрационных характеристик (вибрографы), 4) для замера аэродинамических давлений в отдельных точках несущих поверхностей (множественные самописцы давлений).

Иногда для замера ряда величин пользуются приборами стандартного оборудования самолета, снимая показания их на киноленту.

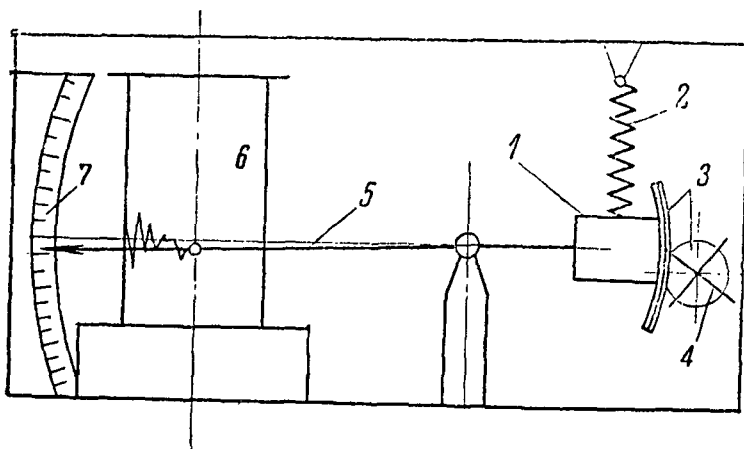
Исследование перегрузок

В зависимости от цели эксперимента самолет оборудуется перегрузочными приборами в ряде точек или только в ц. т. Желательна установка всех приборов, показания которых определяют режим самолета. Минимальное оборудование самолета в том случае, когда эксперимент (продолжительный и массовый) имеет своей целью только получение статистических данных, составляют: 1) перегрузочный прибор в ц. т. самолета, 2) указатель скорости или комбинированный из них прибор (стр. 640).

На фиг. 747 показана схема простейшего перегрузочного прибора (1 — пружина, 2 — груз, 3 — масло (демпфер), 4 — шкала); на фиг. 748 — схема перегрузочного прибора Цейсса (1 — груз, 2 — пружина, 3 — передача к демпферу, 4 — демпфер, 5 — стрелка, 6 — барабан с часовым механизмом для записи на ленте, 7 — шкала для наблюдений).



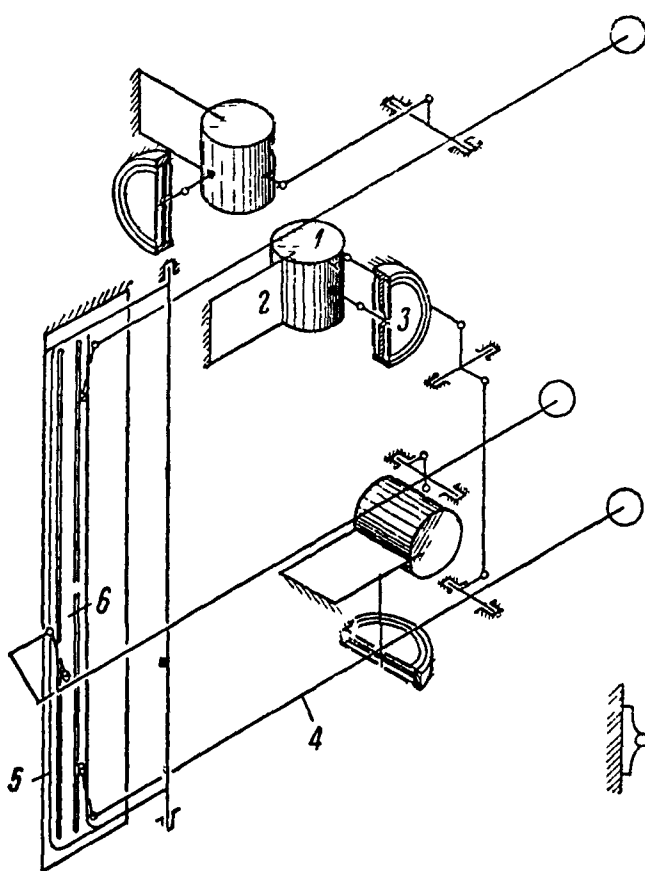
Фиг. 747



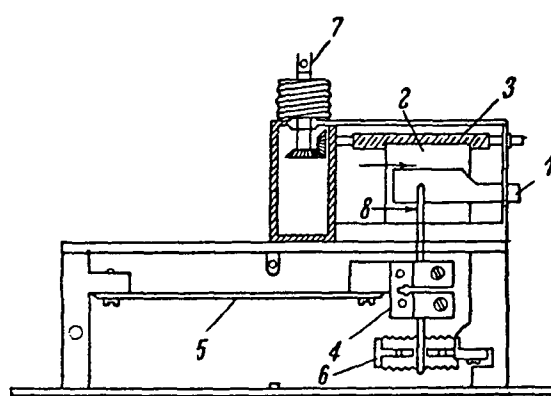
Фиг. 748

На фиг 749 и 750 приведены схемы двух типов перегрузочных приборов ЦАГИ. На фиг 749 показана схема перегрузочного прибора с записью накалыванием на бумаге (1 — груз, 2 — пружина, 3 — демпфер, 4 — стрелка, 5 — ударная рамка, 6 — направляющий столик). На фиг 750 показана схема перегрузочного прибора с микрозаписью (ПМЗ) (1 — стекло, на котором производится микрозапись, 2 — каретка, в которой закрепляется стекло, 3 — ходовой винт для продвижения каретки, 4 — груз, 5 — пружина, 6 — демпфер, 7 — вал к моторчику, 8 — рычаг с алмазом)

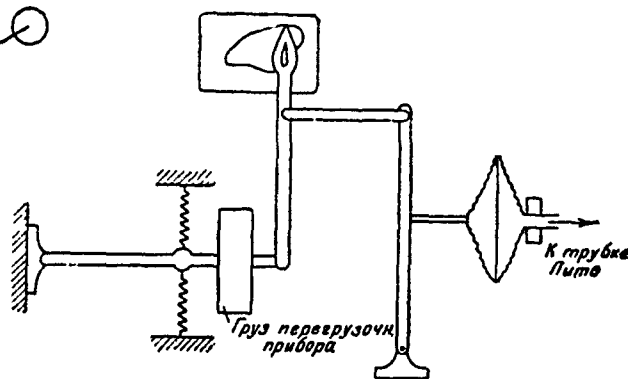
На фиг 751 показана схема перегрузочного прибора, позволяющего вести продолжительное время запись перегрузок в функции скорости, он может, например, применяться при изучении перегрузок в болтанку при нормальной эксплуатации самолета



Фиг 749



Фиг 750



Фиг 751

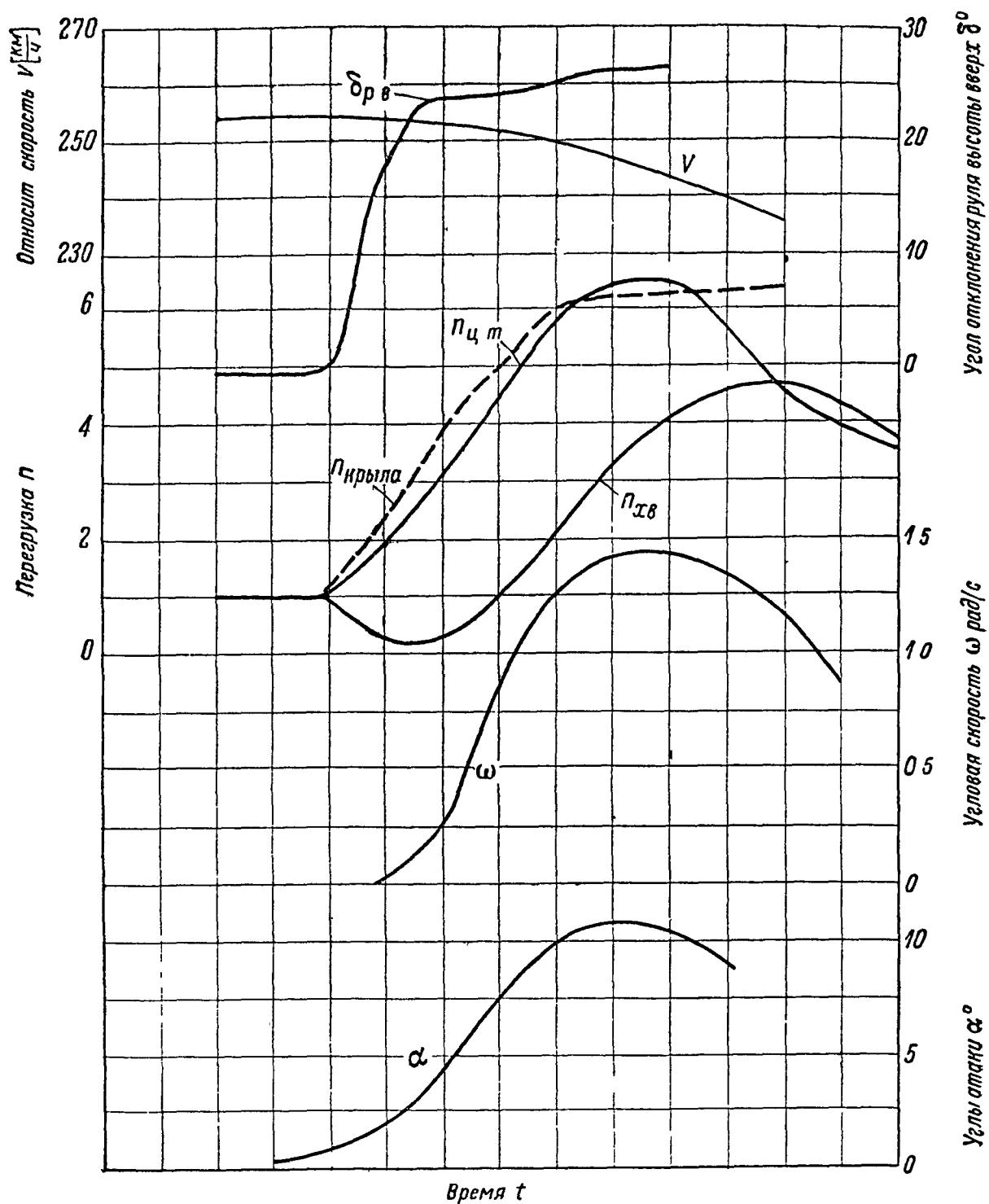
При выборе типа перегрузочного прибора для эксперимента в полете (кроме посадок) следует предпочитать приборы с малою частотою собственных колебаний

Опыты показывают, что на запись приборов с большою частотою собственных колебаний сильно сказываются вибрации, вызываемые винтомоторной группой, и расшифровка показаний затрудняется

Крепление прибора на самолете должно быть таким, чтобы вибрации прибора не было

Огромный материал по перегрузкам, накопленный к настоящему времени во всех странах, показывает, что наибольшая величина перегрузок получается при криволинейном полете в вертикальной плоскости (выходы). Для самолетов с малою маневренностью перегрузки при других маневрах могут иметь значение близкое к перегрузкам для них при выходах

На фиг 752 приведен типовой график обработки показаний приборов при исследовании перегрузок на выходах горкой

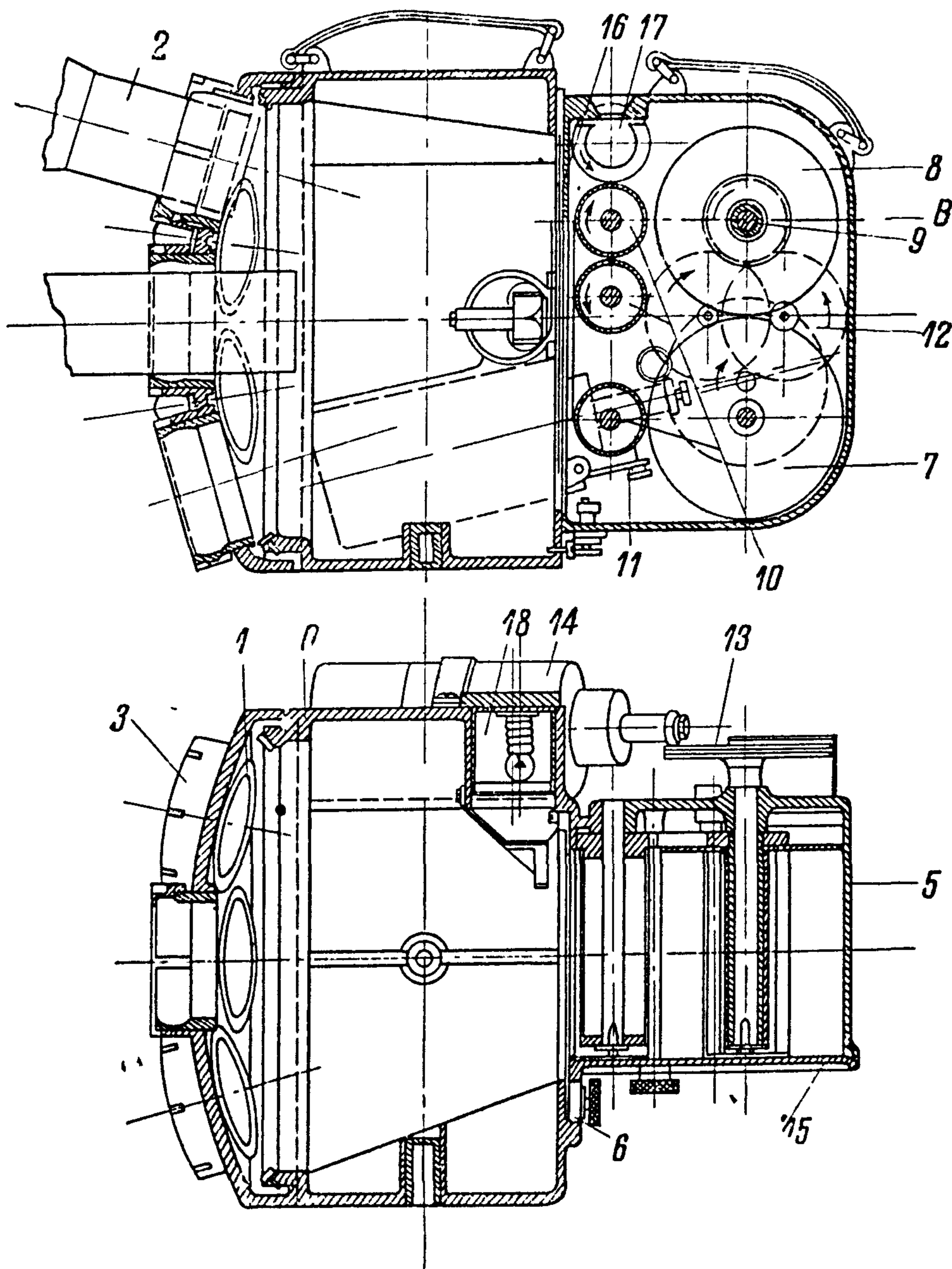


Фиг 752

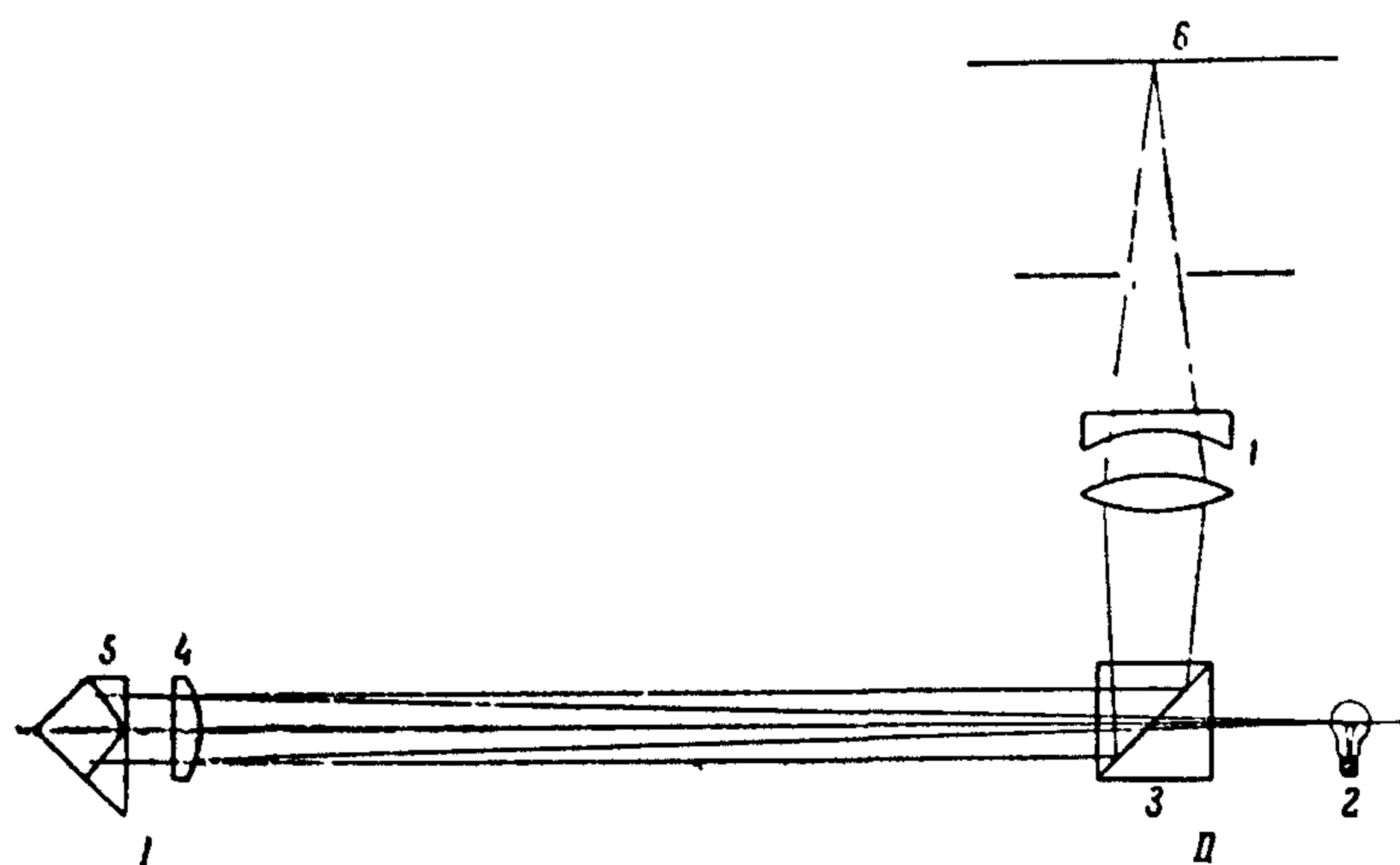
Исследование общих деформаций конструкции

Определение общих деформаций в полете производится или для накопления статистического материала или для более глубокого анализа материалов эксперимента, проводимого с другой целью (например, замер общих деформации параллельно с перегрузкой при изучении действия сил малой продолжительности в болтанку или при посадках). Исходными во всех экспериментах являются общие деформации в горизонтальном полете. Исследование общих деформаций конструкции может производиться как с помощью специального прибора — оптографа, так и с помощью нормальной киноаппаратуры. Оптограф (фиг 753 и 754) дает непрерывную запись перемещений исследуемой точки (или одновременно ряда точек) конструкции в масштабе, обеспечивающем достаточную точность при расшифровке.

На фиг. 754 дана схема прохождения световых лучей при экспериментировании оптографом, а на фиг. 753 — конструктивная схема оптографа.



Фиг. 753

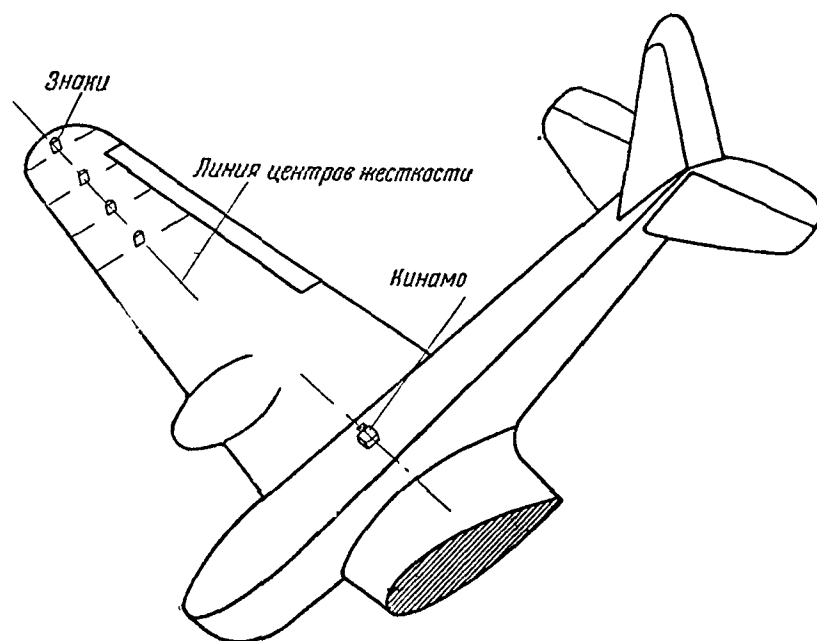


Фиг 754

При эксперименте объективная трубка 2 (фиг. 753) с помощью шарового вкладыша 3 (фиг. 753) фиксируется по исследуемой точке конструкции, в которой установлено тройное зеркальце, имеющее свойство отражать.

световые лучи по тому же направлению обратно в виде пучка с параллельными лучами. На фиг. 754—I тройное зеркальце (4—линза, 5—собственно тройное зеркальце) и II—оптограф.

От источника света 2 (фиг. 754) пучок лучей через очень малое окно призмы 3 (фиг. 754) попадает на тройное зеркальце 5 (фиг. 754), от которого он отражается в виде пучка с параллельными лучами. Пучок параллельных лучей попадает на посеребренную диагональ призмы 3 (фиг. 754), отражаясь от которой он проходит через фотообъектив I (фиг. 754), где преломляется, и дает изображение светящейся точки на светочувствительной бумаге 6 (фиг. 754). Светочувствительная бумага помещена в кассете 5 (фиг. 753) на роликах 7 и 8 (фиг. 753), которые приводятся в движение с помощью электромотора 14 (фиг. 753) через передачу 12—13 (фиг. 753). Для отметки времени служит лампа накаливания 18 (фиг. 753).

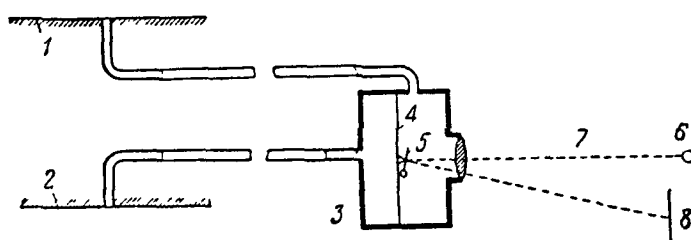


Фиг. 755

На фиг. 755 дана схема установки для получения замера деформаций крыла в полете с помощью кинемо. На киноленту снимается крыло с расположенными на нем знаками. Недостатками такого способа являются: большой объем работы по расшифровке снимков, малая точность расшифровки и прерывность замеров. Способ мало пригоден для изучения вибраций; он применяется при исследовании достаточно больших деформаций. В зависимости от назначения эксперимента самолет оборудуется также приборами, определяющими режим полета.

Исследование распределения давления

Результаты исследования распределения давления по поверхности самолета позволяют наиболее полно судить о внешних нагрузках на самолет. Изучение распределения давления ведется методом дренирования. Самолет оборудуется батарейным манометром, который должен позволять производить одновременные отсчеты в 30—60 (и больше) точках. На фиг. 756 по-



Фиг. 756

казана схема присоединения пары отверстий крыла на верхней 1 и нижней 2 поверхности к манометру 3. Присоединение к манометру выполняется так, что отсчет по последнему дает алгебраическую сумму давлений на верхней и нижней поверхности крыла. Регистрация показаний манометра произ-

водится на светочувствительной пленке 8 с помощью светового луча 7 от источника света 6. Луч отклоняется специальным зеркальцем 5, укрепленным на мембране 4.

На точность показаний манометра значительно влияет изменение температуры, которое может привести к ошибке в величине нагрузки до 8%. На характере распределения нагрузки указанная ошибка отражается мало. При проведении эксперимента самолет должен быть оборудован перегрузочными приборами, указателем положения рулей, жирографом, указателем скорости с самописцем.

Исследование напряжений в конструкции самолета

Определение напряжений в отдельных элементах конструкции самолета производится с помощью тензографов, регистрирующих деформации элемента путем микрозаписи на стекле (схема тензографа приведена на стр. 618).

Целью эксперимента может быть или решение задачи о распределении усилий между элементами конструкции или анализа запаса прочности в отдельных частях самолета и правильности предпосылок норм прочности применительно к исследуемому самолету.

В результате эксперимента может быть получен также паспорт прочности конструкции крыла в функции скорости полета или других факторов.

Исследование посадок

Метод тензографии. Элементы шасси оборудуются тензографами, синхронизированными в своих показаниях отметкой времени. Усилия в элементах шасси на стоянке определяются с помощью записей на стоянке и в горизонтальном полете на малых скоростях. Затем производятся разбеги, посадки.

При изучении посадок поплавковых гидросамолетов следует также пользоваться этим методом.

Метод перегрузок. При изучении посадок летающих лодок в большинстве случаев ограничиваются только замером перегрузок. Перегрузочные приборы необходимо иметь с высокими значениями частот собственных колебаний (порядка 300 гц), так как частота колебаний внешней нагрузки при посадке гидросамолетов бывает близка к 100 в секунду. Весьма желательно одновременно замерять давления на днище лодки или поплавок.

На фиг. 757 показан прибор для замера давления на днище, на которой видны крепление прибора к днищу и приемная часть. Регистрирующая часть аналогична показанной на фиг. 750.

Основные недостатки метода перегрузок:

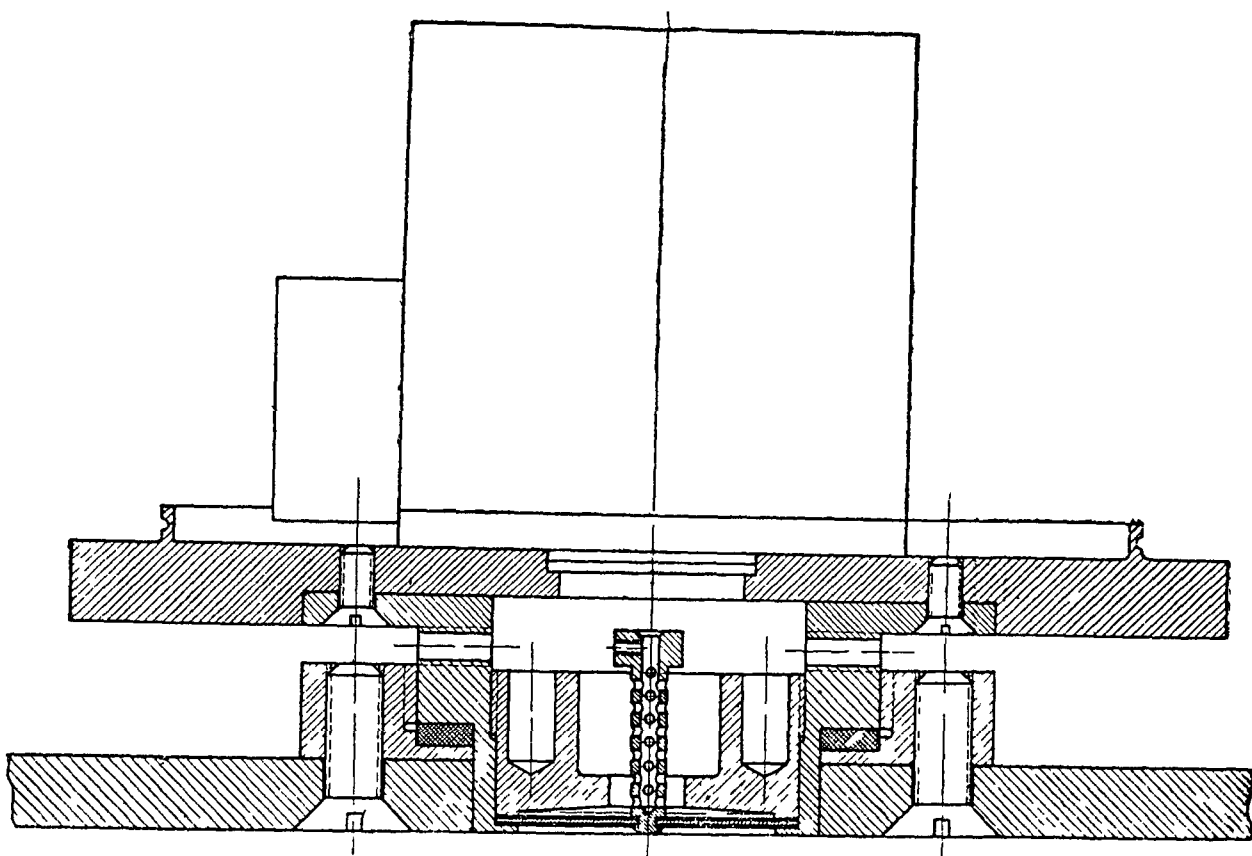
показания перегрузочных приборов зависят от места и способа их крепления;

замеренное ускорение не может быть однозначно отнесено к определенной массе самолета, а следовательно, вопрос о силе при ударе точно не может быть решен.

Методу тензографии следует отдавать предпочтение в возможных для его применения случаях.

Определение хода амортизации

Целесообразно при исследовании посадок сухопутных самолетов указанными выше методами одновременно замерять ход амортизации шасси. В этом случае изготавливаются соответствующие приспособления, заключающиеся в кинематической системе, связанной с амортизационной стойкой и передающей перемещение последней на барабан с отметкой времени.



Фиг 757

Исследование вибраций

В задачу полетного исследования вибраций входят два вопроса установление причин вибраций и замер величин, характеризующих колебания (частоты, амплитуды, напряжения, упругие линии)

Исследование ведется с помощью 1) тензографов, 2) оптографов и 3) вибрографов

Обычно, вначале устанавливается частота колебаний изучаемой конструкции и сопоставляется с числом оборотов мотора для суждения — не является ли последний причиной вибраций, и определяются напряжения в конструкции для суждения о степени опасности наблюдаемых колебаний, критерием чего служит сравнение напряжений вибрации с пределом усталости материала. При наличии указаний о бафтинге необходимо исследовать поле срыва путем снятия спектра потока (с помощью лент) на режимах самолета с наиболее ярко выраженными вибрациями. После установления причин вибраций их обследуют всесторонне как с точки зрения частот и амплитуд, так и с точки зрения форм колебаний

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1 Küssner H G Optisch-photographische Formänderungsmessungen an Luftfahrzeugen ZFM 1930, № 17, p 433—440
- 2 Küssner H G Beanspruchung von Flugzeugflügeln durch Boen ZFM 1931, № 19, p 605—615, № 20, p 579—586
- 3 Rhode B W The pressure distribution over the wings and tail surfaces of a PW-9 pursuit airplane in flight NACA Rep 1930, № 364
- 4 Norton F H and Allen E T Accelerations in flight NACA Rep 1920, № 99
- 5 Pabst W Theorie des Landestosses von Seeflugzeugen ZFM 1930, № 9, p 217226
- 6 Pabst W Ueber den Landestoss von Seeflugzeugen ZFM 1931, № 1, p 13—28
- 7 Ведров В С, Коровицкий С А и Станкевич Ю Б Исследование штопора самолета Р-5 в полете Труды ЦАГИ, 1935, № 228
- 7 Ведров В С и Калачев Г С Исследование выходов из планирований самолета Р-5 Труды ЦАГИ, 1935, № 244

- 8 Шишкин С Н Нагрузки крыла при посадке Техника возд. флота № 3, 1935, стр 13—16
- 9 Макаревский А И и Евдаков К Д Исследование общих деформаций крыла тяжелого самолета в полете Техника возд флота, № 6, 1935, стр 1—17
- 10 Повицкий А С Удар при посадке гидросамолетов Труды ЦАГИ, 1935, № 199,
- 11 Подсевалов Н Н Экспериментальное определение посадочных давлений на днище гидросамолета Труды I Всесоюзной конференции по гидродинамике М ЦАГИ, 1935, стр 44—62
- 12 Шишкин С Н О действительных нагрузках шасси Труды ЦАГИ, 1936, № 269, Техника возд флота, № 5, 1936, стр 7—20
- 13 Макаревский А И О допустимых общих деформациях конструкции самолета. Техника возд флота № 8—9, 1936, стр 1—17, № 12, стр 1—5
- 14 Абрамов И П и Повицкий А С Перегрузки при посадках гидросамолетов. Техн зам ЦАГИ 1936, № 132
- 15 Киселев В Ф Исследование напряжений в элементах крыла при потете Техн зам ЦАГИ 1938, № 173
- 16 Повицкий А С Посадка гидросамолетов Труды ЦАГИ, 1939 № 423,

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абсолютное удлинение 9
 " укорочение 9
 Авиадревесина—механические свойства 323
 Авиафанера — механические свойства 324—325
 Алгоритм Гаусса 268
 Алюминий технический — механические свойства 333
 Алюминиевый литейный сплав—механические свойства 334
 Амортизация 560
 " пластинчатая 562
 " масляная 565
 " масляно-воздушная 565
 Амплитуда 278
 " вынужденных колебаний 280
 Амплитудомер 621
 Аналогия с мембраной 19
 " гидродинамическая 22

Б

Балки деревянные 47; 69; 275
 " " с тонкой стенкой 249
 " колебания 286; 309
 " многоопорные 92
 " растянуто-изогнутые 106
 " расчет с учетом пластических деформаций 274
 " сжато-изогнутые 98
 " с тонкой стенкой 229
 " —таблицы формул для расчета на поперечный изгиб 31
 " удар 311
 Беляева-Треффтца критерий изгиба без кручения 83
 Бетти теорема 264; 266
 Бредта формула 22

В

Вагнера теория 223
 Вебера формула 73
 Веревоочный многоугольник 316
 Вибратор 614
 Вибрации 278; 586, 626
 Виброграф 619
 Виллио план 319
 Вторичные напряжения в стержнях ферм 250

Г

Гаусса алгоритм 268
 Гаф метод 105
 Герц 278
 Гибкая нить 16
 Гидродинамическая аналогия 22
 Главные оси 8
 " " деревянных крыльев 449
 " " инерции 46
 " плоскости 8
 " центральные оси инерции 46
 Гофра расчет 226, 381; 383, 385
 Граничные условия 196
 Гука закон 10

Д

Деревянные балки 69, 275
 " " —с тонкой стенкой 249
 " " скручивание и изгиб 237
 Деревянный фюзеляж 501
 Деформация 9; 10, 11, 17, 29; 265; 609
 Деформации составляющие 9
 " сдвига 10
 " кручения 17
 Джонсона формула 125
 Диаграмма Кремоны 315; 460, 504
 Динамометры 600
 Донкерлея формула 285
 Дураль—механические свойства 331, 332

Е

Единичное перемещение 264

Ж

Жесткость на кручение 20, 27
 " " изгиб — экспериментальное определение 613
 Жесткость цилиндрическая 195

З

Закон Гука 10
 Закон наложения деформаций 99
 (см. Принцип наложения)

И

- Изгиб 29
 - таблицы формул для расчета балок 31
 - пластинок 198—204, 208; 214—220; 240
 - деревянных стержней 237
- Изгиб без кручения (критерий) 83
- Изгибающий момент 29
- Испытания в полете 639
 - деревянных конструкций 610
 - динамические 614
 - на машинах 632
 - на удар 630
 - статические 591

К

- Канонические уравнения 268
- Кармана формула 221
- Касательное напряжение 17
- Кастельяно теорема 265
- Килевая балка 509; 529; 533
- Кильсон 509
- Клапейрона теорема 264
- Кокса формула 221
- Колебания балок 286; 309
 - вынужденные 279
 - затухающие 281
 - квазигармонические 281
 - псевдогармонические 281
 - простые гармонические 278
 - собственные (свободные) 278
- Концентрация напряжений 15; 24
- Копры 616
- Косой изгиб 44
- Коэффициент динамичности 280
 - затухания 282
 - Пуассона 10
 - редукционный 220; 378; 383
- Кремоны диаграмма 315; 460; 504
- Критерий изгиба без кручения 83
- Критическая сила 108; 205
- Критические напряжения 108; 178; 205; 225; 241
- Круги Ченцова 101
- Кручение 17—27

Л

- Лагранжа теорема 265
- Латунь—механические свойства 336
- Логарифмический декремент 282
- Лонжерон (см. балки)
 - коробчатый деревянный 69; 275
 - графики для расчета 47
- Лонжерон ферменный и балочный—определение частот собственных колебаний 309

М

- Магниевый сплав — механические свойства 335
- Максвелла теорема 234
- Машины испытательные 636
- Мембрана 19, 214
- Мессура 601

- Механические свойства материалов 321
- Многоопорные балки 92
- Модуль объемного расширения 11
 - продольного изгиба 123
 - сдвига 10
 - упругости (Юнга) 10
 - деревянных элементов—экспериментальное определение 612
- Момент изгибающий 29
 - в пластинке 195
- Момент инерций — графики для коробчатых лонжеронов 69
- Момент инерции — графоаналитическое определение 46
- Момент инерции осевой 45
 - полярный 45
 - таблицы 46
 - для прямоугольников 52
- Момент инерции таблицы для труб 59
- Момент скручивающий (в пластинке) 18 (195)
- Момент сопротивления 44
 - коробчатых лонжеронов 69
- Момент сопротивления—таблицы 47
- Мора формула 266

Н

- Наложения метод 285
- Напряжение 7
 - вторичное в стержнях ферм 250
 - главное 8
 - изгиба 44; 71
 - касательное 7
 - критическое 108; 178; 205 225; 241
 - кручения 18
 - мембранное (или цепное) 21
 - наибольшее касательное 8
 - наибольшее нормальное 9
 - наименьшее нормальное 9
 - нормальное 7
 - в пластинке 194
 - обозначение составляющих 8
 - растяжения 14
 - расчетное труб на изгиб 71
 - кручение 25
 - сложное
 - сопротивление 107
 - сдвига 16
 - сжатия 14
 - температурное 259
 - экспериментальное определение 602; 609; 610
- Напряжений касательных парность 8
- концентрация 15; 24
- Нейтральная ось 44
- Нержавеющая сталь—механические свойства 330

О

- Обертон 288
- Обобщенная координата 264
 - сила 264
- Обшивка 222—225
- Объемное расширение 11
- Оси главные 8
 - деревянных крыльев 449

Оси инерции 46
 Основной тон колебаний 288
 Ось кручения 19
 Относительное удлинение 9
 Относительный сдвиг 9; 16

П

Парность касательных напряжений 8
 Период колебаний 278
 Перерезывающая сила 29
 План Виллио 319
 Пластинки 194
 " после потери устойчивости 220
 " устойчивость 204
 " фанерные 239
 Пластинчатая амортизация 562
 Пластические деформации (учет при расчете балок) 274
 Пластические материалы—механические свойства 337
 Плоское напряженное состояние 8; 11
 Пневматики авиаколес 575
 Погонная касательная сила (погонное касательное усилие) 73
 Подмоторная установка 538
 Полярный момент инерции сечения 17
 Потенциальная энергия 11
 " " деревянных крыльев 451
 Потенциальная энергия деформации пластинки 197
 Потенциальная энергия деформации фанерной пластинки 449
 Потенциальная энергия замкнутых тонкостенных профилей 74
 Потенциальная энергия изгиба 81, 82
 " " кручения 26; 82
 " " растяжения 14
 " " сдвига 16
 " " сжатия 14
 " " упругих систем 264
 Приведенная ширина 220
 Принцип наложения (—сложения действия сил; закон независимости действия сил; закон наложения деформаций) 10; 99
 Принцип Сен-Венана 10
 Проводка управления 585
 " " —расчет на резонанс 586
 Прогиб балок 30
 " " с тонкой стенкой 235
 " от перерезывающей силы 78
 " от смещения опор 78
 Продольный изгиб 108
 " " —графики для дерева 177
 " " —графики для профилей 178
 Профили дуралевые изолированные—расчет на сжатие 178
 Профили замкнутые—изгиб 74—77
 " " —кручение 22
 " —касательные напряжения при изгибе 73
 Профили незамкнутые—кручение 21
 " —связность 22
 " —центр жесткости 85; 87; 89

Р

Радиус инерции 46—50
 Рамы 93
 Растяжение 14

Растянуто-изогнутые балки 106
 Редукционный коэффициент 220—378
 Резиновые материалы—механические свойства 338
 Резонанс 281
 " проводки управления 586
 Рейлея метод 283
 Ритца метод 198; 285; 303

С

Сдвиг 9; 16
 " относительный 9; 16
 Сен-Венана принцип 9
 " " теория 18
 Сжатие 14
 Сжато-изогнутые балки 98
 Силовозбудитель 592
 Силовой многоугольник 315
 Сложное сопротивление 12; 107
 Собственные колебания 278; 622
 Составляющие деформации 9

Т

Таблицы формул для расчета балок на поперечный изгиб 31
 Тензограф 617
 Тензометр 602—609
 Теорема о трех моментах 92
 Теории прочности 12
 Теория Сен-Венана 18
 Тетмайера формула 124
 Треффца-Беляева критерий изгиба без кручения 83
 Трубы обтекаемые (расчетные данные) 68
 " —расчетные графики на продольный изгиб 130
 Трубы — расчетные данные (таблица) 59
 " —расчетные напряжения на кручение 25
 Трубы—расчетные напряжения на поперечный изгиб 71
 Трубы—расчетные напряжения при одно-временном изгибе и кручении 107

У

Углеродистая сталь — механические свойства 328; 329
 Угол закручивания абсолютный 17; 25
 " " деревянных крыльев 451
 " " оперения 536
 " " относительный 17; 19
 " обшивкой 501
 Угол закручивания фюзеляжа ферменного 508
 Угол наклона упругой линии (угол поворота сечения) 30
 Удар (балок) 311
 Удельная работа 14
 Удлинение (укорочение) абсолютное 9
 " относительное 9
 " при растяжении 14
 " при сжатии 14
 Упругая линия 29
 " " балки переменного сечения 78
 Упругая линия—влияние перерезывающей силы 78

Упругая линия—влияние смещения опор 78
" " —графо-аналитический метод
определения 78
Упругая линия—дифференциальное уравне-
ние 29
Упругая линия фюзеляжа с работающей
обшивкой 500
Упругая линия ферменного фюзеляжа 508
" " —экспериментальный метод
определения 601; 609
Условие совместности 12
Условия на контуре 12
Усталость конструкций 628
Устойчивость местная—стенки труб и про-
филей 128 и 178
" пластинки 204
" стержней 108; 178
" труб на сжатие 130
" фанерной пластинки 241

Ф

Фанерные пластинки 239
Фермы — вторичные напряжения 250
" — расчет сжатых стержней после
потери устойчивости 273
Функция напряжений (функция Эри) 12

Х

Хромансиль—механические свойства 326
Хромо-молибденовая сталь — механические
свойства 327

Ц

Центр жесткости (ц. изгиба; ц. сдвига) 81
" " сечений деревянных
" крыльев 449
Центр кручения 19; 22
Центр тяжести сечений 47; 69
" трапеции 70
Цилиндрическая жесткость 195

Ч

Частота колебаний 278
" " круговая 278.
" обертона 288
" основного тона 288
" собственных колебаний лонжеро-
нов 309
Частота собственных колебаний — опреде-
ление 622
Ченцова круги 101

Э

Эйлера формула 108
Эпюра моментов 30; 79; 317
" перерезывающих сил 30
Эри функция 12

ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные обозначения	Стр 4
Строительная механика	
Общие сведения	7
Напряжение	— 9
Деформации	10
Основные принципы	11
Потенциальная энергия упругого тела	— 12
Общие уравнения задачи о плоском напряженном состоянии	12
Теории прочности	14
Растяжение и сжатие	15
Простое растяжение (сжатие) стержня переменного сечения	— 16
Влияние отверстий и вырезов	16
Расчет гибкой нити	—
Сдвиг	17
Кручение	18
Кручение круглых сплошных и полых стержней	19
Кручение брусев произвольного сечения	22
Аналогия с мембраной	—
Гидродинамическая аналогия	24
Кручение многосвязных тонкостенных профилей	—
Кручение стержня с одним неизменяемым сечением	25
Концентрация напряжений	—
Графо-аналитический способ вычисления углов закручивания брусев переменного сечения	26
Данные для расчета на кручение труб	27
Потенциальная энергия кручения	29
Расчетные данные на кручение для стержней различных сечений	—
Изгиб	30
Определение изгибающих моментов и перерезывающих сил при поперечном изгибе	—
Связь между уравнениями изгибающих моментов, перерезывающих сил, упругой линии, углов поворота и распределенной нагрузки	31
Эпюры моментов и перерезывающих сил	44
Таблицы формул для расчета балок на поперечный изгиб	—
Определение нормальных напряжений при поперечном изгибе	45
Изгиб в главной плоскости	—
Косой изгиб	46
Моменты инерции сечений	59
Графо-аналитический способ определения моментов инерции тонких сечений	68
Таблицы для определения моментов инерции сечений	69
Расчетные данные круглых труб	70
Расчетные данные обтекаемых труб	71
Графики для определения I_y , W_y , S_y и z_t коробчатого сечения деревянного лонжерона	73
Центр тяжести трапеции	74
Расчетные напряжения в трубах на поперечный изгиб	77
Определение касательных напряжений при поперечном изгибе	78
Незамкнутые тонкостенные профили	—
Замкнутые тонкостенные профили	—
Несимметричные профили	—
Прогиб от перерезывающей силы	—
Прогиб от смещения опор	—
Определение упругой линии балки переменного сечения	—

	<i>Стр</i>
Графо аналитический способ вычисления упругой линии изогнутой балки переменного сечения	79
Потенциальная энергия упругого бруса при изгибе	81
Центр жесткости	—
Определение положения ц ж	84
Определение ц ж сплошных профилей	85
Определение ц ж незамкнутых тонкостенных профилей	87
Определение ц ж замкнутых тонкостенных профилей	89
Центр жесткости контуров с обшивкой, не воспринимающей продольных сил	90
Многолонжеронное крыло	91
О брусках непризматической формы	—
Центр кручения	92
Многоопорные балки	—
Расчет рам	94
Расчет сжато-изогнутых балок	98
Расчет сжато-изогнутых балок постоянного сечения	99
Балки переменного сечения	105
Расчет растянуто-изогнутых балок	106
Сложное сопротивление	107
Продольный изгиб	108
Продольный изгиб стержней в пределах пропорциональности	—
Формулы Эйлера	109
Продольный изгиб стержней с переменным сечением	111
Приближенные методы определения критической силы	113
Графический метод определения критической силы	114
Определение критической силы для стержней с упругими опорами	116
Стержни, эксцентрично нагруженные сжатием и с начальной кривизной оси	118
Продольный изгиб стержней за пределом пропорциональности	122
Эмпирические формулы	124
Определение модуля продольного изгиба T с помощью эмпирических формул	125
Продольный изгиб стержней с переменным сечением по длине	126
Стержни эксцентрично нагруженные сжатием и с начальной кривизной оси	—
Местная устойчивость при продольном изгибе полых стержней	128
Графики для расчета стержней на продольный изгиб	130
Расчет на устойчивость изолированных профилей и подбор их рациональных размеров	178
Расчет тонкостенных профилей	—
Расчет закрытых дуралевых профилей	—
Расчет открытых дуралевых профилей	182
Расчет прессованных профилей	188
Расчет пластинок	194
Основные положения теории тонких пластинок	—
Изгиб жестких пластинок поперечной нагрузкой	198
Устойчивость пластинки при действии сил в ее плоскости	204
Подкрепленные пластинки	211
Изгиб пластинок при больших прогибах	214
Работа пластинки после потери устойчивости	220
Расчет гофра	226
Расчет балочных конструкций с тонкой стенкой	229
Балочные конструкции с тонкой стенкой и с параллельными поясами	230
Балочные конструкции с непараллельными поясами	233
Прогибы	235
Расчет на прочность элементов деревянных конструкций	237
Скручивание и изгиб деревянных стержней	—
Расчет фанерных пластинок	239
Тонкостенные балки типа лонжеронов крыла	249
Расчет вторичных напряжений в стержнях ферм	250
Расчет температурных напряжений	259
Температурные напряжения в лонжеронах смешанной конструкции	—
Температурные напряжения в конструкциях с работающей обшивкой	261
Потенциальная энергия упругих систем	264
Свойства перемещений	—
Потенциальная энергия при действии многих сил	265
Основные теоремы	—
Теорема Лагранжа	—

	<i>Стр.</i>
Теорема Кастильяно	265
Теорема Бетти	266
Начало наименьшей работы	—
Формула Мора для определения перемещении	—
Решение статически неопределимых систем	268
Расчет конструкций за пределом пропорциональности	270
Расчет статически неопределимых ферм за пределом пропорциональности	272
Расчет сжатых стержней в фермах	273
Расчет металлических балок с учетом пластических деформаций	274
Расчет деревянных балок на изгиб	275
Расчет авиационных конструкций на вибрации и удар	278
Приближенные методы определения частот собственных колебаний балок	283
Приближенные формулы для определения частот собственных колебаний с учетом собственного веса системы	286
Изгибные колебания балок с учетом собственного веса	287
Крутильные колебания балок	294
Определение частот собственных колебаний монопланов крыльев	299
Определение частот собственных колебаний ферменных лонжеронов	309
Удар	311
Графостатика	315
Силовой многоугольник	—
Диаграмма Кремоны	—
Веревочный многоугольник	316
Построение упругой линии балки с помощью веревочного многоугольника	318
План Виллио	319

Механические свойства авиационных материалов

Таблицы механических свойств авиационных материалов	323
Авиадревесина	—
Авиафанера, склеенная белковыми клеями	324
Авиафанера, склеенная бакелитовой пленкой	325
Хромансиль	326
Хромо-молибденовая сталь	327
Углеродистая сталь	328
Нержавеющая сталь	330
Алюминий технический	331
Дураль	332
Алюминиевый литейный сплав	334
Магнийевый сплав	335
Латунь	336
Пластические материалы	337
Резиновые материалы	338
Поведение металлов и сплавов при низких температурах	340

Расчет частей конструкции самолета на прочность

Расчет свободнонесущего крыла	343
Расчетная схема крыла	—
Предварительный расчет крыла	345
Определение эпюр изгибающих и скручивающих моментов и перерезывающих сил	—
Предварительное определение усилий	353
Подбор сечений поясов	358
Подбор площадей сечений продольного набора крыльев с работающей металлической обшивкой	359
Подбор площадей сечений продольного набора однолонжеронных крыльев	362
Подбор сечений раскосов и стоек (или стенки) лонжеронов крыльев с полотняной или металлической гофрированной обшивкой	—
Подбор сечений раскосов и стоек (или стенки) лонжеронов крыльев с гладкой металлической обшивкой	366
Подбор сечений раскосов и стоек (или стенки) лонжерона однолонжеронного крыла	—
Подбор толщины гофра крыльев с металлической гофрированной обшивкой и расчалок крыльев с расчалками	367
Подбор толщин обшивки крыльев с гладкой металлической обшивкой	369

	Стр
Определение усилий в узлах разъема крыльев, с металлической гофрированной обшивкой и крыльев с полотняной обшивкой и определение усилий в стойках разъема	372
Определение усилий по разъему крыльев с гладкой металлической обшивкой	374
Определение усилий по разъему однолонжеронного крыла	376
Поверочный расчет крыла	377
Определение редуционных коэффициентов	378
Определение приведенных площадей сечений стрингеров поясов лонжеронов и их координат относительно принятых осей сечения крыла	386
Определение приведенных толщин	389
Определение ц т приведенных сечений, их моментов инерции относительно системы осей xOz и главных осей инерции uOw , моментов сопротивления, напряжений и усилий в продольных элементах от наибольшего изгибающего момента	394
Определение распределения перерезывающей силы по контуру сечения и определение ц ж сечения	397
Определение распределения погонных касательных усилий по контуру при нагружении крыла скручивающим моментом $M = 1000 \text{ кгм}$	403
Распределение скручивающего момента и определение погонных касательных усилий с учетом заделки по оси симметрии самолета для четырехпоясного крыла	406
Определение перерезывающей силы передаваемой продольным набором	415
Определение эпюр нагрузок	416
Определение усилий и напряжений в продольном наборе	417
Определений усилий и напряжений в обшивке крыла	428
Определение усилий в узлах разъема	433
Расчет нервюр	434
Особенности расчета деревянных крыльев на изгиб	447
Особенности расчета деревянных крыльев на кручение	450
Расчет на прочность коробки крыльев биплана	453
Расчет на прочность коробки крыльев биплана с И образной стойкой и расчалками	—
Расчет коробки крыльев биплана типа Хейнкель	466
Расчет коробки крыльев биплана с I образной стойкой и расчалками	467
Расчет коробки крыльев биплана с И или I образной стойкой и нижними расчалками	475
Расчет коробки крыльев биплана с двумя стойками и расчалками	476
Расчет крыльев биплана с V образной стойкой без расчалок	477
Расчет коробки крыльев биплана с И стойкой и без расчалок	485
Расчет на прочность фюзеляжей с работающей обшивкой	486
Определение нормальных напряжений при изгибе фюзеляжа полумонокок	—
Определение нормальных напряжений при изгибе фюзеляжа монокок	490
Определение нормальных напряжений при одновременной нагрузке на вертикальное и горизонтальное оперения	491
Определение касательных напряжений при изгибе	492
Расчет фюзеляжей полумонокок и монокок на кручение	493
Суммарные касательные напряжения	494
Определение нагрузок на шпангоуты и стрингеры фюзеляжа	—
Подкрепление вырезов и разъемов	198
Расчет шпангоутов	500
Определение прогибов хвостовой части фюзеляжей с работающей обшивкой	—
Определение углов закручивания хвостовой части фюзеляжей с работающей обшивкой	501
Расчет деревянных фюзеляжей типа монокок	—
Расчет ферменного фюзеляжа	503
Расчет на изгиб	—
Расчет на кручение	505
Определение прогибов фюзеляжа и угла закручивания	508
Расчет лодки гидросамолета	509
Определение инерционных сил	510
Определение усилий на ушах крепления лодки с крылом	513
Определение изгибающих моментов, перерезывающих сил и скручивающих моментов	517
Определение нормальных напряжений в корпусе лодки (общий изгиб лодки)	—
Определение касательных напряжений при изгибе и кручении лодки	519
Расчет шпангоутов	520
Расчет обшивки днища	523
Расчет стрингеров	527

	<i>Стр</i>
Расчет флора шпангоута	527
Расчет килевой балки	533
Расчет на прочность оперения	534
Расчет горизонтального оперения	—
Расчет вертикального оперения	537
Расчет на прочность подмоторной установки	538
Расчет установок под звездообразные моторы	—
Расчет установок под блочные моторы	546
Расчет шасси	551
Установление расчетной схемы	—
Консольное (одностоечное) шасси	—
Пирамидальное шасси	552
Шасси вильчатого типа	555
Ферменное шасси	557
Расчет костылей	559
Расчет амортизации	560
Подбор амортизации	—
Резиновая амортизация	561
Шнуровая амортизация	—
Пластинчатая амортизация	562
Масляная амортизация	565
Пневматики авиационных колес	575
Расчет элементов системы управления	585
Расчет жесткой проводки управления элеронами и рулями на резонанс	586
 Изучение прочности авиационных конструкций в лабораториях и в полете 	
Изучение прочности авиационных конструкций в лаборатории статических испытаний	591
Оборудование специальной лаборатории	—
Временные сооружения	597
Приборы	600
Методика испытаний	604
Методика экспериментального исследования деревянных конструкций	610
Определение жесткости изгиба экспериментальным путем	613
Изучение прочности авиационных конструкций в лаборатории динамических испытаний	614
Оборудование	—
Приборы	617
Определение частоты собственных колебаний	622
Определение предела усталости	628
Испытание конструкций на удар	630
Изучение прочности авиационных конструкций в механической лаборатории	632
Изучение прочности самолета в полете и при посадке	639
Исследование перегрузок	—
Исследование общих деформаций конструкций	641
Исследование распределения давления	643
Исследование напряжений в конструкции самолета	644
Исследование посадок	—
Исследование вибраций	645

Отв редактор А А Горяинов	Техн редактор И. К Богданов
Сдано в производство 1/VI 1939 г	Подписано к печати 10/VIII 1939 г.
Формат бум 70×108 ¹ / ₁₆	41 печ л, 70 000 зн в п л
Уполн Мособлгорлита Б—6378	Тираж 7 000 экз
	Заказ тип 1211
Типография ЦАГИ, Москва, ул Радио, 17	